

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова
Физический факультет



НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
ЛОМОНОСОВСКИЕ ЧТЕНИЯ

Секция физики

Апрель 2019 года

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Физический факультет

НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
ЛОМОНОСОВСКИЕ ЧТЕНИЯ
Секция физики

15–24 апреля 2019 года

Сборник тезисов докладов
Под редакцией профессора Н.Н. Сысоева

Москва
Физический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова
2019

Научная конференция «ЛОМОНОСОВСКИЕ ЧТЕНИЯ».
Секция физики. 15-25 апреля 2019. Сборник тезисов докладов / Под ред.
Н.Н. Сысоева. — М., Физический факультет МГУ, 2018 г. 282 с.
ISBN 978-5-8279-0169-3

Тезисы докладов Секции Физики научной конференции «Ломоносовские чтения» представлены в следующих подсекциях:

- «Оптика и лазерная физика»,
- «Радиофизика, физическая электроника и акустика»,
- «Физика конденсированного состояния»,
- «Биологическая и медицинская физика»,
- «Теоретическая физика»,
- «Математическая физика»,
- «Прикладная математика и математическое моделирование»,
- «Методика преподавания»,
- «Науки о Земле»,
- «Газодинамика, термодинамика и ударные волны».

Как всегда, в апреле в Московском университете прошла ежегодная научная конференция «Ломоносовские чтения». Секция «Физика», работающая на физическом факультете, была представлена десятью подсекциями.

Было сделано девяносто докладов, авторами которых являлись как сотрудники физического факультета, так и учёные других факультетов Московского университета и научных организаций РАН. В докладах были изложены результаты научных исследований, полученные за последние годы. Многие из них были озвучены впервые на заседаниях подсекций конференции «Ломоносовские чтения – 2019»

Самыми активными в части количества и качества представленных докладов оказались подсекции «Прикладная математика и математическое моделирование», «Методика преподавания» и «Науки о Земле». Основная заслуга здесь, прежде всего, в высокой заинтересованности и ответственности, проявленных сопредседателями данных подсекций при подготовке и проведении конференции.

В настоящее время готовится выпуск отдельного номера электронного журнала «Учёные записки физического факультета Московского университета», посвящённого конференции «Ломоносовские чтения – 2019». Авторам докладов было предложено представить статьи, сделанные на базе материалов конференции в расширенном виде.

.
.

Декан физического факультета МГУ
Профессор



Н.Н.Сысоев

Подсекция:
ОПТИКА И ЛАЗЕРНАЯ ФИЗИКА

Сопредседатели:
профессор В. А. Макаров, профессор П. В. Короленко,
профессор А. В. Андреев

СВЕТОВЫЕ ПУЛИ В КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕДАХ И АТМОСФЕРЕ

Проф. Кандидов В.П., доцент Шленов С.А., с. н. с. Дормидонов А.Е.
(ИСАН), с. н. с. Компанец В.О. (ИСАН),
г. н. с. Чекалин С.В. (ИСАН)

Световая пуля представляет собой волновой пакет, экстремально сжатый в пространстве и времени. В отличие от солитонов в оптических волокнах и фотонных кристаллах световая пуля в объеме прозрачной среды образуется в фемтосекундном филаменте, который играет роль виртуальной самоформирующейся направляющей структуры [1]. Условиями возникновения световых пуль являются кубичная нелинейность среды, при которой возникает фазовая самомодуляция светового поля в пространстве и времени, и аномальная дисперсия групповой скорости, при которой осуществляется компрессия волнового пакета во времени вследствие фазово-амплитудной конверсии, подобно сжатию пучка вследствие конверсии в пространстве при самофокусировке [2]. В прозрачных диэлектриках и воздухе световые пули формируются в волновых пакетах на длине волны среднего ИК-диапазона.

Пороговая мощность возникновения световых пуль P_{th} определяется параметром подобия, который равен отношению дифракционной длины к дисперсионной длине волнового пакета L_{dif}/L_{disp} . Мощность P_{th} увеличивается с ростом параметра L_{dif}/L_{disp} из-за сильного расплывания во времени волнового пакета в начале распространения [3] (рис. 1).

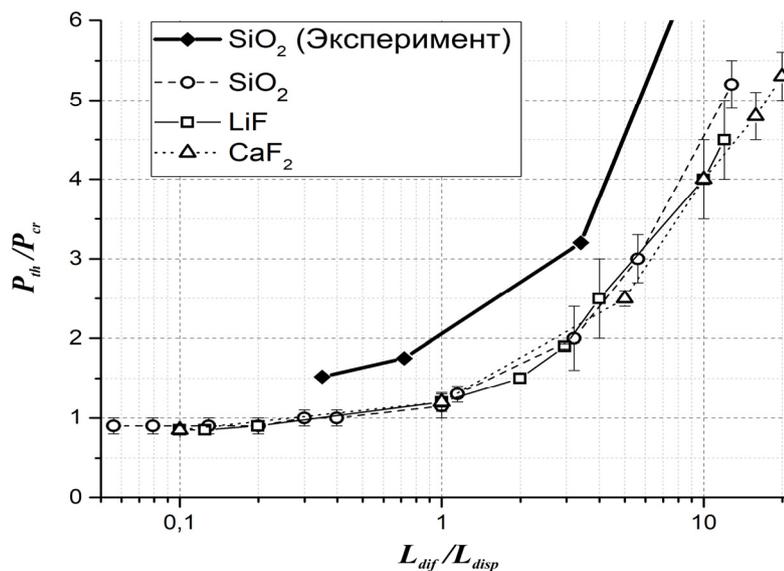


Рис.1 Пороговая мощность образования световой пули P_{th} , отнесенная к критической мощности стационарной самофокусировки P_{cr} , в зависимости от параметра подобия L_{dif}/L_{disp} , где L_{dif} – дифракционная длина, L_{disp} – дисперсионная длина волнового пакета.

Длительность световой пули составляет $1 \div 1,5$ оптических осцилляций, ее диаметр – несколько длин волн, пиковая интенсивность превышает $5 \cdot 10^{13}$ Вт/см². Световая пуля, как трехмерный волновой пакет, является неустойчивым образованием, ее длина пробега порядка 500 мкм [4]. В оптических вихрях фемтосекундного излучения формируются кольцевые световые пули с шириной кольца порядка пяти длин волн [5].

При распространении происходит «дыхание» световой пули, при котором максимум амплитуды светового поля периодически меняется вследствие отличия фазовой и групповой скоростей в среде. «Дыхание» световой пули надежно зарегистрировано в LiF методом лазерной колорации по структуре долгоживущих центров окраски, наведенных одиночной световой пулей (Рис. 2) [6, 7].



Рис. 2 Люминесценция периодической структура из центров окраски, наведенных одиночной световой пулей в LiF при филаментации импульса на длине волны 3100 нм, длительностью 100 фс, энергией 15 мкДж. Период структуры 30 мкм. Подсветка на длине волны 450 нм.

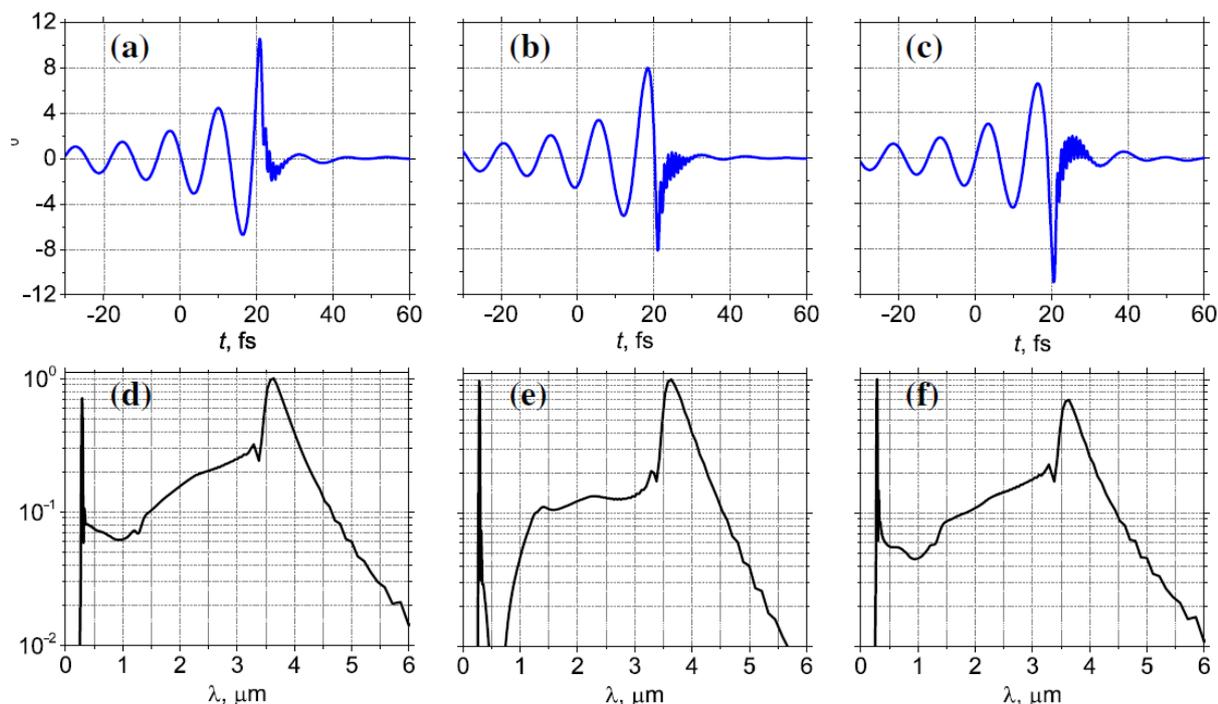


Рис.3. Световое поле на оси световой пули (верхняя строка) и ее спектр (нижняя строка) при филаментации в LiF импульса на длине волны 3,5 мкм, первоначальной длительностью 100 фс, энергией 20 мкДж на расстоянии: 6,944 мм (а), 6,959 мм (б), 6,974 мм (с). Волновой пакет распространяется справа — налево.

Численное моделирование в приближении однонаправленного распространения светового поля наглядно иллюстрирует динамику одноциклового световой пули с периодически меняющейся амплитудой светового поля (Рис. 3) [8].

Световая пуля генерирует широкополосный суперконтинуум, в котором формируется изолированное антистоксово крыло (Рис.3). С увеличением длины волны воздействующего излучения λ_0 изолированное крыло суперконтинуума смещается в коротковолновую область, и ширина его спектральной полосы сокращается до нескольких десятков нанометров [9]. Длина волны λ спектрального максимума изолированного крыла подчиняется дисперсионному уравнению, полученному в [10] на основе интерференционной модели формирования широкополосного суперконтинуума в диспергирующей среде:

$$\lambda_0 n(\lambda) - \lambda n_0 - \frac{c}{v_g} (\lambda_0 - \lambda) = 0,$$

где $n(\lambda)$ — материальная дисперсия среды, $n_0 = n(\lambda_0)$, v_g — групповая скорость. Найденное дисперсионное уравнение обобщает все известные экспериментальные результаты [8, 10] по исследованию суперконтинуума в SiO_2 , BaF_2 , CaF_2 , LiF , H_2O при аномальной дисперсии групповой скорости и предсказывает сдвиг $\Delta\lambda = \lambda_0 - \lambda$ антистоксова крыла в других материалах, в частности, в соединениях цинка (Рис. 4).

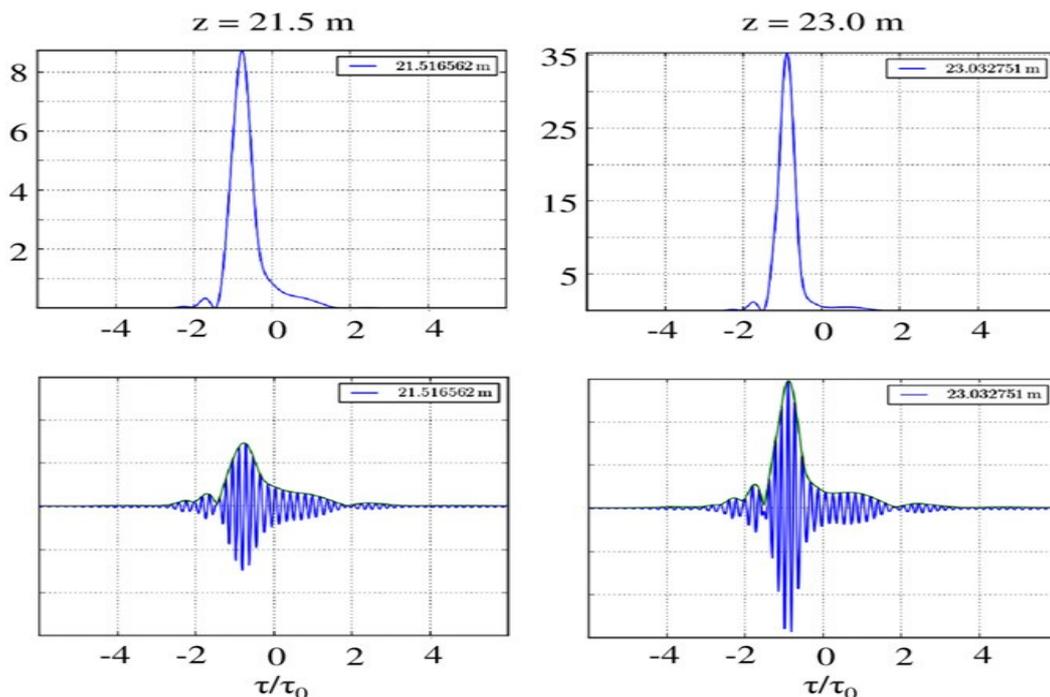


Рис. 4. Сдвиг $\Delta\lambda$ максимума изолированной антистоксовой полосы в спектре световой пули в зависимости от центральной длины волны λ_0 в различных материалах.

Точки — опубликованные экспериментальные данные, кривые — полученное дисперсионное уравнение.

При увеличении энергии волнового пакета образуется последовательность идентичных световых пуль, каждая из которых генерирует излучение в антистоксовой полосе, равной энергии [11].

В атмосфере световые пули формируются в волновых пакетах на длине волны в окрестности 4,0 мкм, где в условиях влажности существует область аномальной дисперсии групповой скорости. Длительность световой пули составляет около 30 фс, ее радиус – 250 мкм, пиковая интенсивность достигает $5 \cdot 10^{13}$ Вт/см². пиковая плотность потока энергии, которую переносит световая пуля, превышает 1 Дж/см² [11, 12].

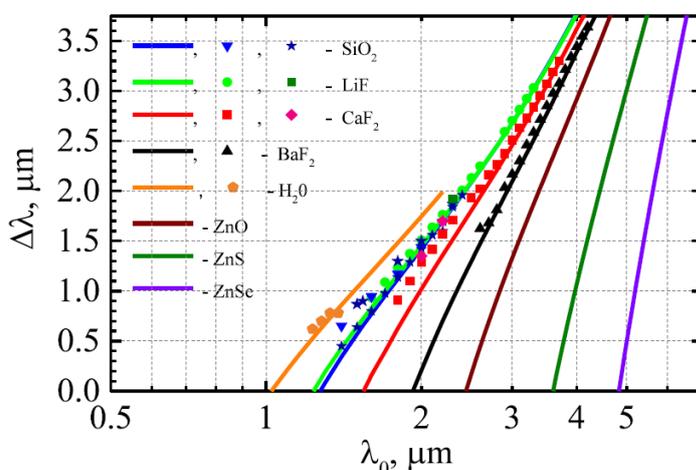


Рис.5. Огибающая (верхняя строка) и световое поле на оси (нижняя строка) световой пули в воздухе при филаментации волнового пакета на длине волны 3,8 мкм, длительностью 170 фс, радиусом 1 см, энергией 150 мДж. Световая пуля распространяется слева – направо.

Световые пули являются жестким образованием, свойства которого определяются нелинейно-оптическими и дисперсионными параметрами среды и длиной волны излучения. Униmodalные световые пули формируются в коллимированных пучках и пучках, сфокусированных линзой и аксиконом, в импульсах, спектрально ограниченных и с фазовой модуляцией. Процессы формирования световых пуль и их спектра подчиняются общим закономерностям для конденсированных сред и газов.

Литература

1. Кандидов В.П., Шленов С.А., Косарева О.Г. Квантовая электроника, 39, 205, (2009)
2. Чекалин С.В., Кандидов В.П. УФН, 183, 133, (2013)
3. Залозная Е.Д. и др., Квантовая электроника, 48, 366, (2018)
4. Чекалин С.В. и др., Квантовая электроника, 48, 372, (2018)
5. Vasilyev E.V., Shlenov S. A., Kandidov V. P. Laser Phys. Lett. 15, 115402, (2018).
6. Chekalin S.V. et al., Laser Phys. Lett. 13, 065401 (2016)
7. Кузнецов А.В. и др., Квантовая электроника, 46, 379, (2016)

8. Chekalin S.V., et al., JOSA B, 36(2), A43, (2019)
9. Dormidonov A. E. et al., Opt. Express 23, 29202, (2015).
10. Дормидонов А.Е. и др., Письма в ЖЭТФ, 104(3), 173, (2016)
11. Chekalin S. et al., Journal of Physics B: 48, 094008, (2015)
12. Smetanina E. O. et al., J. Phys.: Conf. Ser. 541, 012071, (2014)

СИСТЕМЫ ОПТИЧЕСКОЙ СВЯЗИ НА ВИНТОВЫХ ПУЧКАХ

Проф. *Короленко П.В.*, асп. *Аверченко А.В.*, с. н. с. *Зотов А.М.*,
Асп. *Павлов Н.Н.*, в. н. с. *Рыжикова Ю.В.*

Характеристики лазерных пучков с винтовой структурой волнового фронта принято рассматривать в рамках бурно развивающегося раздела физики — сингулярной оптики. Развернутое представление о состоянии сингулярной оптики на данном этапе развития науки может дать обзор [1]. Повышенное внимание в последнее время уделяется вопросам использования трубчатых винтовых пучков в системах оптической связи. Выяснилось, что винтовые пучки могут обеспечить специфический тип модуляции излучения, основанный на оценке их орбитального углового момента [1]. Несмотря на большое количество работ, посвященных реализации такой модуляции пучков, распространяющихся в том числе и на атмосферных трассах, не изученным оказывается эффект влияния возмущений структуры винтовых мод на эффективность мультиплексирования. Мультиплексирование позволяет существенно повысить объем передаваемой информации, однако предъявляет высокие требования к юстировке пучков в канале распространения и требует учета влияния турбулентной среды. Данные о высокой степени устойчивости винтовых пучков в турбулентной среде, возрастающей с увеличением размера приосевой зоны с низкой интенсивностью [2], указывают на целесообразность рассмотрения альтернативных схем получения и использования трубчатых пучков с оптимальным распределением поля в поперечном сечении. Такими свойствами может обладать излучение на так называемых М-модах. К М-модам относятся многоходовые (многопучковые) моды, образованные в лазерных резонаторах неаксиальными световыми пучками [3]. В отличие от винтовых световых пучков, получающихся с помощью оптических элементов и устройств, которые не могут выдерживать большие радиационные нагрузки, М-моды, сформированные непосредственно в лазерных резонаторах, обеспечивают более мощное выходное излучение. При этом появляется возможность значительно упростить и сделать более надежной передающую систему. Несмотря на эти кажущиеся очевидными соображения, использование для целей связи М-мод не в достаточной степени освещено в литературе.

Практически не изученным остается вопрос о поиске оптимальной для целей связи конфигурации М-мод.

Решение сформулированных выше проблем определило цель данной работы. Ее материал позволяет сформулировать рекомендации по расширению возможностей использования винтовых пучков в информационных лазерных системах.

Винтовые пучки в начальной плоскости $z = 0$ могут быть описаны с использованием выражений для мод Лагерра–Гаусса [4]:

$$E_{p,l}(r, \varphi) = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(p+l)!} \frac{1}{w_0} \left[\frac{r\sqrt{2}}{w_0} \right]^{2l}} \exp\left(-\frac{r^2}{w_0^2}\right) L_p^{(l)}\left(\frac{2r^2}{w_0^2}\right) e^{il\varphi} \quad (1)$$

Здесь r, φ — полярные координаты, $L_p^{(l)}\left(\frac{2r^2}{w_0^2}\right)$ — обобщенный полином Лагерра с азимутальным индексом l и радиальным индексом p , w_0 — характеризует ширину моды.

В системах связи чаще используются поля со значением $p = 0$. Для них вблизи центра справедливо разложение, где . Эта формула описывает винтовые пучки вблизи оси с однолиственным волновым фронтом, принципиально отличающиеся от обычных волн с многолиственными фазовыми поверхностями. На рисунке 1 графически противопоставлены указанные типы волн.

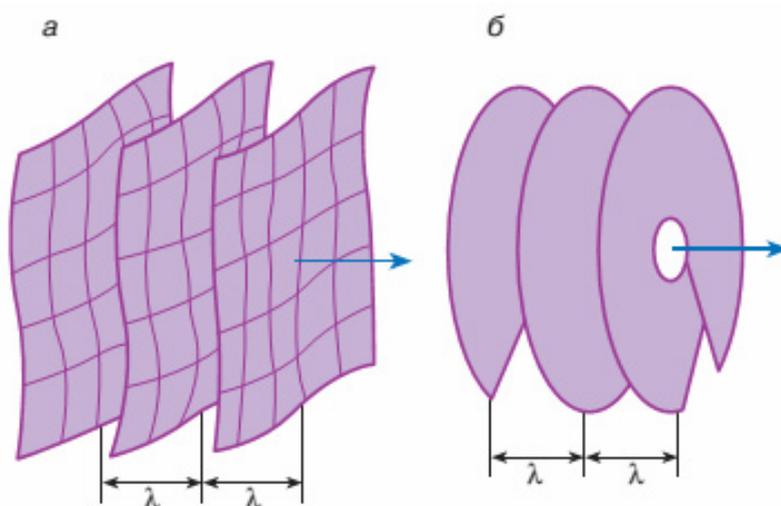


Рис. 1. Структура многолиственного (а) и однолиственного (б) волновых фронтов.

С целью реализации постановочной части работы были рассмотрены следующие задачи.

Была выполнена оценка влияния разьюстировки пучков на процесс их мультиплексирования. Определение потерь мощности пучка при

параллельном смещении его оси относительно оси системы показало, что при смещении пучка на величину, равную половине радиуса, его мощность уменьшается примерно на 20%. Увеличение топологического заряда приводит к некоторому увеличению (на 5–10%) теряемой мощности. Отмечается значительный рост потерь при увеличении угла прихода пучков на приемную апертуру. Причем увеличение топологического заряда существенным образом увеличивает потери. Так, если угол прихода составляет одну десятую от расходимости основной моды, то потери при изменении l от 0 до 5 увеличиваются от 5 до 30%. Эти данные указывают на необходимость тщательной юстировки винтовых пучков в системах мультиплексирования. Оценка влияния турбулентности на распространение винтовых пучков показала, что величина топологического заряда этих пучков весьма слабо влияет на их потери. Амплитуда колебаний «центра тяжести» винтовых пучков также слабо зависела от топологического заряда. При этом графики колебаний центра тяжести обнаруживали определенные фрактальные признаки.

Были рассмотрены особенности распространения трубчатых пучков, сформированных в резонаторах лазеров М-модами. Каждую М моду, возбуждаемую в плоскосферическом резонаторе, принято характеризовать двумя индексами — N и K . Индекс N означает число световых пятен на каждом из зеркал, а индекс K — число оборотов луча по азимуту, необходимых для полного замыкания траектории [4]. Эти индексы однозначно определяются геометрическими параметрами резонатора:

$$\frac{K}{N} = \pi^{-1} \arccos \sqrt{1 - \frac{L}{R}}, \quad (2)$$

где L — длина резонатора; R — радиус кривизны сферического зеркала.

Хотя схемы с М-модами и можно рассматривать в качестве альтернативы по отношению к оптическим системам на винтовых пучках следует считаться с тем, что по мере их распространения в пространстве их трубчатая конфигурация из-за перекрытия пучков может разрушаться. Расчеты показывают, что зависимость оптимальной длины трассы z при использовании М-мод от диаметра выходной апертуры D подчиняется закономерностям $z = 2,96 D$ (z и D нормированы на величину конфокального параметра, равного $z_0 = kw_0^2$, k — волновое число, w_0 — минимальный радиус образующего пучка).

При выполнении данной работы часть вопросов, относящихся к математическому моделированию изучаемых процессов, решалась при поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-01-00723 а.

Литература

1. Wang X., Nie Zh., Liang Ya., Wang J., Tao L., Baohua J. // *Nanophotonics*. 2018. 7(9). P. 1533–1556.
2. Aksenov V.P., Pogutsa Ch.E. // *Atmospheric and Oceanic Optics*. V. 26, No. 1. 2013. P. 13–17.
3. Ramsay A., Degnan J.J. // *Applied Optics*. V. 9, No. 2. 1970. P. 385–398.
4. Короленко П.В. Оптика когерентного излучения. – М.: Издательство МГУ. – 1998.

СТРУКТУРНЫЕ И ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПОРИСТЫХ КРЕМНИЕВЫХ НАНОНИТЕЙ, ПОЛУЧЕННЫХ МЕТОДОМ МСХТ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РАЗЛИЧНЫХ КОНЦЕНТРАЦИЙ H_2O_2 .

М. н. с. *Гончар К.А.*, студент *Моисеев Д.В.*, асп. *Божьев И.В.*,
с. н. с. *Осминкина Л.А.*

Кремниевые нанонити (КНН), изготовленные методом металл-стимулированного химического травления (МСХТ), проявляют такие свойства, как фотолюминесценция в видимом [1–3] и инфракрасном [3,4] диапазонах спектра, причем эффективность последней возрастает по сравнению с кристаллической подложкой, низкий коэффициент отражения в видимом диапазоне спектра [5–7], а также имеют крайне низкий коэффициент теплопроводности ($\sim 0,1$ Вт/м·К) [8]. Недавно было показано, что пористые кремниевые нанонити можно использоваться в качестве чувствительного элемента оптического сенсора на кислород [2,9].

В настоящей работе КНН были получены методом МСХТ пластин монокристаллического кремния р-типа проводимости, удельным сопротивлением 1–5 мОм·см и кристаллографической ориентацией (100) [9]. Структурные свойства полученных образцов КНН были изучены с помощью сканирующего электронного микроскопа Carl Zeiss SUPRA 40 FE-SEM.

Установлено, что КНН обладают двумя типами пористости, и скорость роста различных пористых слоев зависит от концентрации H_2O_2 (рис. 1). Были сняты спектры отражения в среднем ИК диапазоне с помощью ИК Фурье спектрометра Bruker IFS 66v/S. Измерения спектров отражения проводились при угле падения, равном 13° , в вакууме при давлении 1 мбар. На спектрах отражения обнаружено наличие интерференции (интерференция в тонких плёнках), по которой, зная толщину слоя КНН, были рассчитаны эффективные показатели преломления и эффективная диэлектрическая проницаемость среды. Рассматривая КНН в рамках модели эффективной среды, мы

воспользоваться формулой Бруггемана и оценили пористость получившихся КНН, которая составила примерно 50–60%. Однако, эти данные являются заниженными и определяют пористость только слоя с нанонитями, без учета пористости самих нанонитей и нижнего пористого слоя.

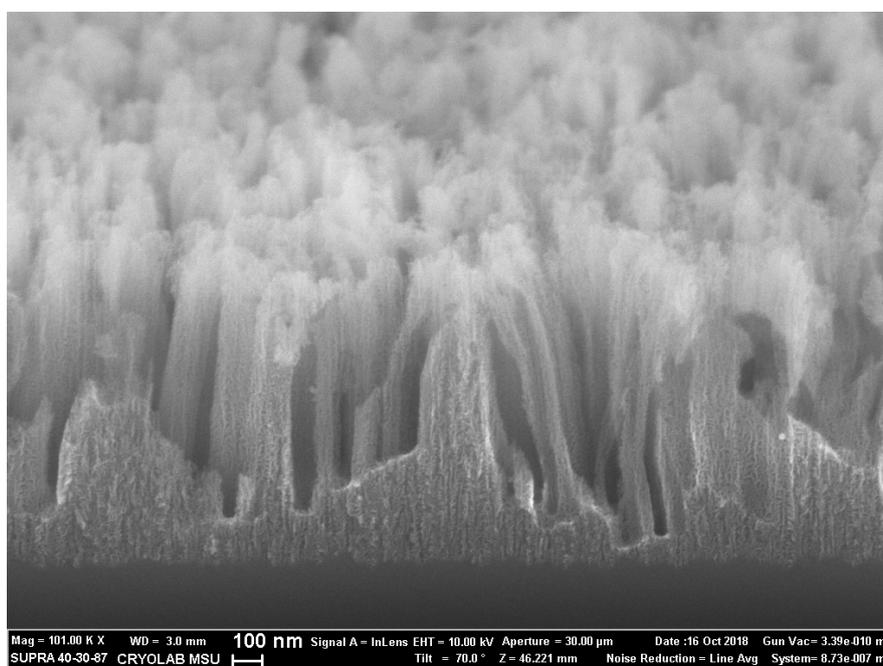
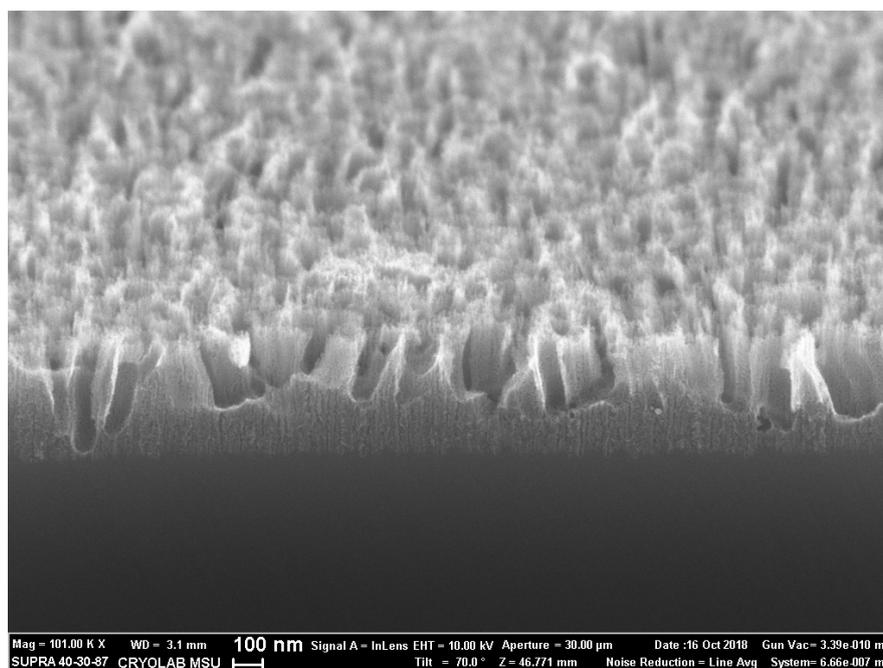


Рис. 1. Микрофотография СЭМ пористых КНН, полученных методом МСХТ при концентрации H₂O₂ 5% (слева) и 30% (справа).

В КНН наблюдается видимая ФЛ в диапазоне 600-1000 нм и объясняется излучательной рекомбинацией экситонов от мелких нанокристаллов (с размером 3-5 нм), расположенных на боковых стенках КНН (рис. 2.). Данная ФЛ возбуждалась лазером с длиной волны меньше 514 нм и регистрировалась с помощью монохроматора, оснащённого ССД камерой (ПЗС матрицей). Для отсекания лазерного излучения использовались специальные светофильтры при входе излучения в монохроматор. Квантовый выход ФЛ составил 3%.

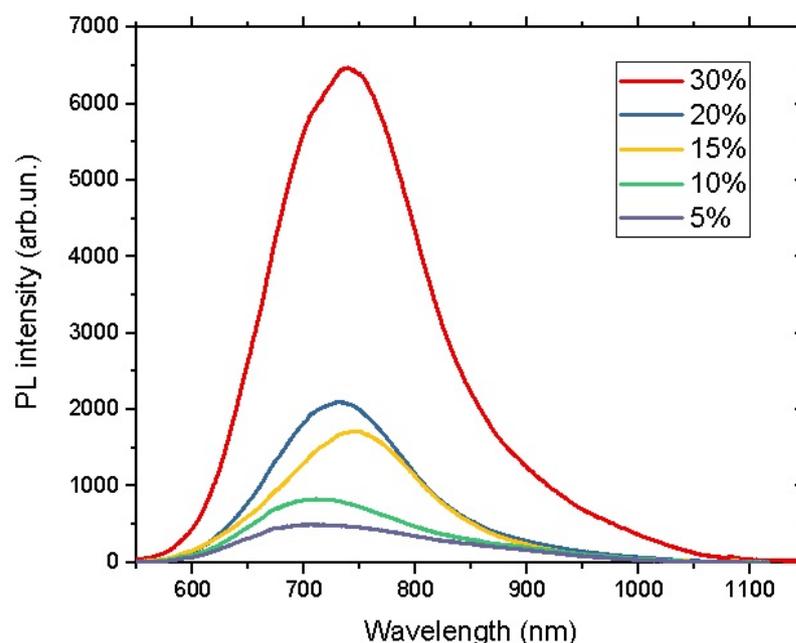


Рис. 2. Спектры фотолюминесценции образцов, полученных при различных концентрациях H₂O₂ (в).

Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда (грант № 17-12-01386).

Литература

1. V.A. Sivakov, G. Bronstrup, B. Pecz, A. Berger, G.Z. Radnoczi, M. Krause, S.H. Christiansen. *J. Phys. Chem. C*. 114, 3798 (2010).
2. В.А. Георгобиани, К.А. Гончар, Л.А. Осминкина, В.Ю. Тимошенко. *ФТП*, 49 (8), 1050 (2015).
3. V.Yu. Timoshenko, K.A. Gonchar, L.A. Golovan, A.I. Efimova, V.A. Sivakov, A. Dellith, S.H. Christiansen. *J. Nanoelectron. Optoelectron.* 6, 519 (2011).
4. К.А. Гончар, Л.А. Головань, В.Ю. Тимошенко, В.А. Сиваков, С. Кристиансен. *Известия РАН. Сер. физическая*. 74, 1782 (2010).

5. L.A. Osminkina, K.A. Gonchar, V.S. Marshov, K.V. Bunkov, D.V. Petrov, L.A. Golovan, V.A. Sivakov, V.Yu. Timoshenko. *Nanoscale Research Letters*, 7, 524 (2012).
6. K.A. Gonchar, L.A. Osminkina, R.A. Galkin, M.B. Gongalsky, V.S. Marshov, V.Yu. Timoshenko, M.N. Kulmas, V.V. Solovyev, A.A. Kudryavtsev, V.A. Sivakov. *J. Nanoelectronics and Optoelectronics*, 7 (6), 602 (2012).
7. К.А. Гончар, Л.А. Осминкина, В. Сиваков, В. Лысенко, В.Ю. Тимошенко. *ФТП*, 48 (12), 1654 (2014).
8. S.P. Rodichkina, L.A. Osminkina, M. Isaiev, A.V. Pavlikov, A.V. Zoteev, V.A. Georgobiani, K.A. Gonchar, A.N. Vasiliev, V.Yu. Timoshenko. *Appl. Phys. B.*, 121 (3), 337 (2015).
9. V.A. Georgobiani, K.A. Gonchar, E.A. Zvereva, L.A. Osminkina. *Phys. Stat. Sol. A*, 215 (1), 1700565 (2018).

Подсекция:
РАДИОФИЗИКА,
ФИЗИЧЕСКАЯ ЭЛЕКТРОНИКА
И АКУСТИКА

Сопредседатели:
профессор А. И. Коробов, доцент А. Ф. Королев,
профессор А. Ф. Александров

ОТРАЖЕНИЕ УПРУГИХ ВОЛН ОТ СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЫ
В НЕВЗАИМНОЙ КОНФИГУРАЦИИ

Доц. Поликарпова Н.В., доц. Волошинов В.Б.

Аннотация. В работе исследуются конфигурации взаимного отражения упругих волн в кристаллах, в которых дополнительная акустическая волна распространяется навстречу одной из двух отраженных волн. Показано, что отражение дополнительной волны порождает две волны, одна из которых противоположна по направлению исходной падающей волне, а вторая имеет индивидуальное направление. Рассчитаны все свойства упругих волн в описанной схеме, включая направления, поляризации, углы сноса и коэффициенты отражения. Показано, что несмотря на невзаимную геометрию отражения в анизотропной среде, имеет место условие взаимности для энергетических коэффициентов отражения.

Акустооптика исследует явление взаимодействия световых лучей с дифракционными решетками, индуцированными акустическими возмущениями. Наиболее востребованным практическим применением акустооптики является создание новых устройств, позволяющих управлять световыми потоками с помощью ультразвука в среде [1–3]. Основные закономерности акустооптического взаимодействия обусловлены структурой акустического пучка, которая в свою очередь определяется степенью анизотропии используемого материала. Поэтому актуальным направлением исследований является изучение характеристик акустических волн, распространяющихся в таких средах. Отличительной особенностью материалов, используемых в акустооптике, является сильная анизотропия упругих свойств, вследствие чего в кристаллах могут происходить необычные явления, не наблюдающиеся в изотропных средах [1–3].

Акустическая анизотропия материала проявляется в сильной зависимости фазовой скорости волн от направления распространения в кристалле, а также приводит к отклонению направления распространения упругой энергии от направления распространения акустического волнового фронта. Поэтому групповая скорость волн в анизотропных средах не совпадает с направлением фазовой скорости [1–3]. Так, в плоскости XY кристалла парателлурита (TeO_2) угол сноса между акустической групповой и фазовой скоростью достигает рекордной величины $\psi = 74^\circ$ [1–3]. Это значение угла акустического сноса является максимальным среди всех известных материалов, используемых в настоящее время в науке и технике при комнатных температурах. Оказалось, что не только распространение, но и отражение упругих волн в

анизотропных средах представляет большой интерес. Анализ отражения делает возможным существование ряда новых эффектов, которые нельзя наблюдать в изотропных материалах [1–3]. Известно, что ориентацию отраженных волн в анизотропной среде в зависимости от направления сложно предсказать, не выполнив точный расчет. Это приводит к тому, что направления отраженных волн, возникающих при возбуждении волн в обратном направлении не совпадают с волнами, генерируемыми в прямом направлении.

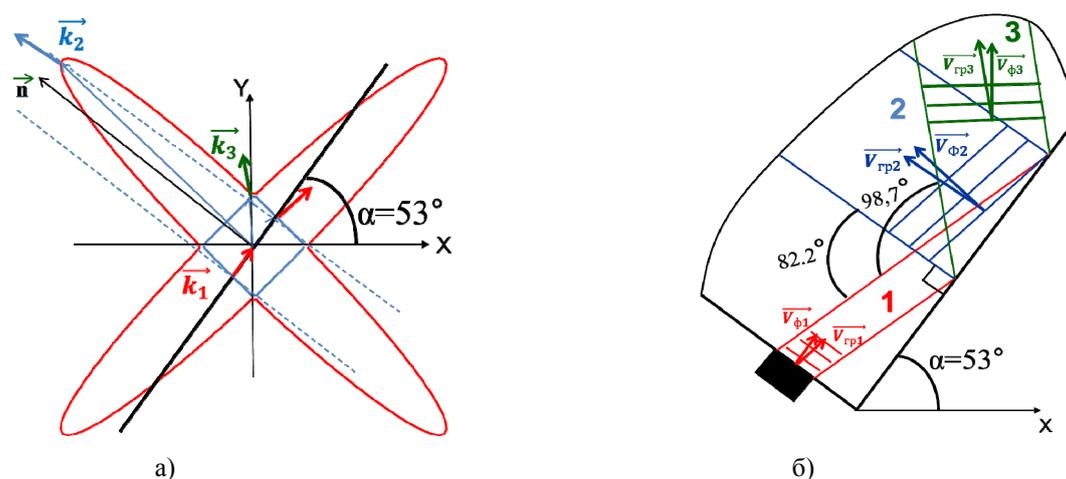


Рис. 1. Отражение упругих волн в кристалле парателлурита. а) Схема нахождения отраженных волн в плоскости XY б) Ориентация волн в кристалле.

В изотропной среде наблюдается полная симметрия поведения волн при распространении в прямом и обратном направлениях. То есть, не имеет значения в каком направлении возбуждается акустическая волна в рассматриваемом случае, поскольку амплитуды отраженных и преломленных волн, а также углы падения и преломления не изменяются. Это позволяет говорить о взаимном отражении и преломлении волн в изотропной среде.

Иначе происходит отражение волн в анизотропных средах. Для анализа был выбран кристалл парателлурита, как наиболее часто использующийся в акустооптических устройствах и обладающий рекордно высокой анизотропией упругих свойств. Рассматривается плоскость XY, поскольку она является самой анизотропной, и в ней все явления ярче выражены. На рисунке 1, а синим и красным цветом представлены поверхности обратных скоростей для быстрой и медленной волн. Также на рисунке показана граница, составляющая угол α с осью X. Волновой вектор падающей волны \vec{k}_1 направлен вдоль границы кристалла, что соответствует углу падения $\theta = 90^\circ$. Общая схема реализации описанного отражения показана на рисунке 1,б для потоков энергий. На ней представлены падающая волна 1 и две отраженные моды 2 и 3. Схема демонстрирует взаимную ориентацию

энергетических потоков волн в пространстве с учетом сноса энергии. Следующим шагом является исследование того, как будут распространяться отраженные волны, если исходная волна возбуждается навстречу одной из отраженных волн 2 или 3. Представляет интерес, насколько симметричная картина будет наблюдаться в случае анизотропной среды.

Для случая возбуждения мод навстречу отраженным волнам 2 и 3, можно также найти соответствующие отраженные волны. В силу геометрического построения одна из отраженных волн совпадает с исходной волной 1, которая возбуждалась изначально. Помимо этого, всегда присутствует еще одна отраженная волна. Оказалось, что симметрия наблюдается лишь частичная и только одна из мод отражается так, как это было в первоначальной схеме. Таким образом, рассмотрение случаев падения волн 2 и 3 показывает, что возбуждение волн в обратном направлении не позволяет наблюдать взаимное отражение, как в изотропных материалах.

Проведенный анализ направлений волн не является полным, поскольку при реализации отражений, описанных выше, распространение каждой волны сопровождается переносом энергии. Поэтому важное значение имеет не только ориентация волн в пространстве, но и каким образом перераспределяется энергия из падающей волны в отраженные моды. Анализ показал, что энергетические коэффициенты отраженных волн, возникающих при возбуждении волн в обратном направлении, совпадают с энергетическими коэффициентами волн, возбуждаемых в прямом направлении.

Рассмотренная конфигурация упругих волн в кристалле показала, что в отличие от изотропной среды, в анизотропном материале направления отраженных волн лишь частично совпадают с первоначальной картиной, что говорит о невзаимности акустического отражения в анизотропной среде. С другой стороны, симметрия наблюдается для коэффициентов отражения упругих волн. Подобное невзаимное отражение может быть использовано для создания устройства на основе двух преобразователей, возбуждающих одну моду посредством разных геометрий отражения.

Литература

1. Дьелесан, Э. Упругие волны в твердых телах. Применение для обработки сигналов / Э. Дьелесан, Д. Руайе. М.: Наука, 1982. 424 с.
2. Voloshinov, V. B. Application of Acousto-Optic Interactions in Anisotropic Media for Control of Light Radiation / V. B. Voloshinov N. V. Polikarpova // *Acustica-Acta Acustica*. 2003. V. 89. P. 930–935. Волошинов, В. Б.
3. Близкое к обратному отражение объемных акустических волн при скользящем падении в кристалле парателлурита / В. Б. Волошинов, Н. В. Поликарпова, Можаяев В.Г. // *Акустический журнал*. 2006. Т. 52. № 3. С. 1–9.

ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ КОЭФФИЦИЕНТА ЗАТУХАНИЯ И ФАЗОВОЙ СКОРОСТИ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛАХ

Механик *Соколовская Ю.Г.*, ст. преп. *Подымова Н.Б.*,
проф. *Карабутов А.А.*

Известно, что частотные зависимости коэффициента затухания и фазовой скорости акустических волн связаны соотношениями Крамерса-Кронига, которые являются следствием фундаментального принципа причинности [1–2]. Эти общие дисперсионные соотношения могут быть записаны в виде интегралов по бесконечному диапазону частот. Так как в реальном эксперименте полоса исследуемых частот всегда ограничена, то с научной точки зрения представляется интересным и целесообразным проанализировать справедливость соотношений Крамерса-Кронига для ограниченного диапазона частот (см., напр. [3]). Приближенные локальные соотношения для ограниченной частотной полосы могут быть получены из общих нелокальных соотношений при условии отсутствия резких скачков и резонансов затухания и дисперсии фазовой скорости акустических волн в исследуемой полосе частот [1,3].

Локальные соотношения Крамерса-Кронига, описывающие связь между дисперсией фазовой скорости $C(\omega)$ и коэффициентом затухания $\alpha(\omega)$ продольных акустических волн в заданном ограниченном спектральном диапазоне $[\omega_0, \omega]$, выражаются как [3]:

$$\alpha(\omega) = \frac{\pi\omega^2}{2C_0^2} \frac{dC(\omega)}{d\omega}$$

$$C(\omega) = \left(\frac{1}{C_0} - \frac{2}{\pi} \int_{\omega_0}^{\omega} \frac{\alpha(\omega')}{\omega'^2} d\omega' \right)^{-1}, \quad (1)$$

где C_0 — скорость акустических волн, соответствующая частоте ω_0 .

Затухание акустических волн в среде может быть вызвано поглощением, рассеянием или совокупным действием этих механизмов. При этом дисперсионные соотношения должны выполняться вне зависимости от особенностей конкретного физического механизма, приводящего к затуханию и дисперсии акустических волн в среде [3]. Целью настоящей работы — экспериментальная проверка выполнения соотношений Крамерса-Кронига в материале, в котором реализуется сразу

два механизма потерь энергии акустической волны — рассеяние и поглощение. В качестве такого материала были выбраны композиты на основе полимерной матрицы и углеродных волокон (углепластики). Так как углепластики достаточно сильно поглощают и рассеивают ультразвук в мегагерцовом диапазоне, то для изучения частотных зависимостей коэффициента затухания и дисперсии фазовой скорости ультразвука в таких материалах необходимо использовать короткие и мощные широкополосные зондирующие акустические импульсы. Лазерный термооптический механизм возбуждения ультразвука, (оптико-акустический эффект) позволяет получать ультразвуковые импульсы с амплитудой до сотен мегапаскалей в спектральном диапазоне от долей до десятков мегагерц [4,5]. Используется метод широкополосной акустической спектроскопии с лазерным источником ультразвука, подробно изложенный в [4].

Для анализа влияния различных механизмов потерь на соотношения между коэффициентом затухания и дисперсией фазовой скорости продольных акустических волн были рассмотрены отдельно образцы композитов и образцы полимерной матрицы без наполнителя. Частотные зависимости коэффициента затухания и фазовой скорости продольных ультразвуковых волн в исследованных образцах получены в диапазоне от 1 до 10 МГц. Для проверки выполнения соотношений Крамерса-Кронига были рассчитаны зависимости дисперсии фазовой скорости с использованием локального соотношения (1), в котором в качестве $\alpha(f)$ ($f = \omega/2\pi$) брался экспериментально измеренный коэффициент затухания. На рис. 1а представлен результат соответствующих расчетов, а также экспериментальная зависимость $C(f)$ для матрицы. Видно, что в исследуемом спектральном диапазоне 1–10 МГц в пределах погрешности измерений экспериментальные зависимости совпадают с расчетными. Таким образом, для полимерной матрицы локальные соотношения Крамерса-Кронига выполняются. В образце матрицы относительная дисперсия фазовой скорости продольных акустических волн $\Delta C = \frac{C_{\max} - C_{\min}}{C_{\max}} \times 100\% \approx 17\%$ (где C_{\max} и C_{\min} — максимальное и минимальное

значения скорости в диапазоне 1–10 МГц) обусловлена особенностями молекулярного строения полимера. Существование такой дисперсии можно объяснить наличием релаксационных процессов, происходящих в результате различных типов молекулярного движения. На рис. 1б и 1в представлены аналогичные экспериментальные и расчетные зависимости $C(f)$ для образцов углепластиков, в спектральном диапазоне 1–10 МГц эти зависимости совпадают в пределах погрешностей измерений. Поэтому для углепластиков соотношения Крамерса-Кронига также выполняются независимо от физического механизма, приводящего к затуханию

ультразвуковых волн. Образцы №1 и №2 были практически беспористыми ($P < 0.1\%$), в образцах №3 и №4 средняя пористость (объемная доля газовых пор, возникающих в процессе изготовления) составляла 0.7% и 1.4%. В беспористых образцах № 1 и № 2 как дисперсия скорости, так и абсолютное затухание ультразвука определяются поглощением в полимерной матрице и рассеянием на углеродных волокнах. Из-за наличия пористости в композитах № 3 и № 4 возникает дополнительное рассеяние на порах и относительная дисперсия фазовой скорости ультразвуковых волн будет увеличиваться. Для образца № 3 $\Delta C \approx 30\%$ при $P = 0.7\%$, а для № 4 $\Delta C \approx 45\%$ при $P = 1.4\%$, в то время как для беспористых композитов $\Delta C \approx 20\%$ в том же спектральном диапазоне. Таким образом, для наиболее пористого образца относительная дисперсия возрастает более чем в два раза по сравнению с беспористыми образцами.

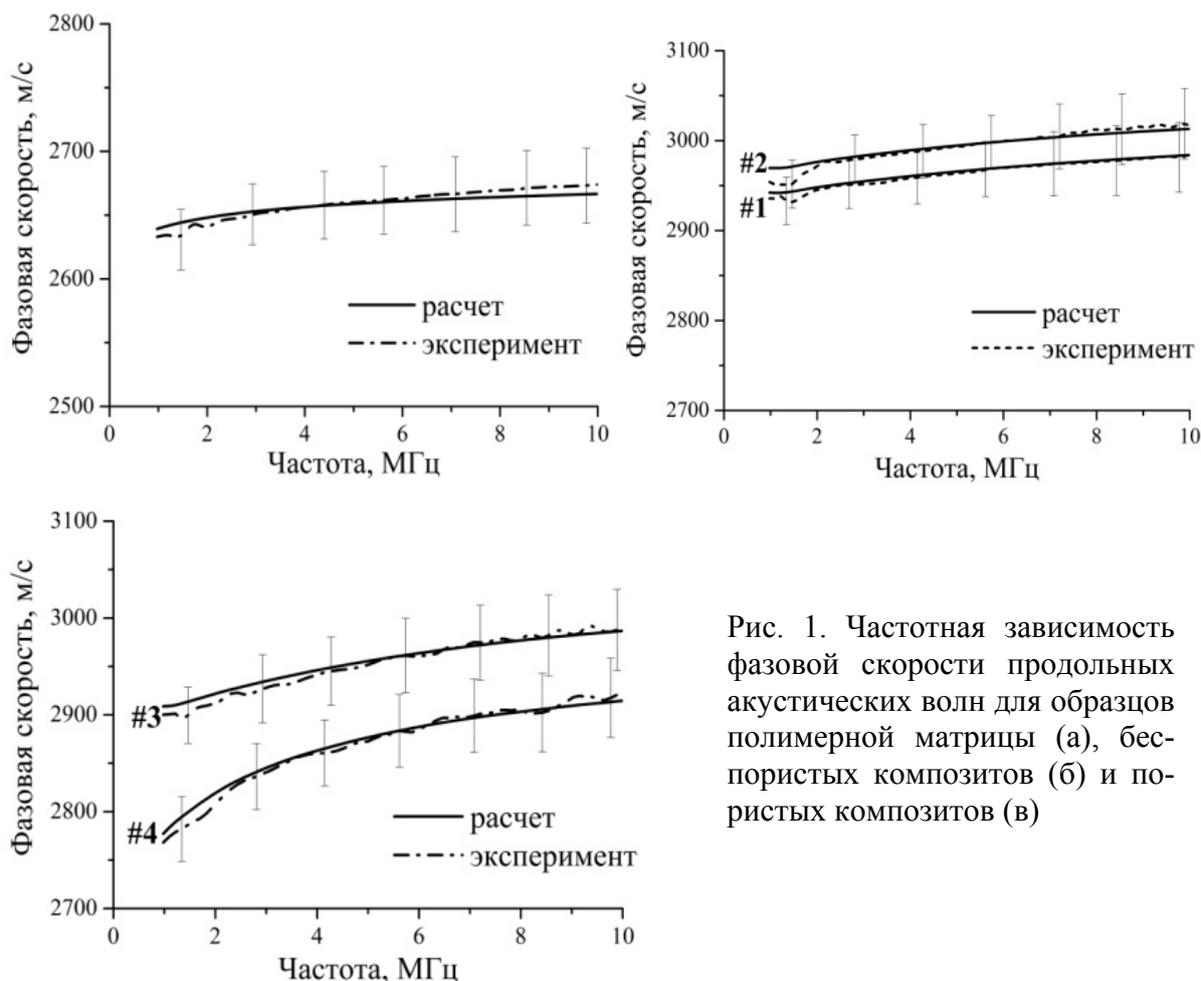


Рис. 1. Частотная зависимость фазовой скорости продольных акустических волн для образцов полимерной матрицы (а), беспористых композитов (б) и пористых композитов (в)

Литература

1. Красильников В.А., Крылов В.В. Введение в физическую акустику. М.: Наука, 1984. 403 с.
2. Гинзбург В.Л. // Акуст. журн. 1955. Т. 1. №1. С. 31-39.

3. O'Donnell M., Jaynes E.T., Miller J.G. // J. Acoust. Soc. Am. 1981. V. 69. № 3. P. 696-701.
4. Карабутов А.А., Подымова Н.Б. // Акуст. журн. 2017. Т.63. №3. С. 265-274.
5. Соколовская Ю.Г., Карабутов А.А. // Конструкции из композиционных материалов. 2018. №1. С. 56-60.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКОГО ТОКА, НЕОБХОДИМОГО ДЛЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ РАЗРЯДА ПРИ ЭЛЕКТРОВИХРЕВОМ ТЕЧЕНИИ В ЖИДКОМ МЕТАЛЛЕ

Асс. Михайлов Е.А., с.н с. (ОИВТ РАН) Тепляков И.О.,
студент Федотов И.А.

Электровихревые течения возникают в проводящей среде при взаимодействии между электрическим током переменной плотности и его собственным магнитным полем. Они имеют место в различных прикладных задачах электрометаллургии, типа электродугового переплава и электросварки.

Различные задачи об электровихревых течениях исследуются начиная с 1970-х годов. С теоретической точки зрения важно отметить работы, проводившиеся в Шеффилде [1] и в Риге [2], в рамках которых были получены решения для несколько идеализированных, но неплохо описывающих реальность случаев. В последнее время многие из этих результатов были значительно уточнены как благодаря развитию компьютерной техники и современных численных методов, так и с использованием более аккуратных асимптотических разложений [3] для решений. Эксперименты, связанные с электровихревыми течениями, проводятся в настоящее время в Институте физики Университета Латвии (Рига) [1], Институте механики сплошных сред УрО РАН (Пермь) [4], Магнитогорском государственном техническом университете имени Г.И. Носова [5], Объединенном институте высоких температур РАН (Москва) [6] и других лабораториях в разных странах мира.

В простейшем случае постановка задачи об электровихревом течении выглядит следующим образом (рис. 1). В сосуд полусферической формы погружен электрод, который также представляет из себя полусферу. Сосуд заполнен проводящей жидкостью, например, жидким металлом (в нашем эксперименте использовался сплав индий-галлий-олово). Со стороны внутреннего электрода распространяется электрический ток, с плотностью, меняющейся по мере удаления от центра вокруг и создающий азимутальное магнитное поле. Взаимодействие тока с

этим полем создает электромагнитную силу, обуславливающую вихревые течения жидкого металла.

Когда возникают электровихревые течения, поверхность проводящей жидкости около внутреннего электрода начинает «прогибаться» за счет достаточно большой силы Лоренца, действующей на жидкий металл вблизи электрода (рис. 2). В результате этого уменьшается площадь контакта между электродом и жидким металлом, что вызывает дальнейшее увеличение плотности электрического тока. При достаточно большом значении электрического тока происходит отрыв поверхности металла с последующим возникновением разряда.

Приведем оценки того, при каком значении силы тока произойдет отрыв. Считая, что на жидкость действует сила тяжести и сила Ампера, можно получить следующее соотношение для наклона поверхности жидкости около электрода:

$$\frac{dz}{dr} = \frac{1}{g} \frac{\mu_0 I^2 \cos \theta (1 - \cos \theta)}{4\pi a^3 \sin \theta},$$

где g — ускорение свободного падения, I — сила тока, a — радиус центрального электрода, μ_0 — магнитная постоянная. Если считать, что разряд возникает в условиях, когда поверхность жидкости имеет прямой угол с поверхностью электрода, то можно получить, что критическое значение тока выражается с помощью формулы:

$$I_0 = 4 \sqrt{\frac{\pi \rho g a^3}{\mu_0}}.$$

Данное выражение является достаточно приближенным и является скорее оценкой снизу. Ключевым здесь является то, что критический ток пропорционален степени $3/2$ от размера электрода:

$$I \propto a^{3/2}.$$

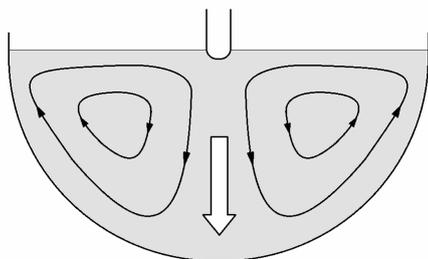


Рис. 1. Принципиальная схема исследуемого процесса

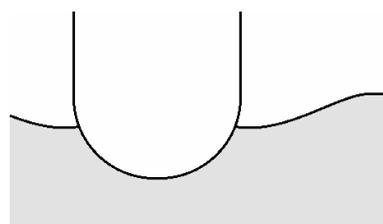


Рис. 2. Поверхность жидкого металла около электрода

С целью проверки данного соотношения нами был проведен эксперимент по определению характера зависимости критического тока от радиуса электрода. Результаты приведены на рис. 3.

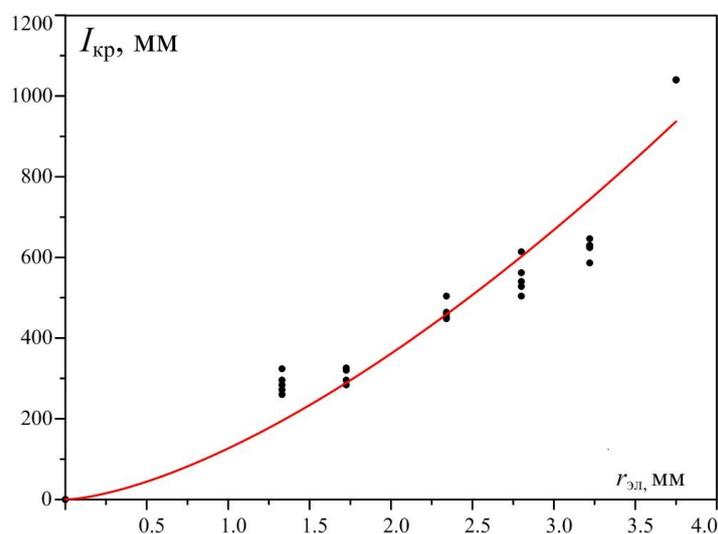


Рис. 3. Результаты эксперимента

Можно отметить, что экспериментальные данные в целом соответствуют приведенному степенному закону. Тем не менее, хотелось бы отметить, что коэффициент перед степенью размера электрода несколько отличается, что говорит о необходимости улучшения теоретической модели.

Литература

1. Sozou C., Pickering W.M. Magnetohydrodynamic flow due to the discharge of an electric current in a hemispherical container. // J. Fluid. Mech. 1976. 73, 4. P. 641.
2. Бояревич В.В., Фрейберг Я.Ж., Шилова Е.И. и др. (под ред. Щербинина Э.В.). Электровихревые течения. Рига, 1985.
3. Михайлов Е.А., Тепляков И.О. Аналитическое решение задачи об электровихревом течении в полусфере с электродами конечного размера в стоковом приближении // Вестник Московского университета. Сер. 3. Физ. Астрон. 2018. 2. С. 39.
4. Хрипченко С.Ю. Электровихревые и магнитовихревые течения в плоских каналах технологических устройств. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук. Специальность 01.02.05 – механика жидкостей, газа и плазмы. Пермь, 2007.
5. Ячиков И.М., Портнова И.М. Электромагнитные процессы в ванне ДППТ при произвольном расположении подового электрода // Электromеталлургия 2006. 11. С. 35.
6. Жилин В.Г., Ивочкин Ю.П., Тепляков И.О. К вопросу о закрутке осесимметричных электровихревых течений. // Теплофизика высоких температур 2011. 49. С. 927 – 929.

ВЛИЯНИЕ ВЫСОТЫ НАД УРОВНЕМ ПОДСТИЛАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛЯ В ЛАБИРИНТНОЙ СТРУКТУРЕ

Асп. *Сорокин Б.С.*,
зав. каф. фотоники и физики микроволн *Королёв А.Ф.*,
вед. инженер *Турчанинов А.В.*

Развитие современных систем сотовой связи сопровождается появлением новых функций и услуг, которые ранее не предоставлялись сотовыми операторами. К таким услугам относятся межмашинный интернет и использование сетей связи для передачи команд управления на коммерческие беспилотные аппараты, осуществляющие полеты в городской среде. Использование сетей сотовой связи для передачи команд телеуправления ставит вопрос об обеспечении безопасности применения коммерческих беспилотных летательных аппаратов в условиях жилой застройки. Эта безопасность может быть обеспечена только в случае, если в любой точке полетного маршрута будет обеспечена возможность приема сигнала от базовой станции с достаточным уровнем мощности.

Отсюда вытекает необходимость оценки условий распространения радиоволн в условиях городской застройки и пересеченной местности, а также разработки мер, повышающих вероятность правильного распознавания передаваемых команд управления.

В работе [1] предложен метод оценки условий распространения радиоволн в лабиринтных структурах, основанный на применении приближения физической оптики. Этот метод может быть применим к анализу условий распространения в условиях городской застройки.

В работах [2], [3] представлены результаты применения указанного выше метода к анализу влияния погодных условий на условия распространения радиоволн на радиотрассах с плавным профилем местности, а также влияние одиночных зданий на условия распространения на радиотрассах. В данной работе представлены результаты применения указанного выше метода к оценке влияния двух перпендикулярно расположенных домов, как это показано на рис. 1, на условия распространения на радиотрассе, ограниченной поверхностями этих домов.

При проведении расчетов полагалось, что дома расположены на плоской подстилающей поверхности S_1 , диэлектрическая проницаемость которой составляет $\epsilon_1 = 2$.

На этой поверхности выбрана система координат, показанная на Рис. 1. В начале координат на высоте 60 м над уровнем подстилающей поверхности расположена передающая антенна вертикальной поляризации, которая может быть аппроксимирована вертикальным

элементарным электрическим вибратором. Полагается, что амплитуда тока возбуждения в антенне составляет 1 А.

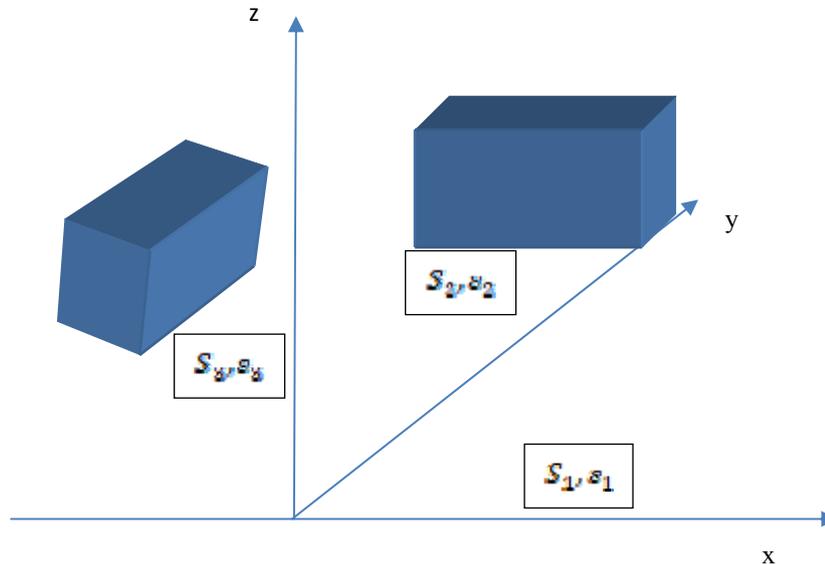


Рис. 1. Моделируемая местность.

На расстоянии 60 м от передающей антенны расположено здание с поверхностью S_2 , ориентированное перпендикулярно оси Oy . Это здание имеет высоту 15 м, протяженность 30 м и расположено симметрично относительно оси Oy . Диэлектрическая проницаемость поверхности этого здания выбрана равной $\epsilon_2 = 4$.

Перпендикулярно зданию с поверхностью S_2 расположено здание с поверхностью S_3 , ориентированное параллельно оси Oy . Оно расположено на расстоянии 30 м от этой оси. Высота здания с поверхностью S_3 также составляет 15 м, длина здания равна 30 м. Диэлектрическая проницаемость поверхности здания равна $\epsilon_3 = 4$. Расчеты распределения поля по радиотрассе сделаны для высоты приемной антенны, равной 2 м и 10 м для частоты 300 МГц.

Ниже, на рис. 2, представлены результаты расчетов напряженности поля, отраженного поверхностью здания S_3 для высот приемной антенны, равных 2 м (рис. 2а) и 10 м (рис. 2б). На рис. 3 представлены результаты расчетов условий распространения, включающих подстилающую поверхность S_1 , а также поверхности зданий S_2 и S_3 . Здесь на рис. 3а представлено распределение полей на радиотрассе на высоте 2 м от подстилающей поверхности, а на рис. 3б — для высоты радиотрассы, равной 10 м.

Анализ результатов расчетов, представленных на Рис. 2 и Рис. 3, показал следующее. Распределение амплитуды поля по радиотрассе зависит от высоты над земной поверхностью. На малых высотах уровень

поля, рассеянного поверхностью S_3 невелик, как и полное поле, представляющее собой сумму поля прямого сигнала и полей, рассеянных поверхностями S_1 , S_2 , S_3 . Однако с увеличением высоты уровень поля, рассеянного поверхностью S_3 , как и уровень полного поля, возрастает. Такое поведение полей на рассматриваемой радиотрассе обусловлено диаграммой направленности передающей антенны, которая может быть аппроксимирована выражением $\cos\theta$, где θ — угол, отсчитываемый от оси Oz.

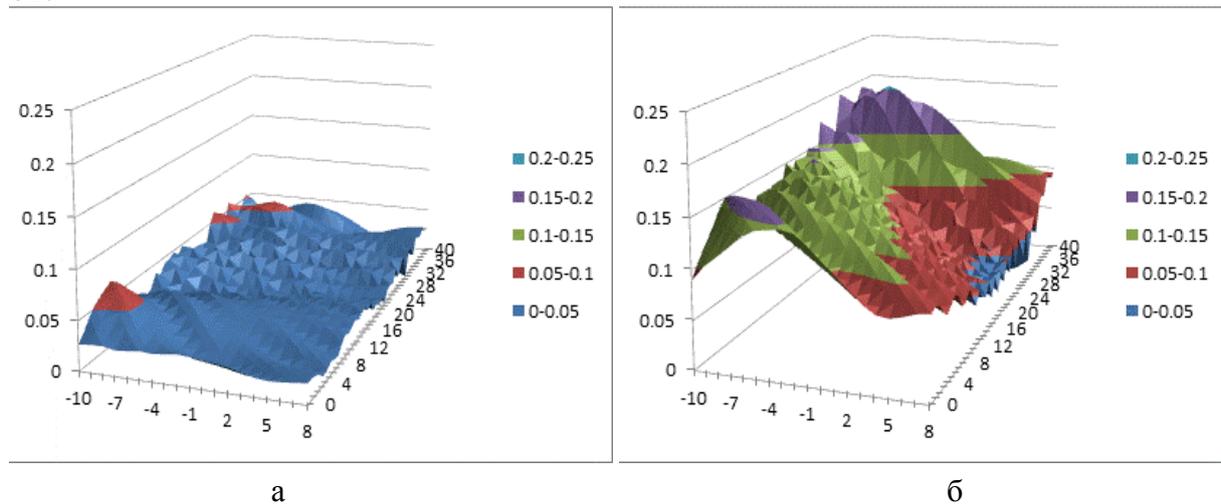


Рис. 2. Поле, рассеянное поверхностью здания S_3

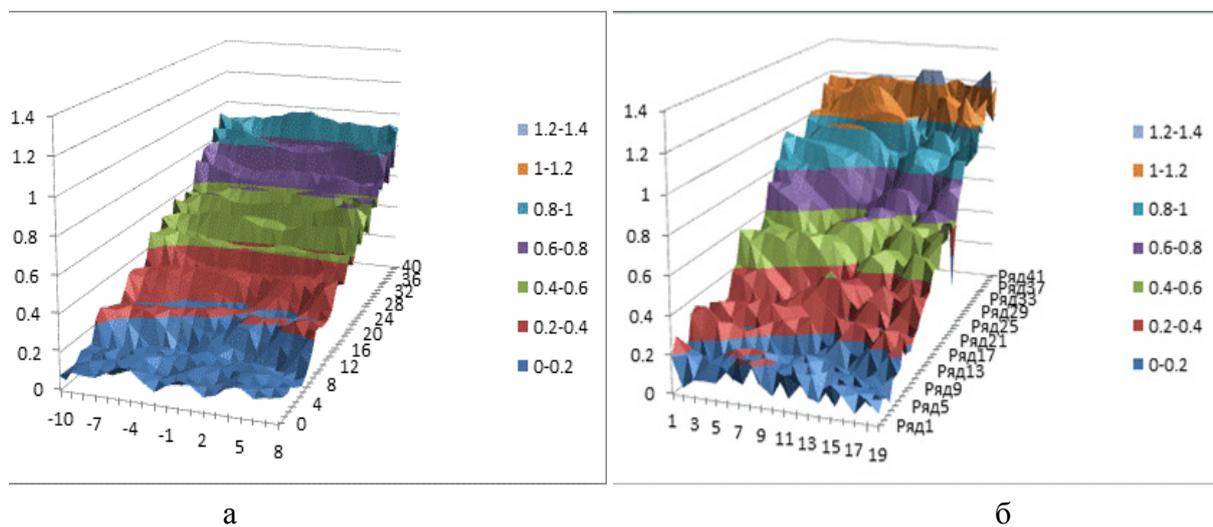


Рис. 3. Полное поле, рассеянное поверхностями S_1 , S_2 , S_3

Такой характер изменения поля на радиотрассе от высоты над подстилающей поверхностью показывает, что при перемещении коммерческих беспилотных летательных аппаратов на малых высотах необходимо применять дополнительные меры, повышающие уровень принимаемого этим аппаратом сигнала управления.

Для фиксированной высоты над подстилающей поверхностью распределение полного поля носит изрезанный характер,

характеризующийся глубокими минимумами. Это также может привести к потере беспилотным летательным аппаратом сигнала управления, что может привести к преждевременному завершению его полета. Степень изрезанности распределения поля также определяется высотой над подстилающей поверхностью. Анализ полученных результатов показывает, что глубина минимумов распределения поля увеличивается с постом высоты приемной антенны над уровнем подстилающей поверхности, что также может привести к преждевременному завершению полета.

Таким образом, полученные результаты позволяют сделать следующие выводы:

— использование линий подвижной связи для передачи команд управления беспилотными летательными аппаратами требует применения дополнительных мер, обеспечивающих гарантированный прием беспилотным летательным аппаратом сигналов управления необходимого уровня;

— в качестве подобных мер может рассматриваться применение антенн, позволяющих осуществить формирование луча с переменным положением в пространстве, осуществляющего слежение за перемещением беспилотного летательного аппарата. Использование такого подхода может обеспечить передачу необходимого уровня мощности сигнала управления в любую точку радиотрассы;

— для формирования таких лучей следует использовать активные фазированные антенные решетки, позволяющие одновременно сформировать несколько лучей, способных работать с несколькими абонентами.

Литература

1. Сорокин Б. С. Использование леммы Лоренца для расчёта многолучевого распространения радиоволн в лабиринтных системах // XV Всероссийская школа-семинар «Физика и применение микроволн», 2015. — с. 32–34.
2. Королёв А. Ф., Сорокин Б. С. Учёт отражения от поверхности зданий в лабиринтных структурах // ЛОМОНОСОВСКИЕ ЧТЕНИЯ - 2018. СЕКЦИЯ ФИЗИКИ. Сборник тезисов докладов / под ред. Н. Н. Сысоева. — Физический факультет МГУ Москва, 2018. — С. 26–29.
3. Korolev A., Sorokin B. Features of ground surface influence calculation to estimations of radio wave propagation conditions // Journal of Physics: Conference Series. — 2018. — Vol. 1141, no. 1.

Подсекция:
ФИЗИКА
КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

Сопредседатели:
чл.-корр. Д. Р. Хохлов,
профессор В. А. Кульбачинский, профессор О. В. Снигирев

ВНЕШНЯЯ И ВНУТРЕННЯЯ АРХИТЕКТУРА МАРТЕНСИТНЫХ КРИСТАЛЛОВ В СПЛАВАХ С ЭФФЕКТАМИ ПАМЯТИ ФОРМЫ

Доц. Бровкина Е.А., проф. Хунджуа А.Г., вед. электроник Птицын А.Г.,
доц. Володин Б.А.

Мартенситное превращение в процессе охлаждения в отсутствие полей внешних напряжений формирует кристаллы мартенсита с вполне определённой внешней огранкой и внутренним строением. Внутреннее строение обусловлено двойникованием кристаллов мартенсита в процессе роста. В некоторых случаях проявляется тенденция к группированию мартенситных кристаллов (МК) в самоаккомодационные комплексы (СК) - системы доменов мартенситных кристаллов, разделенных (и в тоже время связанных) плоскостями двойникования. Вышеупомянутые домены представляют собой эквивалентные варианты ориентационного соотношения (ОС) между решетками аустенита и мартенсита. Строение СК определяется числом входящих в него доменов и конфигурацией междоменных границ, т.е. задействованными плоскостями двойникования. Причиной формирования комплексов является самоаккомодация упругих напряжений, устраняющая деформацию формы в масштабах СК в целом.

Число возможных вариантов доменной структуры СК ограничено, поддается прогнозированию и классификации ввиду того, что аустенит всегда имеет кубическую решетку, которая определяет число кристаллографически эквивалентных вариантов ОС (число различных доменов) – от 3-х до 24-х. Переход от домена к домену описывается с помощью одного из 24-х операторов симметрии решетки аустенита, девять из которых являются одновременно и операторами двойникования. Такой чисто математический подход позволяет строить замкнутые комплексы из 3-х, 4-х, 6-ти, 8-ми, 12-ти или даже 24 доменов, но имеет существенный недостаток - отсутствие связи с минимизацией деформации формы путём двойникования.

Нетрудно убедиться, что не во всех случаях устойчиво наблюдаемым комплексам мартенситных кристаллов соответствует условие полной самоаккомодации – отсутствие усредненной по такому комплексу деформации превращения. За примерами далеко ходить не требуется: известно, что в сплавах Cu-Ni-Al экспериментально наблюдались комплексы моноклинного мартенсита 18R типа «четверик», состоящие из четырех доменов – вариантов ОС. Домены sdвойникованы по плоскостям, параллельным плоскостям аустенита типа $\{100\}$. Однако при этом полная самоаккомодация невозможна, т.к. после усреднения эллипсоид деформации в сферу обратиться не может.

Симметрия СК как целого связана исключительно с кубической симметрией решетки аустенита. В общем случае число

кристаллографически эквивалентных вариантов ОС равно 24-м, а переход от одного варианта ОС к другому описывается с помощью одного из 24-х операторов симметрии куба. Тожественный оператор \hat{S}_1 плюс операторы поворота вокруг осей симметрии 4-го (9 операторов), 2-го (6 операторов) и 3-го (8 операторов) порядка на 90° , 180° и 120° или кратные им углы. При этом операторы, описывающие поворот на 180° описывают переход в sdвойникованную область.

Элементарные ячейки решеток аустенита и мартенсита преобразуются друг в друга путем однородной деформации, которая в применении к сфере единичного радиуса превращает её в трёхосный эллипсоид деформации, уравнение которого в общем виде имеет вид

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}xz + 2a_{23}yz = 1 \quad (1)$$

Уравнения эллипсоидов деформации еще трех вариантов ОС, полученных в результате двойникования по трем плоскостям, параллельным плоскостям (100), (010), (001) решетки аустенита имеют вид (2-4).

$$|100\rangle \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -y \\ -z \end{pmatrix} \quad a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 - 2a_{12}xy - 2a_{13}xz + 2a_{23}yz = 1 \quad (2);$$

$$|010\rangle \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ y \\ -z \end{pmatrix} \quad a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 - 2a_{12}xy + 2a_{13}xz - 2a_{23}yz = 1 \quad (3);$$

$$|001\rangle \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y \\ -x \\ z \end{pmatrix} \quad a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy - 2a_{13}xz - 2a_{23}yz = 1 \quad (4).$$

Сложение (1-4) приводит к уравнению вида

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 = 1, \quad (5)$$

но это уравнение не сферы, а эллипсоида, обращающееся в уравнение сферы только при $a_{11} = a_{22} = a_{33}$. Последнее условие выполняется, например, при формировании ромбоэдрического R-мартенсита в никелиде титана. Однако для моноклинного мартенсита 18R в сплавах на основе меди выполняться не может, что не препятствует группированию МК в комплексы, но не с полной самоаккомодацией. Для моноклинного мартенсита полная самоаккомодация возможна лишь с привлечением

двойникования по плоскостям, параллельным плоскостям типа $\{110\}$ решетки аустенита, которое меняет местами коэффициенты a_{11} , a_{22} , a_{33} в уравнении (5):

$$\begin{aligned} |110\rangle \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} y \\ x \\ -z \end{pmatrix} & a_{11}y^2 + a_{22}x^2 + a_{33}z^2 = 1; \\ |101\rangle \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} z \\ -y \\ x \end{pmatrix} & a_{11}z^2 + a_{22}y^2 + a_{33}x^2 = 1; \text{ и т.д.} \end{aligned}$$

В результате полная самоаккомодация возможна, но реализуется она только для 12 связанных доменов.

Вопрос о внешней огранке кристаллов мартенсита сводится к поиску габитусных плоскостей, прогнозирование которых редко бывает успешным. На что-то позитивное в расчете габитусных плоскостей можно надеяться либо для кристаллов мартенсита достаточно большого размера, либо для кристаллов, входящих в состав СК.

Кристаллы мартенсита обычно имеют линзообразную форму, когда находятся внутри аустенитной матрицы, или форму плоскопараллельной пластины, пронизывающей весь кристалл аустенита с выходом на его внешнюю поверхность. Для такого объекта можно пренебречь упругой энергией и сосредоточиться на энергии когерентной межфазной границы "мартенсит - аустенит", минимизация энергии которой может быть полезной для поиска габитусной плоскости.

Подобные соображения справедливы и для граней СК, причиной формирования которого является именно минимизация упругой энергии, т.е. огранка регулируется энергией межфазной границы. Однако для СК ситуация несколько усложняется, ввиду того, что его внешняя поверхность является многогранником, симметрия которого должна "вписываться" в анизотропию упругих свойств аустенита. Во всяком случае, оси симметрии кубической решетки аустенита должны совпадать с осями симметрии многогранника, составленного из мартенситных кристаллов - самоаккомодационного комплекса.

СРАВНЕНИЕ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НЕЛИНЕЙНО-ОПТИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛОВ $ZnGeP_2$ И $CdSiP_2$ В ТЕРАГЕРЦОВОМ ДИАПАЗОНЕ ЧАСТОТ

М. н. с. *Чучупал С.В.*, ИОФ РАН; асп. *Васин А.А.*, ИОФ РАН;
студент *Кузнецов А.А.*, МГТУ имени Н.Э. Баумана

Терагерцовый (ТГц) диапазон частот (10^{11} – 10^{13} Гц) является областью дисперсии целого ряда физических явлений (например, мягких мод в сегнетоэлектриках, магнонов и электромагнонов в мультиферроиках и т.д.). Широкое применение ТГц-излучения на практике порождает потребность в компактных источниках излучения, не требующих сильных магнитных полей и высоковольтного питания. Преобразование инфракрасного лазерного излучения за счёт нелинейно-оптических свойств кристаллов является одним из перспективных методов генерации монохроматического, а также широкополосного ТГц-излучения. Вследствие этого ведётся активный поиск и описание материалов, позволяющих наиболее эффективно получать ТГц-излучение.

Нелинейно-оптические кристаллы ZnGeP_2 и CdSiP_2 из семейства халькопирита обладают высокими оптическими и физическими характеристиками, а следовательно, и значительным потенциалом для эффективной генерации ТГц-волн. В обоих материалах экспериментально реализована генерация широкополосного сигнала [1], [2], также в случае ZnGeP_2 получено монохроматическое излучения на разностной частоте [3].

Мощность генерируемого ТГц-излучения определяется как эффективностью нелинейно-оптического преобразования, так и поглощением этого излучения в самих исследуемых кристаллах. Потери в них делятся на собственные, обусловленные строением и динамикой кристаллической решётки, и несобственные, связанные с дефектами в кристалле. Наличие свободных носителей в зоне проводимости также способствует увеличению потерь генерируемого излучения. Несобственные потери могут быть минимизированы посредством постростовой обработки кристаллов. На собственное остаточное поглощение в ТГц-области, которое определяет минимальный уровень потерь, влияет вклад низкочастотного крыла ИК-активных фононных резонансов, а также процессы многофононного поглощения, которые, несмотря на малый вклад по сравнению с фононами, в областях прозрачности кристалла в значительной степени определяют поглощение ТГц-волн. Поэтому была сформулирована цель: методами широкополосной ТГц-ИК-спектроскопии исследовать функции диэлектрического отклика кристаллов ZnGeP_2 и CdSiP_2 и определить основные электродинамические параметры, определяющие эффективность данных материалов для генерации ТГц-излучения.

Экспериментальные данные получены методами ИК-Фурье-спектроскопии, субмиллиметровой ЛОВ- и TDS-спектроскопии в линейно поляризованном излучении для двух ориентаций образцов ($E \parallel c$ и $E \perp c$) в диапазоне 5 – 4000 см^{-1} . Дисперсионный анализ выполнен с помощью трёхпараметрической аддитивной модели гармонического осциллятора Лоренца и факторизованной четырёхпараметрической модели Лиддена —

Сакса — Теллера. В области высокой прозрачности исследуемых материалов электродинамические параметры с высокой точностью вычислены по формулам Френеля напрямую из субмиллиметровых спектров пропускания.

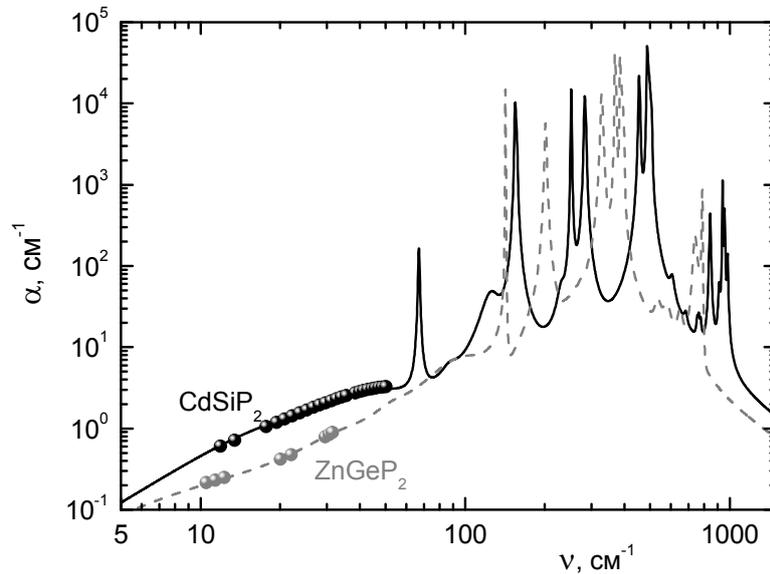


Рис. 1. Спектр коэффициента поглощения $\alpha(\nu)$ монокристаллов ZnGeP_2 и CdSiP_2 при комнатной температуре в поляризации $\mathbf{E} \perp \mathbf{c}$, где линии — модельные данные с учётом всех механизмов поглощения, точки — калибровочные данные субмиллиметровых измерений.

У обоих кристаллов параметры фононов, активных как в ИК-спектрах, так и в спектрах комбинационного рассеяния света [4], [5], совпадают с хорошей точностью. В обоих кристаллах определенная из экспериментальных спектров отражения и пропускания величина диэлектрических потерь в ТГц-диапазоне примерно на порядок больше вклада фононных резонансов. Дополнительные линии поглощения отсутствуют среди типов колебаний, разрешённых теоретико-групповым анализом, следовательно они имеют не фононную природу. Для их интерпретации было выполнено исследование эволюции диэлектрического отклика кристалла ZnGeP_2 в интервале температур 10–300 К. При охлаждении образца собственные частоты модельных осцилляторов в ТГц-области остаются практически без изменений, для ИК-активных фононов наблюдается обужение контуров, а также происходит линейное снижение уровня дополнительных потерь, характерное для многофононных разностных переходов [6], [7]. Наиболее эффективное снижение диэлектрических потерь в ZnGeP_2 наблюдается при температуре 80–100 К. По аналогии с кристаллом ZnGeP_2 предполагается, что в CdSiP_2 доминирующее влияние на формирование дополнительного к фононным

механизмам поглощения в ТГц-диапазоне также оказывают разностные двухфононные процессы.

На рис. 1 показаны спектры коэффициента поглощения $\alpha(\nu)$ при комнатной температуре для обоих исследуемых материалов. Видно, что кристалл ZnGeP_2 демонстрирует в несколько раз меньший уровень поглощения в ТГц-области частот, а также позволяет осуществлять эффективную генерацию ТГц-излучения до $\sim 100 \text{ см}^{-1}$, в то время как CdSiP_2 — до $\sim 60 \text{ см}^{-1}$ вследствие наличия пика фононного поглощения в рассматриваемом диапазоне.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 18-32-00322).

Литература

1. J.D. Rowley, J.K. Pierce, A.T. Brant et al. // Opt. Lett., 2012, V. 37, No. 5, P. 788–790.
2. V.N. Carnio, P.G. Schunemann, K.T. Zawilski et. al. // Opt. Lett., 2017, V. 42, No. 19, P. 3920–3923.
3. В.В. Аполлонов, А.И. Грибенюков, В.В. Короткова, и др. // Квант. электроника, 1996, Т. 23, №. 6, С. 483–484.
4. И.С. Горбань, В.А. Горыня, В.И. Луговой и др. // ФТТ, 1975, Т. 17, № 9, с. 2631–2634.
5. S. Shirakata // Jpn. J. Appl. Phys., 1988, V. 27, No. 11, P. 2113–2118.
6. R. Stolen, K. Dransfeld // Phys. Rev. A, 1965, V. 139, No. 4, P. 1295–1303.
7. M. Sparks, D.F. King, D.L. Mills // Phys. Rev. B, 1982, V. 26, No. 12, P. 6987–7003.

РАЗДЕЛЕНИЕ АНОМАЛЬНОЙ И ФОНОВОЙ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ СЕГНЕТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛОВ

Доц. Шнайдитейн И.В.

В феноменологической теории фазовых переходов, основанной на концепции спонтанного нарушения симметрии Л.Д. Ландау, термодинамический потенциал кристалла представляют в виде суммы зависящей и не зависящей от параметра фазового перехода частей. Отвечающую этим частям термодинамического потенциала теплоемкость называют соответственно аномальной и фоновой. Следует отметить, что в рамках самой феноменологической теории отсутствует процедура разделения теплоемкости кристалла на такие части. Поэтому на практике их разделение является одним из этапов интерпретации

экспериментальных данных о температурной зависимости теплоемкости и представляет собой отдельную задачу, без решения которой невозможно определение значений коэффициентов термодинамического потенциала кристалла.

В принципе, при известной температурной зависимости параметра фазового перехода, который для сегнетоэлектрических кристаллов ассоциируется с величиной вектора спонтанной поляризации, разделение теплоемкости на аномальную и фоновую можно произвести путем сопоставления измерений теплоемкости, произведенных при нулевом внешнем электрическом поле и постоянной поляризации. Однако такую программу редко удастся осуществить из-за сильной нелинейности сегнетоэлектрических кристаллов в области фазового перехода, которая создает дополнительную зависимость условий измерения от геометрии и способа установки кристаллического образца.

По этой причине сравнение теплоемкостей при постоянном поле и постоянной поляризации обычно основывается на результатах диэлектрических, пьезоэлектрических или электрокалорических измерений. Такое косвенное сопоставление неизбежно связано с выбором определенной формы феноменологического термодинамического потенциала кристалла, коэффициенты которого в свою очередь зависят от формы температурной зависимости аномальной части теплоемкости. Поэтому связь температурных зависимостей спонтанной поляризации и теплоемкости сегнетоэлектрического кристалла в общем случае не позволяет получить однозначное разделение последней на аномальную и фоновую части.

Альтернативой представляется расчет фоновой теплоемкости на основе данных о фононном спектре кристалла либо экспериментальной температурной зависимости теплоемкости с использованием данных об упругих и диэлектрических свойствах сегнетоэлектрического кристалла. Но результаты такого расчета зависят от выборки экспериментальных значений теплоемкости, т.е. также не являются однозначными.

В настоящем докладе обсуждается подход, основанный на согласованном расчете аномальной и фоновой теплоемкостей, позволяющий избежать неоднозначности их разделения. В качестве примеров рассматривается применение этого подхода для ряда модельных и перспективных для применений сегнетоэлектрических кристаллов.

ВЛИЯНИЕ СТРУКТУРНОГО СОСТОЯНИЯ НА ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТИТАНОВЫХ ПОКРЫТИЙ, ПОЛУЧЕННЫХ В АТМОСФЕРЕ АЦЕТИЛЕНА И АЗОТА

Доц. *Авдюхина В.М.*, в.н.с. *Хрущов М.М.*, н.с. *Левин И.С.*, Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН,
студент *Кашуркин Е.В.*

В работе представлены результаты комплексного исследования покрытий, полученных методом магнетронного распыления титана в атмосфере ацетилена и азота.

Образцы покрытий и исходные стальные заготовки (подложки) исследовались с помощью рентгеновских дифрактометров: Thermo ARL X'TRA с вертикальным гониометром и энергодисперсионным детектором Пельтье на медном $K\alpha$ -излучении (симметричная съемка) и Empyrean (Panalytical), оснащенный высокочувствительным полупроводниковым детектором PIXel-3D (асимметричная съемка). Для реализации геометрии асимметричной съемки использовали рентгенооптический модуль, состоящий из параболического зеркала и щелевого монохроматора Ge (220); угол падения первичного пучка на образец изменялся от 1 до 2 градусов в зависимости от толщины покрытия. Все дифрактограммы регистрировались в угловом диапазоне от 15 до 105 град. по 2θ , а затем обрабатывались по методике, позволяющей вычистить из дифракционной картины вклад от подложки, если глубина проникновения рентгеновских лучей была больше толщины покрытий [1]. Помимо фазового состава покрытий определяли размер областей когерентного рассеяния (ОКР) для наблюдаемых фаз [2].

Исследование микромеханических свойств были выполнены по стандартной методике Оливера-Фарра (по 9 точкам) методом наноиндентирования на нанотвердомере NHT (CSM International). Индентором служила алмазная пирамида Виккерса. Трибологические испытания покрытий были выполнены на шариковом трибометре со схемой контакта «диск – сфера». Испытания проводили на воздухе в режиме сухого трения путем непрерывной регистрации силы трения. База испытаний составляла 6000 циклов (длительность испытания – 1 час при частоте вращения образцов ~ 100 об/мин), интервал нормальных нагрузок – от 0,02 до 0,20 Н. Максимальные контактные давления лежали в интервале $\sim (250\div 500)$ МПа. Спектры комбинационного рассеяния (КР) были получены с использованием спектрометра Horiba LabRam Evolution HR (возбуждающее лазерное излучение с длиной волны 532 нм).

Изучение структуры легированных титаном покрытий методом рентгеновской дифрактометрии в симметричной геометрии не позволило сделать однозначное заключение об их фазовом составе, поскольку

интенсивность дифракционных пиков, связанная с рассеянием материалом покрытий, была невелика и заметно отличалась от рассеяния материалом подложки лишь в областях, расположенных вблизи структурных линий материала подложки. В связи с этим была проведена съемка образцов в асимметричной геометрии, что позволило получить надежные результаты об их качественном фазовом составе.

Данные об условиях получения, химическом и фазовом составех покрытий, изученных в данной работе, приведены в таблице.

Таблица. Условия получения, химический и фазовый состав покрытий

№ образца	Состав газовой смеси, об. %		Химический состав покрытия, ат. %				Качественный фазовый состав покрытия
	C ₂ H ₂	N ₂	[Ti]	[C]	[N]	[O]	
1	80	20	13,4	86,6	–	–	TiC+C + (TiO _{1,2} O) _{3,12}
2	60	40	29,5	5,2	65,3	–	TiO + Ti N
3	40	60	23,1	3,5	43,5	30,0	Ti ₃ O ₅ + TiO _{0,34} N _{0,74}
4	20	80	28,8	–	34,5	36,7	TiO+TiN+β-C ₃ N ₄

Было установлено, что изученные покрытия представляют собой различные комбинации стехиометрических и нестехиометрических фаз оксидов и нитридов титана, что позволяло предположить наличие у покрытий достаточно высоких механических и трибологических свойств. Присутствие кислорода в покрытиях можно объяснить недостаточной чистотой ацетилена и азота, использовавшихся при получении покрытий.

Дополнительные исследования, проведенные методом комбинационного рассеяния (КР) показало, что в рамановских спектрах всех покрытий присутствуют пики, которые можно отнести к неупорядоченной алмазоподобной структуре. При этом если в образце №1 интенсивность этих линий была значительной, что свидетельствует о большом количестве алмазоподобной фазы в нем, то в образцах №№2÷4 интенсивность сигнала была сильно ослаблена (рис.1). При этом соотношение интенсивности спектральных линий I_D/I_G было заметно больше единицы (меняется немонотонно от образца к образцу в интервале от 3,5 до 4,8), что свидетельствует о значительной степени графитизации фазы аморфного углерода, наблюдаемой в покрытиях.

По результатам измерений нанотвердости было установлено, что она составляет от 10 до 20 ГПа и немонотонно меняется с изменением состава использовавшейся при нанесении покрытий смеси реакционных газов: минимальной твердостью обладали покрытия, полученные в реакционных атмосферах с 20 и 80 об.% ацетилена.

Результаты трибологических исследований покрытий показали, что величина коэффициента трения в них составляет $f \sim (0,2 \div 0,3)$, и, в отличие

от исследованных ранее алмазоподобных покрытий, легированных хромом [3], слабо зависит от нагрузки на контртело. Все покрытия сохраняли работоспособность во всем диапазоне нагрузок, используемых при испытаниях. Трибологические характеристики покрытий оказались существенно выше, чем у материала стальной подложки, на которую они были нанесены, особенно при контактных давлениях выше 300 МПа.

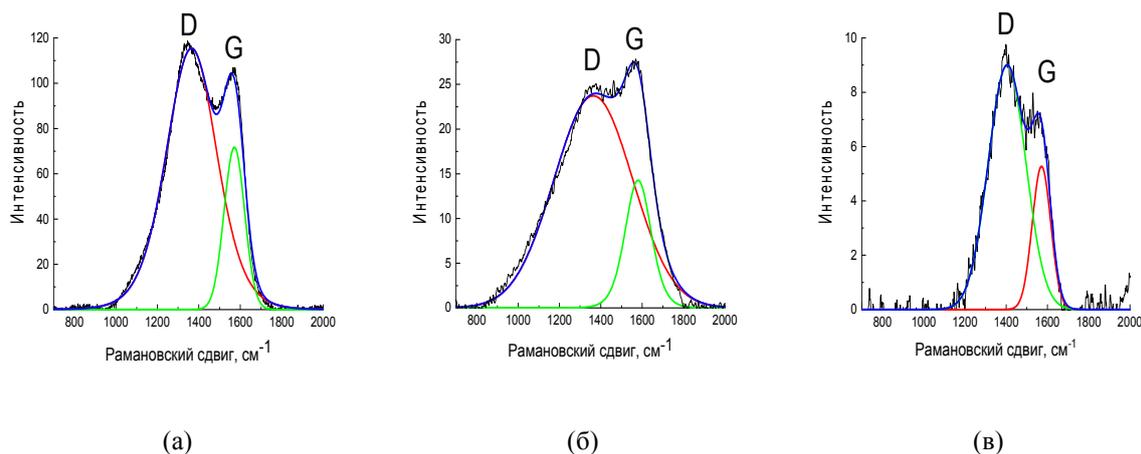


Рис. 1. Рамановские спектры для образцов покрытий: (а) – № 1 ($I_D/I_G = 4,1$); (б) – № 2 ($I_D/I_G = 4,8$); (в) – № 4 ($I_D/I_G = 3,5$).

Таким образом, изученные покрытия могут представлять интерес для их практического использования в узлах трения.

Литература

1. Хрущов М.М., Свешников С.В. // Наноинженерия, 2012, № 8, С. 37-40.
2. Уманский Я.С., Скаков Ю.А., Иванов А.Н. // Кристаллография, рентгенография и электронная микроскопия, М.: Металлургия, 1982, 631 с.
3. Левин И.С., Хрущов М.М., Марченко Е.А., Авдюхина В.М. // Вестник Московского университета. Серия 3: Физика, астрономия, 2016, № 2, С. 46-52.

ЭПР-СПЕКТРОСКОПИЯ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ НАНОМАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ ДИОКСИДА ТИТАНА

Проф. Константинова Е.А.

В последнее десятилетие наблюдается возобновление интереса к нанокристаллическим оксидам переходных металлов. Этот интерес, прежде всего, сфокусирован на диоксиде титана (TiO_2), в том числе легированном, и ряде других оксидов (например, MoO_3 , WO_3 , V_2O_5),

вследствие перспективности применения оксидных систем в качестве фотокатализаторов окислительно-восстановительных реакций [1,2] и во многих других областях науки и техники. Оксидные наногетеропереходы и композиты характеризуются способностью сохранять фотоиндуцируемый заряд длительное время вследствие пространственного разделения фотовозбужденных электронов и дырок [3]. Это приводит к пролонгированному протеканию окислительно-восстановительных реакций на их поверхности после прекращения освещения, что в свою очередь обеспечивает длительный эффект очистки и обеззараживания окружающей среды [3]. Поскольку основную часть дефектов в полупроводниковых наноматериалах на основе TiO_2 составляют парамагнитные центры (ПЦ), спектроскопия электронного парамагнитного резонанса (ЭПР) является наиболее эффективным методом их исследования [4,5]. Было выполнено много работ с использованием ЭПР для получения информации о структурных дефектах исходного фотокатализатора, но очень мало внимания уделялось динамике фотоиндуцированных реакций с участием ПЦ, особенно в случае фотокаталитических процессов. Таким образом, основной целью данной работы было изучение изначально существующих и индуцированных светом ПЦ и их роль в процессах накопления фотогенерированных носителей заряда в наногетероструктурах типа $\text{TiO}_2/\text{MoO}_3$ и $\text{TiO}_2/\text{MoO}_3/\text{V}_2\text{O}_5$.

Общая схема процесс синтеза образцов изложена в работе [3]. Согласно данным электронной микроскопии средний размер полученных наночастиц составлял: 5-6 нм для TiO_2 и 1-2 нм для MoO_3 , V_2O_5 . Измерения были выполнены на ЭПР-спектрометре фирмы Bruker ELEXSYS-500 (рабочая частота 9.5 ГГц, чувствительность прибора $5 \cdot 10^{10}$ спин/Гс). Освещение образцов осуществлялось непосредственно в резонаторе спектрометра ЭПР светом ртутной лампы BRUKER ELEXSYS ER 203 UV (50 Вт) в широком диапазоне спектра $250 < \lambda < 1000$ нм. Температура измерений составляла 300 и 77 К. Моделирование спектров ЭПР для определения значений g-факторов и констант сверхтонкого расщепления проводилось с использованием программного пакета EasySpin MATLAB [6].

Спектры ЭПР исследуемых образцов представлены на рис. 1.

Наблюдаемые ПЦ были идентифицированы путем сравнения параметров спин-гамильтониана, полученных из спектров ЭПР, с данными, опубликованными ранее [3-5]. Таким образом, сигнал ЭПР при слабом магнитном поле ($B < 350$ мТл на рис. 1) с параметрами спин-гамильтониана: $g_1 = 2.0061$, $g_2 = 2.0049$, $g_3 = 2.0038$ и $A_1 = 0.17$ мТл, $A_2 = 0.36$ мТл, $A_3 = 3.21$ мТл принадлежит парамагнитным атомам азота N^\bullet (ядерный спин $I=1$), захваченным в матрице TiO_2 . N^\bullet -радикалы образуются в

результате встраивания азота в решетку TiO_2 при синтезе в присутствии NH_4OH и последующей термической обработке TiO_2 [3-5]. Сигналы ЭПР, наблюдаемые при магнитном поле 350 мТл и выше (рис. 1) с параметрами $g_{\perp}=1.9711$, $g_{\parallel}=1.9670$, $\Delta H_{\perp}=1.46$ мТл, $\Delta H_{\parallel}=1.35$ мТл и $g_{\perp}=1.9485$, $g_{\parallel}=1.9317$, $\Delta H_{\perp}=3.15$ мТл, $\Delta H_{\parallel}=3.7$ мТл (где ΔH_{\perp} и ΔH_{\parallel} - соответствующие ширины линии) соответствуют объемным и поверхностным Ti^{3+} -центрам, соответственно [3,4]. ЭПР сигнал с параметрами $g_{\perp}=1.9148$, $g_{\parallel}=1.8169$, $A_{\perp}=3.66$, $A_{\parallel}=0.055$ и $\Delta H_{\perp}=3.75$ мТл, $\Delta H_{\parallel}=4.1$ мТл обусловлен Mo^{5+} ПЦ [3,4]. ЭПР сигнал с параметрами $g_{\perp}=1.994$, $g_{\parallel}=1.947$, $A_{\perp}=5.55$, $A_{\parallel}=15.8$, and $\Delta H_{\perp}=3.2$ мТл, $\Delta H_{\parallel}=1.75$ мТл обусловлен V^{4+} ПЦ [3,4].

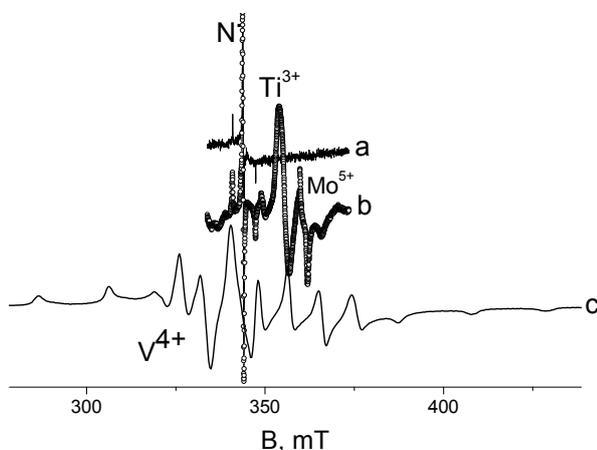


Рис.1. Спектры ЭПР образцов TiO_2 (a) $\text{TiO}_2/\text{MoO}_3$ (b) и $\text{TiO}_2/\text{MoO}_3/\text{V}_2\text{O}_5$ (c), измеренные при 80 К.

После включения освещения интенсивность сигнала ЭПР от $\text{N}\cdot$ -радикалов в структурах $\text{TiO}_2/\text{MoO}_3$ возрастает в течение примерно 20 мин, а затем насыщается, что свидетельствует о достижении стационарной концентрации радикалов. После выключения освещения наблюдается медленное уменьшение интенсивности сигнала ЭПР до исходного значения примерно в течение 26-28 часов. Отметим, что эффект освещения в одиночном TiO_2 также обратим, но в этом случае процесс был очень быстрым – в течение примерно 20 минут. Аналогичные эффекты длительной (многочасовой) релаксации сигнала ЭПР в исходное состояние после выключения освещения наблюдались и для других ПЦ - Ti^{3+} и Mo^{5+} в структурах $\text{TiO}_2/\text{MoO}_3$ и V^{4+} - ионов в $\text{TiO}_2/\text{MoO}_3/\text{V}_2\text{O}_5$.

Тот факт, что ПЦ сохраняют «возбужденное» состояние в течение очень длительного периода времени после выключения освещения, можно объяснить процессом инжекции фотогенерированных электронов из наночастиц TiO_2 в MoO_3 и V_2O_5 , в то время как дырки остаются в TiO_2 . Вследствие такого пространственного разделения рекомбинация фотогенерированных носителей заряда оказывается подавленной.

Фотоиндуцированные дырки участвуют в быстрой реакции с поверхностными гидроксидными группами и адсорбированными молекулами воды с образованием активных форм кислорода, в то время как фотоэлектроны накапливаются в виде водородно-молибденовых бронз [7], что обеспечивает пролонгированную бактерицидную активность исследованных образцов.

Таким образом, данная работа является новым оригинальным исследованием процессов разделения и накопления заряда в энергоэффективных наногетероструктурах на основе TiO_2 . Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-29-23051.

Литература

1. J. Schneider, M. Matsuoka, M. Takeuchi, J. Zhang, Y. Horiuchi, M. Anpo, D. W. Bahnemann. Understanding TiO_2 photocatalysis: Mechanisms and materials. *Chemical reviews* 114 (2014) 9919-9986.
2. E.V. Skorb, L.I. Antonouskaya, N.A. Belyasova, D.G. Shchukin, H. Möhwald, D.V. Sviridov. Antibacterial activity of thin-film photocatalysts based on metal-modified TiO_2 and $\text{TiO}_2:\text{In}_2\text{O}_3$ nanocomposite. *Appl. Catal. B: Environmental* 84 (2008) 94–99.
3. Т. В. Свиридова, Л. Ю. Садовская, А. И. Кокорин, Е. А. Константинова, В. Е. Агабеков, Д. В. Свиридов. Фотоаккумулирующие пленочные системы на основе наногетероструктур $\text{TiO}_2/\text{MoO}_3$ и $\text{TiO}_2/\text{MoO}_3:\text{V}_2\text{O}_5$. *Химическая физика*, 36 (4) (2017) 81–87.
4. А. И. Кокорин, in: *Chemical Physics of Nanostructured Semiconductors*, eds. A. I. Kokorin, D.W. Bahnemann (VSP–Brill Acad. Publ., Utrecht, Boston, 2003) pp 203–263.
5. C. Di Valentin, G. Pacchionni, A. Selloni, S. Livraghi, E. Giamello. [Characterization of paramagnetic species in N-doped \$\text{TiO}_2\$ powders by EPR spectroscopy and DFT calculations](#). *J Phys Chem B* 109 (2005) 11414–11419.
6. S. Stoll, A. Schweiger. EasySpin, a comprehensive software package for spectral simulation and analysis in EPR. *J Magn Reson.* 178 (2006) 42–55.
7. T.V. Sviridova, L.Yu. Sadovskaya, E.M. Shchukina, A.S. Logvinovich, D.G. Shchukin, D.V. Sviridov. Nanoengineered thin-film $\text{TiO}_2/\text{h-MoO}_3$ photocatalysts capable to accumulate photoinduced charge. *J Photochem Photobiol A.* 327 (2016) 44–50.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРИРОДЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ ПРИМЕСЕЙ В ИЗДЕЛИЯХ АДДИТИВНОГО ПРОИЗВОДСТВА

Доц. Павликов А.В., ст. преп. Мартышов М.Н.,
проф. Константинова Е.А.

В последние годы наблюдается рост публикаций, посвященных описанию основных принципов аддитивных технологий и изучению материалов, полученных с их помощью [1,2]. Активно исследуется влияние параметров формирования образцов на их структурные, электрофизические свойства и фазовый состав [3]. Одним из эффективных методов получения аддитивных изделий является лазерное спекание, которое позволяет получить образцы, обладающие рядом уникальных свойств и низкой стоимостью по сравнению с их аналогами, полученными с помощью обычных методов синтеза [4]. Наиболее подробно изучена их морфология, однако, информация о природе и свойствах дефектов в аддитивных объектах практически отсутствует. Целью данной работы было исследование дефектов в оксиде титана (TiO_2), полученным с помощью лазерного спекания. Для идентификации дефектов и определения их концентрации мы использовали метод ЭПР и разработанные на его основе методики экспериментальных исследований концентрации дефектных центров в изделиях аддитивных технологий.

Спекание порошка оксида титана (Degussa P25) проводилось с использованием Nd: YAG лазера в специальной камере при избыточном давлении азота с использованием мощности лазерного излучения 18 Вт. Скорость сканирования лазерного луча составляла 2.5 см/с.

Спектры ЭПР были измерены с помощью ЭПР-спектрометра Bruker ELEXSYS-500 (рабочая частота 9,5 ГГц, чувствительность $5 \cdot 10^{10}$ спин/Гц). Освещение образцов осуществлялось непосредственно в резонаторе спектрометра с помощью ртутной лампы Bruker ER 202 UV (мощность 50 Вт) в широком спектральном диапазоне (270–900 нм). Измерения проводились в широком температурном интервале от 50 до 300 К с использованием системы температурного контроля Bruker ER 4112 HV. Для расчета концентрации парамагнитных центров использовался эталон $\text{CuCl} \cdot (2\text{H}_2\text{O})$ с известным количеством спинов. Компьютерное моделирование сигнала ЭПР проводилась в программном модуле EasySpin пакета MATLAB [5].

Спектры ЭПР аддитивных образцов TiO_2 представлены на рис.1. Для идентификации природы парамагнитных центров было выполнено компьютерное моделирование экспериментальных спектров ЭПР.

Были получены следующие значения параметров спин-гамильтониана: $g_{\perp} = 1.9785$, $g_{\parallel} = 1.9682$, $\Delta H_{\perp} = 2.46$ Гс, $\Delta H_{\parallel} = 3.65$ Гс (сигнал ЭПР I) и $g_1 = 2,024$; $g_2 = 2,010$, $g_3 = 2,003$; $\Delta H_1 = 4,3$ Гс, $\Delta H_2 = 3.5$ Гс, $\Delta H_3 = 5.1$ Гс (сигнал ЭПР II). Согласно литературным источникам сигнал ЭПР I обусловлен Ti^{3+} центрами/кислородная вакансия, сигнал ЭПР II может быть приписан O_2^- радикалам [6]. Отметим, что в темновых условиях регистрируются только Ti^{3+} /кислородная вакансия центры, их концентрация составила $5 \cdot 10^{17} \text{ г}^{-1}$. При освещении интенсивность сигнала

ЭПР от Ti^{3+} центров уменьшается и появляется новый сигнал ЭПР от O_2^- радикалов. Концентрация последних составила $1.1 \cdot 10^{17} \text{ г}^{-1}$. Уменьшение концентрации Ti^{3+} /кислородная вакансия центров коррелирует с возникновением O_2^- радикалов, что можно объяснить хемосорбцией молекул кислорода преимущественно на кислородных вакансиях. Полученные данные свидетельствуют о фоточувствительности аддитивных образцов TiO_2 .

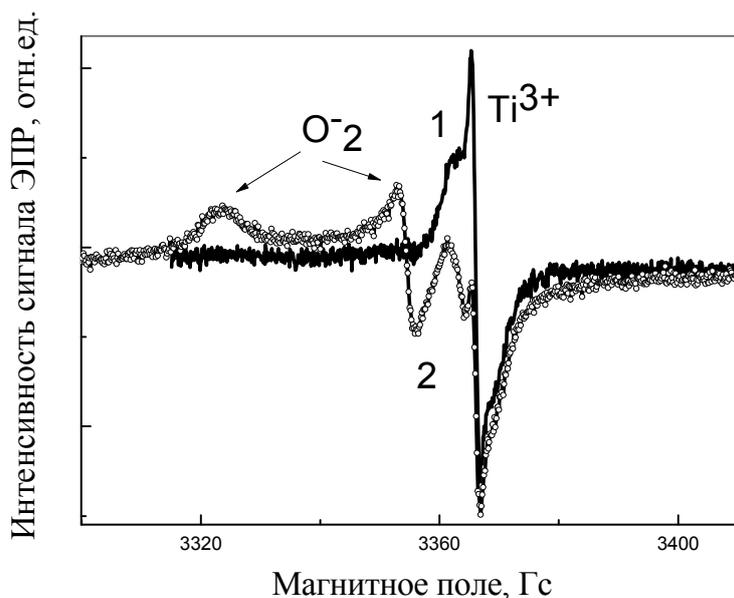


Рис.1 Спектры ЭПР аддитивных образцов TiO_2 в темноте (1) и при освещении (2). $T=300 \text{ К}$.

Таким образом, нами впервые были выполнены исследования аддитивного TiO_2 методом ЭПР, определены природа и концентрация парамагнитных центров в данных образцах. Работа была выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках выполнения соглашения №14.625.21.0041 от 26.09.17.(уникальный идентификатор RFMEFI62517X0041). Исследования были выполнены на оборудовании ЦКП Физического факультета МГУ.

Литература

1. Кузнецов П.А., Васильева О.В., Теленков А.И., Савин В.И., Бобырь В.В. Аддитивные технологии на базе металлических порошковых материалов для российской промышленности. *Новости материаловедения. Наука и техника.* №2 (2015) 4-10.
2. Шеховцов А.А., Карпова Н.П. Аддитивные технологии как способ реализации концепции бережливого производства. *Научно-методический электронный журнал концепт.* 13 (2015) 141-145.
3. ФГУП «ВИАМ» ГНЦ РФ совместно с Технологической платформой «Материалы и технологии металлургии» и Технологической платформой

«Новые полимерные композиционные материалы и технологии» III Международная конференция «Аддитивные технологии: настоящее и будущее» материалы конференции ФГУП «ВИАМ» ГНЦ РФ г. Москва, ул. Радио марта 2017 года Научное электронное издание.

4. Шишковский И.В. Синтез функциональных изделий из градиентных материалов методом селективного лазерного спекания. Перспективные материалы, 2001, №5, с.60-64.

5. S. Stoll, A. Schweiger. EasySpin, a comprehensive software package for spectral simulation and analysis in EPR. J Magn Reson. 178 (2006) 42–55.

6. A. I. Kokorin, in: Chemical Physics of Nanostructured Semiconductors, eds. A. I. Kokorin, D.W. Bahnemann (VSP–Brill Acad. Publ., Utrecht, Boston, 2003) pp 203–263.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНОЙ МОНОКЛИННОЙ СТРУКТУРЫ V_0_2

Студент Сукк Д.В. МАИ НИУ имени С. Орждоникидзе,
к.ф.-м.н. Бажанов Д.И.

Применение электрических полей для изменения проводимости оксидов с сильной корреляцией электронов является мощным инструментом для исследования их фундаментальной природы, а также для осуществления разработки новых электронных устройств [1].

Оксид ванадия (V_0_2) представляет собой архетип-коррелированный оксид переходного металла, который демонстрирует температурно-контролируемый фазовый переход «металл-диэлектрик» при температуре близкой к комнатной ($T \approx 340$ К). Недавние эксперименты показали, что в случае тонких пленок (≈ 10 нм) сильные электрические поля приводят к полному подавлению фазового перехода, сохраняя стабильность металлической фазы до температуры 5 К. Металлическая и диэлектрическая фазы, которые могут быть обратимо индуцированы приложенным внешним напряжением электрического поля, относятся к тетрагональному рутилу (R) и моноклинной структуре (MI) соответственно. Переход от MI - к R - фазе происходит одновременно с существенным увеличением (почти на 3%) постоянной c -решетки, что значительно больше, чем при температурном фазовом переходе, и противоположено ему по знаку [2]. В результате такого перехода методом рентгеновской дифракции было установлено формирование моноклинной структуры V_0_2 нового типа. Она представляет собой переходное состояние и имеет строение моноклинной структуры, которая вписана в тетрагональную прямоугольную кристаллическую решетку. В данной работе мы впервые проводим теоретическое исследование в рамках теории функционала электронной плотности электронных и проводящих свойств

переходной моноклинной структуры V_0_2 . Применение результатов данного исследования крайне важно для разработки элементов резистивной памяти (RRAM) на основе оксида ванадия.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 19-29-03051.

Литература

1. Ahn CH, et al. Electrostatic modification of novel materials, Rev Mod Phys. 2006, 78(4):1185-1128

J. Jeong, N.B. Aetukuri, D. Passarello, S.D. Conradson, M.G. Samant and S.S. Parkin. Giant reversible, facet-dependent, structural changes in a correlated-electron insulator induced by ionic liquid gating. PNAS. 2015, 112(4):1013-1018

РЕЗОНАНСНОЕ РАССЕЙАНИЕ РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В УСЛОВИЯХ ЗЕРКАЛЬНОГО ОТРАЖЕНИЯ

В.н.с. Андреева М.А., асп. Баулин Р.А.

Рентгеновские исследования на длинах волн вблизи краев поглощения атомов, активно развиваемые на синхротронах, дают уникальную (элементно- и пространственно- селективную) информацию о химических связях и магнитных моментах атомов в различных объектах. Многослойные магнитные пленки, используемые в спинтронике, сенсорике и других технологических приложениях, наиболее эффективно исследовать в геометрии зеркального отражения. Поляризация излучения играет в таких исследованиях важнейшую роль. В рентгеновской резонансной магнитной рефлектометрии (XRMR – x-ray resonant magnetic reflectivity) измеряется, как правило, асимметрия коэффициента отражения по двум ортогональным поляризациям падающего излучения. При наличии магнитного упорядочения вдоль пучка излучения используют круговые поляризации, которые генерируются или формируются на специализированных синхротронных станциях. Эффект кругового дихроизма в спектрах отражения достаточно не просто связан с профилями магнитного упорядочения по глубине пленок. Интерпретация данных магнитной рефлектометрии при наличии сложных неколлинеарных магнитных структур базируется на 4x4-матричной теории отражения, сводящейся к достаточно времязатратному алгоритму подгонки данных [1].

Учитывая малость магнитных добавок к амплитуде рентгеновского рассеяния, нам удалось развить обобщенную кинематическую теорию отражения, применимую для всех углов скольжения, включая область полного внешнего отражения [2]. Магнитные добавки к амплитуде

отражения в рамках этой теории вычисляются как интеграл от амплитуд рассеяния магнитных слоев с весовым и фазовым множителем, представляемым квадратом суммарного поля излучения на каждой глубине:

$$\Delta R^{magn} = \frac{i\lambda}{\sin \theta} \int \rho^{magn}(z) \Delta f^{magn}(z) E^2(\theta, z) dz \quad (1)$$

где Δf^{magn} магнитная добавка к амплитуде рентгеновского рассеяния резонансными атомами с объемной плотностью ρ^{magn} . С учетом анизотропии магнитного рассеяния Δf^{magn} представима матрицей в σ - и π -поляризационных ортах, и это означает, что поляризация отраженного излучения отлична от поляризации падающего излучения. В частности, если синхротронное излучение σ -поляризовано, используя анализатор, выделяющий в отраженном пучке ортогональную π -поляризацию, мы имеем возможность исследовать магнитное отражение в чистом виде:

$$I_{\sigma \rightarrow \pi}(\theta) = \left| \frac{i\lambda}{\sin \theta} \int \rho^{magn}(z) \Delta f_{\sigma \rightarrow \pi}^{magn}(z) E_{\sigma}^2(\theta, z) dz \right|^2, \quad (2)$$

в то время как отражение с неизменной поляризацией и асимметрия отражения зависят от интерференции магнитной и немагнитной составляющих амплитуд рассеяния. Тестовые расчеты по точной теории [1] и по формуле (2) (сплошные и пунктирные кривые на Рис. 1) показали идеальное согласие.

Наиболее прямым следствием влияния стоячих волн на отражение с «повернутой» поляризацией является наличие острого пика на угловых зависимостях при критическом угле полного внешнего отражения. Эту особенность удалось наблюдать экспериментально – Рис. 2,3 [3,4]. Второе немаловажное следствие такой зависимости состоит в предсказании улучшения селективности по глубине исследуемых объектов при использовании поляризационного анализа в рентгеновской магнитной рефлектометрии, обусловленное характером изменения $|E_{\sigma}^2(\theta, z)|^2$ с глубиной. И, наконец, замена 4x4 матричных вычислений скалярным алгоритмом (1) при обработке экспериментальных данных, полученных для сложных типов магнитного упорядочения, например магнитных спиралей [5], радикально ускоряет счет.

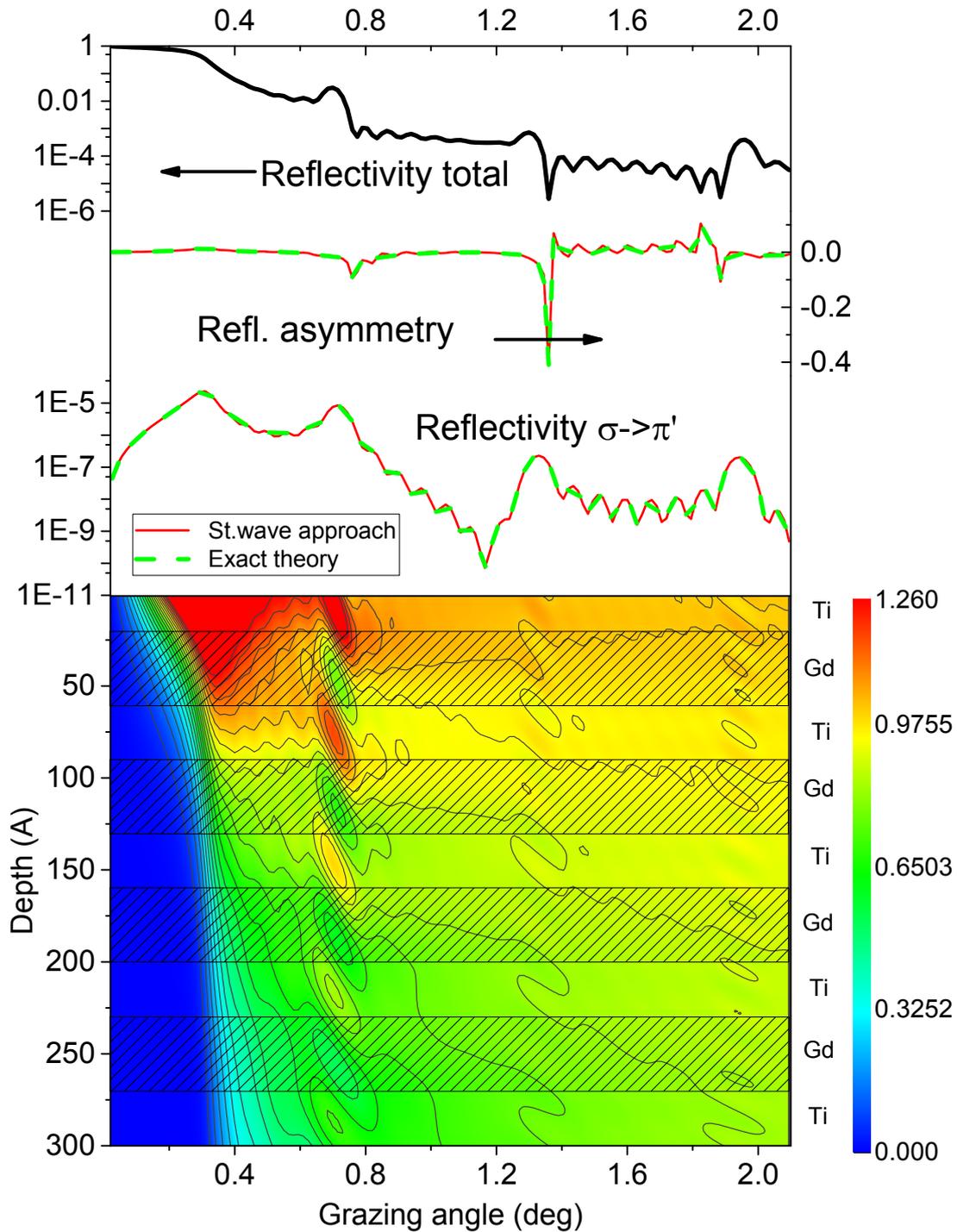


Рис. 1. Распределение интенсивности стоячих волн в квадрате $|E_\sigma^2(\theta, z)|^2$ в функции угла скольжения и глубины в многослойной структуре $[\text{Ti}(3 \text{ nm})/\text{Gd}(4 \text{ nm})]_8$ (нижняя панель), полный коэффициент отражения от этой структуры (верхняя кривая), асимметрия отражения по знаку круговой поляризации (средняя кривая) и часть коэффициента отражения с «повернутой» поляризацией (нижняя кривая), вклад в которую дают только намагниченные в плоскости рассеяния слои Gd (заштрихованы). Расчет для излучения с энергией фотонов $E_{\text{ph}}=7930 \text{ eV}$ (L_2 край поглощения Gd).

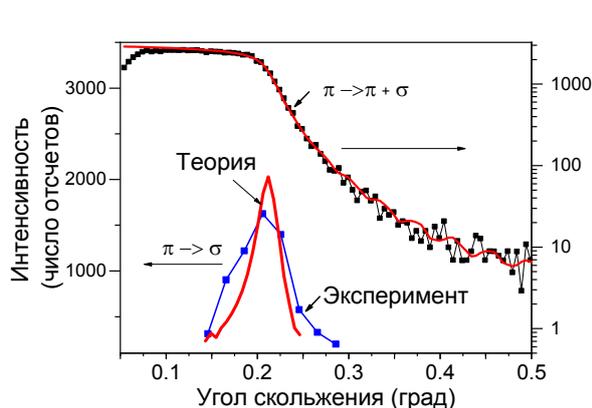


Рис 2. Угловая зависимость ядерно-резонансного отражения без селекции по поляризации ($\pi \rightarrow \pi + \sigma$) и с селекцией σ -поляризации ($\pi \rightarrow \sigma$) для образца $[^{57}\text{Fe}(0.8 \text{ нм})/\text{Cr}(1.05 \text{ нм})]_{30}$. Из [3].

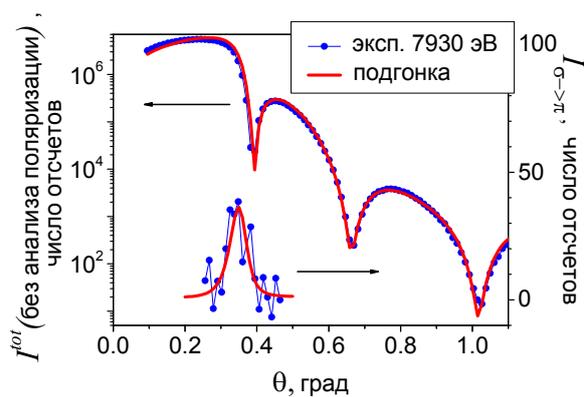


Рис. 3. Кривые отражения σ -поляризованного излучения без анализа поляризации и с селекцией “повернутой” поляризации $I_{\sigma \rightarrow \pi}(\theta)$ для образца $\text{Ti}/\text{Gd}_{0.23}\text{Co}_{0.77}(250 \text{ нм})/\text{Ti}(10 \text{ нм})$, измеренные на L_2 крае поглощения Gd [4].

Автор выражает благодарность коллегам, проводившим экспериментальные исследования, изготовление образцов и кристаллов поляризаторов и участвовавшим в обработке данных: А.И. Чумакову, Р. Рюфферу и Д. Бессасу (ESRF, Гренобль), М. М. Борисову, Ю.Л. Репченко и Э. Х. Мухамеджанову (Курчатовский синхротрон), Ю.А. Бабанову, Д.И. Девятерикову, М.А.Миляеву, Д.А. Пономареву, Л.Н. Ромашеву и В.В.Устинову (ИФМ РАН, Екатеринбург), Г. В. Курляндской и А. В. Свалову (Уральский федеральный университет), Б.С. Рошину, Д.Н. Каримову и В.Е. Асадчикову (ИК РАН).

Литература

1. М.А. Андреева, Ю.Л. Репченко, Program_pack “X_ray_magn_Refl”, 2018; <http://kfft.phys.msu.ru/index.php?id=47>.
2. М.А. Andreeva, R.A. Baulin, Yu.L. Repchenko, Standing wave approach in the theory of X-ray magnetic reflectivity, J. Synchrotron Rad. 26, 483 (2019).
3. М. А. Андреева, Р. А. Баулин, и др. Исследование магнитного дихроизма при отражении от образца $\text{Ti}(10 \text{ нм})/\text{Gd}_{0.23}\text{Co}_{0.77}(250 \text{ нм})/\text{Ti}(10 \text{ нм})$ с использованием линейно-поляризованного СИ, ЖЭТФ, 153, вып.6, 966-976 (2018).
4. М.А. Andreeva, R.A. Baulin, A.I. Chumakov, T.Yu. Kiseleva, R. Ruffer, Polarization Analysis in Mössbauer Reflectometry with Synchrotron Mössbauer Source, Condensed Matter (MDPI) 4(1), 8 (2019).
5. М. А. Andreeva, R. А. Baulin, А. I. Chumakov, R. Ruffer, G. V. Smirnov, Y. A. Babanov, D. I. Devyaterikov, M. А. Milyaev, D. А. Ponomarev,

L. N. Romashev, and V. V. Ustinov, Double-spiral magnetic structure of the Fe/Cr multilayer revealed by nuclear resonance scattering, Phys.Rev. B **97** (2), 024417 (2018).

Подсекция:

**БИОХИМИЧЕСКАЯ
И МЕДИЦИНСКАЯ ФИЗИКА**

Сопредседатели:
академик В. Я. Панченко, профессор В. А. Твердислов,
профессор Л. В. Яковенко

СНИЖЕНИЕ ПОРОГОВ КАВИТАЦИИ В СУСПЕНЗИЯХ АМФИФИЛЬНЫХ КРЕМНИЕВЫХ НАНОЧАСТИЦ ДЛЯ ЛЕЧЕНИЯ ОНКОЛОГИЧЕСКИХ ЗАБОЛЕВАНИЙ

Н.с. Гонгальский М.Б., м. н. с. Свиридов А.П., студент Егошина В.,
студент Гвинджилия Г.З., в.н.с Кудрявцев А.А., доц. Андреев В.Г.,
с. н. с. Осминкина Л.А.

Кремниевые наночастицы (КНЧ) являются перспективными биосовместимыми и биodeградируемыми контейнерами для доставки лекарств [1], а также их можно использовать для усиления ультразвуковой (УЗ) терапии онкологических заболеваний [2]. И наружную поверхность, и внутренние поры можно использовать для загрузки лекарства, хотя внутренние поры обеспечивают большую емкость полезной загрузки. Размер пор должен быть достаточно большим для проникновения молекул препарата в них, и поэтому мезопористый кремний является предпочтительным материалом для этих применений, т. к. размер пор в нем составляет более 5 нм.

Поскольку эффект сенсбилизации УЗ-излучения КНЧ связан с возникновением зародышей кавитации на их поверхности, целью данной работы являлось измерение порогов кавитации в водных суспензиях КНЧ и измерение нагрева суспензии при УЗ облучении для того чтобы разделить механические и термические факторы влияния кавитации.

Регистрация порогов кавитации осуществлялась с помощью измерения амплитуды субгармоники в спектре волны, прошедшей через суспензию КНЧ. При схлопывании кавитационные пузырьки излучают импульсы с широким спектром частот, наиболее характерными из которых являются импульсы субгармоники $f/2$, причем ее связь с биологическими эффектами достоверно экспериментально установлена [3].

В работе использовался генератор Tektronix AFG 3021B, пьезоэлектрический излучатель, гидрофон Precision Acoustics и цифровой осциллограф Tektronix TDS 3032B. На излучатель подается сигнал, который, преобразуясь в ультразвуковую волну частотой 2091 кГц, проходит через суспензию КНЧ. Прошедшая волна фиксировалась приемником с резонансной частотой равной частоте субгармоники $f/2$ (1045кГц). Сигнал с приемника подавался на осциллограф. В кювете с суспензией также располагалась термopара диаметром 0.2 мм, фиксирующая изменение температуры.

В работе исследовались пороги кавитации немодифицированных и амфифильных КНЧ. Оба типа образцов получены с помощью механического измельчения слоев мезопористого кремния в планетарной мельнице. Однако, перед получением амфифильных образцов слои пористого кремния были модифицированы гидрофобным соединением

октадецилсиланом, что придало гидрофобность порам. После измельчения образовались КНЧ с гидрофобной внутренней поверхностью, но гидрофильной внешней поверхностью, т. к. новообразовавшиеся разломы кристалла быстро окислялись в жидкой среде и приобретали гидрофильные свойства. Такие КНЧ образовывали устойчивые водные суспензии, что важно для биомедицинских применений препарата.

Проведенные эксперименты показали значительное снижение (в 2-3 раза) порогов кавитации с суспензиях амфифильных КНЧ по сравнению с немодифицированными КНЧ и деионизованной водой. Возникновение субгармоники сопровождалось появлением температурных «всплесков», что также может быть объяснено кавитацией, которая, как известно, приводит к большим локальным нагревам жидкости.

В экспериментах *in vitro* показано, что при определенном подборе интенсивности УЗ удается селективно уничтожить культуры клеток, содержащие амфифильные КНЧ, в то время как клетки без наночастиц полностью сохраняют свою жизнеспособность при данной интенсивности. Пороги интенсивностей УЗ для культур с амфифильными КНЧ и без них отличаются на 60%, что открывает перспективы подавления роста опухоли в экспериментах *in vivo* при наличии необходимого оборудования и дальнейшей трансляции методики в клиническую практику.

Работа поддержана грантом РФФ (N 17-72-10200).

Литература

1. E. Tolstik, L.A. Osminkina, C. Matthäus, M. Burkhardt, K.E. Tsurikov, U.A. Natashina, V.Y. Timoshenko, R. Heintzmann, J. Popp, V. Sivakov, *Nanomedicine: Nanotechnology, Biology and Medicine*, 2016, 12, 1931-1940.

2. L.A. Osminkina, A.L. Nikolaev, A.P. Sviridov, N.V. Andronova, K.P. Tamarov, M.B. Gongalsky, A.A. Kudryavtsev, H.M. Treshalina, V.Yu. Timoshenko, *Mesopor. & Macropor. Mater.* 2015, 210, 169 – 175.

3. Дж. Бэмбер, К. Хилл *Ультразвук в медицине. Физические основы применения* М, Физматлит. 2008

ОПТИЧЕСКАЯ ДИАГНОСТИКА БИОДЕГРАДАЦИИ НАНОЧАСТИЦ ПОРИСТОГО КРЕМНИЯ В ЖИВЫХ КЛЕТКАХ И МОДЕЛЬНЫХ ЖИДКОСТЯХ

*Асп. Наташина У.А., н. с. Гонгальский М.Б.,
в.н.с. Кудрявцев А.А. (ИТЭБ РАН), с.н.с. Осминкина Л.А.*

В настоящей работе были изучены процессы биодegradации наночастиц мезопористого кремния (НЧ ПК) в модельных жидкостях и живых клетках с помощью ряда оптических методов: микроспектроскопия

комбинационного рассеяния света (КРС), фотолюминесцентная (ФЛ) спектроскопия, а также конфокальная люминесцентная микроскопия.

Водные суспензии наночастиц были изготовлены механическим измельчением в шаровой мельнице пленок ПК, которые в свою очередь получались методом электрохимического травления пластин монокристаллического кремния. Размер НЧ ПК составлял 100 нм, диаметр пор 15 ± 5 нм и удельная площадь поверхности $230 \text{ м}^2/\text{г}$.

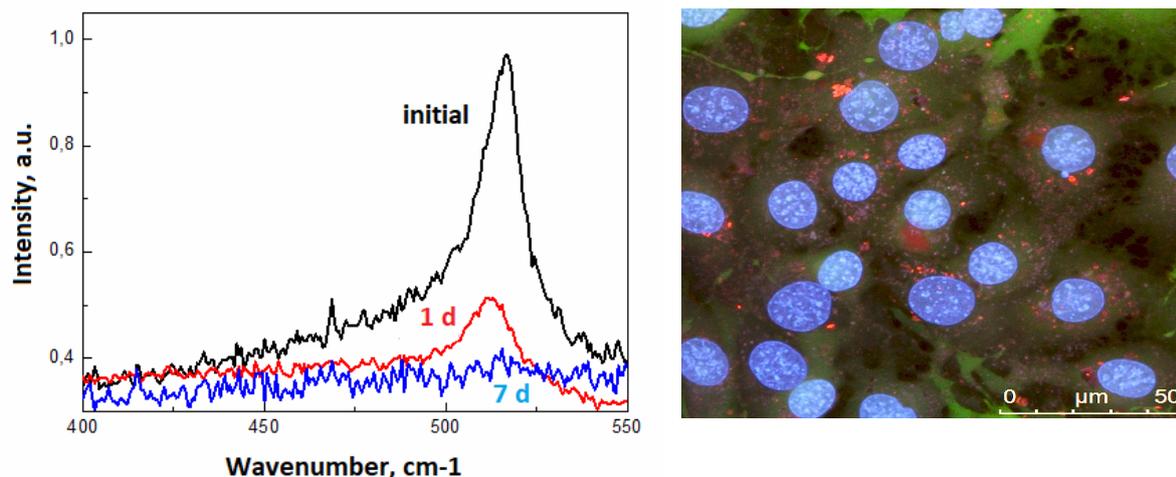


Рис. 1. Слева: Спектры КРС НЧ ПК: начальный спектр (черный), после инкубации в фосфатном буфере в течение 1 дня (красный) и 7 дней (синий). Справа: Конфокальная микроскопия НЧ ПК (видны как красные точки) в живых клетках 3Т3 NIH (синий — ядра клеток, зеленый — цитоплазма).

Было показано, что НЧ ПК сохраняют структурные и оптические свойства в течение по меньшей мере 6 месяцев при хранении в воде в высоких концентрациях. Однако, при инкубации с клетками или при введении в модельные биологические растворы, наночастицы начинали растворяться (биodeградировать). Процессы растворения НЧ ПК изучались по изменению их спектров КРС (см. рис. 1): наблюдался низкочастотный сдвиг максимума сигнала, его уширение и уменьшение интенсивности. Все это свидетельствовало об уменьшении размеров кремниевых нанокристаллов и их аморфизации при растворении [1]. Одновременно было показано, что в процессе растворения НЧ ПК фотолюминесценция образцов сначала разгоралась, а затем происходило ее резкое тушение, что также связывалось с уменьшением размеров нанокристаллов кремния (первичное разгорание ФЛ связано с появлением большого количества нанокристаллов кремния с размерами, необходимыми для соблюдения условий квантового размерного эффекта).

При длительной инкубации образцов с живыми клетками (3Т3 NIH) было показано также тушение их фотолюминесценции и исчезновение сигналов КРС, что, как было продемонстрировано выше в модельных

экспериментах, связано с уменьшением размеров нанокристаллов кремния, в которых возникают эффекты фононного и квантового ограничения.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда (РНФ) № 17-12-01386. Автор также выражает благодарность фонду развития теоретической физики и математики «БАЗИС».

Литература

1. Tolstik, E., Osminkina L.A. et al. "Studies of silicon nanoparticles uptake and biodegradation in cancer cells by Raman spectroscopy." *Nanomedicine: Nanotechnology, Biology and Medicine* 12.7 (2016): 1931–1940.

МИКРОКОПИЧЕСКИЕ МЕХАНИЗМЫ, ЛЕЖАЩИЕ В ОСНОВЕ ПРОЦЕССА ОБРАЗОВАНИЯ БЕЛКАМИ ФИБРИЛЛЯРНЫХ НАНОСТРУКТУР

Асп. *Ровнягина Н.Р.*, м.н.с., (МЛЦ МГУ) *Тихонова Т.Н.*,
н.с., (НИУ ВШЭ) *Будьлин Г.С.*, с.н.с. *Ширшин Е.А.*

Термин амилоидоз обозначает группу заболеваний, вызванных неправильно свернутыми белками, которые накапливаются в определенных тканях и органах и приводят к нарушению их нормальных функций. Амилоидоз сопутствует диабету второго типа, атеросклерозу, болезням Альцгеймера, Паркинсона и др. Неправильно свернутые белки могут терять свои нативные свойства и образовывать нерастворимые агрегаты, которые называются амилоидными фибриллами и характеризуются структурой, богатой бета-листами. Они могут достигать 10–20 нм в диаметре и нескольких микрометров в длину. Тема образования амилоидных фибрилл является одной из наиболее актуальных тем в биохимии, молекулярной биологии и медицине.

Одним из наиболее распространённых маркеров для детектирования амилоидных фибрилл и исследования кинетики их образования является тиофлавин Т (ThT). Данный краситель специфически встраивается в фибриллярные агрегаты, при этом квантовый выход его флуоресценции возрастает на 3 порядка по сравнению с водным раствором, среднее время жизни флуоресценции возрастает от 200 пс до 2 нс [1].

Фотофизические аспекты формирования оптических свойств тиофлавина Т при связывании его в фибриллярные агрегаты активно изучаются. Одна из общепринятых гипотез утверждает, что тиофлавин Т встраивается в фибриллы по принципу молекулярного ротора так, что усиление квантового выхода флуоресценции, сопровождающее данный процесс, вызвано жесткой фиксацией молекулярных фрагментов зонда [2].

В водном растворе после фотовозбуждения происходит сверхбыстрая релаксация, связанная с внутримолекулярным переносом заряда (ВЗП) с последующей торсионной релаксацией. Ограничение этого вращения в жесткой микросреде предотвращает поворот колец и, следовательно, снижает эффективность нерадиационного распада, связанного с ВЗП, что приводит к одновременному увеличению интенсивности флуоресценции и времени жизни. Данная гипотеза была также проверена в работах по исследованию изменения фотофизических параметров тиофлавина Т в средах с различной вязкостью [3–5].

Однако, теория «молекулярного ротора» не объясняет несовпадение кинетики изменения среднего времени жизни тиофлавина Т при встраивании в фибриллы и изменения интенсивности флуоресценции зонда при фибрилообразовании. В работе [6] с помощью метода ап-конверсии было показано наличие двух различных мод встраивания красителя. Фотофизические характеристики тиофлавина Т в данных сайтах различаются значительно: среднее время жизни флуоресценции зонда, встроенного в сайт со слабым связыванием, составляет 2 нс, а для сайта с высокой афинностью - 2 пс. Более того, существует ряд работ, в которых продемонстрирована способность нативных белков связывать тиофлавин Т, сопровождающаяся ростом среднего времени жизни до значения около 1 нс, сравнимого с данным параметром для системы фибриллы-ThT, и всего лишь десятикратным усилением флуоресценции красителя [7, 8]. Таким образом, возникает необходимость более детально исследовать процесс связывания тиофлавина Т в различные системы, определить параметры мод встраивания и изменение фотофизических характеристик ThT в результате данного процесса.

Данная работа посвящена изучению оптических свойства ThT в ряде систем с различной структурой: (1) фибриллярные агрегаты; (2) префибриллярные агрегаты, являющиеся наиболее токсичными для организма человека, (3) различные глобулярные белки и их неспецифические агрегаты. С использованием стационарной и время-разрешенной флуоресцентной спектроскопии для всех исследуемых структур были определены константы образования комплекса с зондом, среднее время жизни флуоресценции и усиление флуоресценции тиофлавина Т. С использованием метода ап-конверсии были исследованы фотофизические характеристики при связывании зонда в белки и белковые агрегаты. Данные результаты позволят продвинуться в понимании механизма связывания красителя с различными объектами и предоставят новые возможности мониторинга процессов агрегации с использованием ThT.

Работа была выполнена при поддержке грантов РФФИ 17-52-04103 Бел_мол_а и РФФИ 16-32-60168 мол_а_дк.

Литература

1. Mohanty, J., Choudhury, S.D., Pal, H., & Bhasikuttan, A.C. (2012). Early detection of insulin fibrillation: a fluorescence lifetime assay to probe the pre-fibrillar regime. *Chemical Communications*, 48(18), 2403–2405.
2. Freire, S., de Araujo, M.H., Al-Soufi, W., & Novo, M. (2014). Photophysical study of Thioflavin T as fluorescence marker of amyloid fibrils. *Dyes and Pigments*, 110, 97–105.
3. Amdursky, N., Erez, Y., & Huppert, D. (2012). Molecular rotors: what lies behind the high sensitivity of the thioflavin-T fluorescent marker. *Accounts of chemical research*, 45(9), 1548–1557.
4. Stsiapura, V.I., Maskevich, A.A., Kuzmitsky, V.A., Uversky V.N., Kuznetsova, I.M., & Turoverov, K.K. (2008). Thioflavin T as a molecular rotor: fluorescent properties of thioflavin T in solvents with different viscosity. *The Journal of Physical Chemistry B*, 112(49), 15893–15902.
5. Voropai E.S., Samtsov M.P., Kaplevskii K.N., Maskevich A.A., Ste-puro V.I., Povarova, O.I., ... & Uverskii, V.N. (2003). Spectral properties of thioflavin T and its complexes with amyloid fibrils. *Journal of Applied Spectroscopy*, 70(6), 868–874.
6. Singh P.K., Mora A.K., & Nath S. (2015). Ultrafast fluorescence spectroscopy reveals a dominant weakly-emissive population of fibril bound thioflavin-T. *Chemical Communications*, 51(74), 14042–14045.
7. Rovnyagina N.R., Sluchanko N.N., Tikhonova T.N., Fadeev V.V., Litskevich A.Y., Maskevich A.A., & Shirshin E.A. (2018). Binding of thioflavin T by albumins: An underestimated role of protein oligomeric heterogeneity. *International j. of biological macromolecules*, 108, 284–290.
8. Sen, P., Fatima, S., Ahmad, B., & Khan, R.H. (2009). Interactions of thioflavin T with serum albumins: spectroscopic analyses. *Spectrochimica Acta Part A: Molecular and Biomolecular Spectroscopy*, 74(1), 94–99.

ВОЗМОЖНОСТИ ФЛУОРЕСЦЕНТНОЙ СПЕКТРОСКОПИИ В ДИАГНОСТИКЕ ПРОЦЕССОВ С УЧАСТИЕМ ЛЕЙКОЦИТОВ.

Асп. Якимов Б.П., асп. Гоголева М.А., асп. Семенов А.Н.,
н.с. (ЦИТО имени Н.Н. Приорова) Родионов С.А., с.н.с. Ширшин Е.А.

Лейкоциты несут важнейшую функциональную нагрузку по иммунной защите организма, А определение их концентрации в крови и соотношения между различными субпопуляциями лейкоцитов (нейтрофилами, эозинофилами, моноцитами и т.д.) является одним из стандартных клинических тестов, используемых для выявления патологических процессов. Подсчёт числа лейкоцитов обычно производится с помощью метода проточной цитометрии или стандартной микроскопии светлого поля с использованием красителей, которые эффективно связываются известными клеточными

структурами, позволяя селективно детектировать единичные клетки и их тип, например, с использованием сигнала флуоресценции. Недавние исследования показывают, что подсчёт числа лейкоцитов может быть осуществлен *in vivo* в микрососудах кровеносной системы [1] с помощью видеомикроскопии, однако, классификация типа лейкоцита с помощью данного метода не представляется возможной. Известно, что лейкоциты обладают сравнительно высоким уровнем сигнала автофлуоресценции в сравнении с эритроцитами [2], при этом практически не рассматривается вопрос применимости эндогенного флуоресцентного контраста в целях клинической диагностики. В то же время флуоресцентные свойства эндогенных флуорофоров широко используются для биомедицинской диагностики, например, для определения метаболического статуса клетки [3]. В данной работе исследуются возможности стационарной однофотонной флуоресцентной микроскопии и микроскопии с визуализацией времени жизни флуоресценции в детектировании лейкоцитов *in vivo*, определении метаболического статуса различных их субпопуляций, а также возможности детектирования процесса эритрофагоцитоза по эндогенному сигналу флуоресценции. Результаты данного исследования могут быть применены как в *in vitro* клинических тестах, так и в *in vivo* визуализации процессов с участием лейкоцитов.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ 17-75-10215.

Литература

1. Bourquard, Aurélien, et al. "Non-invasive detection of severe neutropenia in chemotherapy patients by optical imaging of nailfold microcirculation." *Scientific reports* 8.1 (2018): 5301.
2. Monici, Monica, et al. "Natural fluorescence of white blood cells: spectroscopic and imaging study." *Journal of Photochemistry and Photobiology B: Biology* 30.1 (1995): 29–37.
3. Becker, Wolfgang, et al. "Metabolic imaging by simultaneous FLIM of NAD (P) H and FAD." *Multiphoton Microscopy in the Biomedical Sciences XIX*. Vol. 10882. International Society for Optics and Photonics, 2019.

МЕХАНИЗМЫ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ В СЕТИ ВНУТРИКЛЕТОЧНОЙ СИГНАЛИЗАЦИИ ТРОМБОЦИТА

С.н.с. Свешникова А.Н.

Тромбоциты — безъядерные клетки крови, живущие не более недели, однако обладающие сложной системой внутриклеточной сигнализации (рис. 1). Они играют центральную роль в остановке кровотечения, и одновременно участвуют в патологической закупорке сосуда — тромбозе. Тромботические нарушения и кровоизлияния

отвечают за львиную долю смертности в современном мире, и в значительной степени это обусловлено тем, что механизмы регуляции тромбоцитов остаются неясными. Для реализации своей основной функции — остановки кровотечения — тромбоцит должен обладать способностью реагировать на стимулы за доли секунды, но при этом дифференцировать степень реакции в зависимости от степени повреждения. Таким образом, тромбоцит является постоянно находящейся «на грани» нестационарной системой.

Для участия в процессе роста тромба, тромбоцит должен войти в новое состояние, которое принято называть «активацией». Активация заключается в быстрой перестройке цитоскелета и, в некоторых случаях, изменения распределения липидов в плазматической мембране. Этот процесс регулируется системой биохимических реакций внутри клетки (рис. 1), центральным элементом которой является ион кальция [1].

В процессе остановки кровотечения тромбоциты выполняют две основные функции: образование агрегата из клеток, соединенных друг с другом через белковые мостики, и катализ желирования плазмы крови на их поверхности. Молекулярной основой агрегации тромбоцитов является индуцированное изнутри клетки изменение конформации трансмембранных белков, интегринов, в активированном состоянии способных связывать белок плазмы крови фибриноген и за счет этого образовывать «мостики» между клетками, обеспечивающие их агрегацию. В зависимости от того, в какой части тромба находится тромбоцит, уровень активации интегринов может сильно отличаться, и механизмы его регуляции сейчас непонятны.

Вторая функция тромбоцитов, так называемый «прокоагулянтный» ответ (от англ. «coagulation» — коагуляция, свертывание), связана с изменением липидного состава внешнего слоя плазматической мембраны тромбоцита, а именно, с резким возрастанием в нем доли относительно отрицательно заряженного липида фосфатидилсерина. В здоровом кровотоке практически отсутствуют поверхности и мембраны, содержащие фосфатидилсерин. За счет электростатических взаимодействий через катионы кальция происходит связывание специальных белков плазмы крови, т.н. факторов свертывания крови, обладающих отрицательно заряженными частями (доменами), с богатой фосфатидилсерином мембраной. Важным и необычным является то, что два основных функциональных ответа тромбоцита не реализуются одновременно в одной клетке: либо тромбоцит содержит активированные интегрины, либо фосфатидилсерин на внешней поверхности мембраны. Механизмы такого разделения тромбоцитов на субпопуляции неизвестны.

Целью работы является выявление ключевых элементов сигнальных каскадов и физико-химических процессов, отвечающих за детекцию,

преобразование и количественную передачу информации о внешнем стимуле от рецепторов на плазматической мембране к ферментам, контролирующим реализацию агрегационной и прокоагулянтной активностей тромбоцитов.

Методы работы включают компьютерное моделирование систем химических реакций, при котором химическая реакция в клетке описывается как стохастический процесс [2]. Экспериментальные результаты получены при использовании кальций-чувствительных флуорофоров и флуоресцентно-меченных белков в проточной цитофлуориметрии и флуоресцентной микроскопии.

Результаты. Схема внутриклеточной сигнализации в тромбоците (рис. 1), управляющая проагрегаторным и прокоагулянтным ответом, была разделена на шесть модулей: два рецепторных модуля, митохондрии, эндоплазматический ретикулум, модуль активации интегринов и кальциевые каналы плазматической мембраны. Для каждого блока моделирование и сравнение с известными экспериментальными данными проводилось по отдельности. После сборки всех четырех модулей в единой модели, дополнительной подстройки параметров не производилось.

В настоящей работе проводится стохастическая симуляция активации тромбоцита для получения различных вариантов распространения сигнала внутри клетки (рис. 2). При этом доля стохастических запусков, в которых происходит коллапс митохондрий, соответствует наблюдаемому проценту популяции для среднестатистического здорового донора, а активация Rap1GTP коррелирует с наблюдаемой в эксперименте активацией интегринов.

Далее проводилось рассмотрение каждого модуля математической модели с целью редукции количества уравнений с помощью теоремы Тихонова (в тех случаях, когда это возможно). Для рецепторных модулей (за исключением $P2Y_{12}$) показывается теоретическая возможность редукции системы дифференциальных уравнений до одного уравнения вида:

$$\dot{x}_{ip3} = A e^{f(L, [R])} + B e^{-g(L, [P])} \quad (1)$$

где x_{ip3} — относительная концентрация инозитол-3-фосфата, L — концентрация активатора, $[R]$ — начальная концентрация рецепторов к этому активатору, A и B — некоторые неотрицательные параметры, $f()$ и $g()$ — некоторые монотонные функции своих переменных. Однако, для стохастического интегрирования модели такая редукция не имеет смысла, так как в результате нее из модели уходит переменная, определяющая стохастический характер поведения системы (количество активной формы G-белка). Поэтому в дальнейших расчетах данная формула не использовалась.

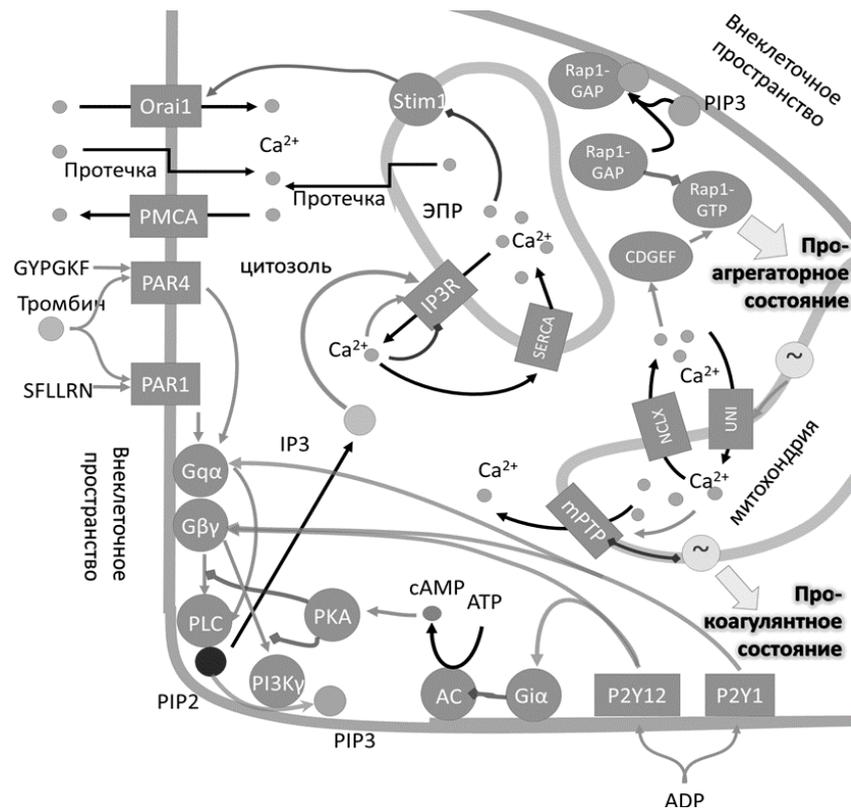


Рис. 1. Схематическое изображение отдельных элементов внутриклеточной сигнализации тромбоцитов крови. GPCR — ассоциированный с G-белком рецептор (G-protein coupled receptor), Gq(i) α — α -субъединица G-белка типа q (i), G $\beta\gamma$ — обозначение ассоциированных друг с другом β и γ субъединиц G-белка. Без активации низкая концентрация свободных ионов кальция в цитозоле сохраняется в результате действия кальций-зависимой АТФазы (помпы) PMCA (plasmatic membrane calcium ATPase). Связывание агониста с рецепторами PAR1, PAR4 или P2Y1 приводит к активации фосфолипазы C (PLC) и высвобождению инозитол-3-фосфата (IP3) в цитозоль. IP3 связывается с его рецепторами (IP3R) в мембране эндоплазматического ретикулума (ЭПР), открывая каналы для выхода кальция, который обычно содержится в ЭПР из-за действия другой АТФазы-насоса — SERCA (sarcoplasmic/endoplasmic reticulum calcium ATPase). Значительное снижение концентрации кальция в ЭПР приводит к активации белка-сенсора Stim1 и открытию кальциевого канала Orai1 в плазматической мембране. Митохондрии способны поглощать ионы кальция из цитозоля через унипортер (UNI), работа которого обусловлена трансмембранным потенциалом митохондрий $\Delta\psi$ (~), и высвобождать его через канал-обменник NCLX. Высокие концентрации свободных ионов кальция в матриксе приводят к открытию митохондриальной поры (mPTP). Это приводит к потере $\Delta\psi$ и гибели клеток. Связывание агониста с рецептором P2Y12 приводит к ингибированию аденилат-циклазы (AC) и протеин-киназы A (PKA), которая ингибирует активацию фосфолипазы C. Ионы кальция в цитозоле клетки способны связываться с белком CalDAGGEF1 (CDGEF), способствующим преобразованию другого белка Rap1 в связанную с GTP форму (Rap1GTP), вызывающую проагрегаторный ответ тромбоцитов. Независимо, G $\beta\gamma$ комплекс активирует фосфатидил-инозитол-3-киназу (PI3K), способствующую выведению из цитозоля ингибитора Rap1 (Rap1GAP).

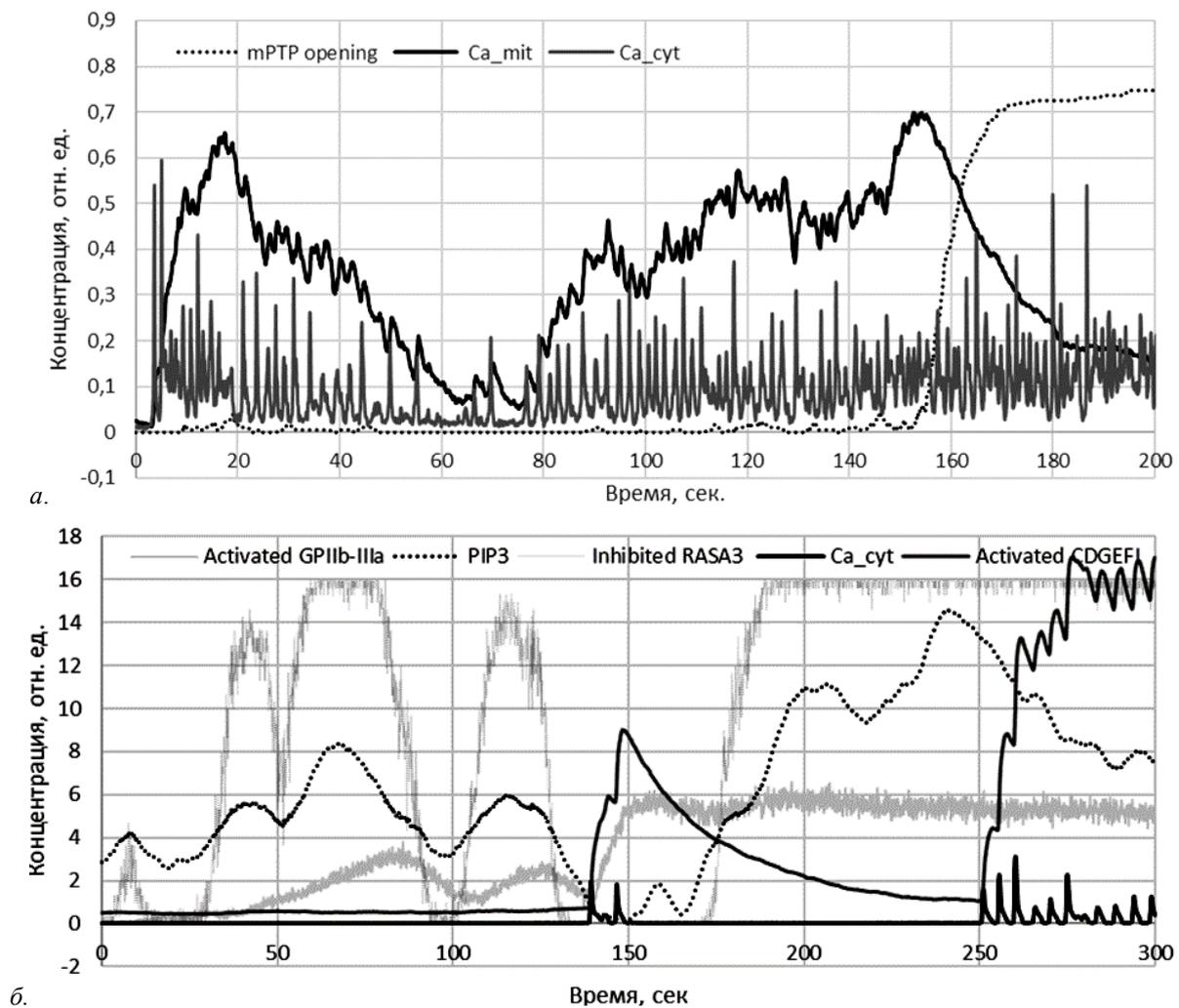


Рис. 2. Типичные стохастические расчеты активации тромбоцита в сравнении с экспериментальными данными. (а) Активация тромбином 100 нМ. Наблюдается типичная динамика концентрации свободных ионов кальция в цитозоле (Ca_{cyt} , сплошной серый) и матриксе митохондрий (Ca_{mit} , сплошной черный), приводящая к открытию основной доли митохондриальных пор (mPTP, черный штрихованный). (б) Активация АДФ в концентрации 1 мкМ. Наблюдаются редкие спайки концентрации ионов кальция в цитозоле (Ca_{cyt} , сплошной черный), приводящие к возрастанию концентрации активной формы $Ca/DAGGEFI$ (CDGEFI, сплошной серый), что приводит к активации интегринов (GPIIb-IIIa, сплошной светло-серый). В отличие от кальция, концентрация ФИФ3 (PIP3, штрихованный черный) стабильно повышена, что приводит к частичному или полному связыванию ингибитора (RASA3, штрихованный серый) с мембраной. Оба сигнала приводят к активации интегринов.

В результате анализа модели было показано, что при активации тромбоцита внутриклеточный сигнал испытывает несколько преобразований. Первое преобразование концентрации активатора (стимула) в концентрацию внутриклеточного низкомолекулярного вещества инозитол-3-фосфата (ИФ3) происходит градуированно, а именно, максимальная концентрация

ИФЗ пропорциональна стимулу. Дальнейшее преобразование происходит на уровне концентрации свободных ионов кальция в цитозоле тромбоцита. Это преобразование происходит также градуально, а именно, интеграл под кривой зависимости концентрации кальция от времени (в дальнейшем он будет называться «мобилизация кальция») монотонно возрастает при увеличении стимула.

Способность описанной модели предсказать долю тромбоцитов, переходящих в прокоагулянтное состояние, сопоставимо с наблюдаемой в эксперименте, говорит о том, что заложенные в модели молекулярные механизмы коллапса митохондрий работают сопоставимо с реальными живыми системами. Этот механизм состоит в накоплении в матриксе митохондрий ионов кальция при повышении концентрации кальция в цитозоле клетки (Рис. 2) за счет открытия канала — унипортера. Соответствующая система дифференциальных уравнений может быть сведена к следующему уравнению:

$$\frac{d}{dt} [Ca_m^{2+}] = \alpha \frac{[Ca_{cyt}^{2+}]}{K^2 + [Ca_{cyt}^{2+}]^2} \frac{(\Delta\psi - \Delta\psi^*)^3}{(\Delta\psi)^2 + (\Delta\psi - \Delta\psi^*)^2} \frac{\frac{2F\Delta\psi}{RT} \left([Ca_{cyt}^{2+}] - [Ca_{mit}^{2+}] e^{-\frac{2F\Delta\psi}{RT}} \right)}{1 - e^{-\frac{2F\Delta\psi}{RT}}} - \frac{\gamma}{1 + \frac{L}{[Ca_{mit}^{2+}]}} e^{-\frac{F(\Delta\psi - \Delta\psi^*)}{2RT}}, \quad (2)$$

где $[Ca_m^{2+}]$ — концентрация свободных ионов кальция в матриксе митохондрий, $[Ca_{cyt}^{2+}]$ — концентрация свободных ионов кальция в цитозоле клетки, $\Delta\psi$ — разность потенциалов на внутренней мембране митохондрий, $\Delta\psi^*$ — критическое значение разности потенциалов, α , γ , K , L — параметры модели. Данное уравнение отражает механизм накопления ионов кальция в матриксе: при превышении $[Ca_{cyt}^{2+}]$ значения K , ионы кальция заходят в матрикс со скоростью пропорциональной параметру α , при этом они выходят из митохондрии со скоростью, монотонно зависящей от $[Ca_m^{2+}]$. В результате, если $[Ca_{cyt}^{2+}]$ достаточно часто или достаточно долго превышает K , происходит перегрузка митохондрий ионами кальция и их коллапс. При этом максимальная концентрация ионов кальция в матриксе митохондрий также пропорциональна внешнему стимулу.

Для проагрегаторного ответа валидация модели проводилась по данным связывания флуоресцентно-меченого фибриногена (белка, образующего мостики между тромбоцитами в проагрегаторном состоянии и способствующего образованию агрегатов) с тромбоцитами в разбавленной суспензии. Для интегринового модуля модели может быть проведена редукция аналогично тому, как это было сделано для рецепторного модуля.

В результате, зависимость концентрации Rap1GTP от концентрации ионов кальция в цитозоле выражается формулой:

$$\frac{d}{dt} [Rap1GTP] = \gamma \frac{[Rap1GDP] [Ca_{cyt}^{2+}]^2}{K^2 + [Ca_{cyt}^{2+}]^2} - k[Rap1GTP] \quad (3)$$

где параметры k , K и γ зависят от концентрации белков-переносчиков сигнала и от активности фосфатидил-инозитол-3-киназы. Настоящее уравнение отражает механизм активации интегринов: при превышении $[Ca_{cyt}^{2+}]$ значения K , ионы кальция связываются с переносчиком CalDAGGEFI, ускоряющим образование Rap1GTP со скоростью, пропорциональной параметру γ , при этом гидролиз GTP происходит пропорционально $[Rap1GTP]$. В результате, если $[Ca_{cyt}^{2+}]$ достаточно часто или достаточно долго превышает K , происходит стабильный подъем уровня $[Rap1bGTP]$ и активация интегринов. При этом максимальная концентрация Rap1bGTP также пропорциональна внешнему стимулу.

В качестве **заключения** можно сделать следующие выводы о процессе преобразования информации и схеме «принятия решения» в тромбоците (Рис. 3). Во-первых, механизм преобразования сигнала при активации тромбоцита состоит в том, что серия спайков концентрации свободных ионов кальция в цитозоле, генерируемых за счет нелинейных свойств кальциевого обмена между цитозолем и внутриклеточными хранилищами, интегрируется детекторными белковыми системами клетки. Далее, при активации тромбоцита через рецептор-серпентин передача информации о концентрации активатора через плазматическую мембрану происходит с преобразованием исходной формы сигнала («ступеньки») в «пик» концентрации инозитол-3-фосфата в цитозоле, максимум которого пропорционален концентрации активатора, а полуширина которого убывает с увеличением концентрации активатора. Последовательные спайки концентрации кальция в цитозоле преобразуются в «пик» концентрации кальция в матриксе митохондрий, при этом амплитуда «пики» определяется количеством спайков концентрации кальция в цитозоле клетки и их частотой. Сигналом к переходу в прокоагулянтное состояние тромбоцита является превышение концентрации свободных ионов кальция в митохондриях порогового значения. В предположении, что проагрегаторное состояние тромбоцита связано с активацией белка Rap1, показано, что последовательность спайков концентрации кальция в цитозоле преобразуется в «пик» мембранной концентрации активных белков-интегринов. При увеличении активности фосфатидилинозитол – 3 – киназы снижается количество спайков, необходимое для активации Rap1.

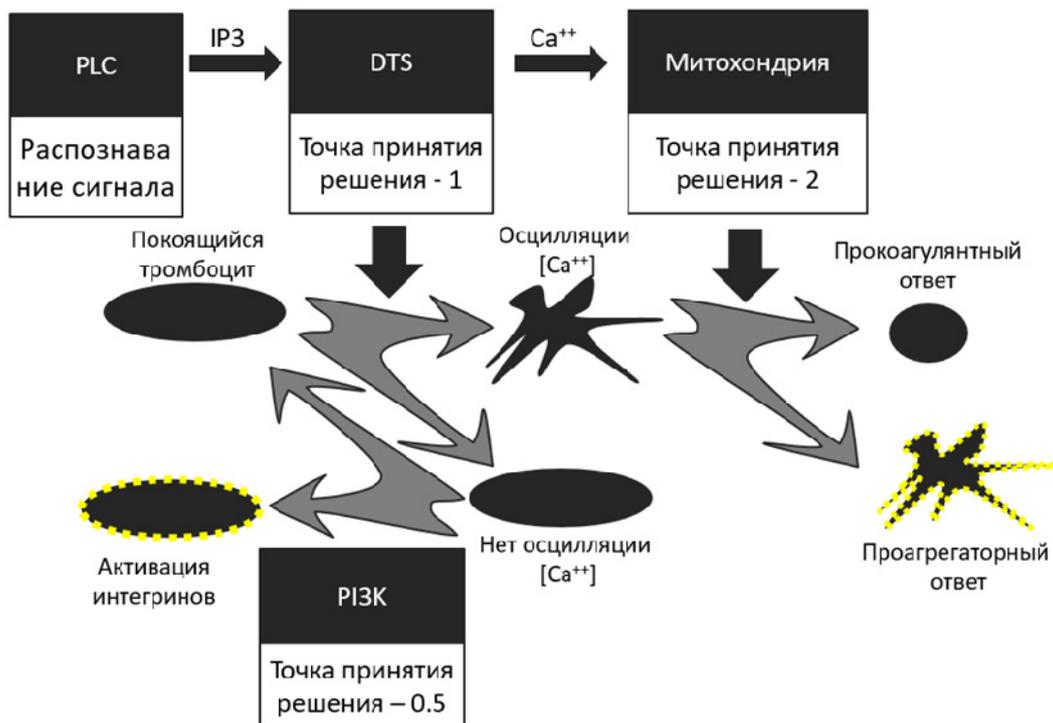


Рис. 3. Предлагаемая схема «принятия решения» в тромбоците. «Суммирование» сигналов от нескольких рецепторов происходит на уровне фосфолипаз C, катализирующих образование инозитол-3-фосфата. Это первый уровень преобразования сигнала, когда (без учета обратных связей) концентрация ИФ3 отражает концентрацию активатора. Далее ИФ3 активирует каналы для ионов кальция на плотной тубулярной системе (DTS), активность которых нелинейно зависит как от ИФ3, так и от концентрации ионов кальция в цитозоле, это обеспечивает возможность работы DTS как своеобразного переключателя или «точки принятия решения»: при низкой концентрации ИФ3 в цитозоле тромбоцита наблюдается небольшой подъем концентрации кальция, высота которого отражает изначальный сигнал, а при высокой концентрации ИФ3 в цитозоле тромбоцита возникает серия импульсов концентрации кальция, количество и суммарная длительность которых отражают изначальный сигнал. В отсутствии серийности импульсов есть дополнительная «точка принятия решения» — ИФ3К (PI3K), активное состояние которой может обеспечить активацию интегринов даже в отсутствии подъема концентрации кальция в цитозоле. В случае серии импульсов кальция в системе существует как минимум две интегрирующие системы, а именно митохондрии и кальций-чувствительные белки цитозоля (в настоящей работе в первую очередь рассматривался CalDAGGEFI). Активность CalDAGGEFI определяется количеством пиков в единицу времени, при этом активность интегринов монотонно зависит от активности CalDAGGEFI. При достаточно высоком количестве импульсов кальция в единицу времени концентрация ионов кальция в матриксе митохондрий повышается, что приводит к коллапсу митохондрий и некрозу тромбоцита. Таким образом, еще одна «точка принятия решения» в тромбоците — это система накопления ионов кальция в матриксе митохондрий.

Работа проведена при поддержке гранта Российского научного фонда 17-74-20045.

Литература

1. Mathematical techniques for understanding platelet regulation and the development of new pharmacological approaches / J. L. Dunster, M. A. Panteleev, J. M. Gibbins, A. N. Sveshnikova // *Methods in Molecular Biology*. — Vol. 1661. — Springer New York, 2018. — P. 255–279.
2. Gillespie D.T. Stochastic simulation of chemical kinetics // *Annu.Rev.Phys.Chem.* Dan T Gillespie Consulting, Castaic, CA 91384, USA. GillespieDT@mailaps.org, 2007. Vol. 58, № 0066–426X (Print). P. 35–55.

РОЛЬ АДЕНИЛАТЦИКЛАЗНОГО СИГНАЛЬНОГО КАСКАДА В ИЗМЕНЕНИИ МИКРОМЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ЭРИТРОЦИТОВ

Асп. Семенов А.Н., с.н.с. Ширшин Е.А.,

м.н.с. (ЦИТО им. Н.Н. Приорова) Родионов С.А.

врач-эндокринолог (МНОЦ МГУ) Фабричнова А.А.,

м.н.с. (ВМК МГУ) Устинов В.Д.

проф. (ЯГПУ им. К.Д. Ушинского) Муравьев А.В., доц. Приезжев А.В.

Эритроциты человека — высокоспециализированные клетки. Их основная функция заключается в осуществлении транспорта дыхательных газов (кислорода и углекислого газа), питательных веществ и продуктов клеточного метаболизма в органах и тканях. При течении крови в организме эритроциты подвергаются значительным механическим нагрузкам, проникая в терминальные капилляры, размеры которых значительно меньше среднего диаметра эритроцитов. В этой связи деформируемость эритроцитов (ДЭ) — уникальная биомеханическая особенность обратимо изменять свою форму и размеры — является ключевой характеристикой микроциркуляции. Многие социально-значимые заболевания (сахарный диабет I и II типов, артериальная гипертензия, серповидно-клеточная анемия и др.) характеризуются значительными ухудшениями ДЭ, что приводит к нарушению перфузии крови в тканях и необратимым некротическим последствиям [1]. На физиологическом уровне ДЭ определяется несколькими факторами: (1) отношением поверхности клетки к объему; (2) вязкостью внутреннего содержимого; (3) структурой мембранных белков и примембранного цитоскелета [2]. Несмотря на то, что в процессе эволюции эритроциты лишились систем белкового синтеза, они сохранили молекулярные системы регуляции и точной настройки своих микромеханических свойств в ответ на метаболические запросы организма [3]. Микрореологическое состояние эритроцита как суперпозиция параметров внутриклеточной вязкости и

белковых комплексов цитоскелета регулируется с помощью ионных каналов и насосов, а также с помощью адаптивных систем внутриклеточной сигнализации, активация которых приводит к конформационным изменениям мембранных белковых комплексов. Исследование функционирования компонентов этой системы как в отдельности, так и при их т.н. перекрестном «cross-talk» взаимодействии представляет собой актуальную задачу. Знание устройства молекулярных систем регуляции ДЭ открывает широкие возможности по прогнозу и коррекции микроциркуляторных нарушений в современной клинической и в перспективе - гемореологической практике.

Одной из таких систем является аденилатциклазный (АЦ) сигнальный каскад. Центральным звеном является фермент аденилатциклаза, способный синтезировать цАМФ при активации ассоциированных рецепторов. В качестве последних выступают адренорецепторы, поэтому АЦ-каскад часто называют стрессовой сигнальной системой. цАМФ – универсальный вторичный мессенджер. Увеличение концентрации цАМФ внутри клетки запускает каскад ферментативных реакций: активация цАМФ-зависимых протеинкиназ А (ПКА) с последующим фосфорилированием белков цитоскелета. Последнее приводит к тому, что примембранные белковые комплексы, обеспечивающие целостность цитоскелета, распадаются, обеспечивая большую пластичность эритроцита и рост его деформируемости.

Цель данной работы — исследовать молекулярные аспекты работы АЦ-каскада в механизмах быстрой адаптивной регуляции ДЭ. Для этого необходимо оценить изменения ДЭ с помощью малоинвазивных методов при различной стимуляции компонентов каскада. В качестве основной экспериментальной методики была выбрана лазерная эктацитометрия. В данном методе измерения ДЭ происходят путем анализа изменения форм дифракционных картин, получаемых при освещении лазером (635 нм, 1.5 мВт) суспензии эритроцитов, находящихся в сдвиговом потоке [4]. Зависимость вытянутости дифракционной картины от напряжения сдвига (кривая деформируемости) несет информацию об интегральной ДЭ на уровне ансамбля большого числа клеток (десятки-сотни тысяч).

Было проведено исследование изменений ДЭ: (1) при неселективном возбуждении адренорецепторов с помощью адреналина; (2) при прямой активации аденилатциклазы с помощью форсколина; (3) при моделировании роста концентрации цАМФ внутри клетки с использованием его мембран-проникающего аналога (дibuтирил-цАМФ, db-cAMP). Эритроциты здоровых доноров инкубировались в ПБС растворах указанных субстанций при 37°C в течение 15 минут в широком диапазоне концентраций. Число измерений N для каждого образца не менее 10. В каждом из приведенных выше случаев наблюдался рост ДЭ,

причем эффект имел дозозависимый характер с выходом на насыщение. Это позволило для каждого стимулятора оценить полу-эффективные концентрации EC50 в зависимости от напряжения сдвига. Для адреналина рост ДЭ наблюдался при всех напряжениях сдвига, значения EC50 составили 6.5 ± 1.5 μM при высоких напряжениях сдвига (8 Па) и 1.6 ± 0.5 μM в области низких напряжений (1 Па). Положительный эффект db-cAMP на ДЭ проявился только при напряжениях сдвига, больших 3 Па, EC50 составила 0.1–0.3 μM . Действие форсколина наиболее сильно зависело от напряжения сдвига: в области малых сдвиговых напряжений EC50 достигала 56 ± 24 μM и уменьшалась до 1 μM и ниже в области высоких напряжений. Полученные значения EC50 были задействованы для оценки изменения текучести мембраны с помощью метода FRAP (fluorescence recovery after photobleaching) с использованием неспецифического липофильного красителя. Было получено, что наличие в среде инкубации стимуляторов АЦ-каскада (адреналин, db-cAMP, форсколин) достоверно ускоряло диффузию красителя, а следовательно, и повышало текучесть мембраны клетки, в сравнении с интактными эритроцитами.

Таким образом, было показано, что стимулирование АЦ-каскада приводит к достоверному увеличению ДЭ. Эффективность действия стимулятора оказалась различной при различных внешних механических воздействиях. По-видимому это связано с неселективностью действия стимуляторов: адреналин является лигандом как для альфа-, так и для бета-адренорецепторов, а форсколин способен стимулировать несколько биохимических процессов, в частности, транспорт глюкозы. db-cAMP показал наименее выраженную зависимость от напряжения сдвига, подтверждая тем самым микрореологический отклик по аденилатциклазному цАМФ-ассоциированному регуляторному пути. В целом, способность эритроцита распознавать внешние микромеханические стимулы и соответствующим образом осуществлять микрореологическую подстройку может являться механизмом адаптивной регуляции деформируемости, а аденилатциклазный сигнальный каскад играть роль ключевого регулирующего звена.

Работа была выполнена при поддержке РФФИ, грант № 18-32-00756.

Литература

1. А.В. Муравьев, И.А. Тихомирова, С.В. Булаева, В.А. Вдовин, А.А. Муравьев. Исследование роли отдельных реологических характеристик крови в изменении ее текучести и транспортного потенциала // Российский журнал биомеханики, 2012, Т. 16, № 3(57), С. 32–41.
2. Ф.И. Атауллаханов, Н.О. Корунова, И.С. Спиридонов, И.О. Пивоваров, Н.В. Калягина, М.В. Мартынов. Как регулируется объем эритроцита, или что могут и чего не могут математические модели в биологии // Биологические мембраны, 2009, Т. 26, № 3, С. 163–179.

3. А.В. Муравьев, И.А. Тихомирова, А.А. Ахапкина, С.В. Булаева, П.В. Михайлов, А.А. Муравьев. Микромеханические ответы эритроцитов человека на стимулирование мембранных рецепторов, ионных каналов и ферментов \ \ Российский журнал биомеханики, 2016, Т. 20, № 1, С. 28–36.
4. К. Ли, М. Киннунен, А.Е. Луговцов, А.В. Приезжев, А.В. Карменян. Оптические методы исследования динамики и деформации эритроцитов в условиях потока \ \ Автометрия, 2014, Т. 50, №5, С. 108–115.

МЕТОД ТЕРАГЕРЦОВОЙ ДИАГНОСТИКИ ПСИХОЭМОЦИОНАЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ ЧЕЛОВЕКА

С.н.с. *Берловская Е.Е.*, д.б.н. (ИЛФ СО РАН, НТУ) *Черкасова О.П.*,
ст. преп. *Ожередов И.А.*, асп. психфак МГУ *Адамович Т.В.*,
психфак МГУ *Исайчев Е.С.*, доц. психфак МГУ *Исайчев С.А.*,
доц. *Макуренков А.М.*, д.т.н. (НИЦ РО) *Вараксин А.Н.*,
зав. лаб. (НИЦ РО) *Гатилов С.Б.*, (НИЦ РО) *Куренков Н.И.*,
зав. каф. психфак МГУ *Черноризов А.М.*, проф. *Шкуринов А.П.*

Введение. Традиционными методами оценки психоэмоционального состояния человека (ПЭС), являются контактные методы, в которых используются специальные датчики, накладываемые на поверхность тела человека. Развитие современных технологий диагностики ПЭС характеризуется переходом к дистанционным методам регистрации, позволяющим проводить оценку ПЭС в режиме реального времени [1]. Одним из перспективных направлений развития таких методов является анализ взаимосвязи объективного состояния человека с его собственным электромагнитным излучением в различных спектральных диапазонах или особенностями отражения слабого излучения от окружающих объектов. Хорошо известно, что тело человека является источником электромагнитного излучения, частотный диапазон которого находится в интервале от десятых долей Гц, захватывает радиочастотный, микроволновый и ИК диапазоны, и продолжается в видимую часть спектра [2]. Изменения состояния организма в результате внутренних процессов или воздействия извне неизбежно вызывают вариации интенсивности и характера собственного электромагнитного излучения, в том числе изменяется коэффициент отражения поверхности кожи, что является объективным диагностическим критерием [2]. Цель работы состояла в разработке нового подхода к терагерцовой (ТГц) диагностике ПЭС человека, основанного на анализе ТГц вклада в общий сигнал при одновременной регистрации ИК и ТГц излучений лица человека.

Эксперимент. Регистрация ИК–ТГц изображений и психофизиологических параметров испытуемых проводилась на аппаратно-диагностическом комплексе, включающем ИК-ТГц детектор IR/V-T0831C (NEC, Япония), который позволяет проводить регистрацию ИК-ТГц изображений исследуемого объекта в спектральном диапазоне от 1 до 30 ТГц (от 9 до 300 мкм). Была разработана комплексная программа по синхронной регистрации собственного электромагнитного излучения от лица испытуемого в ТГц диапазоне частот и психофизиологических показателей в процессе моделирования стрессогенных ситуаций. В качестве стрессоров были использованы: «физиологический стрессор» в виде электростимуляции; «информационный стрессор» в виде когнитивной нагрузки (математические задачи на умножение двузначных чисел); «физический стрессор» в виде кратковременных интенсивных физических упражнений (приседаний). В эксперименте регистрировали показатели активности центральной нервной системы и периферической нервной системы. В экспериментах приняли участие 38 испытуемых (20 мужчин и 18 женщин), средний возраст составил 24 ± 2.97 лет.

Результаты. В процессе анализа ИК–ТГц изображений лиц испытуемых были построены гистограммы изображений [3]. Максимальное значение гистограммы заметно изменяется от кадра к кадру. Кроме того, гистограммный метод анализа ИК–ТГц изображений показал, что интерес представляет небольшая часть гистограммы (не более 2%), которая несет информацию о структуре полезного сигнала. Значимыми для диагностики ПЭС участками ИК-ТГц изображения является лобная часть, области глаз со смещением к переносице; область мышц, поднимающая угол рта; губы и отдельные участки шеи. Предлагаемая методика обработки изображений позволяет бесконтактно получать информацию о физиологических характеристиках испытуемого: о частоте сердечных сокращений и ритме дыхания. В работе показано, что в результате кластерного анализа ИК–ТГц изображений, можно разделять испытуемых по типу реакций кровеносной системы в стрессовых состояниях: у некоторых испытуемых стресс вызывает прилив крови, у других вызывает спазм сосудов и, как следствие, снижение интенсивности кровообращения.

Исследование выполнено при поддержке гранта РФФИ (проект № 17-29-02487) с использованием оборудования, приобретенного за счет средств «Программы развития Московского университета имени М.В. Ломоносова до 2020 года»

Литература

1. Chernorizov A.M., Isaychev S.A., Zinchenko Yu.P. et al. *Psychology in Russia: State of the Art*, **9**(4), 23 (2016).
2. Кудряшов Ю.Б., Перов Ю.Ф., Рубин А.Б. *Радиационная биофизика: радиочастотные и микроволновые электромагнитные излучения* (М.: Физматлит, 2008, 183 с).
3. Е.Е.Берловская, О.П. Черкасова, И.А. Ожередов и др. *Квантовая электроника*, т. 49, № 1, с. 70–77 (2019).

КРЕМНИЕВЫЕ НАНОЧАСТИЦЫ С РАЗЛИЧНЫМ ИЗОТОПНЫМ СОСТАВОМ ДЛЯ БИОМЕДИЦИНСКИХ ПРИМЕНЕНИЙ

м.н.с. *Каргина Ю.В.*, магистрант *Журенко С.В.*,
н.с. (ИХФ им. Н.Н. Семенова РАН) *Борунова А.Б.*,
н.с. (ИХФ им. Н.Н. Семенова РАН) *Дегтярев Е.Н.*,
н.с. (МФТИ) *Перепухов А.М.*, доц. *Зверева Е.А.*,
д.х.н., зав. лаб. (ИХВВ им. Г.Г. Девярых РАН) *Сенников П.Г.*,
проф. *Пирогов Ю.А.*, проф. *Гиппиус А.А.*, проф. *Тимошенко В.Ю.*

Кремниевые наноматериалы находят применение во многих областях науки и техники, включая термоэлектричество, фотовольтаику, наноэлектронику и биомедицину. Широкий интерес к кремниевым наночастицам (КНЧ) для биомедицины вызван их низкой токсичностью и способностью к растворению в водных средах [1]. Установлено, что КНЧ могут быть использованы в терапии опухолей в качестве сенсibilизаторов фотогенерации синглетного кислорода и фотогипертермии [2], а также воздействия высокочастотного электромагнитного [3] и ультразвукового излучений [4]. Ожидается, что использование КНЧ одновременно и в терапии, и в диагностике, т.е. тераностике, позволит значительно повысить эффективность лечения онкологических заболеваний.

Недавно было продемонстрировано, что КНЧ могут быть использованы в качестве контрастных агентов для магнитно-резонансной томографии (МРТ) с регистрацией сигнала от протонов [5]. Другим перспективным направлением является использование КНЧ, содержащих изотоп ^{29}Si , который имеет ненулевой ядерный спин, что позволяет проводить визуализацию методом МРТ на частотах данного изотопа. Эффективность МРТ визуализации с КНЧ может быть значительно улучшена при использовании методик их гиперполяризации [6].

В нашей работе изотопно-обогащенный поликристаллический кремний был получен плазмо-химическим синтезом из газообразного тетрафторида кремния. Наночастицы были получены помолотом 30% и 99,5 % изотопно-обогащенных поликристаллов в вибрационной мельнице с

частотой 43 Гц в течение 40 минут. На рис.1 показаны СЭМ изображения (а) 30 и (б) 99,5% изотопно-обогащенных ^{29}Si КНЧ.

Измерения ЯМР проводились в сверхпроводящей магнитной системе Bruker с индукцией магнитного поля $H = 5,50952$ Т и однородностью магнитного поля 5 р.р.м. на фазово-когерентном импульсном спектрометре, длина $\pi/2$ — импульса 5мкс, при комнатной температуре. Спектры ЯМР сняты методом вычисления Фурье-образа (FFT) сигнала спада свободной индукции. По причине больших времен спин-решеточной релаксации T_1 способом изменения был выбран режим времени повторения d_0 , интенсивность вычислялась путем интегрирования сигнала спада свободной индукции.

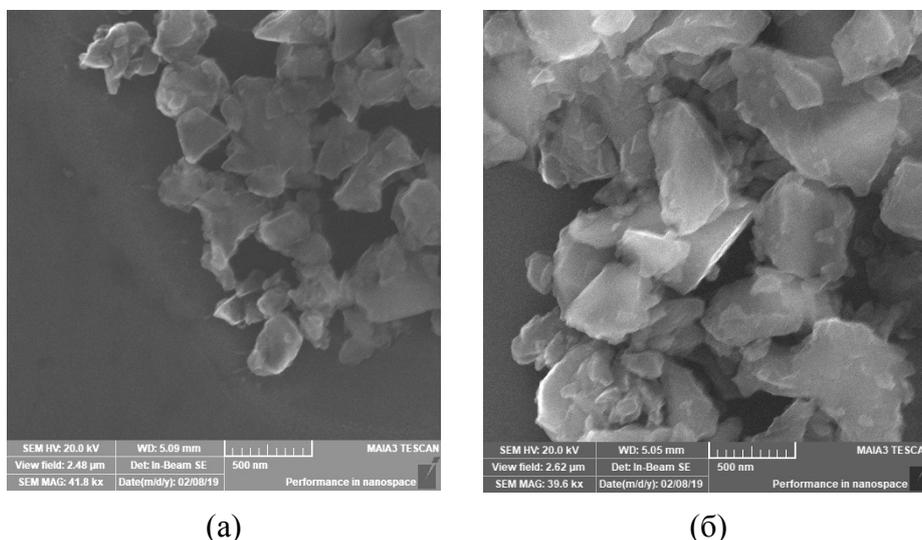


Рис.1 СЭМ изображения (а) 30 и (б) 99,5% изотопно-обогащенных ^{29}Si КНЧ.

Для образцов КНЧ в спектрах ЯМР наблюдается уширение линии ЯМР с 2,2 кГц до 2,8 кГц для 99,5% обогащённого образца и с 1,10 кГц до 1,25 кГц для 30% обогащенного образца (см. рис. 2), что вероятно, связано с наложением линий ЯМР от объёмной части образца и поверхности, содержащей электронные спиновые центры.

Методом спектроскопии электронного парамагнитного резонанса (ЭПР) были проведены исследования спиновых электронных состояний в порошках нанокристаллов кремния с заданным изотопным составом. Измерения проводились на ЭПР спектрометре CMS 8400 ($f \approx 9.4$ GHz, $B \leq 0.7$ T; ADANI) и «Bruker EMX». Для всех образцов доминирующим типом дефектов являются так называемые Pb-центры (g-фактор 2.005–2.007), представляющие собой ненасыщенные (оборванные) связи кремния на границе Si/SiO₂ [7]. Проведенное исследование КНЧ методом ЭПР спектроскопии выявило наличие большого числа $\sim 10^{17}$ г⁻¹

парамагнитных центров типа Рb-центров, а также сверхтонкое расщепление их линий ЭПР.

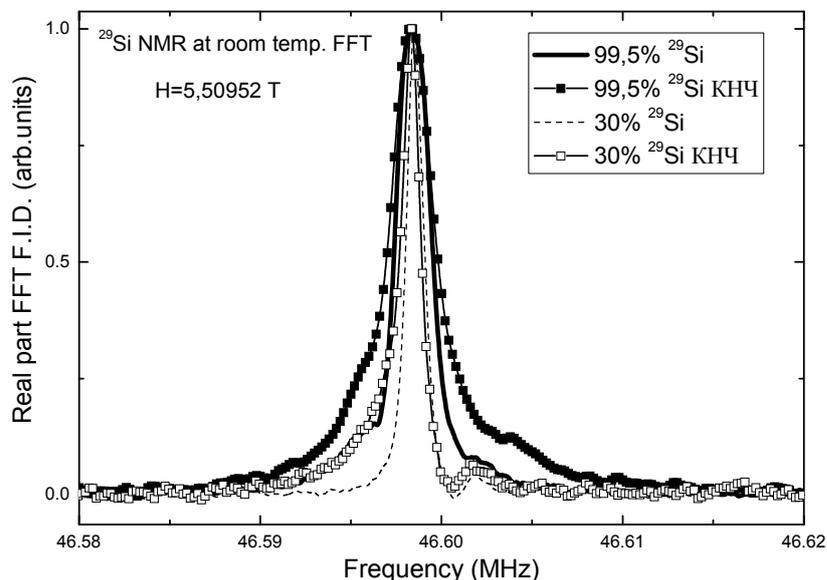


Рис. 2. Спектры ЯМР образцов исходных поликристаллов и полученных из них КНЧ с 30 и 99,5% обогащением по изотопу ^{29}Si .

Кривые спада и восстановления протонной намагниченности КНЧ были получены на ЯМР релаксметре Bruker Minispec 20 МГц. Измерение времен протонной релаксации в суспензиях изотопно-обогащенных наночастиц показало укорочение времени спин-спиновой релаксации. более чем в 3 раза по сравнению с чистой водой. Этот эффект может быть связан с наличием парамагнитных центров на поверхности наночастиц и электронно-ядерным спин-спиновым взаимодействием. В целом, полученные результаты указывают на перспективность изотопно-обогащенных наночастиц кремния для использования в биомедицинской магниторезонансной диагностике как по сигналу от протонов, так и от ядер ^{29}Si .

Литература

1. J.H. Park, L. Gu, G. von Maltzahn, E. Ruoslahti, S.N. Bhatia, and M.J. Sailor. Biodegradable luminescent porous silicon nanoparticles for in vivo applications. *Nat. Mater.* 8: 331–336, 2009.
2. V.Yu. Timoshenko. Porous silicon in photodynamic and photothermal therapy. In “Handbook of Porous Silicon”, Ed. L.Canham, Springer Int. Publ. Switzerland, 2014, pp. 929–936.
3. K.P. Tamarov, L.A. Osminkina, S.V. Zinovyev, K.A. Maximova, J.V. Kargina, M.B. Gongalsky, Y. Ryabchikov, Ahmed Al-Kattan, A.P. Sviridov, M. Sentis, A.V. Ivanov, V.N. Nikiforov, A.V. Kabashin, V.Yu. Timoshenko. Radio frequency radiation-induced hyperthermia using Si

- nanoparticle-based sensitizers for mild cancer therapy. Scientific reports, 4:7034, 2014.
4. L.A. Osminkina, A.L. Nikolaev, A.P. Sviridov, N.V. Andronova, K.P. Tamarov, M.B. Gongalsky, A.A. Kudryavtsev, H.M. Treshalina, V.Yu. Timoshenko. Porous silicon nanoparticles as efficient sensitizers for sonodynamic therapy of cancer. Microporous and Mesoporous Materials, 210: 169–175, 2015.
 5. M.B. Gongalsky, Yu.V. Kargina, L.A. Osminkina, A.M. Perepukhov, M.V. Gulyaev, A.N. Vasiliev, Yu.A. Pirogov, A.V. Maximychev, V.Yu. Timoshenko. Porous silicon nanoparticles as biocompatible contrast agents for magnetic resonance imaging. Appl. Phys. Lett., 107: 233702, 2015.
 6. J.W. Aptekar, M.C. Cassidy, A.C. Johnson, R.A. Barton, M. Lee, A.C. Ogier, C. Vo, M.N. Anahtar, Y. Ren, S.N. Bhatia, C. Ramanathan, D.G. Cory, A.L. Hill, R.W. Mair, M.S. Rosen, R.L. Walsworth and C.M. Marcus. Silicon nanoparticles as hyperpolarized magnetic resonance imaging agents. ACS Nano, 3: 4003–4008, 2009.
 7. L. Cantin, M. Schoisswohl, H. J. von Bardeleben, N. Hadj Zoubir, M. Vergnat. Electron-paramagnetic-resonance study of the microscopic structure of the Si(001)-SiO₂ interface. Phys. Rev. B, 52: R11599, 1995.

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ НАНОСТРУКТУРЫ КРЕМНИЯ ДЛЯ СЕНСОРИКИ ВИРУСОВ

С.н.с. *Осминкина Л.А.*, асп., м.н.с. *Наташина У.А.*,
асп., м.н.с. *Шевченко С.Н.*, м.н.с. *Гончар К.А.*, м.н.с. *Саушкин Н.Ю.*,
н.с. *Гонгальский М.Б.*, н.с. *Кропоткина Е.А.*, в.н.с. *Кудрявцев А.А.*,
в.н.с. *Гамбарян А.С.*, с.н.с. *Самсонова Ж.В.*

Ввиду постоянного роста числа вирусных респираторных заболеваний, в особенности среди школьников и детей, отсутствия специфических лекарств и, как следствие, вызываемого значительного социально-экономического ущерба, встает острый вопрос о разработке новых методов ранней экспресс диагностики и контроля распространения вирусных заболеваний, резистентных к терапии [1].

Настоящая работа направлена на изучение возможностей специфического определения вирусов гриппа H1N1 в воздухе и вирус содержащей жидкости с помощью изменений оптических спектров функционализированных антителами кремниевых наноструктур, с целью создания высокочувствительного сенсора.

На рис 1. а представлен типичный вид получаемых наносенсоров на основе наноструктурированного кремния (НК). Пленки НК представляли собой слои пористого кремния двойной пористости.

Были проведены работы по функционализации поверхности кремниевых наноструктур специфическими белками, избирательно связывающими вирусы гриппа.

Оптические свойства пленок наносенсоров оценивались по полосам интерференции в спектрах ИК отражения. Было показано, что после сорбции на поверхность наноструктур вирионов H1N1 наблюдается значительный сдвиг интерференционных полос в ИК спектрах образцов, что свидетельствует о хорошей чувствительности оптических свойств образцов к наличию на их поверхности вирусных частиц.

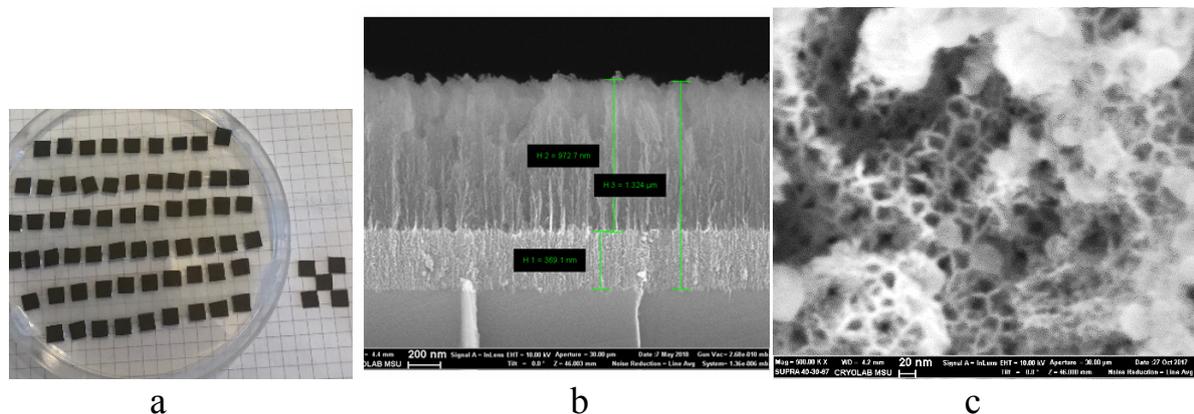


Рис. 1 Типичный вид пленок наноструктурированного кремния (а — фотография образцов, б — микрофотография сканирующей электронной микроскопии пленки НК (вид сбоку), с — микрофотография сканирующей электронной микроскопии пленки НК с сорбированными на ее поверхность вирионами H1N1 (вид сверху)).

Работа поддержана грантом РФФ № 17-12-01386.

Литература

1. Osminkina L.A., Timoshenko V. Yu , Shilovsky I. P. , Kornilaeva G. V. , Shevchenko S. N., and et al "Porous silicon nanoparticles as scavengers of hazardous viruses"// J Nanopart Res. - 2014. - 16:2430.

ВОЗДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОНОВ С ЭНЕРГИЕЙ 1 МЭВ НА ОБСЕМЕНЕННОСТЬ И ОРГАНОЛЕПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ОХЛАЖДЁННОЙ ФОРЕЛИ

Ст. преп. *У.А. Близнюк*, асс. *П.Ю. Борщegovская*, асп. *Ф.Р. Студеникин*,
проф. *А.П. Черняев*, н.с. (НИИЯФ МГУ) *Д.С. Юров*, доц. *В.М. Авдюхина*,
студент *В.С. Ипатова*, студент *В.А. Леонтьев*, студент *М.Н. Семенова*,
г.н.с. (ФГБНУ ВИЛАР) *З.К. Никитина*,
в.н.с. (ФГБНУ ВИЛАР) *И.К. Гордонова*

Ионизирующие излучения широко применяются при радиационной обработке продуктов питания с целью стерилизации и удлинения сроков их хранения. Для радиационной обработки рыбной продукции в мире применяются ускоренные электроны с энергией до 10 МэВ и гамма-излучение с энергией до 5 МэВ. В низких дозах в диапазоне от 0.1 до 1.0 кГр проводят дезинсекцию сушеной рыбы. В дозах от 1 до 7 кГр проводят обработку свежей рыбы с целью подавления роста болезнетворных бактерий и паразитов [1-5]. Облучение потрошенной рыбы сразу после вылова и дальнейшее хранение продукта в контейнерах с измельченным льдом позволяет увеличить срок хранения свежей охлажденной рыбы до 20 дней [6].

В настоящий момент на кафедре физики ускорителей и радиационной медицины физического факультета МГУ совместно с НИИЯФ МГУ имени Д.В. Скобельцына, а также ФГБНУ ВИЛАР ведутся исследования по применению различных видов ионизирующих излучений при радиационной обработке продуктов питания, в том числе рыбной и сельскохозяйственной продукции [3, 4].

Рыба и морепродукты являются скоропортящимися продуктами, поскольку в них содержатся микроорганизмы, быстро развивающиеся при температурах, превышающих среду их обитания. Общая микробная обсемененность, включающая гнилостные аэробные бактерии (*Pseudomonas* и *Achromobacter*), а также спорообразующие анаэробные микроорганизмы (*Clostridium*) и условно-патогенные бактерии (*Salmonella enteritidis* и *Escherichia coli*) в замороженной рыбной продукции может варьироваться от 10^2 до 10^7 КОЕ/г. Предельно допустимое количество мезофильных аэробных и факультативно-анаэробных микроорганизмов в охлажденной и замороженной рыбной продукции в соответствии со стандартами качества составляет не более 10^5 КОЕ/г [7].

Цель данной работы — исследовать воздействие пучка ускоренных электронов с энергией 1 МэВ в различных дозах на обсемененность и органолептические свойства охлажденной форели.

Объект исследования — форель потрошенная, охлажденная. Для оценки органолептических свойств использовались куски форели массой 30 г и толщиной до 8 мм в вакуумной полимерной упаковке. Для анализа микробиологических показателей гомогенат форели помещали в стерильные пробирки типа эппендорф. Облучение образцов проводилось на ускорителе электронов непрерывного действия УЭЛР-1-25-Т-001 с энергией 1 МэВ и средней мощностью пучка 25 кВт. В ходе экспериментального исследования измерялся падающий на пластину заряд во время облучения. Все эксперименты проводились при температуре 18°C, температура облучаемой пластины, на которую помещались образцы во время облучения, составляла 12°C. Дозы в опытных образцах определялись с использованием ферросульфатного метода дозиметрии.

Облучение проводилось в дозах: 0,25 кГр (1), 0,5 кГр (2), 1 кГр (3), 3 кГр (4) и 6 кГр (5). Далее в течение 15 суток образцы хранились при температуре от 2 до 4 °С и каждые 3–4 дня осуществлялся мониторинг микробиологических показателей. На рисунке 1 представлены зависимости количества мезофильных аэробных и факультативно-анаэробных микроорганизмов в гомогенате форели от времени хранения после облучения пучком ускоренных электронов с энергией 1 МэВ в различных дозах.

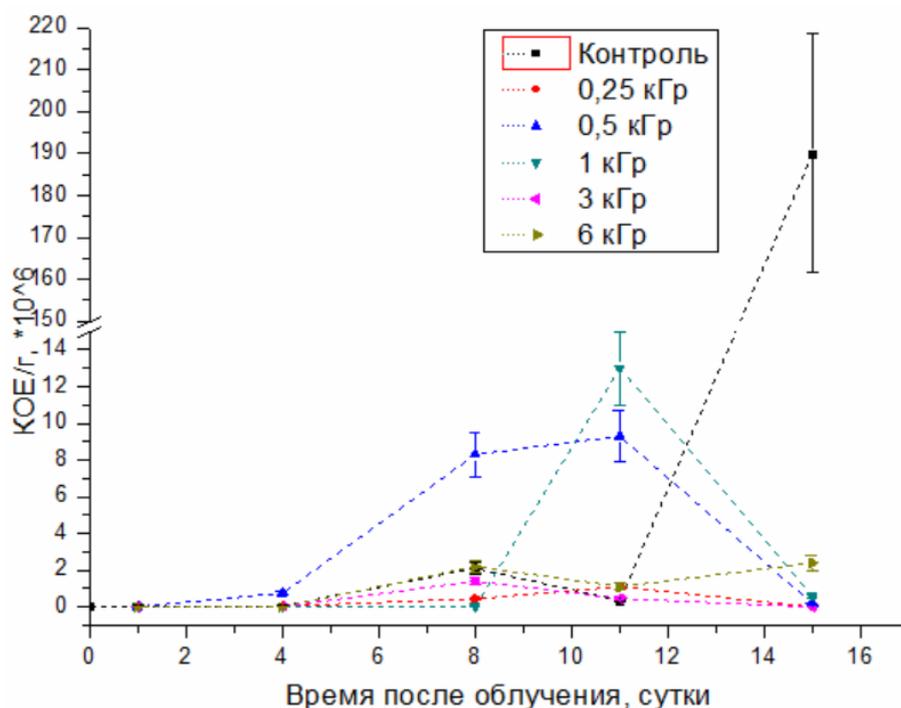


Рис. 1. Зависимости количества мезофильных аэробных и факультативно-анаэробных микроорганизмов в гомогенате форели от времени хранения после облучения пучком ускоренных электронов с энергией 1 МэВ в дозах: 0,25 кГр, 0,5 кГр, 1 кГр, 3 кГр и 6 кГр.

Обсемененность контрольных образцов изначально составляла $6,6 \times 10^3$ КОЕ/г. На 11 сутки данный показатель превысил предельно допустимый уровень обсемененности рыбной продукции, на 15 сутки обсемененность возросла до 2×10^8 КОЕ/г. Количество жизнеспособных микроорганизмов в образцах, облученных в дозе 0,24 кГр за все время наблюдения не превысило 10^6 КОЕ/г, при этом на 15 сутки жизнеспособные микроорганизмы практически отсутствовали. Количество бактерий в образцах, облученных в дозах 0,5 кГр и 1 кГр, с 8 по 11 сутки наблюдения увеличилось в 10^4 раз по сравнению с начальным уровнем обсемененности, затем на 15 сутки эти показатели уменьшились до 10^5 КОЕ/г, что соответствует предельно допустимому уровню

обсемененности рыбной продукции. Количество жизнеспособных бактерий в образцах, облученных в дозах 3 кГр и 6 кГр, за все время наблюдения не превысило 10^6 КОЕ/г. На 15 сутки исследования бактерии в гомогенате, облученном в дозе 3 кГр, практически отсутствовали. В образцах, подвергшихся обработке в дозе 6 кГр, их количество составляло порядка 10^6 КОЕ/г.

Так как ферросульфатный метод дозиметрии не позволяет оценить дозовое распределение в кусках форели толщиной 8 мм, то для дополнительного расчета было проведено компьютерное моделирование с использованием программного кода GEANT4, с учетом характеристик ускорителя и параметров облучения.

Сразу после облучения была проведена термическая обработка облученных образцов для дальнейшего проведения органолептического исследования. Был произведен сравнительный анализ запаха, цвета, структуры, вкусовых свойств облученных и необлученных образцов. По основным органолептическим показателям образцы (1) и (2) оказались практически неотличимы от необлученных образцов. У образца (3) стал заметен горьковатый запах. Образцы (4) и (5) были непригодными к употреблению, присутствовал ярко выраженный горький специфический запах, вкус, а также изменение структуры и цвета образцов сразу после облучения (до термической обработки).

Таким образом, облучение охлажденной форели в дозах выше 3 кГр приводит к существенному изменению органолептических свойств. Дозы от 0,25 кГр до 1 кГр обеспечивают достаточно высокую эффективность подавления бактерий, при этом не вызывая значительных изменений органолептических свойств продукции. Представляется интересным выполнение дальнейших исследований по обработке охлажденной рыбы пучками ускоренных электронов в дозах от 0,25 кГр до 3 кГр.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 18-016-00198а.

Литература

1. Санжарова Н.И., Козьмин Г.В., и др. // Радиационные технологии в сельском хозяйстве и пищевой промышленности: состояние и перспективы: сборник докладов международной научно-практической конференции, Обнинск, 26–28 сентября 2018 г. Обнинск: ФГБНУ ВНИИРАЭ, 2018. С. 32–35.
2. Мусина О.Н., Коновалов К.Л. // Пищевая промышленность. 2016. № 8. С. 46–49.
3. Bliznyuk U.A., Avdyukhina V.M. et al. // Moscow University Physics Bulletin. 2018. V. 73. №. 3, P. 334–338.
4. Bliznyuk U.A., Avdyukhina V.M. et al. // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. 2018. V. 82. № 6. P. 740–744.
5. Dosimetry for food irradiation. Technical report series // IAEA. 2002. V. 409. P. 161.

6. Кардашев А.В., Коржова Ю.А. // Труды ВНИРО. 1963. Т. 45. С. 15.
7. Долганова Н.В., Першина Е.В., Хасанова З.К. Микробиология рыбы и рыбных продуктов. – М.: Мир, 2005.

НАНОСТРУКТУРИРОВАННЫЙ КРЕМНИЙ ДЛЯ ПРИМЕНЕНИЯ В БИОСЕНСОРИКЕ

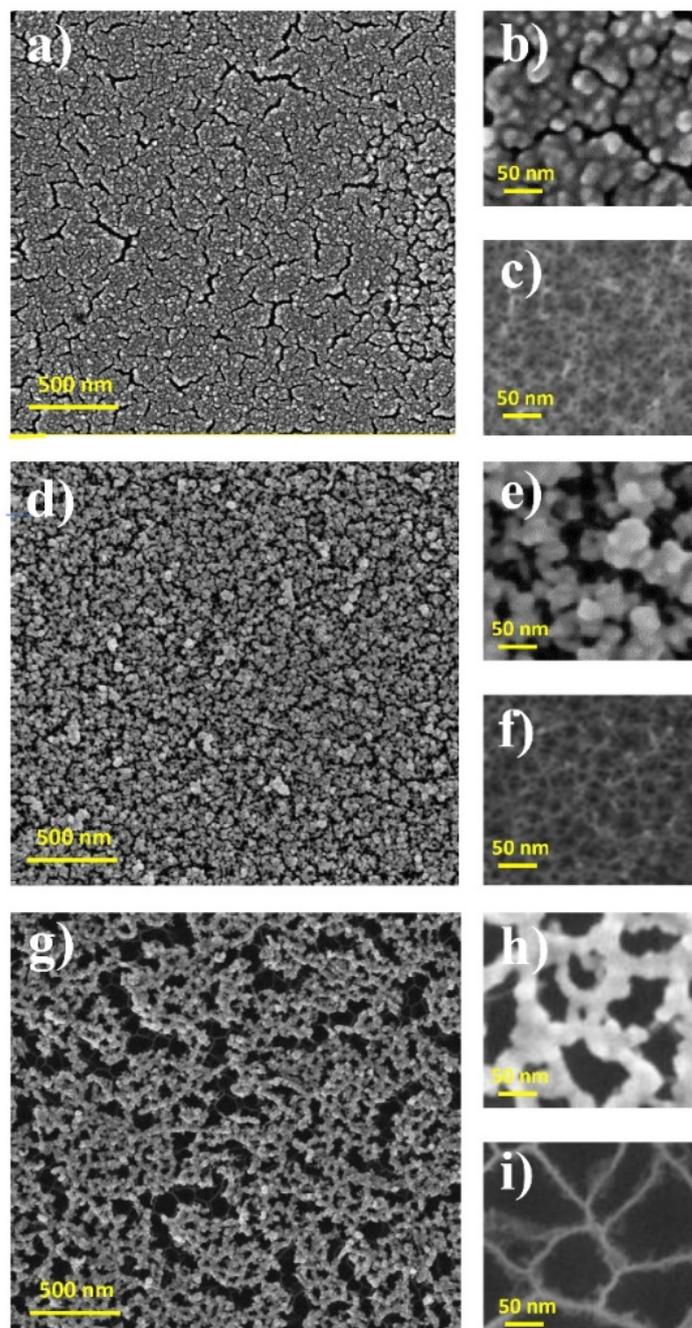
М. н. с. *Агафилушкина С.Н.*, зав. лаб. *Осминкина Л.А.*

В настоящее время диагностика малых концентраций молекул различных веществ в биологических суспензиях является актуальной задачей. В многочисленных исследованиях были продемонстрированы металлические частицы, такие как Ag, Au, Cu и другие, подходящие для возбуждения поверхностного плазмона [1,2]. Более того, наибольшее усиление наблюдалось для композитных структур, таких как Au и Ag на аморфной и кристаллической подложке кремния [3], Au и Ag на трехслойной подложке из пирамидального кремния [4] и наностержнях Ag, обернутых сверхтонкими слоями Al_2O_3 [5]. Эффект гигантского комбинационного рассеяния света (Surface enhanced Raman scattering, SERS) с использованием плазмонных поверхностей обладает большим потенциалом для идентификации различных микробиологических объектов. Одной из часто используемых структур для создания биосенсоров является наноструктурированный кремний. Подложки пористого кремния (PSi) получены электрохимическим травлением пластин монокристаллического кремния. Использовались слои PSi с тремя типами пористости.

Различные размеры пор слоев были достигнуты путем изменения соотношения HF: C_2H_5OH . Таким образом, были получены три типа слоев для соотношений HF: C_2H_5OH : 3: 1 (PSi-1); 1: 1 (PSi-2) и 1: 3 (PSi-3). На рисунке 1 показаны СЭМ-изображения подложек PSi с различными размерами пор с и без AuNP. Статистическое распределение размеров пор PSi (Рисунок 2), которое рассчитывается с помощью Image J с использованием изображений SEM, показало, что среднее значение диаметра пор составляло 15, 20 и 85 нм для PSi-1, PSi-2 и PSi-3 соответственно.

SERS на поверхностях Au/PSi исследовался с помощью рамановского микроскопа и 4-меркаптопиридина (4-MPy) в качестве молекулы аналита. Поверхности Au/PSi инкубировали в 300 мкл 4-MPy (водный раствор) в течение 30 мин путем применения различных концентраций 4-MPy от 10^{-5} моль до 10^{-7} моль с последующей сушкой в комнатных условиях. Три разных участка были измерены на каждом

образце. Вибрационные моды при 1007, 1095, 1213, 1580 и 1609 cm^{-1} являются типичными («отпечатками пальца») для молекулы 4-MPy. Наибольший пик при 1088 cm^{-1} , соответствующий режиму дыхания кольца, был обнаружен при концентрации до 10^{-7} моль для Au/PSi-2. Более того, другие характеристики пиков при 995 и 1203 могут быть разрешены не менее 10^{-6} моль для всех трех образцов.



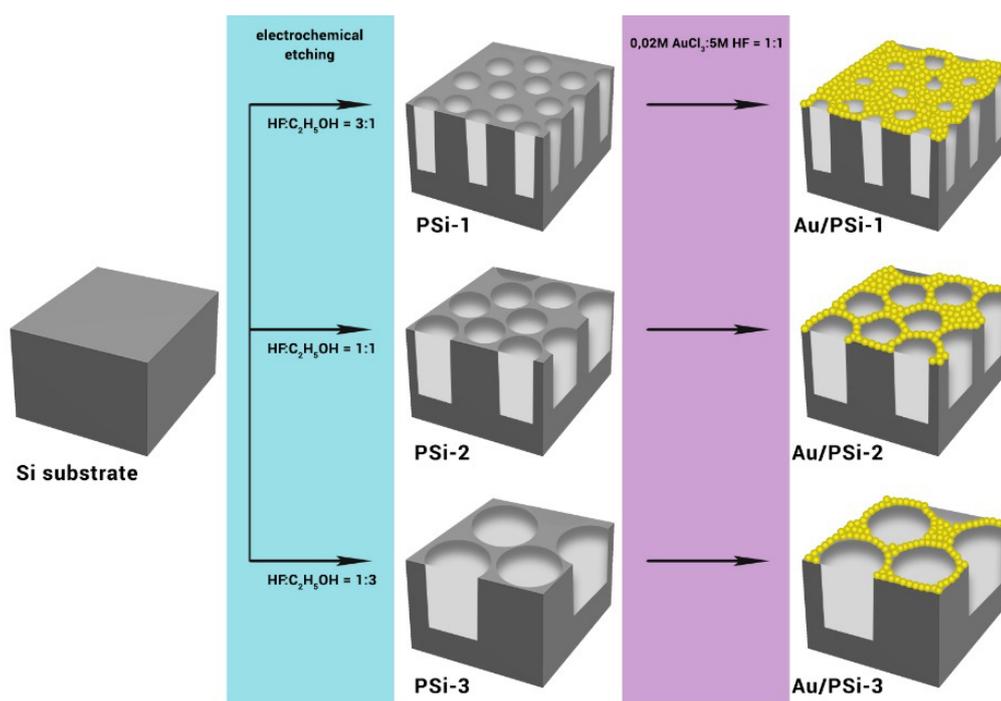


Рис. 1. Слева: образцы пористого кремния разной пористости, Carl Zeiss ULTRA 55, FE-SEM. Внизу: схема процесса образования Au / PSi электрохимического травления подложки с-Si и последующего химического осаждения наночастиц Au.

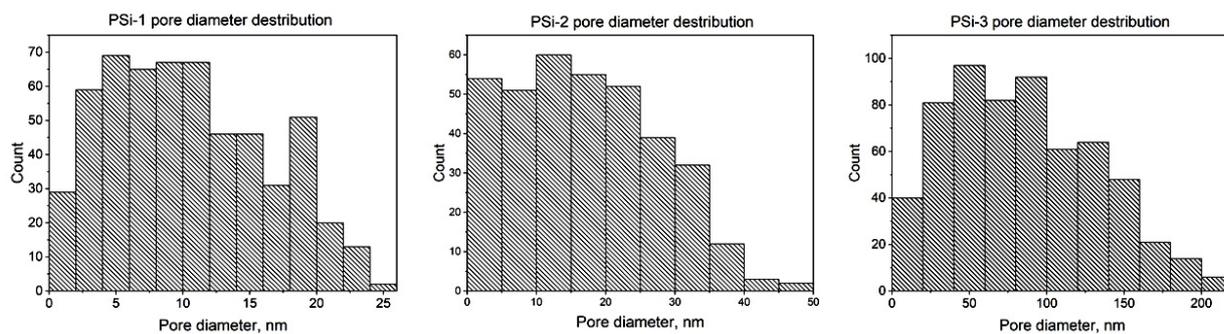


Рис. 2. Статистическое распределение размеров пор PSi, рассчитанное использованием изображений SEM.

Таким образом, в работе были получены новые композитные наноматериалы Au/PSi и была продемонстрирована возможность их использования в качестве SERS - активных подложек для анализа биологических молекул.

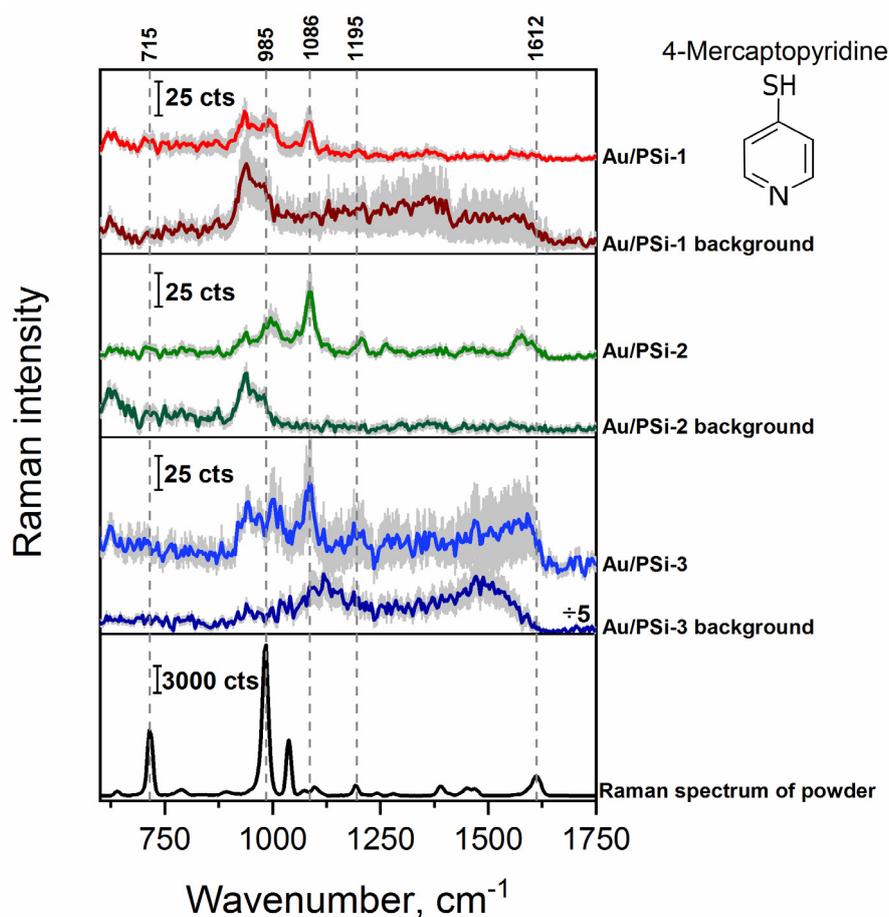


Рис. 3 . SERS спектры разных концентраций 4-МРу (от 10^{-5} моль до 10^{-7} моль) на подложках Au/PSi-1, Au/PSi-2 и Au/PSi-3. WITec, Германия, мощность лазера 1 мВт. Длина волны возбуждения -785 нм

Агафилушкина С.Н. является стипендиатом Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС». Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ грант № 17-12-01386.

Литература

1. Yu, J., Ma, Y., Yang, C., Zhang, H., Liu, L., Su, J., & Gao, Y. *Sensors and Actuators B: Chemical*. 2018, № 254. p. 182-188.
2. Chinnakkannu Vijayakumar, S., Venkatakrishnan, K., & Tan, B. *ACS applied materials & interfaces*. 2017, №9(6). p. 5077-5091.
3. Zhang, C., Jiang, S. Z., Yang, C., Li, C. H., Huo, Y. Y., Liu, X. Y., ... & Man, B. Y. *Scientific reports*. 2016, №6. p. 25243.
4. Tan, C. L., Lee, S. K., & Lee, Y. T. *Optics express*. 2015, №23(5). p. 6254-6263.
5. L. Ma, Y. Huang, M. Hou, Z. Xie, Z. Zhang, *Sci. Rep.* 2015, 5, 12890.

Подсекция:
ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ
ФИЗИКА

Сопредседатели:
профессор В. Ч. Жуковский, профессор Б. И. Садовников

СВОБОДНАЯ ЭНЕРГИЯ И УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ДВУМЕРНЫХ СИСТЕМ ТВЕРДЫХ СФЕР ДЛЯ ОДНОРОДНЫХ СТАБИЛЬНЫХ И МЕТАСТАБИЛЬНЫХ ФАЗ

Проф. Николаев П.Н.

При решении задач статистической физики особую роль играет система твердых сфер, в том числе и ее частный случай — двумерная система, или система твердых дисков [1–3]. Это обусловлено целым рядом причин, главной из которых является, с одной стороны, его простота, а с другой — широкое использование при построении рядов теории возмущений для более сложных потенциалов [3–7]. Двумерная система представляет собой и самостоятельный интерес для решения проблем описания поверхностных процессов [8–10].

В настоящее время известно десять вириальных коэффициентов для системы твердых дисков, большинство из которых найдено численно. При этом первые четыре из них, как известно, вычисляются точно. Это позволяет определить уравнение состояния системы с достаточно хорошей степенью точности при малых и средних плотностях. В общем же случае разложение для сжимаемости имеет вид

$$F = F_0 + NkT \sum_{i=2}^{\infty} \frac{\bar{b}_i}{i-1} y^{i-1}. \quad (14)$$

При этом число членов ряда в (13) ограничим условием, чтобы функция $m(y)$ была монотонно возрастающей.

В данной работе построена статистическая термодинамика системы твердых дисков, применимая для стабильной и метастабильной однородных фаз.

Литература

- Guerra R.E., Kelleher C.P., Hollingsworth A.D., Chaikin P.M. // Nature 2018. **554**. P. 346.
Sun T., Xian J., Zhang H., Zhang Z., Zhang Y. // J. Chem. Phys. 2017. **147**. 194505.
Labik S., Kolafa J., Malijevský A. // Phys. Rev. E 2005. **71**. 021105.
Николаев П.Н. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2017. № 1. С. 23.
Cowley E.R., Barker J.A. // J. Chem. Phys. 1980. **73**. P. 3452.
Hoover W.G., Ree F.H. // J. Chem. Phys. 1968. **49**. P. 3609.
Erpenbeck J.J., Luban M. // Phys. Rev. A 1985. **32**. P. 2920.
Flumara G., Saija F., Pellicane G., Haro de M.L., Santos A., Yuste S.B. // J. Chem. Phys. 2017. **147**. P. 164502.
Uihlein J., Reisert H., Glaser M., Polek M., Adler H., Petraki F., Ovsyannikov R., Bauer M., Chasse T. // J. Chem. Phys. 2013. **138**. 081101.

ЛИНИЯ МАКСИМУМОВ ФЛУКТУАЦИЙ И ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ СОГЛАСОВАННОСТЬ УРАВНЕНИЙ СОСТОЯНИЯ

Проф. *Николаев П.Н.*

Особое значение при исследовании явлений в критической области фазовой диаграммы вещества имеет линия максимумов флуктуаций [1,2]. Как известно, флуктуации обращаются в бесконечность в критической точке, где и заканчивается линия максимумов флуктуаций. Таким образом, данная линия во многом определяет структуру сверхкритической области, а также положение критической точки [3–7].

Интерес к исследованию данной линии обусловлен целым рядом причин, связанных как со сложностью рассматриваемой проблематики, так и с широким практическим применением полученных результатов. В последние годы исследования стимулировались потребностями вычисления и анализа скорости протекания химических реакций, которые связываются с величиной флуктуаций плотности числа частиц.

Исследование фазовой диаграммы веществ в сверхкритической области, то есть для температур, выше критической, связано с целым рядом технических сложностей. Поэтому исследование этой области с помощью моделей, которые позволяют рассчитать практически любые термодинамические характеристики, представляет несомненный интерес. В результате можно использовать весь имеющийся экспериментальный материал для оценки адекватности используемой модели.

В общем представления о поведении веществ в критической области были развиты в работах Д.И. Менделеева, Т. Эндрюса, М.П. Авенариуса, Дж.В. Гиббса и целого ряда других ученых. Во второй половине двадцатого века был собран огромный материал о поведении веществ в окрестности критической точки. В основном он касался поведения критических показателей, которые по экспериментальным фактам определялись достаточно просто. Это позволяло определить асимптотическое поведение термодинамических функций при приближении к критической точке. В настоящее время появилась насущная потребность более подробного исследования здесь фазовой диаграммы, особенно линии максимумов флуктуаций.

В данной работе исследуется поведение максимума флуктуаций числа частиц в зависимости от термодинамических параметров при выполнении требования, чтобы найденные уравнения состояния были термодинамически согласованными. Разумеется, при любых приближенных вычислениях термодинамическая согласованность также будет не полной, а приближенной. Поэтому здесь мы ограничимся требованием максимально возможной термодинамической согласованности уравнений состояния.

Статистическая термодинамика многочастичных систем может быть построена на основе вычисления канонического интеграла Гиббса, который определяет свободную энергию системы. Уравнения состояния, полученные из свободной энергии, будут термодинамически совместимыми согласно своему построению. Если же статистическую термодинамику строить с использованием функций распределения, вопрос о термодинамической совместимости становится не столь однозначным.

В настоящей работе рассмотрим системы, в которых взаимодействие между частицами является бинарным. Здесь для построения статистической термодинамики достаточно двухчастичной функции распределения. В этом случае мы можем найти термическое и калорическое уравнения состояния и, таким образом, полностью определить все термодинамические свойства. Данный подход может быть обобщен и на случай многочастичных взаимодействий.

В случае, когда двухчастичная функция распределения является точной, уравнения состояния термодинамически совместимы и удовлетворяют соотношению

$$\theta \left(\frac{\partial p}{\partial \theta} \right)_V = \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_\theta + p, \quad (1)$$

где p — давление, $\theta = kT$, k — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура, V — объем системы, U — ее внутренняя энергия. В общем случае двухчастичная функция распределения вычисляется приближенно. Тогда функции p и U также являются приближенными и соотношение (1), вообще говоря, не выполняется. Отметим, что для системы твердых сфер соотношение (1) выполняется автоматически. Поэтому для этой системы оно не может служить источником дополнительной информации.

Кроме того, существует проблема совместимости термических уравнений состояния, найденных из выражения для давления и из выражения для сжимаемости, которые определяются через двухчастичную функцию распределения. Так решение уравнения Перкусай-Йефика для двухчастичной функции распределения приводит к двум различным термическим уравнениям состояния, при этом с ростом плотности расхождение этих уравнений увеличивается. То же самое имеет место и для решения интегрального уравнения в суперпозиционном приближении.

Такая неоднозначность при получении уравнений состояния на первом этапе использования функций распределения считалась неустранимым дефектом. При этом предполагалось, что рассогласование результатов имеет величину порядка точности определения двухчастичной функции распределения и при учете поправок высших порядков будет уменьшаться.

В дальнейшем отношение к термодинамической совместимости уравнений состояния изменилось. Приближенные функции распределения, либо уравнения, из которых они были получены, стали аппроксимировать так, чтобы обеспечить термодинамическую согласованность уравнений. Это привело к значительному увеличению точности вычисления двухчастичной функции распределения, а, значит, и найденных на их основе термодинамических функций.

С построением термодинамической теории возмущений выражение для свободной энергии также стало содержать функции распределения базовой системы. Поскольку с достаточной степенью точности можно найти лишь двухчастичную функцию распределения, функции распределения высших порядков выражались через двухчастичные функции распределения на основе дополнительных допущений. В результате наряду с первым приближением удалось построить и второе приближение теории возмущений.

При построении выражений для членов высших порядков ряда теории возмущений оказалось удобнее ввести параметризованную двухчастичную функцию распределения. При этом параметр λ изменяется на интервале $0 \leq \lambda \leq 1$ и при $\lambda = 0$ мы имеем функцию распределения базовой системы, а при $\lambda = 1$ — исследуемой. Термодинамическая совместимость уравнений состояния при таком подходе обычно обеспечивается лишь для базовой системы.

В данной работе термодинамическая совместимость уравнений состояния используется при построении эффективной термодинамической теории возмущений. Для этого предлагается обеспечить совместимость уравнений, найденных на основе использования параметризованной двухчастичной функции распределения в рамках термодинамической теории возмущений. Особое внимание уделяется воспроизведению точно известных в настоящее время вириальных коэффициентов.

Литература

1. Dalladay-Simpson P., Howie R.T., Gregoryanz E. // Nature. 2016. 529. P. 63.
2. Midya J., Das S.K. // J. Chem. Phys. 2017. 146. 044503.
3. Nikolaev P.N. // Moscow University Physics Bulletin 2016. 71. P. 75.
4. Salzmann C.G. // J. Chem. Phys. 2019. 150. 060901.
5. Wilson M. // Physics Today. 2016. 69. N 8. P. 15.
6. Kim E.-J., Hollerbach R. // Phys. Rev. E 2017. 95. 062107.
7. Asiaee A., Benjamin M. // J. Chem. Phys. 2016. 145. 084506.

ГИПЕРБРАНЫ СО СКАЛЯРНЫМИ ВОЛОСАМИ

Асп. *Бозуш И.А.*, проф. *Гальцов Д.В.*

Стандартные дилатонные p -браны в теориях супергравитации являются решениями уравнений Эйнштейна с дилатоном и антисимметричной формой [1]. Эти решения являются асимптотически плоскими в поперечных измерениях и имеют регулярный горизонт событий, причем дилатонный заряд не является независимым параметром, но выражается через другие параметры решения, такие как масса и заряды Пейджа p -браны. Для случая $p=0$ это соответствует выполнению теоремы об отсутствии волос, запрещающий независимый скалярный заряд для асимптотически плоских чёрных дыр с регулярным горизонтом событий. В настоящей работе были найдены более общие решения для p -бран с независимым дилатонным зарядом, ценой отказа от требования регулярности горизонта. Частными случаями полученного семейства решений являются 0-брана в 4-мерном пространстве, представляющая собой обобщение решение Фишера-Яниса-Ньюмена-Виникура [2, 3] на случай электрического или магнитного зарядом, а также NS5-брана в теории суперструн типа IIB [4] с произвольным дилатонным зарядом. Для случая трехмерного поперечного пространства также дано дальнейшее обобщение, в котором вводится произвольный параметр деформации Зипоя-Вурхиса δ [5, 6].

Действие теории Эйнштейна с дилатоном и антисимметричной формой в D -мерном пространстве имеет вид

$$S = \int d^D x \sqrt{-G} \left(R - \frac{1}{2} (\nabla \phi)^2 - \frac{\exp \alpha \phi}{2(n+1)!} F_{(n+1)}^2 \right), \quad (1)$$

где $F_{(n+1)} = dA_{(n)}$ — антисимметричная форма ранга $n+1$, ϕ — дилатон, α — дилатонная константа связи, выбор которой определяется конкретной моделью. Предполагая существование d коммутирующих векторов Киллинга, один из которых времени-подобный, определим анзац для D -мерной метрики

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(x) dy^\mu dy^\nu + (\sqrt{-g})^{-\frac{2}{s}} h_{\alpha\beta}(x) dx^\alpha dx^\beta, \quad (2)$$

где $g_{\mu\nu}$ и $h_{\alpha\beta}$ — произвольные метрики с размерностями d и $s+2$ соответственно, индексы которых пробегает значения $\mu, \nu = 0, \dots, d-1$ и $\alpha, \beta = 1, \dots, s+2$. Для антисимметричной формы можно выбрать электрический анзац с $n = d$:

$$A_{01\dots d-1} = v(x), \quad (3)$$

или магнитный анзац с $n = s$:

$$F^{\alpha_1 \dots \alpha_{s+1}} = \frac{\exp \alpha \phi}{\sqrt{-g}} \epsilon^{\alpha_1 \dots \alpha_{s+1} \beta} \partial_\beta u(x), \quad (4)$$

где $\epsilon^{\alpha_1 \dots \alpha_{s+1} \beta} = \pm 1$. В работе [7] показано, что таргет-пространства (g, ϕ, v) и (g, ϕ, u) образуют сигма-модели. Между электрической и магнитной сигма-моделями существует электромагнитная дуальность $\phi \rightarrow -\phi, u \leftrightarrow v$, переводящая электрическое решение в магнитное и обратно. Вводя потенциалы Эрнста для электрической сигма-модели

$$\Phi = \frac{v}{2\sqrt{2B}}, \quad \varepsilon = \exp(\alpha\phi) + 2 \ln \sqrt{-g} - \frac{v^2}{8B}, \quad (5)$$

где $B = (s+d)/2\Delta$ и $\Delta = \alpha^2(s+d) + 2sd$, можно получить преобразования изометрий таргет-пространства. Преобразование, которое сохраняет асимптотическое поведение $\varepsilon \rightarrow 1$ и $\Phi \rightarrow 0$ имеет вид

$$\Phi = \frac{\Phi_0 + c(c\Phi_0 + \varepsilon_0 - 1)}{1 - 2c\Phi_0 - c^2\varepsilon}, \quad \varepsilon = \frac{\varepsilon_0 + 2c\Phi_0 - c^2}{1 - 2c\Phi_0 - c^2\varepsilon_0}, \quad \xi = \xi_0, \quad (6)$$

где $\xi = sd\phi - \alpha(s+d) \ln \sqrt{-g}$.

Применяя преобразование (6) к метрике Фишера, было получено решение

$$ds^2 = f_2^{\frac{4s}{d}} (-f_1^s dt^2 + dy_1^2 + \dots + dy_{d-1}^2) + f_2^{-\frac{4d}{d}} f_1^{-\frac{\sigma}{s}} \left(f_1^{\frac{1-s}{s}} dr^2 + r^2 f_1^{\frac{1}{s}} d\Omega_{s+1}^2 \right),$$

$$f_1(r) = 1 - \frac{r_0^s}{r^s}, \quad f_2(r) = \frac{1 - c^2}{1 - c^2 F^{\sigma U}},$$

$$\phi(r) = \frac{\Sigma \sigma}{M} \sqrt{\frac{s+1}{2s}} \ln f_1 + 4B\alpha \ln f_2, \quad A_{\alpha_1 \dots \alpha_{s+1}} = \frac{2\sqrt{2B}}{c} (f_2 - 1) \quad (7)$$

$$r_0^s = \frac{8M\Gamma\left(\frac{s-2}{2}\right)}{\sigma(s-1)\pi^{\frac{s}{2}}}, \quad \sigma = \frac{M}{\sqrt{M^2 + \Sigma^2}}, \quad U = 1 + \frac{\Sigma\alpha}{M} \sqrt{\frac{s+1}{2s}},$$

где параметры M, Σ, c являются независимыми, а $d\Omega_{s+1}^2$ — метрика на $(s+1)$ -сфере единичного радиуса. Изначальную метрику Фишера можно восстановить, положив параметр преобразования $c = 0$ и размерность $d = 1$. Магнитная брана отличается от электрической знаком дилатона $\phi \rightarrow -\phi$ и полем антисимметричной формы:

$$F_{\alpha_1 \dots \alpha_{s+1}} = P \sqrt{\Omega} \epsilon_{\alpha_1 \dots \alpha_{s+1}}, \quad P = \frac{c}{1 - c^2} 2s\sigma U r_0^s \sqrt{2B}, \quad (8)$$

где Ω — определитель метрики на единичной $(s+1)$ -сфере, $\epsilon_{\alpha_1 \dots \alpha_{s+1}} = \pm 1$. Как и следовало ожидать, скаляр Риччи (9) полученных метрик расходится на горизонте, кроме случая $\Sigma = 0$:

$$R = \frac{1}{2} \sigma^2 f_2^{\frac{4d}{s}} f_1^{\frac{s-s-1}{s}} f_1^{\prime 2} \left[\frac{4c^2 U^2 (d^2 - s^2) f_2^2 f_1^{\sigma U}}{\Delta (c^2 - 1)^2 (D - 2)} + \left(\frac{U - 1}{\alpha} - \frac{2\alpha c^2 f_2 U (d + s) f_1^{\sigma U}}{(c^2 - 1)\Delta} \right)^2 \right] \quad (9)$$

При $c^2 > 1$ знаменатель функции f_2 имеет корень при $f_1 = c^{-2}$. Как видно из (9), это приводит к появлению ещё одной сингулярной поверхности.

Важным примером полученных решений могут служить браны **F1** и **NS5** в суперструнной теории типа II. Фундаментальная струна **F1** является решением с электрически заряженной 3-формой при $d = 2$, $s = 6$, $\alpha = 1$. Дуальная ей солитонная 5-брана **NS5** обладает магнитным зарядом с параметрами $d = 6$, $s = 2$, $\alpha = 1$. Обе конфигурации приводят к значению параметра $\Delta = 32$, поэтому показатели степени функции f_2 в метрике равны $1/4$ и $3/4$ с точностью до знака.

Браны с $\kappa = 1$ можно дополнительно снабдить параметром деформации δ . Для этого начнём с метрики Зипоя-Вурхиса в 4-мерном пространстве. Используя **SO(2)** изометрию таргет-пространства (f, ϕ) в теории Эйнштейна с дилатоном, можно снабдить решение скалярным зарядом. Полученное решение объединяет решения Фишера и Зипоя-Вурхиса. Далее, применяя процедуру генерации р-бран, получим решение со скалярными волосами и параметром деформации δ . Его вид совпадает с решениями (7), (8) с точностью до замены $\sigma \rightarrow \sigma \delta$ и метрики $h_{\alpha\beta}$ на 3-мерную часть метрики Зипоя-Вурхиса.

Работа выполнена при поддержке РФФИ в рамках проекта 17-02-01299а.

Литература

1. K.S. Stelle, Lectures on Supergravity p-branes, Report Imperial/TP/96-97/15
2. I.Z. Fisher, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **18** (1948) 636–640.
3. A.I. Janis, E.T. Newman, J. Winicour, Phys. Rev. Lett. **20** (1968) 878–880.
4. T. Ortin, “Gravity and Strings”, Cambridge Monographs on Mathematical Physics (2015).
5. D.M. Zipoy, J. Math. Phys. **7**, 1137 (1966).
6. B.H. Voorhees, Phys. Rev. D **2**, 2119 (1970).
7. D.V. Gal'tsov, O.A. Rytchkov, Phys. Rev. D **58** (1998) 122001.

ЭФФЕКТЫ НЕНУЛЕВОГО МАГНИТНОГО МОМЕНТА В КОЛЛЕКТИВНЫХ ОСЦИЛЛЯЦИЯХ НЕЙТРИНО ПРИ ВЗРЫВАХ СВЕРХНОВЫХ

Асс. Харланов О.Г., магистрант Шустов П.И.

Как известно, во время взрывов сверхновых подавляющая часть энергии выделяется в форме нейтрино, которые легко покидают внутренние слои звезды в силу своей высокой проникающей способности. Однако, несмотря на прозрачность вещества звезды для нейтрино за пределами нейтриносферы — поверхности последнего рассеяния — здесь все еще существенными остаются процессы рассеяния вперед, влияющие на осцилляции вылетающих из звезды нейтрино. При взрывах массивных звезд типа II, характеризующихся высокими плотностями нейтрино, существенный вклад вносит и рассеяние вперед нейтрино на нейтрино, приводящее к так называемым коллективным осцилляциям [1]. Коллективные осцилляции описываются нелинейными уравнениями и поэтому подвержены неустойчивостям эволюции флейворных спектров нейтрино, катализатором которых могут быть отсутствующие в рамках стандартной модели взаимодействия. Исследованию влияния одного из таких нестандартных взаимодействий — взаимодействия переходного магнитного момента майорановского нейтрино со сверхсильным магнитным полем звезды — на развитие неустойчивостей и посвящена настоящая работа. Необходимо добавить, что поиски магнитного момента нейтрино активно ведутся (современные ограничения на него имеют порядок до $10^{-15} \mu_B$, но в основном существенно слабее [2]), поскольку относительно большое его значение будет свидетельством о наличии Новой физики за пределами стандартной модели.

Прежде всего, с помощью метода среднего поля мы вывели уравнения для эволюции флейворной матрицы плотности майорановского нейтрино $\rho_{AB}(\mathbf{p}) = \langle \hat{a}_{B\mathbf{p}}^\dagger \hat{a}_{A\mathbf{p}} \rangle$, где \mathbf{p} — импульс нейтрино, а $A, B = e, x, \bar{e}, \bar{x}$ — флейвор-спиральность в двухфлейворном приближении. Мы сразу запишем эти уравнения в рамках одноугловой схемы [1], которая формально получается для сферически-симметричного распределения по импульсам, зависящего от расстояния r до центра звезды, $\rho_{AB} = \rho_{AB}(p, r)$:

$$\frac{\partial \rho(p, r)}{\partial r} = i[H(p, r), \rho(p, r)];$$

$$H = \frac{h\Delta m^2}{4p} \begin{pmatrix} \square & 0 \\ 0 & \square \end{pmatrix} + G_F \sqrt{2} \begin{pmatrix} \square & 0 \\ 0 & -\square \end{pmatrix} - B_\perp(r) \begin{pmatrix} 0 & M \\ M & 0 \end{pmatrix} + H_{\text{self}},$$

$$H_{\text{self}} = G_F \sqrt{2} n_\nu(r) \int dp' \left[\text{tr}(\rho(p', r) G) G + (\rho(p', r) - \rho^{cT}(p', r))^{\times} \right];$$

$$\square = \begin{pmatrix} \cos 2\theta & -\sin 2\theta \\ -\sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{pmatrix}, \quad \square = \begin{pmatrix} n_e(r) - n_n(r)/2 & 0 \\ 0 & -n_n(r)/2 \end{pmatrix}, \quad M \equiv \begin{pmatrix} 0 & i\mu \\ -i\mu & 0 \end{pmatrix};$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad M^c \equiv CMC, \quad M^{\times} \equiv \frac{1}{2}(M + GMG).$$

В этих уравнениях мы используем блочную форму записи матриц (две блочных строки соответствуют нейтрино и антинейтрино, соответственно); $\Delta m^2 = 2.5 \times 10^{-3} \text{эВ}^2$ — разность квадратов масс нейтрино, $h = \pm 1$ соответствует нормальной/обратной иерархии масс, B_{\perp} — поперечное к направлению движения нейтрино магнитное поле, $\theta \approx 9^\circ$ — угол смешивания нейтрино, n_e , n_n и n_ν — плотности числа электронов, нейтронов и нейтрино, соответственно; μ — переходный магнитный момент нейтрино. Отметим, что задача о выводе данного гамильтониана ставилась и ранее, в работе [3], но полученный в ней результат отличается от нашего заменой слагаемого $(\rho - \rho^{cT})^{\times}$ в гамильтониане самодействия на $G(\rho - \rho^{cT})G$. Отличие этих двух слагаемых состоит в отсутствии в первом из них недиагональных блоков, соответствующих смешиванию нейтринных и антинейтринных состояний. Это отличие исчезает при $\mu = 0$. Интересно также, что, несмотря на то, что, по всей видимости, результат работы [3] происходит из вычислительной ошибки, соответствующее слагаемое в H_{self} может возникать при наличии нестандартных взаимодействий нейтрино, например, вида $L_{\text{int}} \simeq (\bar{\nu}_i \nu_i)^2$, поэтому это слагаемое также интересно для численного анализа.

Мы провели численное моделирование выведенной нами системы уравнений для коллективных осцилляций, а также анализ ляпуновской устойчивости этой системы. Для последнего мы положили $B_{\perp}, n_\nu, n_e, n_n = \text{const}$ и в качестве опорного выбрали постоянное решение, получающееся при отключении в H первого, вакуумного и третьего, связанного с магнитными моментом слагаемых. Явное вычисление собственных значений и собственных функций интегрального оператора K в линеаризованном уравнении $K[\delta\rho] = \lambda\delta\rho(p, r)$ для гамильтониана из работы [3] выявило наличие неустойчивых ($\text{Im}\lambda > 0$) мод блочно-недиагонального вида, которые могут возбуждаться при наличии ненулевого магнитного момента нейтрино; с другой стороны, для выведенного нами гамильтониана неустойчивые моды имеют блочно-диагональный вид, поэтому магнитный момент их не возбуждает. Мы также показали, что, как и в случае дираковских нейтрино, при $\Delta m^2 \rightarrow 0$ все собственные значения (неэрмитова) оператора K становятся вещественными, и экспоненциальная неустойчивость не возникает.

Различия между спектрами неустойчивостей для двух упомянутых гамильтонианов действительно отражаются на наблюдаемой эволюции нейтринных спектров по мере удаления от центра звезды, что видно из рис. 1, изображающего рассчитанные энергетические спектры двух нейтринных и двух антинейтринных флейворов на некотором удалении от нейтриносферы (слева — наш гамильтониан, справа — гамильтониан из [3]). Мы также рассчитали характерную величину отклонения спектров от их вида при $\mu = 0$, которую потенциально можно было бы наблюдать, для нашего гамильтониана (рис. 2): она очень скромна при $\mu \in 10^{-15} \mu_B$. Однако при наличии нестандартных взаимодействий типа [3] эта чувствительность возрастает на порядки.

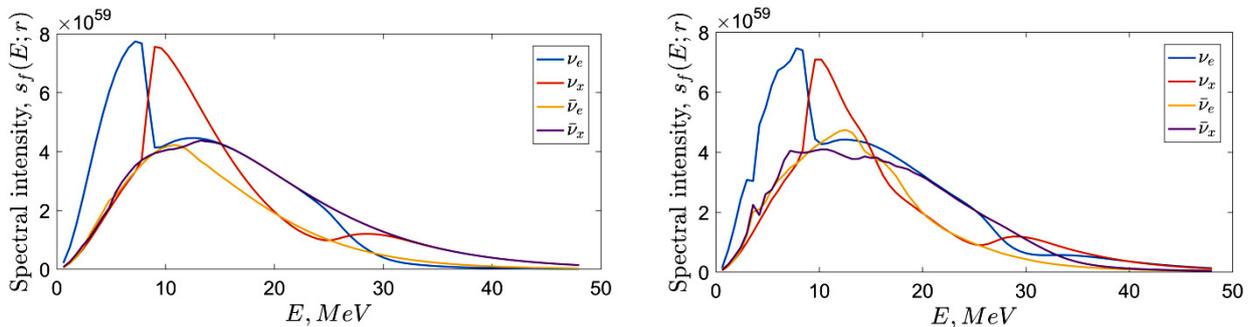


Рис. 1. Результаты эволюции спектров нейтринных флейворов от нейтриносферы к $r = 400$ км для светимости $I = 10^{54} \text{ с}^{-1}$ и момента $\mu = 10^{-15} \mu_B$ при обратной иерархии масс; слева/справа — результаты для выведенного нами гамильтониана и гамильтониана из [3].

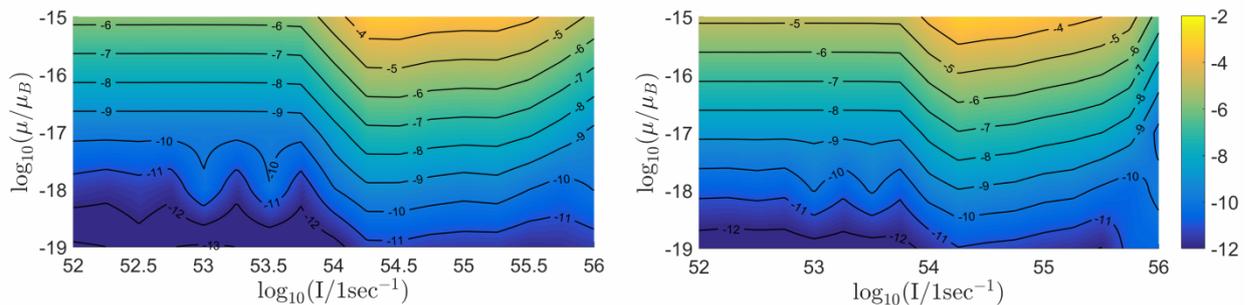


Рис. 2. Относительная чувствительность спектров к магнитному моменту нейтрино μ , в зависимости от светимости I (нормальная и обратная иерархии масс слева и справа).

Получается, что даже очень малый магнитный момент майорановского нейтрино может позволить на основе нейтринных спектров сверхновой обнаружить нестандартное нейтринное взаимодействие, такое как фактически введенное в [3], поскольку

последнее создает новые неустойчивые моды, а магнитный момент их возбуждает.

Литература

1. H. Duan, G. M. Fuller, and Y. Zh. Qian, *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* **60**, 569 (2010).
2. A. Studenikin, *J. Phys. Conf. Ser.* **718**, 062076 (2016).
A. de Gouvêa and S. Shalgar, *JCAP* **10** (2012), 027

Подсекция:

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Сопредседатели:

профессор В. Ф. Бутузов, профессор Н. Н. Нефедов

ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ РЕАКЦИЯ-ДИФФУЗИЯ-АДВЕКЦИЯ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ТЕПЛО И МАССОПЕРЕНОСА

Ст. н. с. *Давыдова М. А.*

Описанию тепловых структур, в том числе многомерных, в нелинейных диссипативных средах при различных видах теплового воздействия, посвящен ряд работ (см. напр. [1-3]). В настоящей работе получены асимптотические решения пограничного типа, соответствующие тепловым полям нелинейных стоков тепла, и асимптотические решения с внутренними переходными слоями, соответствующие тепловым структурам, стационарной сингулярно возмущенной задачи нелинейной теплопроводности в случае нелинейной зависимости мощности тепловых источников от температуры. В частности, такая зависимость имеет место при химических реакциях, экзо и эндотермических процессах в нагретых нелинейных средах.

Стационарное распределение температуры $u(x)$ в однородном твердотельном образце с нелинейными характеристиками в случае, когда мощность тепловых источников велика, описывается следующей краевой задачей Дирихле для безразмерного уравнения типа реакция-диффузия-адвекция [4] при условии, что безразмерные коэффициенты теплопроводности и удельной теплоемкости, пропорциональны:

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 (\Delta u - A(u)(\nabla u)^2) &= B(u, x), \quad x = (x_1, x_2, x_3) \in D \subset R^3, \\ u(x, \varepsilon) &= g(x), \quad x \in S, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\Delta = \sum_{k=1}^3 \partial^2 / \partial x_k^2$ – оператор Лапласа, $(\nabla)^2 = \sum_{k=1}^3 (\partial / \partial x_k)^2$. Функции A , B , g и граница S достаточно гладкие (степень гладкости определяется порядком асимптотического решения), $\varepsilon > 0$ – малый параметр, являющийся следствием учета параметров физической задачи. Слагаемые в левой части уравнения (1) описывают процесс нелинейной теплопередачи, а слагаемое справа – процесс энерговыделения.

Стационарные тепловые структуры, изученные в настоящей работе, являются результатом конкуренции двух нелинейных процессов. С одной стороны, действие нелинейных источников приводит к неоднородному распределению температуры в образце. С другой стороны, наличие нелинейной теплопроводности способствует выравниванию температуры. Как следствие, в зависимости от параметров источников и характеристик образца внутри последнего возникает область повышенного (или

пониженного) разогрева, в окрестности границы которой температура претерпевает быстрое изменение.

1. Формальная асимптотика решения погранслоного типа строится в рамках, определенных предположений, согласно которым вырожденное уравнение $B(u, x) = 0$ имеет изолированное решение $u = \phi_3(x)$, причем $B_u(\phi_3(x), x) > 0$, $x \in D \cup S$. Ограничения на выбор краевого режима имеют вид:

$$\int_{\phi_3(0, \eta)}^{g(0, \eta)} B(s, 0, \eta) \exp \left(2 \sum_{k=1}^3 (d^k(0, \eta))^2 \int_s^{g(0, \eta)} A(\sigma) d\sigma \right) ds > 0, \quad \eta \in \Sigma. \quad (2)$$

В (2) под обозначением $B(u, r, \eta)$ понимается выражение для функции $B(u, x)$ в локальных координатах (r, η) , введенных с целью описания решения в окрестности границы S , где r – расстояние от точки на поверхности S до точки внутри области D вдоль нормали, $\eta = (\eta_1, \eta_2)$ – криволинейные координаты на поверхности S , Σ – область изменения переменной η на поверхности S , $d^k(r, \eta)$ – известные функции.

Асимптотическое разложение решения погранслоного типа ищется в виде суммы двух разложений по степеням ε : регулярного и погранслоного. Коэффициенты регулярного разложения определяются как решения конечных уравнений. Коэффициенты погранслоного разложения определяются как решения краевых задач, в том числе нелинейных, и выписываются в явном виде.

Контрастные структуры. При исследовании задачи (1) на наличие решений с внутренними переходными слоями (контрастных структур) основным требованием является условие существования изолированных решений $u = \phi_i(x)$, $\phi_1(x) < \phi_2(x) < \phi_3(x)$ вырожденного уравнения таких, что $B_u(0, \phi_i(x), x) > 0$, $i = 1, 3$, $B_u(0, \phi_2(x), x) < 0$ при $x \in D \cup S$.

Определим множество $\{\bar{\Omega}\}$ достаточно гладких замкнутых поверхностей в области D с локальными координатами (r, θ) в малой окрестности каждой поверхности (подробнее см. [4]), где r – расстояние от точки на поверхности до точки внутри области D вдоль нормали, $\theta = (\theta_1, \theta_2)$ – криволинейные координаты на поверхности.

Определим функцию

$$I(r, \theta) := \int_{\phi_1(r, \theta)}^{\phi_3(r, \theta)} B(\xi, r, \theta) \exp \left(2 \sum_{k=1}^3 (l^k(r, \theta))^2 \int_{\xi}^{\phi_2(r, \theta)} A(\eta) d\eta \right) d\xi,$$

где $l^k(r, \theta)$ – известные функции. Достаточные условия существования контрастных структур с переходами с корня $u = \phi_1(x)$ на корень $u = \phi_3(x)$ можно сформулировать в терминах функции $I(r, \theta)$: существует поверхность $\Omega_0 \in \{\bar{\Omega}\}$ такая, что

$$I(0, \theta) = 0, \quad I_r(0, \theta) < 0, \quad \theta \in \Theta_0, \quad (3)$$

где Θ_0 – область изменения координаты θ на поверхности Ω_0 . Ограничение на выбор функции $g(x)$ дается неравенством (2).

Условия (3) определяют связь между параметрами источников и характеристиками образца, а условие (2) – ограничение на выбор краевого режима при которых реализуется тепловая структура. Существование тепловой структуры с переходами с корня $u = \phi_3(x)$ на корень $u = \phi_1(x)$ имеет место, если $I(0, \theta) = 0, \quad I_r(0, \theta) > 0, \quad \theta \in \Theta_0$.

Формальная асимптотика контрастной структуры получается путем C^1 -сшивания двух асимптотик погранслоного типа на поверхности перехода, уравнение которой в локальных координатах (r, θ) , введенных в окрестности поверхности Ω_0 , ищется в виде асимптотического разложения по степеням ε . Коэффициенты разложения определяются как решения конечных задач (подробнее см. в [4]).

Существование решений погранслоного типа и типа контрастных структур с построенными асимптотиками, а также их устойчивость по Ляпунову, как стационарных решений соответствующих параболических задач, устанавливается на основе асимптотического метода дифференциальных неравенств [5].

Работа выполнена при поддержке РФФИ, пр. №16-01-00437.

Литература

- В.А. Галактионов, С.П. Курдюмов, А.А. Самарский. Процессы в открытых диссипативных средах (графическое исследование эволюции тепловых структур) М.: Знание, 1988.
- С.П. Курдюмов, Е.С. Куркина, А.Б. Потапов, А.А. Самарский. // ДАН. 1984. Т. 274, № 5, С. 1071–1075.
- С.П. Курдюмов, М.И. Гуревич, О.В. Тельковская. // Дифф. уравн. 1995. Т. 31. С. 1722–1733.
- Davydova M.A., Nefedov N.N. // Numerical Analysis and Its Applications, Lecture Notes in Comput. Sci. 2017. Vol. 10187, pp. 277–285.
- N. Nefedov. // Numerical Analysis and Its Applications, Lecture Notes in Comput. Sci. 2013. Vol. 8236, pp. 62–72.

ОБ ИТЕРАЦИОННОМ СПОСОБЕ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ БЫСТРЫХ И МЕДЛЕННЫХ УРАВНЕНИЙ

Доц. Е. Е. Букжалёв

Рассмотрим задачу Коши для следующей сингулярно возмущенной системы:

$$\varepsilon z'(t, s) = a_1(t) z(t, s) + a_2(t) y(t, s) + f(t), \quad (1)$$

$$y'(t, s) = b_1(t) z(t, s) + b_2(t) y(t, s) + g(t), \quad (2)$$

$$z(0; s) = y(0; s) = 0, \quad (3)$$

где $\varepsilon > 0$ — малый параметр, $a_1(t) < 0$, $t \in [0, T]$, $T > 0$.

Известно, что система двух дифференциальных уравнений может быть сведена к одному интегральному уравнению Вольтерры. Такой приём использовался, например, в [1] для обоснования асимптотики схожей задачи. Напомним этот приём. Вводя обозначения

$$A_1(t, s, \varepsilon) := \exp \left[\frac{1}{\varepsilon} \int_s^t a_1(p) dp \right], \quad B_2(t, s) := \exp \left[\int_s^t b_2(p) dp \right],$$

Имеем

$$z(t, s) = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^t A_1(t, s, \varepsilon) [a_2(s) y(s, s) + f(s)] ds, \quad (4)$$

$$y(t, s) = \int_0^t B_2(t, s) [b_1(s) z(s, s) + g(s)] ds. \quad (5)$$

Для перехода к искомому уравнению осталось подставить (4) в (5) (либо (5) в (4)). Осуществляя указанную подстановку, получаем

$$z(t, s) = \int_0^t K(t, s, \varepsilon) z(s, s) ds + F(t, s), \quad (6)$$

где $K(t, s, \varepsilon)$ и $F(t, s)$ выражаются через $a_1(t)$ и $b_1(t)$.

Пусть $R(t, s, \varepsilon)$ — резольвента уравнения (6). Тогда его решением будет

$$z(t, \varepsilon) = \int_0^t R(t, s, \varepsilon) f(s, \varepsilon) ds + F(t, \varepsilon).$$

Переход к уравнению (6) может быть полезен для установления разного рода оценок и свойств решения исходной задачи (1)–(3), однако построение резольвенты уравнения (6) ничуть не проще поиска решения задачи (1)–(3), так что с точки зрения сложности интегрирования уравнение (6) и задача (1)–(3) эквивалентны. Таким образом, стандартный

приём, использованный в [1], не позволяет добиться упрощения задачи (1)–(3). В то же время асимптотика, построенная с помощью метода пограничных функций, описываемого в [1], вообще говоря, расходится в обычном смысле (по норме пространства непрерывных функций).

Тем не менее, оказывается, если воспользоваться преобразованиями, схожим с преобразованиями, предложенными в [2], можно построить приближения к решению задачи (1)–(3), сходящиеся не только в асимптотическом, но и в обычном смысле. Опишем эти преобразования. Умножая уравнения (1) и (2) соответственно на $a_1(t)$ и $\varepsilon a_2(t)$, и складывая получившиеся результаты, имеем

$$\varepsilon (a_1 x + a_2 y)' = a_1 (a_1 x + a_2 y) + a_1 f + \varepsilon a_2 g + \varepsilon a_2 (b_1 x + b_2 y) - \varepsilon (a_1)' x.$$

Далее, делаем замену $u = a_1 x + a_2 y$, выражаем y через u из уравнения (2) и приходим к следующему уравнению для новой функции u

$$\varepsilon u' = a_1 u + A(u, \varepsilon),$$

где A — известный интегральный оператор (ядро которого выражается через входные данные задачи (1)–(3)). Интегрируя последнее уравнение и воспринимая $A(u, \varepsilon)$ как неоднородность, получаем

$$u(t, \varepsilon) = B(u, \varepsilon)(t), \quad (6)$$

где B — известный оператор. Можно доказать, что при достаточно малых ε оператор B удовлетворяет условиям теоремы Банаха о сжимающих отображениях, в силу которой уравнение (6) имеет единственное решение u . Кроме того, поскольку коэффициент сжатия оператора B является величиной порядка ε , то итерационная последовательность $u_n = B(u_{n-1})$ сходится к решению u как в обычном, так и в асимптотическом смысле (доказательство этого факта аналогично доказательству сходимости итерационной последовательности, построенной в [3]).

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-01-00424.

Литература

1. Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных уравнений. М.: Наука, 1973.
2. Боглаев Ю. П. Итерационный метод приближенного решения сингулярно возмущенных задач // Докл. АН СССР. 1976. Т. 227, № 5. С. 1009-1022.
3. Букжалёв Е. Е. Об одном способе исследования задачи Коши для сингулярно возмущенного линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка // Учен. зап. физ. фак-та Моск. ун-та. 2018. № 5. 1850201.

КОНТРАСТНЫЕ СТРУКТУРЫ С ДРОБНЫМИ СТЕПЕНЯМИ КОРНЕЙ ВЫРОЖДЕННОГО УРАВНЕНИЯ В НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

Проф. Быков А.А.

Мы развиваем и обобщаем результаты работы [1], в которой сформулированы и строго обоснованы методом дифференциальных неравенств достаточные условия существования решения типа контрастной структуры (КС) в **однородной** среде с нецелым показателем правой части. Работа основана на основных идеях, развитых в серии публикаций В.Ф.Бутузова [2]. Передняя часть фронта представляется экспоненциальной функцией, задняя часть фронта представляется степенной функцией, однако достаточные условия такого поведения решения более жесткие, чем для однородной среды. Построена формальная асимптотика решения начально-краевой задачи для уравнения реакции-диффузии в неоднородной среде. Дано обоснование с использованием метода дифференциальных неравенств. Приводятся численные результаты.

- 1. Математическая модель.** Следуя методикой А.Н.Тихонова [3], мы рассматриваем сингулярно возмущенную краевую задачу реакции–адвекции–диффузии с малым параметром:

$$\begin{cases} \varepsilon u_t + V \varepsilon u_x = \kappa \varepsilon^2 u_{xx} - f(u, x), & x \in (a, b), t > 0, \\ u_x(a, t) = 0, u_x(b, t) = 0, u(x, 0) = \varphi_0(x). \end{cases} \quad (1)$$

Потребуем выполнения следующих условий на функцию f :

У1. $f(u, x)$ есть гладкая функция в Π , где $\Pi = [-\infty, +\infty) \times [a, b]$.

У2. Уравнение $f(u, x) = 0$ имеет при любом $x \in [a, b]$ ровно три корня $\varphi_{1,2,3}(x)$, причем $\varphi_1(x) < \varphi_2(x) < \varphi_3(x)$, функции $\varphi_{1,2,3}(x)$ дифференцируемы. Линии $u = \varphi_{1,2,3}(x)$ являются точками перемены знака: $f(u, x) > 0$ при $\varphi_1(x) < u < \varphi_2(x)$ и при $u > \varphi_3(x)$, $f(u, x) < 0$ при $\varphi_2(x) < u < \varphi_3(x)$ и при $u < \varphi_1(x)$.

У3. В некоторой проколотой δ -окрестности $(\varphi_j(x) - \delta, 0) \cup (\varphi_j(x) + \delta)$ верно условие $f(u, x) = f_j(u, x)(u - \varphi_j(x))^{e_{\theta_j}}$, функции $f_j(u, x)$ гладкие. Обозначение: $u^{e_{\theta}} = u^{\theta}$ при $u \geq 0$, $u^{e_{\theta}} = -(-u)^{\theta}$ при $u < 0$. В частности, эти условия выполнены, если

$$f(u, x) = f_0(u, x)(u - \varphi_1(x))^{e_{\theta_1}}(u - \varphi_2(x))(u - \varphi_3(x))^{e_{\theta_3}},$$

где $\theta_1 > 1$ и $\theta_3 > 1$, $f_0(u, x) > 0$. Мы рассматриваем случай произвольного $\theta > 1$, в том числе нецелочисленного.

2. Сопутствующая задача в однородной среде. При $\varepsilon = 0$ уравнение (1) становится алгебраическим. Одно из решений: $u(x, t) = \varphi_1(x)$ при $x \in (-\infty, x^e(t))$, $u(x, t) = \varphi_3(x)$ при $x \in (x^e(t), +\infty)$, значение $u(x^e(t))$ несущественно. В (1) выполним замену $x = \varepsilon \xi$, получим уравнение $u_t + Vu_\xi = \kappa u_{\xi\xi} - f(u, \varepsilon \xi)$. Пусть $x^e(t)$ есть текущее положение фронта, так что $f(\varphi_2(x^e(t)), x^e(t)) = 0$, пусть τ фиксированный момент времени, и $\xi = \varepsilon^{-1}(x - x^e(\tau))$. Назовем **сопутствующей** задачей для (1) и для момента времени τ краевую задачу

$$\begin{cases} u_t + Vu_\xi = \kappa u_{\xi\xi} - f(u, x^e(\tau)), & -\infty < \xi < +\infty, \\ u(-\infty, t) = \varphi_1(x^e(\tau)), & u(+\infty, t) = \varphi_3(x^e(\tau)). \end{cases} \quad (2)$$

Будем искать решение (2) типа бегущей квазиволны: $u(\xi, t) = v(z)$, где $z = \xi - Wt$. Переобозначив $V + W \rightarrow W$, получим $-Wv_z = \kappa v_{zz} - f(v, x^e)$, граничные условия теперь $\lim_{z \rightarrow -\infty} v(z) = \varphi_1(x^e) + 0$, $\lim_{z \rightarrow +\infty} v(z) = \varphi_3(x^e) - 0$. Операция понижения порядка $v_z = p(v)$, $v_{zz} = pp_v$, приводит к уравнению первого порядка $-Wp = \kappa pp_v - f(v, x^e)$, граничные условия: $\lim_{v \rightarrow \varphi_1(x^e) + 0} p(v) = +0$, $\lim_{v \rightarrow \varphi_3(x^e) - 0} p(v) = +0$. Требуется найти значение W , при котором эта задача имеет решение $v(z)$.

3. Однозначная разрешимость сопутствующей задачи. Мы установим существование решения сопутствующей задачи для случая крайних корней $\varphi_{1,3}$ дробного порядка, предполагая выполненными в дополнение к У 1–3 еще два условия:

У4. Найдутся $\varphi_{12}(x^e)$, $\varphi_{23}(x^e)$ такие, что $\varphi_1(x^e) < \varphi_{12}(x^e) < \varphi_2(x^e)$, $\varphi_2(x^e) < \varphi_{23}(x^e) < \varphi_3(x^e)$, $f_v(\varphi_{12}(x^e), x^e) = 0$, $f_v(\varphi_{23}(x^e), x^e) = 0$, $f_v(v, x^e) > 0$ при $\varphi_1(x^e) < v < \varphi_{12}(x^e)$ и при $\varphi_{23}(x^e) < v < \varphi_3(x^e)$, $f_v(v, x^e) < 0$ при $\varphi_{12}(x^e) < v < \varphi_{23}(x^e)$.

У5. $J_{12}(x^e) < J_{23}(x^e)$ при $x^e \in [a, b]$, где $J_{12}(x) = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} f(v, x) dv$, $J_{23}(x) = -\int_{\varphi_2}^{\varphi_3} f(v, x) dv$.

Теорема 1. Пусть при всех $x^e \in [a, b]$ выполнены условия У1–5. Тогда существует единственное значение $W(x^e)$, такое, что задача (2) имеет решение. Выполнено неравенство $W(x^e) < 0$. Решение $v(z)$ является возрастающей функцией.

Свойства этого решения исследованы в [1], здесь мы эти результаты не приводим.

4. Решение в неоднородной среде. Пусть f не зависит от ε (принципиального характера не имеет). Покажем, что в неоднородной

среде решение уравнения (1) при некоторых ограничениях качественно не отличается от решения в однородной среде [1]. Используем методику [4]. Регулярную функцию нулевого порядка $\bar{u}_0(x, t)$ найдем из уравнения $f(\bar{u}_0(x, t), x) = 0$: $\bar{u}_0(x, t) = \varphi_1(x)$ при $x < x^e(t)$, $\bar{u}_0(x, t) = \varphi_3(x)$ при $x > x^e(t)$. Регулярные функции первого ($m=1$) и всех последующих порядков равны нулю: $\bar{u}_m(x) = 0$.

5. Функция переходного слоя нулевого порядка. При сформулированных условиях из теоремы 1 следует, что для любого $x^e \in (a, b)$ найдется единственное значение $W_0 < 0$ такое, что краевая задача (2) имеет решение, обозначим это значение $W_0(x^e)$. Решение задачи (2) обозначим $\tilde{u}_0(\xi, x^e)$. Условие УЗ влечет $W_0(x^e) < 0$ при всех $x^e \in (a, b)$. Найдем $x^e(t)$ из решения задачи Коши: $dx^e/dt = W_0(x^e)$, $x^e(0) = x_0^e$, начальное положение фронта КС задается величиной $x_0^e \in (a, b)$, или из равносильного уравнения Вольтера: $x^e(t) = x_0^e + \int_0^t W_0(x^e(\tau)) d\tau$. Функции переходного слоя нулевого порядка $Q_0^{(\pm)}(\xi, t)$ находим из краевых задач

$$\begin{cases} \kappa Q_{0,\xi\xi}^{(\pm)} + W_0 Q_{0,\xi}^{(\pm)} = f_0(\bar{u}_0^{(\pm)}(x^e) + Q_0^{(\pm)}, x^e) - f_0(\bar{u}_0^{(\pm)}(x^e), x^e), \\ Q_0^{(\pm)}(0, t) + \bar{u}_0^{(\pm)}(x^e) = \varphi_2(x^e), Q_0^{(-)}(-\infty) = 0, Q_0^{(+)}(+\infty) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

и условия сшивания производных $Q_{0,\xi}^{(-)}(-0) = Q_{0,\xi}^{(+)}(+0)$. Понижение порядка приводит к уравнению $dQ_0^{(\pm)}/d\xi(x^e) = \sqrt{2/\kappa} \left(\int_{\varphi^{(\pm)}(x^e)}^{\varphi^{(\pm)}(x^e) + Q_0^{(\pm)}} f(u, x^e) du \right)^{1/2}$, которое обеспечивает выполнение условия убывания $Q_0^{(\pm)}(\xi) \rightarrow 0$ при $\xi \rightarrow \pm\infty$. Разрешимость следует из теоремы 1.

6. Построение верхнего решения нулевого порядка. Верхнее решение уравнения (1) мы построим, используя функцию переходного слоя нулевого порядка. Пусть

$$N[u] = -\varepsilon u_t + \varepsilon^2 u_{xx} - f(u, x), \quad (4)$$

Ограничимся случаем $x > x^e(t)$, альтернатива рассматривается аналогично. Для большей наглядности рассмотрим частный случай, для которого выполнено еще одно условие:

У6. Выполнено условие $(\varphi_3)_x(x^e) - (\varphi_1)_x(x^e) = 0$ на $[a, b]$.

Верхнее решение при $x > x^e(t)$ будем искать в виде

$$\beta_0(x, t) = \bar{u}_0(x) + Q_0(\xi_\beta(x, t), x_\beta^e(t)) + \varepsilon^v q_0, \quad (5)$$

$$\bar{u}_0(x) = \varphi_3(x), \quad \xi_\beta(x, t) = \varepsilon^{-1}(x - x_\beta^e(t)), \quad x_\beta^e(t) = x_\beta^e(t_0) + \int_{t_0}^t W_\beta(x_\beta^e(t')) dt',$$

$$W_\beta(x^e) = W(x^e) - \tilde{q},$$

константы $\tilde{r} > 0$, $\tilde{q} > 0$ будут найдены. Нижнее решение $\alpha_0(x, t)$ аналогично.

7. Проверка знакоопределенности оператора в окрестности крайних корней. Теперь уточним выбор констант, входящих в определение верхнего решения.

Теорема 2. Найдутся такие константы в выражениях (5), что пара функций α и β являются нижним и верхним решениями задачи (1), выполнены условия знакоопределенности $N[\beta] < 0$, $N[\alpha] > 0$ оператора (4) и условия упорядоченности $\alpha(x, t, \varepsilon) < \beta(x, t, \varepsilon)$.

Для доказательства рассмотрим окрестность каждого из крайних корней, затем промежуточную область между корнями (включающую средний корень). Найдем $N[\beta]$. Заметим, что из нашего способа построения предполагаемого верхнего решения β вытекает равенство $Q_{0\varepsilon}W_0(x_\beta^e) + \kappa Q_{0\varepsilon\varepsilon} - f(\varphi_3(x_\beta^e) + Q_0(\xi_\beta, x_\beta^e), x_\beta^e) = 0$. Определим окрестность $\Omega_3 = [\varphi_3 - \delta_3, \varphi_3 + \delta_3]$ корня φ_3 функции $f(u, x)$ таким образом, чтобы внутри этой области было верно равенство $f(\varphi_3(x) + \omega, x) = C_3 \omega^{\theta_3}$ при $x \in [a, b]$ и $|\omega| < \delta_3$. Тогда внутри Ω_3 выполнено также равенство $f(\varphi_3(x) + Q_0(\xi_\beta, x_\beta^e), x) - f(\varphi_3(x_\beta^e) + Q_0(\xi_\beta, x_\beta^e), x_\beta^e) = 0$ и верны оценки: $|\kappa \varepsilon^2 (\varphi_3)_{xx}| < C_3 \varepsilon^2$, $-\tilde{q} Q_{0\varepsilon} < 0$, $|\varepsilon Q_{0x} \cdot (W_0(x_\beta^e) - \tilde{q})| < \varepsilon C_{3''} |\omega|^{\theta_3}$. Собирая все это вместе, получим $N[\beta] \leq \varepsilon^2 C_3 + \varepsilon C_{3''} \omega^{\theta_3} - C_{3''} (\tilde{r})^{\theta_3}$. Поэтому найдется такие константы $C_3 > 0$ и $\varepsilon_3 > 0$ что при выборе $\tilde{r} = C_3 \varepsilon^{1/\theta_3}$ сразу при всех $x \in [a, b]$ и $\varepsilon \in (0, \varepsilon_3)$ будет верным неравенство $N[\beta] < 0$. Точно так же получим оценку $N[\beta] < 0$ в окрестности $\Omega_1 = [\varphi_1 - \delta_1, \varphi_1 + \delta_1]$ нижнего корня φ_1 , причем β находится аналогично (5).

8. Проверка знакоопределенности оператора в средней части фронта производится так же, как в [4]. Тем самым мы обобщили результаты [1] на неоднородную среду, используя методы работ [2] и [4].

Литература

1. Быков А.А., Ермакова К.Е. Точные решения уравнений нестационарного фронта с точками равновесия дробного порядка. // ЖВМиМФ, 2018, Т. 58, № 12, С. 1–14.
2. Бутузов В. Ф. О периодических решениях сингулярно возмущенных параболических задач в случае кратных корней вырожденного уравнения. // ЖВМиМФ, 2011, Т. 51, № 1, С. 44–55.
3. Тихонов А.Н. О зависимости решений дифференциальных уравнений от малого параметра. // Матем. сб., 1948. Т. 22(64). № 2. С. 193–204.

4. Божевольнов Ю.В., Нефедов Н.Н. Движение фронта в параболической задаче реакция–диффузия. // Журнал вычислительной математики и математической физики, 2010. Т. 50. № 2. С. 276–285.

ВОПРОС СУЩЕСТВОВАНИЯ РЕШЕНИЯ С ВНУТРЕННИМ ПЕРЕХОДНЫМ СЛОЕМ В СИСТЕМАХ ТИПА АКТИВАТОР-ИНГИБИТОР

Асс. Мельникова А.А.

Модели типа активатор-ингибитор используются в химической кинетике, биофизике и экологии для описания взаимодействия компонент различных систем. В качестве примера можно привести модели Мюррея и Мейнхардта [1,2], описывающие образование паттернов в живой природе, а также модель ФитцХью-Нагумо. В работе [3] модель на основе системы ФитцХью-Нагумо применяется для описания урбоэкосистем. Названные модели — это системы нелинейных параболических уравнений. В данной работе рассматривается подобная система в случае малой диффузии, что делает задачу сингулярно возмущенной. Рассмотрим начально-краевую задачу

$$\begin{aligned} e^4 u_{xx} - e^2 u_t &= f(u, v, x, e), \quad e^2 v_{xx} - e^2 v_t = g(u, v, x, e), \quad x \in (a, b), \quad t \in (0, T], \\ u_x(a, t) &= u_x(b, t) = 0, \quad v_x(a, t) = v_x(b, t) = 0, \quad t \in (0, T], \\ u(x, 0) &= u_{init}(x), \quad v(x, 0) = v_{init}(x), \quad x \in \left[\frac{a}{\varepsilon}, \frac{b}{\varepsilon} \right] \end{aligned}$$

где $e > 0$ — малый параметр, а функции $f(u, v, x, e)$ и $g(u, v, x, e)$ достаточно гладкие. Предполагаем, что выполнены условия:

Условие 1. Уравнение $f(u, v, x, 0) = 0$ имеет относительно u ровно три корня $u = j^i(v, x)$, $i = 1, 2, 3$, такие что $j^1(v, x) < j^2(v, x) < j^3(v, x)$ всюду в области $(v, x) \in I_v \times \left[\frac{a}{\varepsilon}, \frac{b}{\varepsilon} \right]$, причем $f_u(j^{1,3}(v, x), v, x, 0) > 0$, $f_u(j^2(v, x), v, x, 0) < 0$. (Здесь I_v — некоторая область изменения переменной v).

Условие 2. Каждое из уравнений $h^i(v, x) := g(j^i(v, x), v, x, 0) = 0$, $i = 1, 2, 3$ имеет единственное решение $v = v^i(x) \in I_v$, причем на всем отрезке $[a, b]$ выполнены неравенства $v^1(x) < v^3(x)$, $h^i(v^i(x), x) > 0$, $i = 1, 3$.

Условие 3. $f_u(u, v, x, 0) > 0$, $g_u(u, v, x, 0) < 0$ всюду в области $(u, v, x) \in I_u \times I_v \times \left[\frac{a}{\varepsilon}, \frac{b}{\varepsilon} \right]$. (Здесь I_u — некоторая область изменения переменной u).

Условие 3 обеспечивает взаимодействие компонент по типу активатор-ингибитор, причем u -компонента является активатором, а v -компонента - ингибитором.

В настоящей работе обосновано асимптотическое приближение решения с внутренним переходным слоем. Для каждой из компонент график решения имеет в области определения достаточно узкую область, в которой происходит переход решения из окрестности одного устойчивого корня вырожденной системы к другому (см. [4,5]). Доказательство теоремы существования при данных условиях требует существенного развития метода дифференциальных неравенств по сравнению с работами [4,5]. В работе [7] рассмотрена близкая задача о построении верхнего и нижнего решений для модельной системы типа ФитцХью-Нагумо.

В работе [6] получена асимптотика типа движущегося фронта и соответствующее численное решение для примера модельной системы, отвечающей условиям 1–3. Алгоритм построения асимптотического приближения для стационарной и нестационарной задач совпадает с полученным в работах [4,5]. В указанных работах функции f и g удовлетворяли неравенствам $f_v < 0$ и $g_u < 0$.

Проект выполнен при поддержке РФФИ (проект №18-31-00204).

Литература

1. Meinhardt H. Models of biological pattern formation. Academic Press, London. 1982.
2. Murray J.D. Mathematical Biology II. Springer-Verlag New York, 2003. 814 p.
3. A.E. Sidorova, N.T. Levashova, A.A. Melnikova, N.N. Derugina, A.E. Semina. Autowave Self-Organization in Heterogeneous Natural–Anthropogenic Ecosystems // Moscow University Physics Bulletin. 2016. V. 71. № 6. P. 562–568.
4. Butuzov V.F., Levashova N.T., Mel'nikova A.A. Steplike contrast structure in a singularly perturbed system of equations with different powers of small parameter // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2012. V. 52. № 11. P. 1526–1546.
5. N. T. Levashova, A. A. Mel'nikova. Step-Like contrast structure in a singularly perturbed system of parabolic equations // Differential equations. 2015. V. 51. № 3. P. 342–361.
6. Bytsyura S.V., Levashova N.T. Upper and Lower Solutions for the Fitz-Hugh–Nagumo Type System of Equations // Modeling and Analysis of Information Systems. 2018. V. 25. № 1. P. 33–53. (In Russ.)
7. Melnikova A., Levashova N., Lukyanenko D. Front dynamics in an activator-inhibitor system of equations // Lecture Notes in Computer Science. 2017. V. 10187. P. 492–499.

УРАВНЕНИЕ ПОЛУПРОВОДНИКА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ:
ГЛОБАЛЬНАЯ РАЗРЕШИМОСТЬ, ЛОКАЛЬНАЯ РАЗРЕШИМОСТЬ,
РАЗРУШЕНИЕ ЗА КОНЕЧНОЕ ВРЕМЯ
И МГНОВЕННОЕ РАЗРУШЕНИЕ РЕШЕНИЯ

Проф. Корпусов М. О., доц. Панин А. А.

Рассмотрим задачу Коши, классическая постановка которой имеет вид

$$M_{x,t}[u](x,t) = \frac{\partial}{\partial t} \Delta_3 u + u_1 \Delta_2 u + u_2 \frac{\partial^2 u}{\partial x_3^2} - |u|^q$$

при $x \in \mathbb{R}^3$, $t > 0$ с начальным условием $u(x, 0) = u_0(x)$. При некоторых предположениях она описывает нелинейные процессы в полупроводнике во внешнем постоянном магнитном поле с вектором индукции вдоль оси Ox_3 .

При $1 < q \leq 3$ нами установлено отсутствие даже локального слабого решения рассматриваемой задачи.

Теорема 1. Пусть $u_0 \in U$, тогда при $1 < q \leq 3$ не существует слабого локального решения задачи Коши ни для какого $T > 0$, т. е. имеет место мгновенное разрушение решения задачи Коши в слабом смысле.

Здесь класс U состоит из функций $u_0(x)$ таких, что $u_0 \in H^2(O(x_0, R_0)) \cap L^q(\mathbb{R}^3)$ для некоторого шара $O(x_0, R_0) \subset \mathbb{R}^3$ и $\Delta_3 u_0 \neq 0$ на подмножестве ненулевой меры шара $O(x_0, R_0)$.

При $q > 3$ рассматриваемая задача разрешима по меньшей мере локально по t . Её классическую постановку мы понимаем так:

Определение. Решением рассматриваемой задачи мы называем функцию $u(x,t)$ класса $C^1_t([0, T]; C^2_x(\mathbb{R}^3))$ при некотором $T > 0$, регулярную в окрестности бесконечно удалённой точки в следующем смысле:

$$\left| \frac{\partial^k u(x,t)}{\partial t^k} \right| \leq \frac{A_1(T)}{|x|}, \quad \left| \frac{\partial^k}{\partial t^k} \frac{\partial u(x,t)}{\partial x_j} \right| \leq \frac{A_2(T)}{|x|^2}, \quad |M_{x,t}[u](x,t)| \leq \frac{A_2(T)}{|x|^q}$$

при $|x| \rightarrow +\infty$ равномерно по $t \in [0, T]$, $q > 3$, $k = 0, 1$, и удовлетворяющую в классическом смысле уравнению

$$M_{x,t}[u](x,t) \equiv \frac{\partial}{\partial t} \Delta_3 u + \sigma_1 \Delta_2 u + \sigma_2 \frac{\partial^2 u}{\partial x_3^2} = |u|^q$$

и начальному условию $u(x, 0) = u_0(x) \in C_x^2(R^3)$.

Нами была построено фундаментальное решение оператора $M_{x,t}$ и с помощью метода сжимающих отображений доказана следующая теорема о разрешимости:

Теорема 2. Пусть $q > 3$. Тогда для любой функции $u_0(x) \in C_{loc}^{2,\alpha}(R^3)$ при $\alpha \in (0,1)$ такой, что

$$|u_0(x)| \leq \frac{A_1}{(1+|x|^2)^{1/2}}, \quad \left| \frac{\partial u_0(x)}{\partial x_j} \right| \leq \frac{A_2}{1+|x|^2}, \quad |\Delta_3 u_0(x)| \leq \frac{A_3}{(1+|x|^2)^{q/2}}$$

найдётся такое $T_0 = T_0(u_0)$, что для всякого $T \in (0, T_0)$ существует единственное решение рассматриваемой задачи Коши в классе $u(x,t) \in C_T^1([0,T]; C_x^2(R^3))$, причём либо $T_0 = +\infty$, либо $T_0 < +\infty$ и в последнем случае имеет место предельное свойство

$$\lim_{T \rightarrow T_0} \sup \left\{ \left| (1+|x|^2)^{\frac{1}{2}} u(x,t) \right| \mid x \in R^3, t \in (0, T) \right\} = +\infty.$$

С помощью метода априорных оценок нами установлено, что при дополнительном условии

$$\frac{q-1}{\min\{\sigma_1, \sigma_2\}} B^{q-1} < 1,$$

где

$$B := \sup \left\{ (1+|x|^2)^{\frac{1}{2}} \int_{R^3} E(x-y,t) |\Delta_3 u_0(y)| dy \mid x \in R^3, t \geq (0, T) \right\},$$

решение существует глобально, т. е. при всех $t > 0$. Здесь

$$E(x,t) = -\frac{\theta(t)}{4\pi|x|} \exp\left(-\frac{\sigma_1 + \beta(x)}{2} t\right) I_0\left(\frac{\sigma_2 - \beta(x)}{2} t\right)$$

— фундаментальное решение оператора $M_{x,t}$,

$$\beta(x) := \frac{\sigma_2(x_1^2 + x_2^2) + \sigma_2 x_3^2}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2},$$

Напротив, если условия теоремы 2 дополнить условием

$$\frac{1}{2} \|\nabla u_0\|_2^2 + \frac{\sigma_1}{2} \|\nabla_x u_0\|_2^2 + \frac{\sigma_2}{2} \left\| \frac{\partial}{\partial x_3} u_0 \right\|_2^2 \leq \frac{1}{q+1} \int_{\mathbb{R}^3} |u_0|^{q+1} dx,$$

то классическое решение задачи (1) не существует глобально и время его существования удовлетворяет оценке $T_0 \leq \frac{1}{q-1}$. Это доказано нами при помощи модифицированного метода Левина.

Представленные результаты опубликованы в [1], куда мы и отсылаем читателя за подробными формулировками и доказательствами.

Литература

1. Korpusov M. O., Ovchinnikov A. V., Panin A. A. Instantaneous blow-up versus local solvability of solutions to the Cauchy problem for the equation of a semiconductor in a magnetic field. *Mathematical Methods in Applied Sciences*, 2018, vol. 41, no. 17, pp. 8070–8099.

СУЩЕСТВОВАНИЕ И ЕДИНСТВЕННОСТЬ УСТОЙЧИВЫХ СТАЦИОНАРНЫХ РЕШЕНИЙ В ЗАДАЧАХ РЕАКЦИЯ–ДИФFUЗИЯ–АДВЕКЦИЯ С МАЛОЙ АДВЕКЦИЕЙ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ В МОДЕЛИРОВАНИИ АТМОСФЕРНЫХ ПЕРЕНОСОВ

Асп. С.А. Захарова, доц. М.А. Давыдова

Задача прогноза загрязнения воздуха математически может быть определена как решение при определенных начальных и граничных условиях дифференциального уравнения типа реакция-диффузия-адвекция [1]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k_i(x) \frac{\partial u}{\partial x_i} \right) - \sum_{i=1}^3 A_i(x) \frac{\partial u}{\partial x_i} + f(u, x), \quad x \in D \subset \mathbb{R}^3, \quad t > 0,$$

где $A_i(x)$ и $k_i(x)$ – составляющие средней скорости переноса примеси и коэффициента обмена, относящиеся к направлению оси x_i ; $f(u, x)$ – плотность источников (стоков) антропогенного вещества, $u(x, t)$ – средняя концентрация антропогенной примеси.

Стационарное распределение средней концентрации примеси описывается задачей:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k_i(x) \frac{\partial u}{\partial x_i} \right) - \sum_{i=1}^3 A_i(x) \frac{\partial u}{\partial x_i} + f(u, x) = 0, \quad x \in D \subset R^3, \\ - \sum_{i=1}^3 k_i(x) \frac{\partial u}{\partial x_i} \cos(n, x_i) = G(x), \quad x \in S, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\cos(n, x_i)$ – направляющие косинусы нормали к границе S , $G(x)$ – плотность потока антропогенного вещества на границе.

С учетом физических свойств пограничного слоя атмосферы, для определения стационарного распределения безразмерной концентрации некоторой активной примеси получаем краевую сингулярно возмущенную задачу вида:

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 \sum_{i=1}^3 \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2} - \varepsilon \sum_{i=1}^3 A_i(x) \frac{\partial u}{\partial x_i} + f(u, x) = 0, \quad x \in D \subset R^3, \\ \left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_S = g(x), \quad x \in S, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\varepsilon > 0$ — безразмерный малый параметр, наличие которого в уравнении определяется физическими параметрами задачи; компоненты вектора $\vec{A}(x)$, функции $f(u, x)$, $g(x)$ и граница S предполагаются достаточно гладкими. В задаче (2) обозначения для безразмерных переменных сохранены для удобства.

С целью изучения вопроса о существовании асимптотически устойчивых по Ляпунову решений с пограничными и внутренними слоями в задачах типа (2) при $D \subset R^2$ [2] применяется модифицированный асимптотический метод пограничных функций [3,4], развивающий методы [5, 6] на случай многомерных задач типа реакция–диффузия–адвекция, и асимптотический метод дифференциальных неравенств [7], основанный на использовании теорем сравнения [8]. Обсуждаются условия классической разрешимости задач такого типа, алгоритмы построения асимптотических приближений классических решений с пограничными и внутренними слоями произвольного порядка точности, алгоритм определения положения кривой перехода, в окрестности которой локализован внутренний слой контрастной структуры и обоснование формальных построений.

Основным требованием, обеспечивающим существование решения с внутренним переходным слоем (контрастной структуры) в задаче (2) является условие на корни $u = \varphi_i(x)$, $i = \overline{1,3}$ вырожденного уравнения $f(u, x) = 0$: $\varphi_1(x) < \varphi_2(x) < \varphi_3(x)$, $f_u(\varphi_i(x), x) < 0$, $i = 1, 3$, $f_u(\varphi_2(x), x) > 0$ при $x \in D \cup S$. Существование контрастной структуры связано с разрешимостью периодической задачи для нелинейного дифференциального уравнения

$$V_0(\theta)\sqrt{(\sigma')^2 + \sigma^2} + A_1(0, \theta)(\sigma' \sin \theta + \sigma \cos \theta) + A_2(0, \theta)(\sigma \sin \theta - \sigma' \cos \theta) = 0,$$

решение которой, в случае своего существования, описывает нулевое приближение кривой перехода и определяет простую замкнутую кривую $C_0 \subset D$, в окрестности которой локализован внутренний слой контрастной структуры. Здесь $A_i(0, \theta)$ – значения функций $A_i(r, \theta)$ при $r = 0$, (r, θ) – локальные координаты в окрестности C_0 [2], $V_0(\theta)$ – известная функция. Уравнение кривой перехода ищется в виде асимптотического ряда

$$r = \varepsilon(\lambda_1(\theta) + \varepsilon\lambda_2(\theta) + \dots),$$

члены которого определяются как решения конечных уравнений

$$\lambda_n(\theta)\bar{H}(\theta) - \Phi_n(\theta) = 0, \quad \theta \in [0; 2\pi), \quad (3)$$

где $\bar{H}(\theta)$, $\Phi_n(\theta)$ – известные функции. Для существования контрастной структуры с переходом с корня $u = \varphi_3(x)$ на корень $u = \varphi_1(x)$ достаточно выполнение условия $\bar{H}(\theta) > 0$, которое обеспечивает однозначную разрешимость уравнений (3).

С использованием методов [9] доказывается теорема единственности классического решения задачи (1), которая имеет место при выполнении условия: $f_u(u, x) \leq 0$. Например, это условие выполняется, если в задаче (1) функция $f(u, x) = -\gamma(u - u^0(x))$, что соответствует линейному стоку вещества. Такая зависимость наиболее часто используется в прогностических уравнениях теории атмосферной диффузии [1]. При этом задача (2) имеет единственное классическое решение с пограничными слоями.

Результаты асимптотического анализа задачи (2) могут быть использованы в целях определения параметров наземного стационарного источника антропогенного загрязнения, в частности, мощности выброса вещества источником. Основой этого метода является использование асимптотического решения модельной задачи, описывающей распределение концентрации активной примеси в шлейфе источника и алгоритма определения интегрального содержания примеси в шлейфе по данным спектральных космических снимков с высоким пространственным разрешением. Полученная таким образом информация о параметрах источника может быть использована при численном моделировании нестационарных процессов переноса в шлейфе.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-29-10080.

Литература

1. М.Е. Берлянд. Прогноз и регулирование загрязнения атмосферы. Гидрометеиздат, 1985.

2. Davydova M.A., Nefedov N.N., Zakharova S.A.// Lecture Notes in Computer Science, Vol. 11386, pp. 216-224 (2019).
3. Davydova M. A. // Math. Notes, Vol. 98, №6, pp. 909–919 (2015).
4. Davydova M.A., Nefedov N.N. // Numerical Analysis and Its Applications, Lecture Notes in Comput. Sci. Vol. 10187, pp. 277–285 (2017).
5. А.Б. Васильева, В.Ф. Бутузов. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. М. : Высш. школа, 1990.
6. А. Б. Васильева, М. А. Давыдова. // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. т. 38, № 6. с. 938–947 (1998).
7. Н.Н. Нефедов.// Дифференц. уравнения. т. 31, №7. с. 1142–1149 (1995).
8. D. H. Sattinger.// Indiana University Mathematics Journal. Vol. 21, №. 11, pp. 979–1000 (1972).
9. А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич. Вычислительная теплопередача. М: «Едиториал УРСС», 2003.

АСИМПТОТИКА И УСТОЙЧИВОСТЬ ПОГРАНСЛОЙНОГО РЕШЕНИЯ ЧАСТИЧНО ДИССИПАТИВНОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

Проф. Бутузов В.Ф.

1. Постановка задачи. Рассматривается система уравнений

$$\varepsilon^2 \left(\frac{\partial u}{\partial t} + w(x) \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) + F(u, v, x, \varepsilon) = 0.$$

$$\varepsilon^2 \left(\frac{\partial v}{\partial t} + w(x) \frac{\partial v}{\partial x} \right) + f(u, v, x, \varepsilon) = 0, \quad (x, t) \in D = (0 < x < 1) \times (t > 0), \quad (1)$$

где $\varepsilon > 0$ — малый параметр, u и v — искомые скалярные функции.

Система (1) относится к классу так называемых *частично диссипативных систем*, поскольку член со второй производной (диссипативный член) содержится только в одном уравнении. Такие системы возникают, в частности, в задачах химической кинетики в случае быстрых реакций. В этом случае u и v — концентрации реагирующих веществ, ε^{-2} — константа скорости быстрой реакции (большая величина).

В стационарном случае, когда искомые функции u и v не зависят от времени, система (1) становится системой двух обыкновенных дифференциальных уравнений, которую, положив $f(u, v, x, \varepsilon) = -w^{-1}(x)f(u, v, x, \varepsilon)$, запишем в виде

$$\varepsilon^2 \left(\frac{d^2 u}{dx^2} - w(x) \frac{du}{dx} \right) = F(u, v, x, \varepsilon), \quad \varepsilon^2 \frac{dv}{dx} = f(u, v, x, \varepsilon), \quad x \in (0; 1). \quad (2)$$

Будем рассматривать систему (2) с краевыми условиями

$$u(0, \varepsilon) = u^0, \quad v(0, \varepsilon) = v^0, \quad u(1, \varepsilon) = u^1. \quad (3)$$

При $\varepsilon = 0$ из (2) получаем вырожденную систему

$$F(u, v, x, 0) = 0, \quad f(u, v, x, 0) = 0. \quad (4)$$

A1. Пусть уравнение $f(u, v, x, 0) = 0$ имеет корень $v = \varphi(u, x)$,

а уравнение $g(u, x) := F(u, \varphi(u, x), x, 0) = 0$ имеет корень

$$u = \bar{u}_0(x), \quad x \in [0; 1].$$

Положим $\bar{v}_0(x) = \varphi(\bar{u}_0(x), x)$. Пусть

$$\bar{f}_v(x) := f_v(\bar{u}_0(x), \bar{v}_0(x), x, 0) < 0, \quad \bar{g}_u(x) > 0, \quad x \in [0; 1].$$

Цели работы:

Установить условия, при которых существует погранслойное решение (обозначим его $u_\varepsilon(x, \varepsilon)$, $v_\varepsilon(x, \varepsilon)$) задачи (2), (3), т.е. такое решение, которое при $\varepsilon \rightarrow 0$ стремится на интервале $0 < x < 1$ к решению $\bar{u}_0(x)$, $\bar{v}_0(x)$ вырожденной системы (4), и построить асимптотическое разложение этого решения по параметру ε .

Погранслойное решение $u_\varepsilon(x, \varepsilon)$, $v_\varepsilon(x, \varepsilon)$ задачи (2), (3) является стационарным решением системы (1). Вторая цель работы – доказать асимптотическую устойчивость этого решения при $t \rightarrow \infty$ и найти его область притяжения, т.е. то множество функций $u_0(x, \varepsilon)$, $v_0(x, \varepsilon)$, для которых решение $u(x, t, \varepsilon)$, $v(x, t, \varepsilon)$ системы (1) с начальными условиями

$$u(x, 0, \varepsilon) = u_\varepsilon(x, \varepsilon) + u_0(x, \varepsilon), \quad v(x, 0, \varepsilon) = v_\varepsilon(x, \varepsilon) + v_0(x, \varepsilon), \quad x \in [0; 1] \quad (5)$$

и краевыми условиями, согласованными с условиями (5) и (3) (см. (8) в п. 3), существует при $t > 0$ и удовлетворяет предельным равенствам

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u(x, t, \varepsilon) = u_\varepsilon(x, \varepsilon), \quad \lim_{t \rightarrow \infty} v(x, t, \varepsilon) = v_\varepsilon(x, \varepsilon), \quad x \in [0; 1]. \quad (6)$$

2. Асимптотика погранслойного решения задачи (2), (3).

При условии A1 и ещё некоторых условиях асимптотика построена в виде

$$\begin{aligned} u(x, \varepsilon) &= \bar{u}(x, \varepsilon) + \Pi u(\xi, \varepsilon) + F u(\xi, \varepsilon) + Q u(\xi, \varepsilon), \\ v(x, \varepsilon) &= \bar{v}(x, \varepsilon) + \Pi v(\xi, \varepsilon) + F v(\xi, \varepsilon) + Q v(\xi, \varepsilon), \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\bar{u}(x, \varepsilon) = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i \bar{u}_i(x), \quad \bar{v}(x, \varepsilon) = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i \bar{v}_i(x, \varepsilon)$$

— регулярные части асимптотики, $\bar{u}_0(x)$ и $\bar{v}_0(x)$ определены условием А1;

$$\begin{aligned} \Pi u(\xi, \varepsilon) &= \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i \Pi_i u(\xi), & \Pi v(\xi, \varepsilon) &= \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i \Pi_i v(\xi), & \xi &= x/\varepsilon, \\ P u(\zeta, \varepsilon) &= \varepsilon^2 \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i P_i u(\zeta), & P v(\zeta, \varepsilon) &= \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i P_i v(\zeta), & \zeta &= x/\varepsilon^2 \end{aligned}$$

— погранслойные части асимптотики, играющие существенную роль только в малой окрестности точки $x = 0$;

$$Q u(\xi, \varepsilon) = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i Q_i u(\xi), \quad Q v(\xi, \varepsilon) = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i Q_i v(\xi), \quad \xi = \frac{x-1}{\varepsilon}$$

— погранслойные части асимптотики в окрестности точки $x = 1$.

Все эти ряды строятся с помощью известного алгоритма А.Б. Васильевой (см. [1]), и все пограничные функции имеют экспоненциальные оценки вида

$$|\Pi_i u(\xi)| \leq \exp(-\kappa \xi), \quad \xi \geq 0; \quad |P_i u(\zeta)| \leq \exp(-\kappa \zeta), \quad \zeta \geq 0.$$

При определённых условиях задача (2), (3) имеет при достаточно малых ε решение $u_\varepsilon(x, \varepsilon)$, $v_\varepsilon(x, \varepsilon)$, для которого построенные ряды (7) являются асимптотическими рядами при $\varepsilon \rightarrow 0$ на всём отрезке $0 \leq x \leq 1$.

3. Асимптотическая устойчивость решения $u_\varepsilon(x, \varepsilon)$, $v_\varepsilon(x, \varepsilon)$.

Зададим для решения системы (1) начальные условия (5) и краевые условия

$$\begin{aligned} u(0, t, \varepsilon) &= u^0 + u_0(0, \varepsilon)B(t, \varepsilon), & v(0, t, \varepsilon) &= v^0 + v_0(0, \varepsilon)B(t, \varepsilon), \\ u(1, t, \varepsilon) &= u^1 + u_0(1, \varepsilon)B(t, \varepsilon), & t &\geq 0, \end{aligned} \tag{8}$$

где $B(t, \varepsilon) = \exp(-pt/\varepsilon^2)$, $p > 0$, а функции $v_0(x, \varepsilon)$ и $u_0(x, \varepsilon)$ удовлетворяют условию

$$\begin{aligned} -pv_0(0, \varepsilon) + w(0)[f(u^0, v^0, 0, \varepsilon) - f(u^0 + u_0(0, \varepsilon), v^0 + v_0(0, \varepsilon), 0, \varepsilon) + \\ + \varepsilon^2 w(0) \frac{dv_0}{dx}(0, \varepsilon) = 0. \end{aligned} \tag{9}$$

Отметим, что краевые условия (8) согласованы до непрерывности с начальными условиями (5), а при $t \rightarrow \infty$ краевые условия (8) переходят в краевые условия (3). Условие (9) означает, что функции $u_0(x, \varepsilon)$ и $v_0(x, \varepsilon)$ удов-

летворяют в точке $(x = 0, t = 0)$ условию согласования первого порядка для второго уравнения системы (1).

Заметим, что если $u_0(0, \varepsilon) = 0, v_0(0, \varepsilon) = 0$, то условие (9) выполняется в случае

$$\frac{dv_0}{dx}(0, \varepsilon) = 0.$$

Теорема. Существуют независимые от ε положительные числа m_0, c_0, C_0 , такие, что если

$$|u_0(x, \varepsilon)| \leq c_0 m, \quad |v_0(x, \varepsilon)| \leq c_0 m, \quad x \in [0; 1],$$

где $m \in (0, m_0)$, и выполнено условие (9), то для достаточно малых ε и p (зависящих, вообще говоря, от m) существует классическое решение $u(x, t, \varepsilon), v(x, t, \varepsilon)$ задачи (1), (5), (8), и справедливы неравенства

$$|u(x, t, \varepsilon) - u_0(x, \varepsilon)| \leq C_0 m \delta(t, \varepsilon), \quad |v(x, t, \varepsilon) - v_0(x, \varepsilon)| \leq C_0 m \delta(t, \varepsilon), \\ (x, t) \in D = (0 \leq x \leq 1) \times (t \geq 0). \quad (10)$$

Следствие. Из (10) следует, что стационарное решение $u_0(x, \varepsilon), v_0(x, \varepsilon)$ является асимптотически устойчивым по Ляпунову при $t \rightarrow \infty$, и справедливы предельные равенства (6).

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект №18-01-00424

Литература

1. А.Б. Васильева, В.Ф. Бутузов. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. М.: Высшая школа. 1990.

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ РЕШЕНИЙ С ВНУТРЕННИМ ПЕРЕХОДНЫМ СЛОЕМ В ЗАДАЧАХ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ.

Доц. Левашова, Н.Т., проф. Нефедов, Н.Н., проф. Ни М.К.

Исследовано решение с внутренним переходным и пограничными слоями следующей краевой задачи, содержащей функции запаздывающего аргумента:

$$\mu^2 y''(t) = F(y(t), y(t-\sigma), t, \mu), \quad 0 < t < T; \quad y(t) = \varphi(t), \quad -\sigma \leq t \leq 0, \quad y(T) = y^T, \quad (1)$$

где $\mu > 0$ – малый параметр, F и φ – достаточно гладкие функции своих аргументов, $\sigma > 0, T > 0$ — заданные положительные числа. Для простоты будем считать что $\sigma < T < 2\sigma$.

Под решением краевой задачи будем понимать функцию $y(t, \mu) \in C[0, T] \cap C^1(0, T) \cap C^2([0, \sigma) \cup (\sigma, T])$, удовлетворяющую уравнению (1) при $t \in (0, \sigma) \cup (\sigma, T)$ и краевым условиям задачи (1).

Предположим, что выполнены следующие условия.

A1. Пусть уравнение $F(\bar{y}(t), \varphi(t - \sigma), t, 0) = 0$ имеет на отрезке $t \in [0, \sigma]$ изолированное решение $\bar{y}(t) = \alpha(t)$, причем всюду на этом отрезке выполняется неравенство $F_y(\alpha(t), \varphi(t - \sigma), t, 0) > 0$.

Пусть уравнение $F(\bar{y}(t), \alpha(t - \sigma), t, 0) = 0$ имеет на отрезке $t \in [\sigma, T]$ изолированное решение $\bar{y}(t) = \beta(t)$, причем всюду на этом отрезке выполняется неравенство $F_y(\beta(t), \alpha(t - \sigma), t, 0) > 0$.

A2. Пусть выполняются неравенства $\varphi(0) > \alpha(0)$, $\alpha(\sigma) > \beta(\sigma)$, $F_{y_\sigma}(\beta(t), \alpha(t - \sigma), t, 0) < 0$ (обозначение F_y использовано для производной функции F по первому аргументу, а обозначение F_{y_σ} — для производной функции F по второму аргументу).

A3. Пусть выполняются неравенства

$$\int_{\alpha(0)}^v F(y, \varphi(-\sigma), 0, 0) dy > 0, \quad v \in (\alpha(0), \varphi(0)],$$

$$\int_{\alpha(\sigma)}^v F(y, \alpha(0), \sigma, 0) dy > 0, \quad v \in (\beta(\sigma), \alpha(\sigma)],$$

$$\int_{\beta(T)}^v F(y, y(T - \sigma), T, 0) dy > 0, \quad v \in (\beta(T), y^T],$$

$$\int_{\beta(\sigma)}^v F(y, y_{\sigma, \min}, \sigma, 0) dy > 0, \quad v \in [\beta(\sigma), \alpha(\sigma)).$$

Здесь $y_{\sigma, \min}$ — это величина, при которой для каждого значения y достигается инфимум функции $F(y, y_\sigma, \sigma, 0)$ при $\alpha(0) \leq y_\sigma \leq \varphi(0)$.

Поскольку $\alpha(\sigma) \neq \beta(\sigma)$, то решение $y(t, \mu)$ задачи (1) содержит внутренний переходный слой в окрестности точки $t = \sigma$, резко изменяясь от значения $\alpha(\sigma)$ до значения $\beta(\sigma)$. В результате неравенств $\alpha(0) \neq \varphi(0)$, $\beta(T) \neq y^T$ решение содержит также пограничные слои в окрестности каждого из концов отрезка, $t = 0$ и $t = T$.

Асимптотическое приближение решения задачи (1) будем строить отдельно на отрезках $[0, \sigma]$ и $[\sigma, T]$, а затем гладко сшивать его левую и правую части в точке $t = \sigma$.

Рассмотрим две задачи:

$$\mu^2 y''^{(-)} = F(y^{(-)}(t), \varphi(t - \sigma), t, \mu), \quad 0 < t < \sigma, \quad y^{(-)}(0, \mu) = \varphi(0), \quad y^{(-)}(\sigma, \mu) = p(\mu) \quad (2)$$

и

$$\mu^2 y''^{(+)} = F(y^{(+)}(t), y^{(-)}(t - \sigma), t, \mu), \quad \sigma < t < T, \quad y^{(+)}(\sigma, \mu) = p(\mu), \quad y^{(+)}(T, \mu) = y^T. \quad (3)$$

Функция $p(\mu)$ в краевых условиях задач (2) и (3) заранее не известна.

Для детального описания решения в области переходного слоя введем растянутую переменную $\tau = (t - \sigma) / \mu$. Перепишем операторы в уравнениях (2) и (3) через растянутую переменную и рассмотрим так называемые присоединенные уравнения для задач (2) и (3):

$$\frac{d^2 \tilde{u}^{(-)}}{d\tau^2} = F(\tilde{u}^{(-)}, \varphi(0), \sigma, 0), \quad \tau < 0, \quad \tilde{u}^{(-)}(0) = p, \quad \tilde{u}^{(-)}(-\infty) = \alpha(\sigma).$$

$$\frac{d^2 \tilde{u}^{(+)}}{d\tau^2} = F(\tilde{u}^{(+)}, \tilde{v}, \sigma, 0), \quad \tau > 0, \quad \tilde{u}^{(+)}(0) = p, \quad \tilde{u}^{(+)}(+\infty) = \beta(\sigma),$$

где функция $\tilde{v}(\tau)$ определяется как решение задачи

$$\frac{d^2 \tilde{v}}{d\tau^2} = F(\tilde{v}, \varphi(-\sigma), 0, 0), \quad \tau > 0, \quad \tilde{v}(0) = \varphi(0), \quad \tilde{v}(+\infty) = \alpha(0).$$

Введем обозначения

$$\Psi^{(\mp)}(\tau) := \frac{d\tilde{v}}{d\tau}, \quad \Phi^{(\mp)}(\tau, p) := \frac{d\tilde{u}^{(\mp)}}{d\tau}, \quad H_0(p) := \Phi^{(-)}(\sigma, p) - \Phi^{(+)}(\sigma, p).$$

A4. Пусть уравнение $H_0(p) = 0$ имеет решение $p = p_0$, лежащее в интервале $\beta(\sigma) < p_0 < \alpha(\sigma)$, причем выполнено неравенство $\frac{dH_0}{dp}(p_0) \neq 0$.

Для решения задачи (1) при выполнении условий **A1–A4** построено равномерное асимптотическое приближение решения по малому параметру и доказано существование этого решения. Для построения асимптотического приближения использовался метод Васильевой [1], а теорема существования доказана при помощи объединения метода сращивания [2] и асимптотического метода дифференциальных неравенств [3].

Исследование проводилось при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований: проект 19-01-00327.

Литература

1. Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. М.: Высшая школа, 1990, 208 с.

2. Васильева А.Б. О контрастных структурах типа ступеньки для системы сингулярно возмущенных уравнений, Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1994, т. 34, №10, с. 1401–1411.
3. Васильева А.Б., Бутузов В.Ф., Нефедов Н.Н. Сингулярно возмущенные задачи с пограничными внутренними слоями. Труды Математического Института имени В.А. Стеклова РАН. 2010, т. 268, с. 268–283.

Подсекция:

**ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА
И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**

Сопредседатели:

Член-корр. РАН, профессор А. А. Галяев,
профессор А. Н. Боголюбов,
профессор А. И. Чуличков

МОДЕЛИРОВАНИЕ МАГНИТНЫХ ДИПОЛИЗАЦИЙ В ХВОСТЕ МАГНИТОСФЕРЫ ЗЕМЛИ КАК ФАКТОРОВ УСКОРЕНИЯ И ПЕРЕНОСА ПЛАЗМЫ

Асп. *Пархоменко Е.И.* (ИКИ РАН), проф. *Попов В.Ю.*,
с.н.с. *Малова Х.В.* (НИИЯФ МГУ, ИКИ РАН),
академик РАН *Зеленый Л.М.* (ИКИ РАН)

Экспериментальные и теоретические исследования, проведенные в течение последнего десятилетия, показали, что ускорение частиц в магнитосферном хвосте Земли [1–11] играют важную роль в фундаментальных плазменно-физических процессах в космическом пространстве. Благодаря наблюдениям спутников Geotail, Cluster, THEMIS, MMS собрано значительное количество экспериментальных данных, позволивших исследовать некоторые механизмы ускорения [12–16]. Однако причины существенного, многократного увеличения энергий частиц плазмы в хвосте магнитосферы до сих пор не исследованы в полной мере.

В настоящей работе построена и исследована численная модель, позволяющая изучить вклад разных процессов, происходящих в результате магнитных диполизаций во время магнитосферных суббурь, в ускорение ионов водорода H^+ , ионов гелия He^+ и ионов кислорода O^+ на разных временных масштабах. Исследована роль механизмов ускорения плазмы в следующих трех сценариях: (1) одиночная магнитная диполизация со скачком нормальной компоненты магнитного поля длительностью несколько минут; (2) одиночный скачок магнитного поля длительностью <1 мин; (3) множественные скачки магнитного поля, интерпретируемые как прохождение частицами нескольких фронтов диполизации. Общее магнитное и электрическое поля теоретической модели представляют собой суперпозицию компонент:

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{B}_0(\mathbf{x}) + \Delta\mathbf{B}_d(t) + \Delta\mathbf{B}_{df}(t), \quad (1)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 + \Delta\mathbf{E}_d(\mathbf{r}, t) + \Delta\mathbf{E}_{df}(\mathbf{r}, t). \quad (2)$$

Здесь $\mathbf{B}_0(\mathbf{x})$, \mathbf{E}_0 — магнитное и электрическое поля базовой модели токового слоя; $\Delta\mathbf{B}_d(t)$ — магнитное поле крупномасштабной диполизации; $\Delta\mathbf{B}_{df}(t)$ — магнитное поле множественных диполизационных фронтов, поступающих к наблюдателю в разные моменты времени, полученные из наблюдений Cluster 20 июля 2013 года. Компоненты индукционных электрических полей $\Delta\mathbf{E}_d(\mathbf{r}, t)$, $\Delta\mathbf{E}_{df}(\mathbf{r}, t)$ находились из уравнений Максвелла. В электрическом и магнитном полях интегрируем уравнения движения частиц массой m и зарядом Ze :

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}, \quad m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{Ze}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] + Ze\mathbf{E}. \quad (3)$$

В качестве начального распределения по скоростям использовалась каппа-распределение:

$$f(\mathbf{v}) = \frac{n_0 A \kappa_\alpha}{2(\sqrt{\pi} \kappa_\alpha v_{\kappa_\alpha})^3} \sum_{s=1,2} \left[1 + \frac{v_{\parallel}^2 + (v_{\perp} - (-1)^s v_D)^2}{\kappa_\alpha v_{\kappa_\alpha}^2} \right]^{-\kappa_\alpha + 1}. \quad (4)$$

где n_0 – плотность плазмы; $v_{\kappa_\alpha} = v_T \sqrt{2 - 3/\kappa_\alpha}$ — нормированная тепловая скорость; $\kappa_\alpha = 3$ – параметр каппа-функции; $v_D = 1400$ км/с – дрейфовая скорость частиц; v_{\parallel} , v_{\perp} – соответственно, параллельная и перпендикулярная составляющие скоростей частиц. Для расчетов были выбраны средние тепловые энергии 6 кэВ, 8 кэВ и 12 кэВ для ионов водорода H^+ , ионов гелия He^+ и ионов кислорода O^+ , соответственно.

Численное решение исходной системы уравнений (3) для ансамбля из $5 \cdot 10^8$ частиц позволило оценить вклад отдельных механизмов ускорения. Энергетические спектры ускоренных частиц многокомпонентной плазмы представлены на рис. 1.

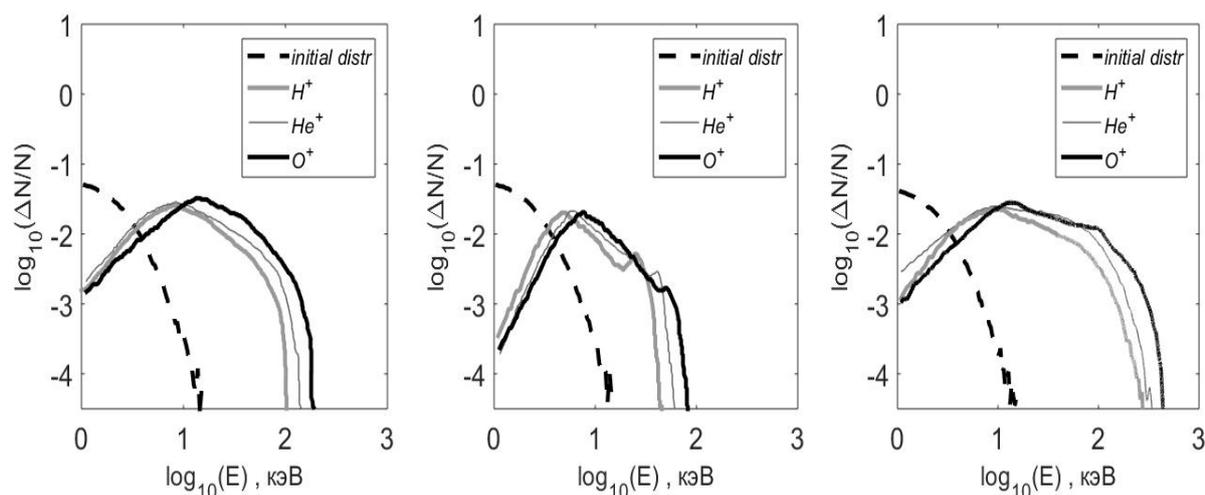


Рис. 1. Энергетические распределения частиц плазмы, ускоренных: 1) на крупномасштабном скачке нормального магнитного поля; 2) при взаимодействии с одиночным диполизационным фронтом; 3) при взаимодействии с множественными диполизационными фронтами.

Показано, что ионы кислорода наиболее эффективно реагируют на приход одиночной крупномасштабной диполизации, но менее чувствительны, по сравнению с ионами водорода и гелия к воздействию диполизационных фронтов меньшей длительности. Ионы водорода и гелия

могут быть значительно ускорены в сценариях (1) и (3), но максимальный прирост энергии у них происходит во время прохождения множественных диполизационных фронтов. Как и следовало ожидать, сценарий (2) оказался наименее эффективным для ускорения частиц всех сортов.

Литература

1. Sharma A.S., Nakamura R., Runov A. et al. Transient and localized processes in the magnetotail: a review. // *Ann. Geophys.* 2008. V. 26. P. 1–51.
2. Retino A., Nakamura R., Vaivads A. et al. Cluster observations of energetic electrons and electromagnetic fields within a reconnecting thin current sheet in the Earth's magnetotail. // *J. Geophys. Res. Space Physics.* 2008. V. 113. P. A12215.
3. Yamada M., Kulsrud R., Ji H. Magnetic reconnection. // *Rev. Mod. Phys.* 2010. V.82. P. 603–664.
4. Delcourt D.C., Pedersen A., Sauvaud J.A. Dynamics of single-particle orbits during substorm expansion phase. // *J. Geophys. Res.* 1990. V.95. P.20853–20865.
5. Birn J., Artemyev A.V., Baker D.N. et al. Particle acceleration in the magnetotail and aurora. // *Space Sci. Rev.* 2012. V.173. P. 49–102.
6. Birn J., Hesse M., Nakamura R., Zaharia S. Particle acceleration in dipolarization events. // *J. Geophys. Res.* 2013. V.118. P. 1960–1971.
7. Ashour-Abdalla M., Lapenta G., Walker R.J. et al. Multiscale study of electron energization during unsteady reconnection events. // *J. Geophys. Res.* 2015. V.120. P. 4784–4799.
8. Grigorenko E.E., Malykhin A.Yu., Kronberg E.A. et al. Acceleration of ions to suprathermal energies by turbulence in the plasmoid-like magnetic structures. // *J. Geophys. Res. Space Physics.* 2015. V.120. P. 6541–6558.
9. Zelenyi L.M., Artemyev A.V., Malova H.V. et al. Marginal stability of thin current sheets in the Earth's magnetotail. // *J. Atmos. Sol. Terr. Phys.* 2008. V. 70. P. 325–333.
10. Zelenyi L.M., Malova H.V., Artemyev A.V. et al. Thin current sheets in collisionless plasma: equilibrium structure, plasma instabilities, and particle acceleration. // *Plasma Phys. Rep.* 2011. V. 37. P. 118–160.
11. Angelopoulos V., Runov A., Zhou X.Z. et al. Electromagnetic energy conversion at reconnection fronts. // *Science.* 2013. V. 341. P. 1478–1482.
12. Artemyev A.V., Lutsenko V.N., Petrukovich A.A. Ion resonance acceleration by dipolarization fronts: Analytic theory and spacecraft observation. // *Ann. Geophys.* 2012. V. 30. P. 317–324.
13. Lui A.T.Y. Evidence for two types of dipolarization in the earth's magnetotail. // *J. Atm.Sol. Terr. Phys.* 2014. V. 115. P. 17–24.
14. Grigorenko E.E., Malykhin A.Yu., Kronberg E.A. et al. Acceleration of ions to suprathermal energies by turbulence in the plasmoid-like magnetic structures. // *J. Geophys. Res. Space Physics.* 2015. V. 120. P. 6541–6558.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ИОНОВ КИСЛОРОДА НА СТРУКТУРУ ТОКОВЫХ СЛОЕВ В КОСМИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЕ

С. н. с. *Домрин В.И.* (НИИЯФ МГУ),
с. н. с. Малова Х.В. (НИИЯФ МГУ, ИКИ РАН), проф. Попов В.Ю.,
в. н. с. Григоренко Е.Е. (ИКИ РАН).

Во время геомагнитных возмущений — суббурь — токовый слой хвоста магнитосферы Земли утоньшается в поперечном направлении от нескольких радиусов Земли до 250–2000 км в поперечнике, что сопоставимо с гирорадиусами протонов [1–2]. Подобный тонкий токовый слой (ТТС) является ключевой структурой, в которой может запасаться, а затем высвобождаться запасенная магнитная энергия [3]. ТТС имеет сложную внутреннюю структуру с иерархией масштабов вложенных друг в друга токовых слоев. Он может достаточно длительное время сохранять устойчивость, а потом спонтанно разрушаться, что запускает всю последующую цепочку суббуревых возмущений. Показано, что во время геомагнитных возмущений в хвост из ионосферы поступают однозарядные ионы кислорода, концентрация которых может быть сопоставима с концентрацией протонов [4–5]. Вопрос об их влиянии на структуру и динамику хвоста магнитосферы до сих пор мало изучен. В настоящей работе с помощью гибридной модели исследовано влияние ионов кислорода на структуру ТТС в хвосте магнитосферы Земли.

В модели ТТС учтены три плазменные компоненты: протоны, электроны и ионы кислорода. Используется геоцентрическая солнечно-магнитосферная система координат (GSM), в которой ось X направлена от Земли к Солнцу, ось Z — вдоль оси геомагнитного диполя, ось Y — с утра на вечер. Модель представляет собой систему самосогласованных уравнений Власова-Максвелла для описания равновесного токового слоя с малой нормальной компонентой магнитного поля B_z . Взаимопроникающие потоки плазмы вблизи нейтральной плоскости, где радиус кривизны магнитных линий порядка ионных гирорадиусов, размагничиваются и переносят ток через хвост. Их движение может рассматриваться как квазиadiaбатическое [6] и происходит с сохранением приближенного инварианта движения I_z . В то же время электроны полностью замагничены, их можно считать достаточно быстрыми, чтобы поддерживать квазиравновесное распределение Больцмана и квазинейтральность в системе.

Источники плазмы задаются в виде смещенного распределения Максвелла для каждой из ионных компонент (здесь и далее нижний индекс 1 относится к протонам, 2 — к ионам кислорода):

$$f_{1,2}(\mathbf{v}) = N_{1,2} \exp\left\{-\left[(v_{\parallel} - v_{D1,2})^2 + v_{\perp}^2\right]/v_{T1,2}^2\right\}$$
, где $N_{1,2}$ — нормированные плотности плазмы, $v_{D1,2}$ и $v_{T1,2}$ — гидродинамическая и тепловая скорости ионов. Уравнение Максвелла для трехкомпонентной плазмы имеет вид:

$$\frac{d\mathbf{B}}{dz} = \frac{4\pi}{c}(\mathbf{j}_1 + \mathbf{j}_2 + \mathbf{j}_e) \quad (1)$$

где $\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 + \mathbf{B}_e$ — самосогласованное магнитное поле, поддерживаемое тремя плазменными компонентами (нижний индекс “e” относится к электронам), $\mathbf{j}_{1,2}$ — Y -компоненты плотности токов ионов $j_{1,2} = e \int v_y f_{1,2}(\mathbf{v}) d^3v$. Электронный ток \mathbf{j}_e , основной вклад в который вносят дрейфовые движения электронов в Y -направлении, можно рассматривать в приближении ведущего центра:

$$\mathbf{j}_e = -en_e c \frac{[\mathbf{E} \times \mathbf{h}]}{B} + \frac{c}{B} [\mathbf{h} \times \nabla_{\perp} p_{\perp e}] + \frac{c}{B} (p_{\parallel e} - p_{\perp e}) [\mathbf{h} \times (\mathbf{h} \nabla) \mathbf{h}]. \quad (2)$$

Здесь $\mathbf{h} = \mathbf{B}/B$ — единичный вектор, направленный вдоль линий магнитного поля; $B = (B_x^2 + B_z^2)^{1/2}$ — модуль величины магнитного поля, компоненты тензора электронного давления имеют вид $p_{ij} = p_{\perp e} \delta_{ij} + (p_{\parallel e} - p_{\perp e}) h_i h_j$ ($i, j \equiv x, y, z$). Электронное давление в магнитосферном хвосте имеет выраженную продольную анизотропию: $p_{\parallel e} > p_{\perp e}$, поэтому ток кривизны электронов (последнее слагаемое в (2)) будет преобладать. Для него характерен узкий максимум пикообразной формы вблизи нейтральной плоскости [3].

В модели учтено амбиполярное электрическое поле $E_z(p_{\parallel e}, p_{\perp e}) = -\partial\phi/\partial z$, возникающее в ТТС вследствие различия динамики квазиадиабатических ионов и замагниченных электронов: $en_e \partial\phi/\partial z = \partial p_{\parallel e}/\partial z - (p_{\parallel e} - p_{\perp e})(B_x/B^2) \partial B_x/\partial z$. Параллельное давление может быть получено из сохранения полной энергии электронов: $W_0 = mv_0^2/2 \equiv mv^2/2 + e\phi$ (v_0 — начальная скорость, $v^2 = v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2$). Перпендикулярное давление берется из первого уравнения состояния ЧГЛ-приближения $p_{\perp e}/n_e B = const$. Выбраны следующие граничные условия: тангенциальная магнитная компонента $B_x(L) = B_{x0}$ на краях $z = L$ токового слоя; нормальная компонента постоянна $B_z \equiv B_{z0}$; шировая компонента $B_y(z) \equiv 0$; плотность плазмы $n(L) = n_0$; электростатический потенциал $\phi(L) = 0$. Использование квазиадиабатического приближения для движения протонов и ионов кислорода позволило переписать функции распределения ионов через интегралы движения $f_{1,2}(\mathbf{v}) \rightarrow f_{1,2}(W_0, P_y, I_z)$ и, с использованием теоремы Лиувилля, обобщить их на все пространство системы.

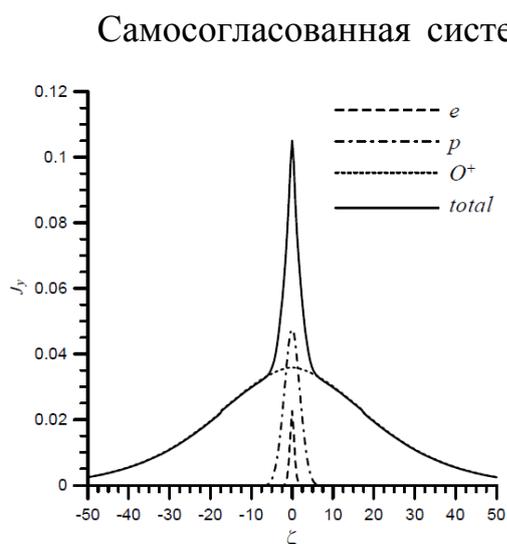


Рис.1. Пример профиля плотности тока в ТТС при относительном содержании ионов кислорода к протонам $n_r = 0.9$. Показаны вклады в плотность тока от каждого сорта частиц.

точках $\zeta \approx \pm 5$, соответствующий переходу масштаба от широкого кислородного токового слоя к более узкому протонному.

На рис. 2. показаны самосогласованные профили плотности тока (а) и магнитного поля (б) в зависимости от отношения концентраций ионов кислорода и протонов на краях ТС. При малых значениях параметра n_r плотность тока имеет узкий пик в центре слоя, поддерживаемый квазиadiaбатическими протонами и дрейфовыми токами электронов. С ростом содержания ионов кислорода в плазме этот пик уменьшается, при этом вокруг вложенных протонного и электронного слоев растет внешний широкий «кислородный» токовый слой. При $n_r = 1$ ионы кислорода доминируют, максимумы протонного и электронного токовых слоев практически незаметны. Ширина ТТС становится порядка нескольких десятков гирорадиусов протонов.

Таким образом, в работе получены следующие результаты: 1) Развита гибридная модель ТТС в трехкомпонентной плазме с тяжелыми ионами кислорода. Показано, что в трехкомпонентной плазме хвоста магнитосферы токовый слой хвоста, будучи единой структурой, может состоять из трех вложенных друг в друга слоев — электронного, протонного и кислородного, определяемых квазиadiaбатической динамикой движения ионов и дрейфовыми токами электронов. 2) В присутствии ионов кислорода толщина токового слоя может существенно увеличиваться по сравнению с

Самосогласованная система уравнений (1)–(2) с соответствующими граничными условиями и функциями распределения плазмы была решена численно. Структура ТТС представлена на рис.1, где показаны полный нормированный профиль плотности тока в ТТС и вклады в него разных плазменных популяций. Поперечная координата ζ измеряется в протонных гирорадиусах на краю слоя. Как видно из рисунков токовый слой в многокомпонентной плазме представляет собой вложенную структуру из токовых слоев разных масштабов: узкий пик электронного слоя вложен внутрь протонного слоя, который, в свою очередь, вложен внутрь гораздо более широкого токового слоя с доминирующими ионами кислорода. На профиле плотности тока заметен излом в

протон-электронной плазмой. При наличии тяжелых ионов в хвосте становятся заметными изломы на профилях плотности тока и магнитного поля, свидетельствующие многомасштабной структуре ТТС. 3) Чем выше концентрация ионов кислорода в хвосте, тем сильнее уменьшаются максимумы плотности тока протонного и электронного слоев, тем сильнее доминирование ионов кислорода в ТТС.

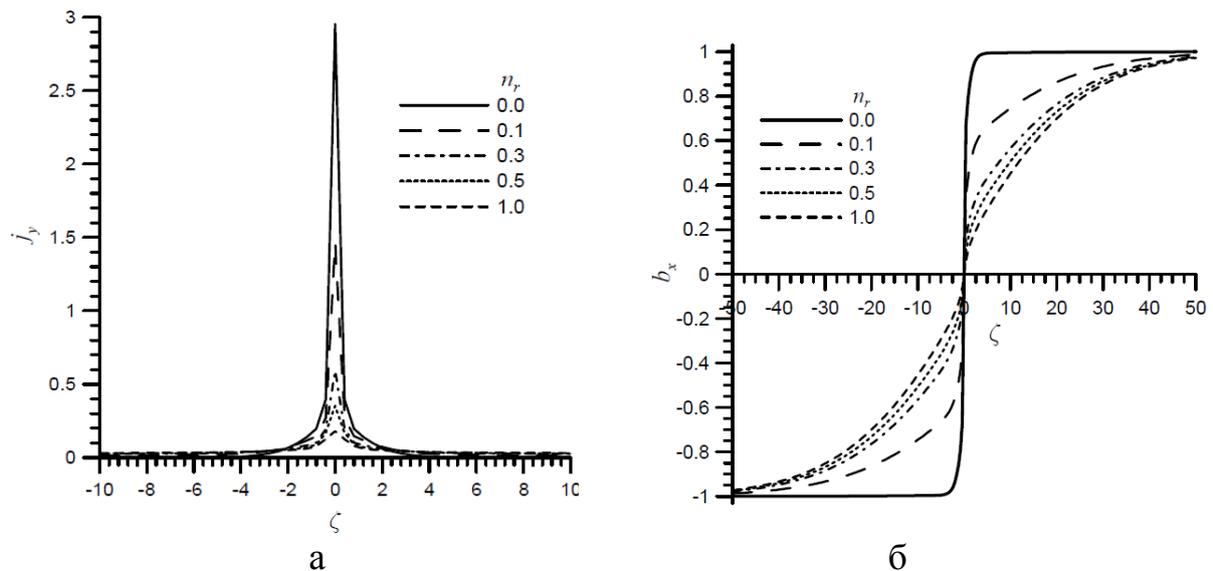


Рис. 2. Самосогласованные профили нормированных плотности тока j_y (а) и тангенциального магнитного поля b_x (б) как функции поперечной координаты $\zeta \propto z/\rho_L$ (ρ_L - ларморовский радиус протона на краях ТТС) в зависимости от отношения концентраций ионов кислорода и протонов $n_r = n_{O^+}/n_p$.

Литература

1. Sergeev et al., J. Geophys. Res. 1993. V. 98. P. 17345–17365.
2. Sanny et al., J. Geophys. Res. 1994. V. 99. P. 5805–5816.
3. Зеленый и др., Физика плазмы. 2011. Т. 37. № 2. С. 137–182.
4. Kistler et al., J. Geophys. Res. 2005. V. 110. P. A06213.
5. Kronberg et al., Sp. Sci. Rev. 2014. DOI 10.1007/s11214-014-0104-0.
6. Büchner and Zelenyi, J. Geophys. Res. 1989. V. 94. № 10. P. 11821–11842.

ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ НА ТЕЛАХ С КУСОЧНО-ГЛАДКОЙ ГРАНИЦЕЙ

Проф. Боголюбов А.Н., доц. Могилевский И.Е., асп. Светкин М.И.,
асп. Ровенко В.В.

В настоящее время большой интерес представляют задачи дифракции, связанные с минимизацией рассеянного излучения от исследуемого объек-

та. Изучение этих задач может помочь, например, при конструировании маскирующих оболочек различных типов. В работе [1] при определённых частотах падающего излучения был получен эффект резонансного снижения рассеиваемого поля от гофрированного цилиндра с гладкой границей. Выясним наличие похожего эффекта при рассмотрении в качестве облучаемого объекта цилиндра с кусочно-гладкой границей, в частности, так называемый «ёжик» (рисунок 1 в конце тезисов).

Рассматривается задача о падении плоской монохроматической волны $\{E_0 = E e^{-i\omega t}, H_0 = H e^{-i\omega t}\}$ на цилиндр радиуса R_c при отсутствии сторонних зарядов и токов в случае установившихся колебаний. Система уравнений Максвелла имеет вид:

$$\begin{cases} \operatorname{rot} H = -ikE, k = \omega/c \\ \operatorname{rot} E = ikH \\ [\bar{n} \times E]_{\Sigma} = 0 \Leftrightarrow (H \cdot \bar{n})_{\Sigma} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Здесь \bar{n} — нормаль к поверхности Σ . Третье условие в системе (1) мы будем использовать в зависимости от удобства. Также нас будет интересовать поведение поля в окрестности точек излома границы.

Для данной задачи выполнены все условия представления компонент электромагнитного поля через две скалярные функции — функции Боргниса U (для поля электрического типа) и U' (для поля магнитного типа). Обе функции в цилиндрической системе координат удовлетворяют уравнению:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial U}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial U}{\partial \rho} \right) \right] + k^2 U = 0 \Rightarrow \Delta U + k^2 U = 0 \quad (2)$$

С помощью парциальных условий излучения на воображаемой поверхности $\Sigma_{r=R>R_c}$, а на поверхности проводящего цилиндра поставим условия первого рода $U(P)|_{P \in \Sigma} = 0$ для поля электрического типа и условия второго рода $\frac{\partial U(P)}{\partial n} \Big|_{P \in \Sigma} = 0$ для поля магнитного типа [3]. С добавлением парциальных условий излучения система уравнений для функций Боргниса $U(r, \varphi)$ внутри поверхности Σ_R примет вид (зависимость от координаты z отсутствует):

$$\Delta U + k^2 U = 0 \text{ внутри } \Sigma_R \quad (3.1)$$

$$\tilde{U}(P)|_{P \in \Sigma} = 0 \text{ (эл. тип)} \quad \frac{\partial \tilde{U}(P)}{\partial n} \Big|_{P \in \Sigma} = 0 \text{ (магн. тип)} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{U}(r, \varphi)}{\partial r} = & \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \gamma_m(r) \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \tilde{U}(r, \varphi') e^{-im\varphi'} d\varphi' \right\} e^{im\varphi} + \frac{\partial U_e(r, \varphi)}{\partial r} - \\ & - \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \gamma_m(r) \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} U_0(r, \varphi') e^{-im\varphi'} d\varphi' \right\} e^{im\varphi} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Метод конечных элементов (МКЭ) [4] применяется для численного решения широкого класса краевых и начально-краевых задач математической физики в областях с различной геометрией, а также типами граничных условий. Эффективность МКЭ, как и у многих других численных методов, зависит от гладкости решения исходной задачи. В нашем случае сложной негладкой границы и при разрывных коэффициентах уравнений точность и скорость сходимости численного решения может существенно упасть. Для преодоления этой проблемы в данной работе предлагается метод конечных элементов с выделением асимптотического разложения решений в окрестности особых точек:

- Выделяются окрестности особых точек;
- Строятся аналитические решения внутри этих окрестностей в виде асимптотических разложений;
- Полученные решения сшиваются с основным решением на сетке.

Таким образом, особенности решения в особых точках переносятся в виде условий сопряжения на границы выделенных окрестностей. Рассмотрим применение изложенного метода к задаче дифракции плоской волны на идеально проводящем теле, содержащим входящие углы, на которых могут возникать особенности градиента решения. Обозначим Ω_c — рассматриваемое тело (цилиндр с кусочно-гладкой границей радиуса R_c — "ёжик") (рисунок 1), Ω — внешняя область. Выделим отдельно бесконечную точку, окружив ее окрестностью Ω_o в виде внешней части круга радиуса R , и выделим окрестности всех входящих углов $\{\Omega_n\}, n = 1 \dots N$. Таким образом, с учётом вида падающей плоской волны и условий Зоммерфельда полное поле в Ω_o представимо в виде:

$$U^{(0)}(r, \varphi) = e^{ikr} + \sum_{m=-\infty}^{+\infty} D_m^{(0)} H_m^{(1)}(kr) e^{im\varphi} \quad (4)$$

Окрестность входящего угла иголок "ежа" Ω_n имеет вид сектора круга с раствором $\omega_n > 3\pi/2$. Решением уравнения Гельмгольца в Ω_n с условием ограниченности в вершине угла и граничными условиями Неймана на лучах угла являются функции Бесселя нецелого порядка:

$$U^{(n)}(r, \varphi) = \sum_{m=0}^{\infty} D_m^{(0)} J_{\nu_{mn}}(kr) \cos(\nu_{mn}\varphi), \nu_{mn} = \pi m / \omega_n \quad (5)$$

Здесь угол φ отсчитывается от одного из лучей угла, $D_m^{(0)}$ — произвольные коэффициенты.

Аналогичная ситуация и в случае с условиями Дирихле:

$$U^{(n)}(r, \varphi) = \sum_{m=0}^{\infty} D_m^{(0)} J_{\nu_{mn}}(kr) \sin(\nu_{mn}\varphi), \nu_{mn} = \pi m / \omega_n \quad (6)$$

С помощью асимптотических представлений (4-6) находится решение исходной задачи для уравнения Гельмгольца на сетке и в окрестностях особых точек. Отдельно для случаев электрического и магнитного типов.

Программа реализована в пакете MATLAB. Отметим, что в случае условий Дирихле (поле электрического типа) будем численно использовать приближённые условия 3-го рода (так называемые "*stiff springs*", в силу $\epsilon = 0$). Полученная программа позволяет находить картину распределения полного и дифрагированного полей, а также диаграммы направленностей рассеяния для функций Борнгиса электрического (ЭТ) и магнитного типов (МТ) в случаях без выделения (БВО) и с выделением (СВО) окрестностей углов (рисунок. 1).

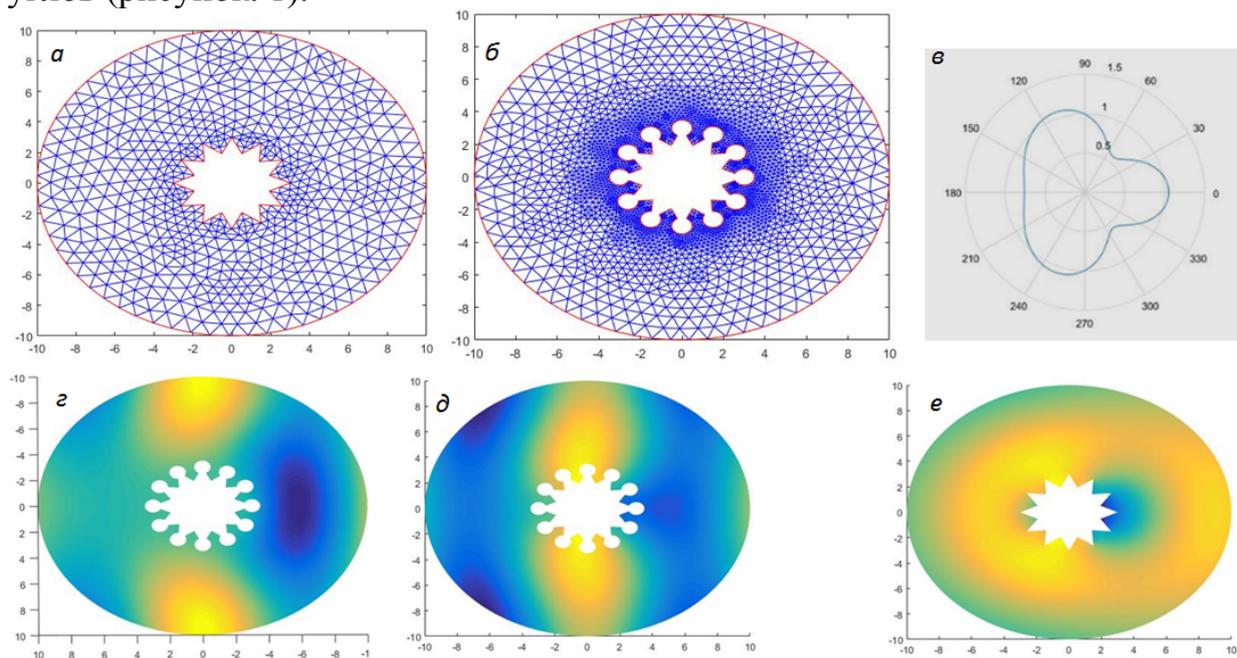


Рис. 1. Сетка БВО (а) и СВО (б). Диаграмма рассеяния для поля ЭТ БВО (в). Полные поля ЭТ (г) и МТ (д) СВО. Дифрагированное поле ЭТ БВО (е).

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 19.01.00593, 18-31-00377 мол_а.

Литература

1. Боголюбов А.Н. и др. Волновое обтекание и резонансное снижение радиационной заметности протяженных гофрированных рассеивателей. // Вестник Московского университета. Серия 3: Физика, астрономия, издательство. Изд-во Моск. ун-та (М.), 2018.
2. Будак Б. М., Самарский А. А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике. // Москва «ФИЗМАТЛИТ», 2004, 688 с.
3. Свешников А. Г., Могилевский И. Е. Избранные математические задачи теории дифракции. // Москва 2012, 239 с.
4. Калиткин Н. Н., Альшина Е. А. Численные методы в двух книгах.// Кн. 1: Численный анализ. Москва: «Академия», 2013, 304 с.

МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ДИФРАКЦИИ С КУСОЧНО-ГЛАДКОЙ ГРАНИЦЕЙ

Проф. *Боголюбов А.Н.*, доц. *Могилевский И.Е.*, асп. *Светкин М.И.*,
асп. *Ровенко В.В.*

Метод конечных элементов является распространенным методом численного решения широкого класса краевых и начально-краевых задач математической физики [1]-[2]. Данный метод позволяет рассматривать области с различной геометрией и типами граничных условий и при численной реализации сводится к решению систем алгебраических уравнений с разреженными матрицами, что существенно снижает вычислительные затраты.

Как и для большинства численных методов, эффективность метода конечных элементов зависит от гладкости решения исходной задачи. В случае сложной негладкой границы или разрывных коэффициентах уравнений точность и скорость сходимости численного решения могут существенно снижаться. Простейшим подходом к этой проблеме является сгущение сетки, в первую очередь в областях, где ожидается появление особенностей решения, однако это не всегда гарантирует улучшение численного решения и, как правило, не позволяет исследовать поведение решения в окрестностях особых точек.

Другой подход заключается в избавлении от особых точек путем сглаживания исходной задачи, например, замена острых углов гладкими сплайнами, «размытие» скачков коэффициентов и т.п., однако при этом, по сути, решается уже другая задача, которая может не иметь специфических свойств исходной задачи, возникающих в особых точках.

Более эффективный подход состоит в аналитическом исследовании задачи в окрестности особых точек и учете полученной информации в численном методе. Например, можно добавить несколько модифицированных конечных элементов в особой точке, которые будут описывать нужную особенность решения. Однако такие конечные элементы могут оказаться практически линейно зависимы, что приведет к плохой обусловленности итоговой матричной задачи относительно коэффициентов при этих элементах.

В данной работе предлагается модификация метода конечных элементов, в которой выделяются окрестности особых точек, строятся аналитические решения внутри этих окрестностей в виде асимптотических разложений, и эти решения сшиваются с основным решением на сетке. Таким образом, особенности решения в особых точках переносятся в виде граничных условий сопряжения на границы выделенных окрестностей, которые особенностей уже не содержат.

В работах [3]-[4] рассматривалось применение данного метода для решения уравнения Пуассона в ограниченной области с кусочно-постоянной диэлектрической проницаемостью. Этот метод был обобщен на случай эллиптического уравнения с граничным условием третьего рода:

$$\nabla(c\nabla u) + au = f, M \in \Omega, \quad (1)$$

$$c \frac{\partial u}{\partial n} + qu = g, P \in \partial\Omega. \quad (2)$$

где область Ω может быть неограниченной. В этом случае задача дополняется соответствующим условием на бесконечности. Предполагается, что граница области Ω в окрестности каждой особой точки совпадает с частью границы сектора.

Для каждой точки границы O_n , содержащей особенность решения, выделяется окрестность в виде сектора Ω_n . Для каждой окрестности аналитически строится решение вида:

$$u^{(n)}(r, \varphi) = \mu^{(n)}(r, \varphi) + \sum_{m=1}^{\infty} D_m^{(n)} \xi_m^{(n)}(r, \varphi), \quad (3)$$

где (r, φ) — полярная система координат с центром в точке O_n . $\mu^{(n)}(r, \varphi)$ — частное решение неоднородной задачи:

$$\nabla(c\nabla u^{(n)}) + au^{(n)} = f, M \in \Omega_n, \quad (4)$$

$$c \frac{\partial u^{(n)}}{\partial n} + qu^{(n)} = g, P \in \partial\Omega \cap \bar{\Omega}_n, \quad (5)$$

$\xi_m^{(n)}(r, \varphi)$ — фундаментальная система решений соответствующей однородной задачи, $D_m^{(n)}$ — произвольные коэффициенты.

Исходная задача (1)-(2) в области с вырезанными особыми точками

$$\tilde{\Omega} = \Omega \setminus \bigcup_{n=1}^N \Omega_n, \quad \partial\tilde{\Omega} = \partial\Omega \setminus \bigcup_{n=1}^N \bar{\Omega}_n, \quad (6)$$

примет вид:

$$\nabla(c\nabla u) + au = f, M \in \tilde{\Omega}, \quad (7)$$

$$c \frac{\partial u}{\partial n} + qu = g, P \in \partial\tilde{\Omega}, \quad (8)$$

$$u = u^{(n)}, P \in \partial\Omega_n, \quad (9)$$

$$c \frac{\partial u}{\partial n} = c \frac{\partial u^{(n)}}{\partial n}, P \in \partial\Omega_n. \quad (10)$$

В случае неограниченной области к особым точкам добавляется бесконечно удаленная точка, а ее окрестность Ω_n будет внешней частью круга, покрывающего исходную область. Решение во внешней области строится из условий на бесконечности.

Задача (7)–(10) решается методом конечных элементов с условием согласования коэффициентов при элементах на введенных границах $\partial\Omega_n$ с коэффициентами $D_m^{(n)}$ решений в окрестностях Ω_n (3) для обеспечения условия (9).

Обобщенный метод был применен для решения задачи дифракции плоской волны на бесконечном идеально проводящем цилиндре с кусочно-гладкой границей, содержащей входящие углы. На бесконечности ставились парциальные условия излучения. Были построены диаграммы рассеяния для цилиндров с различными сечениями.

Представленный метод позволяет решать широкий класс задач для произвольной кусочно-гладкой области и получать подробную информацию о поведении решения в окрестности особых точек.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ №18–31–00377 мол_а, 19–01–00593.

Литература

1. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы: Пер. с англ. – М.: Мир, 1984.
2. Jin J. M. The finite element method in electromagnetics. – John Wiley & Sons, 2015.
3. Гибридный метод численного решения уравнения Пуассона в области с диэлектрическим углом / А. Н. Боголюбов, А. И. Ерохин, И. Е. Могилевский, М. И. Светкин // Журнал вычислительной математики и математической физики. - 2017. - Т. 57, № 8.
4. Гибридный метод решения уравнения Пуассона в области с металло-диэлектрическими углами / А. Н. Боголюбов, А. И. Ерохин, И. Е. Могилевский, М. И. Светкин // Вестник Московского университета. Серия 3: Физика, астрономия. - 2017. - № 1.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИМПЕДАНСНЫХ
ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ВОЛНОВОДОВ

Проф. Боголюбов А.Н., н. с. Ерохин А.И.,
асп. Светкин М.И., асп. Ровенко В.В.

Рассматривается система уравнений Максвелла, дополненная граничными условиями Щукина-Леонтовича [1]:

$$[\mathbf{n}, \mathbf{E}]_S = W [\mathbf{n}, [\mathbf{n}, \mathbf{H}]]_S, \quad (1)$$

где S — боковая поверхность бесконечного прямоугольного волновода постоянного сечения, \mathbf{n} — внешняя нормаль, W — поверхностный импеданс материала стенок. Решение ищется с помощью неполного метода Галеркина, в котором электромагнитные поля в поперечном сечении волновода раскладываются по базису с неизвестными коэффициентами, зависящими от продольной координаты.

Для случая идеально проводящих стенок базис может быть построен аналитически с помощью собственных функций сечений, и задача распадается на две независимые задачи для волн электрического и магнитного типов соответственно [2]. При отличном от нуля импедансе такого разделения не происходит, так как появляются гибридные моды. В связи с этим возникает вопрос о выборе наиболее удобного базиса для представления полей.

В работе [3] предложен базис, состоящий из собственных мод идеального волновода, дополненный функциями, обеспечивающими точное выполнение условий (1). В работе [4] представлены результаты расчета дисперсионных характеристик волнопроводов лестничного типа с использованием указанного базиса. Для такого рода задач итоговые системы дифференциальных уравнений являются жесткими, что приводит к неустойчивости при увеличении числа базисных функций. Использование специальных методов решения, например метода направленной ортогонализации [5], позволяет повысить устойчивость, но не всегда решает проблему полностью.

В связи с этим в данной работе рассматривается новый базис, который точно удовлетворяет уравнениям Максвелла и с большой точностью — условиям (1). Его использование в неполном методе Галеркина позволяет существенно снизить жестких итоговых систем дифференциальных уравнений, что обеспечивает высокую скорость работы и устойчивость алгоритма. При этом в связи с наличием гибридных мод разложение электромагнитного поля по указанному базису позволяет удобнее проводить его классификацию.

Предложенный базис является обобщением базиса для идеального волновода и имеет следующий вид:

$$\begin{cases} E_x = C^{(ex)} \cos(px) \sin(qy) \exp(i\gamma z), \\ E_y = C^{(ey)} \sin(px) \cos(qy) \exp(i\gamma z), \\ E_z = C^{(ez)} \sin(px) \sin(qy) \exp(i\gamma z), \\ H_x = C^{(hx)} \sin(px) \cos(qy) \exp(i\gamma z), \\ H_y = C^{(hy)} \cos(px) \sin(qy) \exp(i\gamma z), \\ H_z = C^{(hz)} \cos(px) \cos(qy) \exp(i\gamma z). \end{cases} \quad (2)$$

где p , q и γ уже являются комплексными величинами.

Подстановка (2) в уравнения Максвелла дает четыре решения, зависящих от p и q как от параметров – по два решения, описывающих распространяющиеся вдоль оси волновода в разные стороны волны. Далее для любой пары решений, распространяющихся в одну сторону, требуется найти такие p и q , при которых будут выполнены граничные условия (1).

В общем случае такой пары p и q не существует. В связи с этим будем искать решение, которое удовлетворяет уравнениям Максвелла точно и граничным условиям (1) приближенно. Рассматривается два способа построения такого решения для случая малого импеданса $|W| \ll 1$. В первом осуществляется минимизация невязки граничных условий по параметрам p и q , во втором используется метод теории возмущений.

Для бегущих мод оба метода дают результаты, совпадающие с высокой точностью. Для затухающих мод метод теории возмущений дает существенно большую невязку для граничных условий, чем при ее минимизации.

С помощью указанного подхода при малом импедансе рассчитаны дисперсионные характеристики прямоугольного волновода постоянного сечения с потерями. Полученные результаты хорошо согласуются с расчетами в [3]. Предложенный базис может быть рекомендован для построения алгоритмов расчета более сложных лестничных и многоззорных волноводящих структур.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 18-31-00377 мол_а, 19-01-00593.

Литература

1. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988.
2. Тихонов А. Н., Самарский А. А. ЖТФ. 18. С. 959. (1948).
3. Ерохин А.И., Могилевский И.Е., Родякин В.Е., Пикунов В.М., Учен. зап. физ. фак-та Моск. ун-та. 2016. № 6.

4. Боголюбов А.Н., Ерохин А.И., Светкин М.И. Вестник Моск. ун-та. [В печати]
5. Быков А.А., Ильинский А.С. // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1979. Т. 19. №. 3. С. 631–639.

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ КВАНТОВОГО ЭФФЕКТА НЕЛОКАЛЬНОСТИ В ПЛАЗМОНИКЕ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА ДИСКРЕТНЫХ ИСТОЧНИКОВ

В. н. с. *Еремин Ю. А.*, ВМК МГУ
Техник второй кат. *Лопушенко И. В.*

Благодаря стремительному развитию оптоэлектронных и фотонных устройств в настоящее время актуальными являются задачи анализа электромагнитных свойств плазмонных структур, которые, как правило, заключаются в необходимости точного определения положения максимума и амплитуды плазмонного резонанса (ПР). Данные характеристики зависят от материала составных частей структуры, от формы частиц и их размеров, от свойств окружающей среды и поляризации внешнего возбуждения, в качестве которого могут использоваться как плоские электромагнитные волны, так и другие источники, например, электронные пучки, используемые в методах электронной спектроскопии [1–4].

Особый интерес представляют исследования наноструктур нанометровых масштабов как в силу их широкой распространенности в приложениях, так и в силу устойчивой тенденции к миниатюризации современных устройств. При этом, если размер рассматриваемой структуры приближается к квантовому диапазону значений и составляет менее 10нм, то классическая электродинамическая теория становится не применимой для описания возникающих физических эффектов. В этом случае для корректного моделирования свойств структуры необходим строгий учет эффектов пространственной дисперсии плазмонной среды, которые в современной периодической литературе получили название эффекта нелокальности (ЭНЛ). Данные эффекты существенно влияют на положение и амплитуду пика ПР, а также на структуру ближнего поля [2,3,5,6].

Математическое моделирование задач с учетом ЭНЛ в рамках существующих на сегодняшний день численных подходов сопряжено с рядом трудностей. Наиболее точные результаты, как правило, могут быть получены с помощью методов, основанных на квантовой теории, однако их основным недостатком является исключительная трудоемкость даже для систем с характерным размером порядка нанометра. В связи с этим широко используются вычислительные подходы на основе классической элек-

тродинамики, в рамках которых ЭНЛ может быть учтен с помощью рассмотрения продольных электромагнитных волн с волновым числом k_L наряду с поперечными электромагнитными волнами с волновым числом k_T внутри плазмонной структуры [5,6]. При этом закон дисперсии продольных волн в среде определяется с использованием свойств свободных носителей заряда при помощи гидродинамической теории Друде (ГДТ) либо ее расширений, одно из которых получило название теории обобщенного нелокального оптического отклика (ОНОО) [5-7]. Основной вычислительной сложностью при данном подходе является большая величина безразмерного продольного волнового числа $k_L a \ll k_T a$ (где a — размер структуры) что приводит к необходимости рассмотрения быстро осциллирующих полей внутри частицы и к последующей необходимости введения мелких сеток в наиболее распространенных методах, опирающихся на дискретизацию пространства [6]. Следует отметить, что размер ячейки сетки во многих подходах, как правило, ограничен снизу, что приводит к существенным трудностям при моделировании.

В связи с этим для разрешения возникающих трудностей при исследовании плазмонных частиц наиболее подходящими являются численно-аналитические поверхностно-ориентированные методы [6–7]. Среди них определенными преимуществами обладает метод дискретных источников (МДИ), ключевыми особенностями которого являются возможность проведения апостериорной оценки точности, отсутствие процедур генерации сеток и интегрирования по поверхности рассеивателя, а так же аналитический учет влияния подложки на рассеивающие свойства наночастиц [4,6–8]. Для анализа ЭНЛ с помощью МДИ необходимо записать полную математическую постановку задачи дифракции электромагнитного поля на плазмонной наночастице D_i в пространстве с подложкой Σ при наличии продольных волн в плазмонной среде:

$$\begin{aligned}
 \operatorname{rot} \mathbf{H}_i(M) &= jk \left(\varepsilon_T \mathbf{E}_i(M) + \xi^2 \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{E}_L(M) \right), & \operatorname{rot} \mathbf{H}_{0,1}(M) &= jk \varepsilon_{0,1} \mathbf{E}_{0,1}(M), \\
 \operatorname{rot} \mathbf{E}_i(M) &= -jk \mu_i \mathbf{H}_i(M), & \operatorname{rot} \mathbf{E}_{0,1}(M) &= -jk \mu_{0,1} \mathbf{H}_{0,1}(M), \\
 \mathbf{E}_i(M) &= \mathbf{E}_T(M) + \mathbf{E}_L(M), & \mathbf{E}_{0,1}(M) &= \mathbf{E}_{0,1}^S(M) + \mathbf{E}_{0,1}^{\text{inc}}(M), \\
 M &\in D_i, & M &\in D_{0,1},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{n}_P \times [\mathbf{E}_i(P) - \mathbf{E}_0^S(P)] &= \mathbf{n}_P \times \mathbf{E}_0^{\text{inc}}(P), & \mathbf{e}_z \times [\mathbf{E}_0(P) - \mathbf{E}_1(P)] &= 0, \\
 \mathbf{n}_P \times [\mathbf{H}_i(P) - \mathbf{H}_0^S(P)] &= \mathbf{n}_P \times \mathbf{H}_0^{\text{inc}}(P), & \mathbf{e}_z \times [\mathbf{H}_0(P) - \mathbf{H}_1(P)] &= 0, \\
 \mathbf{n}_P \cdot \varepsilon_L \mathbf{E}_i(P) &= \mathbf{n}_P \cdot \varepsilon_0 (\mathbf{E}_0^{\text{inc}}(P) + \mathbf{E}_0^S(P)), & P &\in \Sigma,
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r \left(\sqrt{\varepsilon_0} \mathbf{E}_0^S(M) \times \frac{\mathbf{r}}{r} - \sqrt{\mu_0} \mathbf{H}_0^S(M) \right) = 0, \quad r = |M| \rightarrow \infty, \quad z > 0,$$

$$\left(\left| \mathbf{E}_1^S \right|, \left| \mathbf{H}_1^S \right| \right) = o(\exp\{-|\operatorname{Im}k_1|r\}), \quad z < 0.$$

Здесь \mathbf{n}_p — внешняя единичная нормаль к поверхности частицы ∂D_1 , \mathbf{e}_z — нормаль к плоской поверхности подложки, \mathbf{E}_T — поле поперечных волн внутри частицы, \mathbf{E}_L — поле продольных волн внутри частицы, \mathbf{E}_0^{inc} — поле внешнего возбуждения в пространстве над подложкой D_0 , \mathbf{E}_0^S — рассеянное поле, D_1 — пространство внутри подложки, ε_T — экспериментально определенная диэлектрическая проницаемость материала частицы, $k_T^2 = k^2 \varepsilon_T \mu_i$, $k = \omega / c$. С помощью ГДТ либо ОНОО определяются следующие величины: $\varepsilon_L = \varepsilon_T - \omega_p^2 / (j\gamma\omega - \omega^2)$ — вклад в диэлектрическую проницаемость от связанных электронов и ионов с учетом межзонных переходов, $\xi^2 = \varepsilon_L (\beta^2 + D(\gamma + j\omega)) / (\omega^2 - j\gamma\omega)$ — параметр, характеризующий масштаб пространственной нелокальности, $k_L^2 = \varepsilon_T / \xi^2$. Здесь D — коэффициент диффузии электронов, $\beta^2 = 3/5v_F^2$, v_F — скорость Ферми, ω — частота колебаний электромагнитного поля, γ — частота столкновений электронов, ω_p — плазменная частота металла. Следует отметить, что продольная компонента внутреннего поля не вносит вклад в магнитное поле \mathbf{H}_i . Особое внимание также следует обратить на то, что с появлением новой неизвестной величины \mathbf{E}_L возникает необходимость в постановке дополнительного граничного условия, в качестве которого мы будем использовать специальное условие разрыва нормальных компонент вектора напряженности электрического поля [5–6].

В рамках МДИ решение данной задачи — рассеянное поле вне частицы и полное поле внутри частицы — строится в виде суперпозиции полей дискретных источников (ДИ). В случае рассеянного поля они представляют собой решения уравнений Максвелла в виде электрических или магнитных мультиполей, которые позволяют аналитически учесть присутствие подложки в среде с помощью тензора Грина и удовлетворить условиям на бесконечности [9]. Полное поле внутри частицы строится на основе решений уравнений Гельмгольца, независимо описывающих продольную и поперечную компоненты электромагнитного поля [5–7]. Таким образом, для решения задачи необходимо обеспечить выполнение условий сопряжения полей на поверхности частицы. Для этого используется обобщенный метод коллокаций, который приводит к переопределенной системе линейных уравнений относительно неизвестных амплитуд ДИ. Амплитуды ДИ определяются как нормальное псевдорешение данной системы с использованием регуляризации А.Н. Тихонова в норме l_2 .

Вычислив амплитуды ДИ, мы таким образом получаем полную информацию о рассеянном поле, и можем без труда анализировать такие характеристики частицы, как дифференциальное (DSC) либо полное (σ) сечения рассеяния, определенные через диаграмму направленности F (в случае дифракции плоской волны) [8]

$$\mathbf{E}_0^S(M) / |\mathbf{E}_0^{\text{inc}}(M)| = \frac{\exp\{-jk_0 R\}}{R} \mathbf{F}(\theta_0, \theta, \varphi) + O(1/R^2), \quad R \rightarrow \infty, \quad z > 0,$$

$$\text{DSC}(\theta_0, \theta, \varphi) = |F_\theta(\theta_0, \theta, \varphi)|^2 + |F_\varphi(\theta_0, \theta, \varphi)|^2, \quad \sigma(\theta_0) = \int_{\Omega} \text{DSC}(\theta_0, \theta, \varphi) d\Omega,$$

или вероятность потерь энергии электроном, определенную как интеграл вдоль его траектории движения в отсутствие подложки (в случае дифракции электронного пучка в задачах спектроскопии характеристических потерь энергии электронами, EELS) [10]:

$$P(\omega) = \frac{e}{\pi \hbar \omega} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Re}\{\mathbf{E}_0^S(\mathbf{r}_e, \omega) e^{-i\omega z/v}\} d\mathbf{r}_e.$$

Изложенный подход позволяет проводить эффективный и точный анализ спектральных характеристик плазмонных наноструктур с характерным размером от 1 до 10 нанометров и строго исследовать влияние ЭНЛ на их характер взаимодействия с различными электромагнитными полями, в том числе на сдвиг частоты ПР. Обратим внимание, что при увеличении размеров рассеивающей структуры роль эффектов пространственной дисперсии в плазмонной среде значительно снижается и решение поставленной задачи с хорошей степенью точности совпадает с решением классической электромагнитной задачи дифракции для уравнений Максвелла без продольных волн.

В заключение отметим, что предложенный метод также позволяет решать задачи дифракции на кластерах плазмонных наночастиц, в которых учет ЭНЛ является совершенно необходимым при таких расстояниях между частицами кластера, которые составляют от 0.5 до 5 нм. В тех случаях, когда расстояния между частицами составляют менее 0.5 нм, следует привлекать квантовые подходы, позволяющие учесть туннельный эффект.

Литература

1. Климов В. В. Наноплазмоника. - 2-е изд., испр. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. 480 с
2. García de Abajo F. J. Nonlocal effects in the plasmons of strongly interacting nanoparticles, dimers and waveguides // J. Phys. Chem. C. 2008. N 112. P. 17983–17987.

3. Toscano G., Raza S., Jauho A-P., et al. Modified field enhancement and extinction by plasmonic nanowire dimers due to nonlocal response //Opt. Exp. 2012. N 20. P.4176–4188.
4. Wriedt T., Eremin Yu. (Eds.). The Generalized Multipole Technique for Light Scattering. Springer International Publishing (2018).
5. Raza S., Bozhevolnyi S. I., Wubs M., Mortensen N. A. Nonlocal optical response in metallic nanostructures (Topical Review) //J. Phys.: Condens. Matter. 2015. N 27. P.183204.
6. Eremin Y., Doicu A., Wriedt T. Discrete sources method for modeling the nonlocal optical response of a nonspherical particle dimer. Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, 217, 35–44 (2018.)
7. Еремин Ю. А., Лопушенко И. В. Учет эффекта нелокальности при рассеянии света на плазмонных наночастицах в гибридной схеме метода дискретных источников //Вестн. Моск. Ун-та. Сер. 15. Вычисл. матем. и киберн. 2017. № 4. С. 14–21.
8. Еремин Ю. А., Лопушенко И. В. Гибридная схема метода дискретных источников для анализа граничных задач нанооптики //Вестн. Моск. Ун-та. Сер. 15. Вычисл. матем. и киберн. 2016. № 1. С. 3–10.
9. Дмитриев В.И. Поля в слоистых средах. М.: Изд-во МГУ, 1963.
10. Лопушенко И. В. Моделирование возбуждения плазмонных частиц электронным пучком (EELS) с помощью метода дискретных источников //Учен. зап. физ. фак-та Моск. ун-та. 2018. № 6. 1860602.

МЕТОД ГОМОТОПИИ ДЛЯ РАСЧЕТА СОБСТВЕННЫХ ВОЛН ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДА С ИМПЕДАНСНОЙ ГРАНИЦЕЙ

Проф. *Быков А.А.*

Сформулирована и обоснована математическая модель прямоугольного волновода с импедансным граничным условием, базирующаяся на применении граничного метода Галеркина и метода гомотопии. Построено также разложение решения в ряд по степеням малого параметра. Решение представляется в виде суммы координатных функций, каждая из которых точно удовлетворяет уравнениям Максвелла внутри волновода. Галеркинское сшивание производится для уравнений Щукина-Леонтовича.

1. Постановка задачи. Рассмотрим поля вида $\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{E}(x, y)e^{iyz - i\omega t}$, $\vec{H} = \vec{H}(x, y)e^{iyz - i\omega t}$ в цилиндрической области с поперечным сечением $\Pi_0 = \{-a < x < a, -b < y < b\}$ с условиями Щукина-Леонтовича на границах. Учитывая симметрию, достаточно рассмотреть область $\Pi = \{0 < x < a, 0 < y < b\}$ с граничными условиями $E_z|_{x=0;a} = 0$, $E_z|_{y=0} = 0$, а при $y = b$ зададим условия Щукина-Леонтовича. Для расчета компонент полей получим уравнения

$$E_x = -\frac{i\gamma}{\chi^2} \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{i\omega\mu}{\chi^2} \frac{\partial H_z}{\partial y}, \quad E_y = \frac{i\gamma}{\chi^2} \frac{\partial E_z}{\partial y} + \frac{i\omega\mu}{\chi^2} \frac{\partial H_z}{\partial x},$$

$$H_x = \frac{i\omega\varepsilon}{\chi^2} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{i\gamma}{\chi^2} \frac{\partial H_z}{\partial x}, \quad H_y = -\frac{i\omega\varepsilon}{\chi^2} \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{i\gamma}{\chi^2} \frac{\partial H_z}{\partial y},$$

где $\gamma^2 + \chi^2 = \kappa^2$, $\kappa = 2\pi/\lambda$. Граничные условия на идеально проводящих частях волновода и условия симметрии приводят к следующим выражениям координатных функций:

$$\mu_m = \frac{\pi m}{a}, \quad \varphi_m(x) = \sqrt{2/a} \sin \mu_m x, \quad \nu_m = \frac{\pi m}{a}, \quad \psi_m(x) = \sqrt{2/a} \cos \nu_m x, \quad m \in \{1; \dots\}.$$

Явно укажем элементарные волны с вещественными и комплексными показателями: $p'_m = \sqrt{\chi^2 - \mu_m^2}$ при $m \in \{1; \dots; m'\}$, $p''_m = \sqrt{\mu_m^2 - \chi^2}$ при $m \in \{m'+1, \dots\}$, $q'_m = \sqrt{\chi^2 - \nu_m^2}$ при $m \in \{1; \dots; m''\}$, $q''_m = \sqrt{\nu_m^2 - \chi^2}$ при $m \in \{m''+1, \dots\}$. Последующие формулы выписаны для случая $p_1 = \sqrt{\chi^2 - \mu_1^2}$, $p_m = \sqrt{\mu_m^2 - \chi^2}$, $q_1 = \sqrt{\chi^2 - \nu_1^2}$, $q_m = \sqrt{\nu_m^2 - \chi^2}$. Для компактности изложения предположим, что имеется ровно одна распространяющаяся волна:

$$E_z = A_1 \sin \mu_1 x \sin p_1 y + \sum_{m=2}^{+\infty} A_m \sin \mu_m x \sinh p_m y,$$

$$H_z = B_1 \cos \nu_1 x \cos q_1 y + \sum_{m=2}^{+\infty} B_m \cos \nu_m x \cosh q_m y.$$

Требуется найти значения параметра γ , при которых существует нетривиальное решение, удовлетворяющее уравнениям Максвелла и граничным условиям.

2. Метод Галеркина. Галеркинское приближение [1] найдем в виде $E_z = \sum_{m=1}^{+\infty} A_m \varphi_m(x) \eta_m(y)$, $\eta_m(y) = \sin p'_m y$ при $m \in \{1; \dots; m'\}$, $\eta_m(y) = \sinh p''_m y$ при $m \in \{m'+1, \dots\}$, $H_z = \sum_{n=1}^{+\infty} B_n \psi_n(x) \zeta_n(y)$, выражения для $\zeta_n(y)$ аналогичны. Теперь найдем поперечные компоненты полей:

$$E_x = \frac{-i\gamma}{\chi^2} A_1 \mu_1 \cos \mu_1 x \sin p_1 y + \frac{-i\gamma}{\chi^2} \sum_{m=2}^{+\infty} A_m \mu_m \cos \mu_m x \sinh p_m y -$$

$$\frac{-i\omega\mu}{\chi^2} B_1 \cos \nu_1 x \cdot q_1 \sin q_1 y + \frac{i\omega\mu}{\chi^2} \sum_{m=2}^{+\infty} B_m \cos \nu_m x \cdot q_m \sinh q_m y, \quad E_y = \frac{i\gamma}{\chi^2} A_1 \sin \mu_1 x \cdot p_1 \cos p_1 y$$

$$+ \frac{i\gamma}{\chi^2} \sum_{m=2}^{+\infty} A_m \sin \mu_m x \cdot p_m \cosh p_m y - \frac{i\omega\mu}{\chi^2} B_1 \nu_1 \sin \nu_1 x \cdot \cos q_1 y - \frac{i\omega\mu}{\chi^2} \sum_{m=2}^{+\infty} B_m \nu_m \sin \nu_m x \cdot \cosh q_m y,$$

$$\begin{aligned}
H_x &= \frac{i\omega\varepsilon}{\chi^2} A_1 \sin \mu_1 x \cdot p_1 \cos p_1 y + \frac{i\omega\varepsilon}{\chi^2} \sum_{m=2}^{+\infty} A_m \sin \mu_m x \cdot p_m \cosh p_m y \\
&+ \frac{i\gamma}{\chi^2} B_1 v_1 \sin v_1 x \cdot \cos q_1 y + \frac{i\gamma}{\chi^2} \sum_{m=2}^{+\infty} B_m v_m \sin v_m x \cdot \cosh q_m y, \quad H_y = \frac{-i\omega\varepsilon}{\chi^2} A_1 \mu_1 \cos \mu_1 x \sin p_1 y \\
&- \frac{i\omega\varepsilon}{\chi^2} \sum_{m=2}^{+\infty} A_m \mu_m \cos \mu_m x \sinh p_m y + \frac{i\gamma}{\chi^2} B_1 \cos v_1 x \cdot q_1 \sin q_1 y - \frac{i\gamma}{\chi^2} \sum_{m=2}^{+\infty} B_m \cos v_m x \cdot q_m \sinh q_m y.
\end{aligned}$$

3. Граничные условия Щукина-Леонтовича. Запишем граничные условия на импедансной поверхности в наиболее общем виде: $E_z = \sigma_1(x)H_x$, $E_x = \sigma_2(x)H_z$ при $y = b$. Для невязки граничных условий получим выражения

$$\begin{aligned}
R_1 &= -\left(A_1 \sin \mu_1 x \sin p_1 b + \sum_{m=2}^{+\infty} A_m \sin \mu_m x \sinh p_m b \right) + \\
&+ \sigma_1 \frac{i\omega\varepsilon}{\chi^2} \left(A_1 \sin \mu_1 x \cdot p_1 \cos p_1 b + \sum_{m=2}^{+\infty} A_m \sin \mu_m x \cdot p_m \cosh p_m b \right) - \\
&- \sigma_1 \frac{i\gamma}{\chi^2} \left(-B_1 v_1 \sin v_1 x \cdot \cos q_1 b - \sum_{m=2}^{+\infty} B_m v_m \sin v_m x \cdot \cosh q_m b \right), \\
R_2 &= \frac{-i\gamma}{\chi^2} \left(A_1 \mu_1 \cos \mu_1 x \sin p_1 b + \sum_{m=2}^{+\infty} A_m \mu_m \cos \mu_m x \sinh p_m b \right) + \\
&+ \frac{-i\omega\mu}{\chi^2} \left(-B_1 \cos v_1 x \cdot q_1 \sin q_1 b + \sum_{m=2}^{+\infty} B_m \cos v_m x \cdot q_m \sinh q_m b \right) - \\
&- \left(\sigma_1 B_1 \cos v_1 x \cos q_1 b + \sigma_1 \sum_{m=2}^{+\infty} B_m \cos v_m x \cosh q_m b \right),
\end{aligned}$$

В векторно-матричной форме $E_z = \Phi_s^T(x) \otimes \Upsilon_s^T(y) \bar{A}$, $H_z = \Phi_c^T(x) \otimes \Upsilon_c^T(y) \bar{B}$,

$$E_x = -\frac{i\gamma}{\chi^2} \tilde{\Phi}_s^T \otimes \Upsilon_s^T M \bar{A} - \frac{i\omega\mu}{\chi^2} \Phi_c^T \otimes \tilde{\Upsilon}_c^T Q \bar{B}, \quad E_y = \frac{i\gamma}{\chi^2} \Phi_s^T \otimes \tilde{\Upsilon}_s^T Q \bar{A} + \frac{i\omega\mu}{\chi^2} \tilde{\Phi}_c^T \otimes \Upsilon_c^T N \bar{B},$$

$$H_x = \frac{i\omega\varepsilon}{\chi^2} \Phi_s^T \otimes \tilde{\Upsilon}_s^T Q \bar{A} - \frac{i\gamma}{\chi^2} \tilde{\Phi}_c^T \otimes \Upsilon_c^T N \bar{B}, \quad H_y = -\frac{i\omega\varepsilon}{\chi^2} \tilde{\Phi}_s^T \Upsilon_s^T M \bar{A} - \frac{i\gamma}{\chi^2} \Phi_c^T \otimes \tilde{\Upsilon}_c^T Q \bar{B},$$

обозначения очевидны. Невязка в векторно-матричной записи примет вид

$$R_1 = -\Phi_s^T(x) \otimes \Upsilon_s^T(b) \bar{A} + \sigma_1 \frac{i\omega\varepsilon}{\chi^2} \Phi_s^T(x) \otimes \tilde{\Upsilon}_s^T(b) Q \bar{A} - \sigma_1 \frac{i\gamma}{\chi^2} \tilde{\Phi}_c^T(x) \otimes \Upsilon_c^T(b) N \bar{B},$$

$$R_2 = -\frac{i\gamma}{\chi^2} \tilde{\Phi}_s^T(x) \Upsilon_s^T(b) M \bar{A} - \frac{i\omega\mu}{\chi^2} \Phi_c^T(x) \otimes \tilde{\Upsilon}_c^T(b) Q \bar{B} - \sigma_2 \Phi_c^T(x) \otimes \Upsilon_c^T(b) \bar{B}.$$

4. Проекционные уравнения. Запишем уравнения метода Галеркина [1]. Для этого используем условия ортогональности невязки каждой координатной функции:

$$\begin{aligned} \langle \Xi_s | \Phi_s^T \otimes \Omega_s^T(b) \rangle \bar{A} &= \frac{i\omega\varepsilon}{\chi^2} \langle \Xi_s | \sigma_1 | \Phi_s^T \otimes \tilde{\Upsilon}_s^T(b) \rangle Q\bar{A} - \frac{i\gamma}{\chi^2} \langle \Xi_s | \sigma_1 | \tilde{\Phi}_c^T \otimes \Upsilon_c^T(b) \rangle N\bar{B}, \\ -\frac{i\gamma}{\chi^2} \langle \Xi_c | \tilde{\Phi}_s^T \Upsilon_s^T(b) \rangle M\bar{A} - \frac{i\omega\mu}{\chi^2} \langle \Xi_c | \Phi_c^T \otimes \tilde{\Upsilon}_c^T(b) \rangle Q\bar{B} &= \langle \Xi_c | \sigma_2 | \Phi_c^T \otimes \Upsilon_c^T(b) \rangle \bar{B}. \end{aligned}$$

Обозначения очевидны, вместо строчных букв для скаляров используем заглавные для векторов. Эти уравнения запишем в виде алгебраической системы $\begin{pmatrix} G_{AA} & G_{AB} \\ G_{BA} & G_{BB} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{A} \\ \bar{B} \end{pmatrix} = 0$. Требуется найти значения параметра γ , при которых эта **нелинейная** (относительно γ) система имеет нетривиальное решение.

5. Уравнения гомотопии. Пусть $\sigma_{1,2}$ зависят от параметра гомотопии τ . Дифференцирование по параметру гомотопии [2] дает систему ЛОДУ:

$$\begin{pmatrix} G_{AA} & G_{AB} \\ G_{BA} & G_{BB} \end{pmatrix} \frac{d}{d\tau} \begin{pmatrix} \bar{A} \\ \bar{B} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \hat{G}_{AA} & \hat{G}_{AB} \\ \hat{G}_{BA} & \hat{G}_{BB} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{A} \\ \bar{B} \end{pmatrix} \frac{d\gamma}{d\tau} + \begin{pmatrix} \tilde{G}_{AA} & \tilde{G}_{AB} \\ \tilde{G}_{BA} & \tilde{G}_{BB} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{A} \\ \bar{B} \end{pmatrix} = 0.$$

Условие разрешимости, вытекающее из теоремы Фредгольма, имеет вид:

$$\begin{pmatrix} \bar{A}^T & \bar{B}^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{G}_{AA} & \hat{G}_{AB} \\ \hat{G}_{BA} & \hat{G}_{BB} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{A} \\ \bar{B} \end{pmatrix} \frac{d\gamma}{d\tau} + \begin{pmatrix} \bar{A}^T & \bar{B}^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{G}_{AA} & \tilde{G}_{AB} \\ \tilde{G}_{BA} & \tilde{G}_{BB} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{A} \\ \bar{B} \end{pmatrix} = 0.$$

Это и есть дифференциальное уравнение гомотопии, из которого найдем зависимость $\gamma(\tau)$.

Теорема 1. Найдется промежуток $[0, \tau_0]$, на котором задача Коши для уравнений гомотопии разрешима. При $N \rightarrow +\infty$ решение уравнений гомотопии-галеркина сходится к точному решению задачи для уравнений Максвелла.

6. Маломодовое приближение. Практические расчеты при малом импедансе можно провести, используя одну координатную функцию:

$$\begin{aligned} A_1 \left[\sin p_1 b - \langle \varphi_1 | \sigma_1 | \varphi_1 \rangle \frac{i\omega\varepsilon}{\chi^2} p_1 \cos p_1 b \right] \langle \varphi_1 | \sigma_1 | \varphi_1 \rangle \frac{i\gamma}{\chi^2} \nu_1 \cdot \cos q_1 b B_1 &= 0, \\ \left[-\frac{i\gamma}{\chi^2} \mu_1 \sin p_1 b \right] A_1 + \left[\frac{i\omega\mu}{\chi^2} \cdot q_1 \sin q_1 b - \langle \varphi_2 | \sigma_1 | \varphi_1 \rangle \cos q_1 b \right] B_1 &= 0. \end{aligned}$$

Для расчета γ запишем характеристическое уравнение, которое будет нелинейным уравнением, решить которое можно одним из стандартных алгоритмов, а также упомянутым методом гомотопии. Наиболее полезные

результаты получаются при использовании разложения в ряд по степеням малого параметра.

7. **Разложение в ряд по степеням малого параметра.** Пусть для определенности $\sigma_{1,2} = \tau \tilde{\sigma}_{1,2}$, здесь τ малый параметр. Из системы (6) найдем χ и затем γ . Решение системы уравнений (6) с малым параметром τ получим стандартным методом разложения решения в степенной ряд, детали опустим. Например, в маломодовом приближении

$$\chi^2 = \kappa^2 - \frac{\pi^2}{b} - \frac{2\pi\tau\delta}{b} + o(\tau), \quad \chi^2 = \left(\kappa^2 - \frac{\pi^2}{b} \right) \left(1 - \frac{2\pi\delta}{\kappa^2 - \pi^2} \tau + o(\tau) \right),$$

далее используем формулу Тейлора, детали опустим.

Теорема 2. Радиус сходимости степенного ряда, который получен из решения системы (4) методом (7), больше нуля.

Литература

1. Гавурин М.К. Численные методы. М.: Наука, 1971.
2. Касти Дж., Калаба Р. Методы погружения в прикладной математике. М.: Мир, 1976.

СУЩЕСТВОВАНИЕ И ЕДИНСТВЕННОСТЬ УСТОЙЧИВЫХ СТАЦИОНАРНЫХ РЕШЕНИЙ В МНОГОМЕРНЫХ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА

Доц. *Давыдова М.А.*, асп. *Захарова С.А.*

Настоящая работа направлена на исследование многомерных тепловых структур и полей нелинейных тепловых источников в нелинейных несжимаемых диссипативных средах с применением последних научных достижений в области асимптотического анализа. Выделен класс сингулярно возмущенных многомерных задач нелинейной теплопроводности, к исследованию которых применимы асимптотические методы, а именно: модифицированный метод пограничных функций [1, 2], развивающий методы [3, 4] на случай многомерных задач реакция–диффузия–адвекция, и асимптотический метод дифференциальных неравенств [5], основанный на использовании теорем сравнения [6].

Стационарное распределение температуры в однородном твердотельном образце с нелинейными характеристиками описывается следующей краевой задачей:

$$\begin{aligned} \nabla(k(u)\nabla u) + f(u, x) &= 0, \quad x = (x_1, x_2, x_3) \in D \subset R^3, \\ u(x) &= u^0(x), \quad x \in S, \end{aligned} \quad (1)$$

где $u(x)$ – значение температуры в точке x , $k(u)$ – коэффициент теплопроводности, $0 < k_1 < k(u) < k_2$, $f(u, x)$ – объемная плотность источников тепла, $u^0(x)$ – значение температуры на границе S .

Введем безразмерные температуру и координаты, как отношение соответствующих размерных величин к характерным, для данной задачи, величинам. Если мощность тепловых источников велика, то в безразмерных переменных задача (1) приводится к виду:

$$\begin{aligned} \varepsilon^2(\Delta u - A(u)(\nabla u)^2) &= B(u, x), \quad x \in D \subset R^3, \\ u(x, \varepsilon) &= g(x), \quad x \in S, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\Delta = \sum_{k=1}^3 \partial^2 / \partial x_k^2$ – оператор Лапласа, $(\nabla u)^2 = \sum_{k=1}^3 (\partial u / \partial x_k)^2$. Функции $A(u) := -(\ln k(u))_u$, $B(u, x) := -f(u, x)/k(u)$, $g(x)$ и граница S предполагаются достаточно гладкими (степень гладкости определяется порядком асимптотического решения), $\varepsilon > 0$ – малый параметр, наличие которого является следствием учета физических параметров задачи. В задаче (2) обозначения для безразмерных переменных сохранены в целях удобства.

В соответствие с методами [7], функция $w(x) := u_2(x) - u_1(x)$ при условии, что $u_i(x)$ – два классических решения задачи (1), есть решение линейной задачи:

$$\begin{aligned} \nabla \left(k(u_2) \nabla w + w \int_0^1 \frac{\partial k}{\partial u}(u_t) dt \nabla u_1 \right) + w \int_0^1 \frac{\partial f}{\partial u}(u_t, x) dt &= 0, \quad x \in D, \\ w(x) &= 0, \quad x \in S, \end{aligned} \quad (3)$$

где использовано обозначение $u_t(x) = tu_2(x) + (1-t)u_1(x)$. Для уравнения типа (3) справедлив принцип максимума, если:

$$f_u(u, x) \leq 0, \quad |k_u(u)| \leq M, \quad (4)$$

$x \in D$, $M > 0$. Тогда, $w = 0$. Следовательно, при условии (4) классическое решение задачи (1) единственно в случае своего существования.

Достаточные условия существования решений с пограничными и внутренними слоями в задаче (2) рассматриваются в [8]. В частности, при исследовании задачи (2) на наличие решений с внутренними переходными слоями (контрастных структур), описывающих тепловые структуры, основным требованием является условие существования изолированных ре-

шений $u = \varphi_i(x)$, $\varphi_1(x) < \varphi_2(x) < \varphi_3(x)$ вырожденного уравнения $B(u, x) = 0$ таких, что $B_u(0, \varphi_i(x), x) > 0$, $i = 1, 3$, $B_u(0, \varphi_2(x), x) < 0$ при $x \in D \cup S$. Существование контрастной структуры с переходами с корня $u = \varphi_3(x)$ на корень $u = \varphi_1(x)$ обеспечивается выполнением условий

$$I(0, \theta) = 0, \quad I_r(0, \theta) < 0, \quad \theta \in \Theta_0, \quad (5)$$

где функция $I(r, \theta) := \int_{\varphi_1(r, \theta)}^{\varphi_3(r, \theta)} B(\xi, r, \theta) \exp\left(2 \sum_{k=1}^3 (l^k(r, \theta))^2 \int_{\xi}^{\varphi_2(r, \theta)} A(\eta) d\eta\right) d\xi$, (r, θ) – некоторые локальные переменные, $l^k(r, \theta)$ – известные функции, Θ_0 – область изменения переменной θ на некотором ограниченном множестве Θ_0 (подробнее см. [8]).

Заметим, что при выполнении условий (5) также существует контрастная структура с обратным переходом: с корня $u = \varphi_1(x)$ на корень $u = \varphi_3(x)$.

В рамках, установленных условиями (5), предлагается обоснованный алгоритм построения асимптотического решения типа контрастной структуры произвольного порядка точности. В соответствие с алгоритмом формальная асимптотика контрастной структуры получается путем C^1 -сшивания двух асимптотик пограничного типа на поверхности перехода. Использование эффективного алгоритма позволяет выделить и описать поверхность перехода, в окрестности которой локализован внутренний слой решения типа контрастной структуры (подробнее см. [8]).

В качестве одного из примеров рассматривается задача (1), описывающая тепловое поле линейного стока: $f(u, x) = -\bar{\gamma}(u - u_\gamma(x))$, $\bar{\gamma} > 0$, где $u_\gamma(x)$ – известная функция. При определенном выборе краевого режима в задаче (1) и выполнении ограничения (4), решение с пограничными слоями соответствующей задачи (2) существует и единственно. Его асимптотическое приближение может быть получено с использованием методов данной работы.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-29-10080.

Литература

1. Davydova M. A. // Math. Notes 98:6, 909–919 (2015).
2. Davydova M.A., Nefedov N.N. // Numerical Analysis and Its Applications, Lecture Notes in Comput. Sci. 2017. Vol. 10187, pp. 277–285.
3. А.Б. Васильева, В.Ф. Бутузов. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. М. : Высш. школа, 1990.
4. А. Б. Васильева, М. А. Давыдова. // Журнал вычисл. матем. и матем. физ. 1998. Т. 38, № 6. С. 938–947.
5. Н.Н. Нефедов. // Дифференц. уравнения. 1995. Т. 31, №7. С. 1142–1149.

6. J.L. Kazdan and R.J. Kramer. // Communications on Pure and Applied Mathematics, Vol. XXXI, 619–645 (1978).
7. А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич. Вычислительная теплопередача. М: «Едиториал УРСС», 2003.
8. Давыдова М. А. // Ученые записки физического факультета Московского Университета. 2018. Т. 1850202, № 5. — С. 1850202–1–1850202–7.

СУБЪЕКТИВНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, АНАЛИЗ И ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ФОРМЫ СИГНАЛОВ

Проф. Чуличков А.И., проф. Пытьев Ю.П., н. с. Фаломкина О.В.,
м. н. с. Зубюк А.В, физик Шишкин С.А.

Морфологические методы анализа изображений основываются на математических моделях яркостно-геометрических структур изображения и составляют обширную область современного компьютерного зрения. В методах морфологического анализа, разработанных на физическом факультете МГУ, используется понятие формы изображений сцены как инварианта преобразований изображений этой сцены, моделирующих изменение условий его регистрации, тем самым форма изображения не зависит от освещения, параметров регистрирующей аппаратуры и т.п. и определяется только свойствами объектов изображаемой сцены. В терминах такого инварианта дается математическое определение формы изображения, вводится операция сравнения изображений по форме и предлагается набор методов решения ряда задач анализа изображений.

Однако при решении практических задач существенным может оказаться дополнительная информация о сцене или ее изображениях, которая, с одной стороны, трудно формализуется в терминах классического морфологического анализа, а с другой — может существенно увеличить точность и адекватность решений. Для учета такого рода информации при решении задач математического моделирования в работе [3] предлагается использовать нечеткие меры правдоподобия и доверия на множестве высказываний. Данная работа посвящена применению и развитию этого подхода к морфологическому анализу изображений и является продолжением работы [4].

Каноническим примером служит форма мозаичного изображения. Для ее определения задается математическая модель изображения некоторой сцены S в виде кусочно-постоянного изображения, яркость (цвет) которого постоянны на областях заданного разбиения поля зрения (сегментах). Считается, что изображение является элементом линейного метрического пространства, обычно — евклидова пространства R . Расстояние предъявленного изображения до множества $\forall f$ всех изображений, яркость (цвет) которых постоянна на каждом заданном сегменте, определяет близость его формы к форме изображений сцены S .

В этом примере множество V_f всевозможных изображений сцены S формального является «четким» множеством, для любого элемента $g(\cdot) \in R$ имеется однозначный ответ, принадлежит ли $g(\cdot)$ форме V_f или нет. Однако на практике исследователь может задать правило, позволяющее для любой пары изображений, $g_1(\cdot) \in R$ и $g_2(\cdot) \in R$, указать, какое из них больше похоже на изображение сцены S , либо сказать, что они одинаково похожи. Эти свои представления исследователь может моделировать, задавая меру правдоподобия [3] утверждения, что $g(\cdot)$ схоже по форме с $f(\cdot)$, и, если понадобится, то и меру доверия к этому утверждению, характеризующее, насколько можно не доверять противоположному утверждению. Предложенный прием позволяет нам субъективно сравнивать по форме мозаичные изображения.

Для получения критерия близости следует задать распределение правдоподобия на всем множестве изображений. Имея распределение правдоподобия, можно применять аппарат принятия решений теории субъективного моделирования, описанный в работе [3].

В докладе предложены два подхода к построению субъективной модели формы изображения, позволяющих учесть опыт и интуицию исследователя.

Первый подход использует математическую модель, в которой предьявленное изображение рассматривается как сумма некоторого мозаичного изображения с заданным распределением правдоподобия яркостей сегментов, определенных изображением, и шумовой погрешности, также характеризующейся заданным распределением правдоподобия.

Во втором подходе математическая модель шума априори не задается, однако считается, что у исследователя имеется достаточный опыт и интуиция, чтобы отличить шумовое изображение от изображения некоторой сцены. Что же касается формы изображения $f(\cdot)$, то считается, что оно задано как семейство четких множеств $V_f(\mathcal{G})$, зависящих от параметра $\mathcal{G} \in \Theta$. Задача состоит в построении распределения возможностей на множестве параметров формы Θ , а тем самым — и на множестве форм. Основная идея построения такого распределения взята из работы [5].

Пусть для каждого $\mathcal{G} \in \Theta$ форма $V_f(\mathcal{G})$ есть линейное подпространство R , $P_f(\mathcal{G})$ линейный оператор ортогонального проецирования на $V_f(\mathcal{G})$ в R . Тогда, если значение параметра \mathcal{G} определяет форму изображения, согласующегося с субъективным представлением исследователя о форме изображения сцены S , изображение $\xi - P_f(\mathcal{G})\xi$ есть шумовое изображение, а $P_f(\mathcal{G})\xi$ - изображение сцены S , причем $P_f(\mathcal{G})\xi$ и $\xi - P_f(\mathcal{G})\xi$ лежат в ортого-

нальных подпространствах, что позволяет считать их независимыми. Исследователь для каждого выбранного значения $\mathcal{G} = t_k \in \Theta$, $k = 1, \dots, K$, по визуальному анализу ряда изображений $P_f(t_k)^\xi$ на основе опыта и интуиции указывает свое отношение к его сходству с изображением сцены S , задавая распределение правдоподобия $\pi_f^\mathcal{G}(t)$, $t = t_k$, $k = 1, \dots, K$. Далее, на основании визуального анализа ряда изображений $\xi - P_f(t_k)^\xi$ исследователь на основе своих опыта и интуиции указывает свое отношение к его сходству с шумовым изображением, строя распределение правдоподобия $\pi_v^\mathcal{G}(t)$, $t = t_k$, $k = 1, \dots, K$. Объединение этих двух моделей при условии независимости элементов из ортогональных друг другу подпространств дает результат $\pi^\mathcal{G}(t) = \min\{\pi_f^\mathcal{G}(t), \pi_v^\mathcal{G}(t)\}$, $t = t_k$, $k = 1, \dots, K$.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 17-07-00832 а.

Литература

1. Пытьев, Ю.П. Морфологические понятия в задачах анализа изображений / Ю.П.Пытьев // Докл. АН СССР. – 1975. – Т. 224. – С. 1283–1286.
2. Пытьев Ю.П., Чуличков А.И. Методы морфологического анализа изображений – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. – 336 с.
3. Пытьев Ю.П. Вероятность, возможность и субъективное моделирование в научных исследованиях – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2018. – 272 с.
4. Чуличков А.И., Пытьев Ю.П., Фаломкина О. В., Зубюк А.В. Методы морфологического анализа данных и их приложения. / Ученые записки физического факультета Московского университета, № 4 (2017). С. 1740706-1 - 1740706-7.
5. Пытьев Ю.П., Фаломкина О.В., Шишкин С.А., Чуличков А.И. Математический формализм субъективного моделирования / Машинное обучение и анализ данных. – 2018. – Т. 4, № 2. – С. 108–121. DOI: 10.21469/22233792.4.2.04

ЗАДАЧИ ЛОКАЛИЗАЦИИ ВИХРЕВЫХ ОБРАЗОВАНИЙ И ОБЪЕКТОВ В ИЗОБРАЖЕНИЯХ

Ст. преп *Терентьев Е.Н.*, асп. *Приходько И.Н.*,
студент *Фаршакова И.И.*, студент *Кузнецов И.Д.*,
lead developer (Google SA) *Shilin-Terentyev N.E.*,

Предлагается изображение (скалярное поле) P связать с двумерным векторным полем $V = \text{grad } P$. Методы анализа формы полей G позволяют в изображениях P точно локализовать, например, вихри в космических изо-

бражения [1], Дорожные Знаки (ДЗ), метки на корпусах Интегральных Схем, зрачки глаз в изображениях лица и т.п.

Общая схема метода ложного вихря.

В основе метода лежит Конечно Мерная Теорема Отсчетов (КМТО) [2], которая позволяет вычислять частные производные от массивов чисел, в частности вычислять градиентное поле $V = \text{grad } P$ от изображения P – светлое кольцо на темном фоне, см. рис. 1 слева.

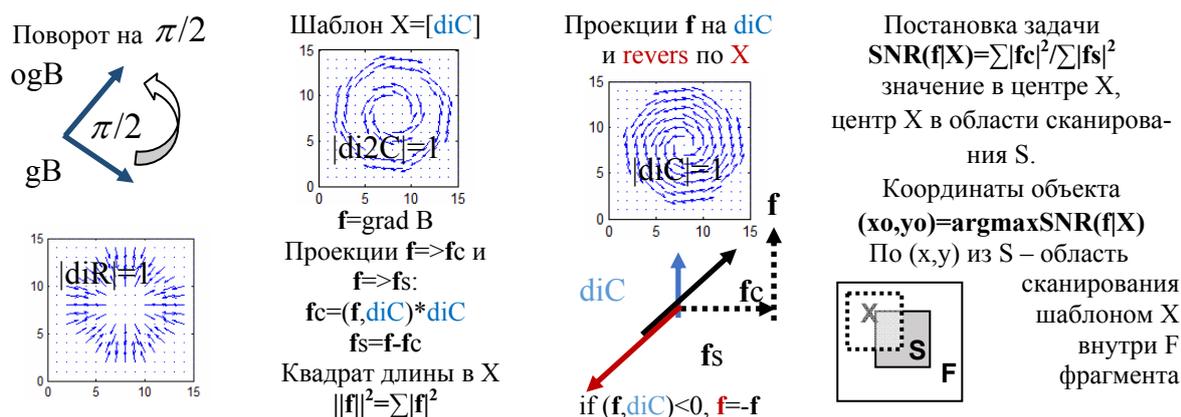


Рис. 1. Операции над векторными полями, шаблоны, проекции, функция SNR.

Локализация вихрей в атмосфере Юпитера

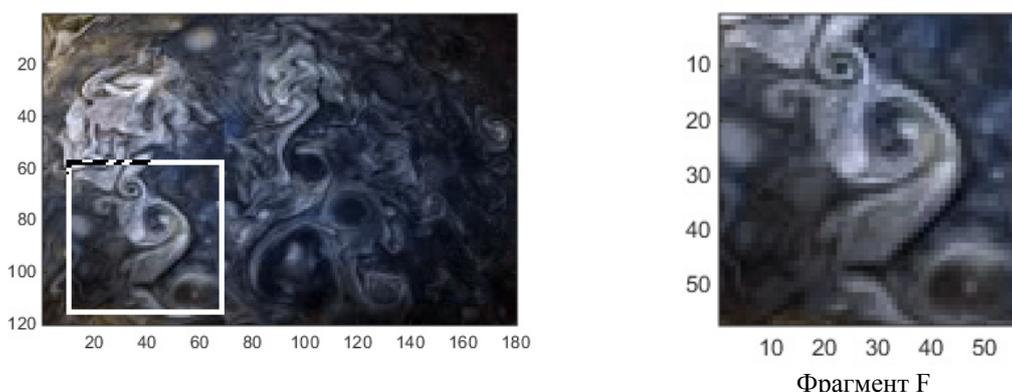


Рис. 2. Изображение атмосферы Юпитера и выделенный фрагмент.

При локализации ДЗ и вихрей в цветных изображениях максимально контрастными оказались изображения по синему (Blue) каналу, поэтому в выделенном фрагменте F выделяем синий B и представляем в сером. Чтобы исключить большие точечные градиенты, обнуляем Высокочастотную Часть (ВЧ) изображения на уровне $pF = 0.55$.

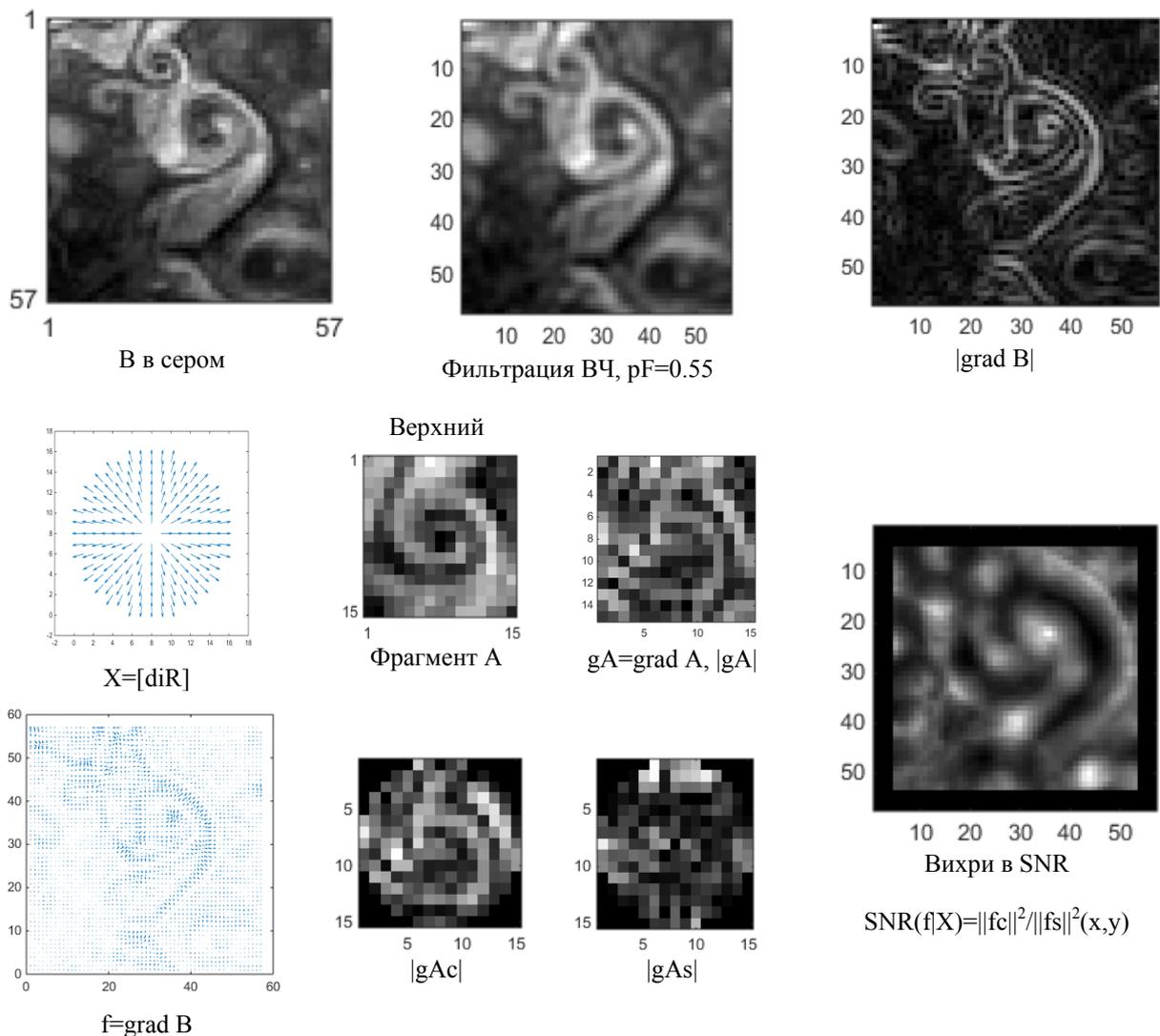


Рис. 3. Демонстрация результатов операций выявления вихря в фрагменте А размером с шаблон $X=[diR]$ в верхней части области В.

Тут мы не использовали поворота векторов на $\pi/2$, см. рис. 2, слева, поэтому используем шаблон $X=[diR]$. Функция Сигнал/Шум - SNR, см. рис. 3 слева оказалась похожей на вихревую структуру, в ней четко выделяются центры вихрей в области сканирования S.

Локализация ДЗ

Шаблон направлений $X=[diT]$, соответствует не реальному “вихрю по треугольнику”. Поэтому градиентное поле поворачивали на $\pi/2$ под X. Операция *revers* по X позволяет нам фиксировать векторное поле по треугольнику без знака, те направления обхода.

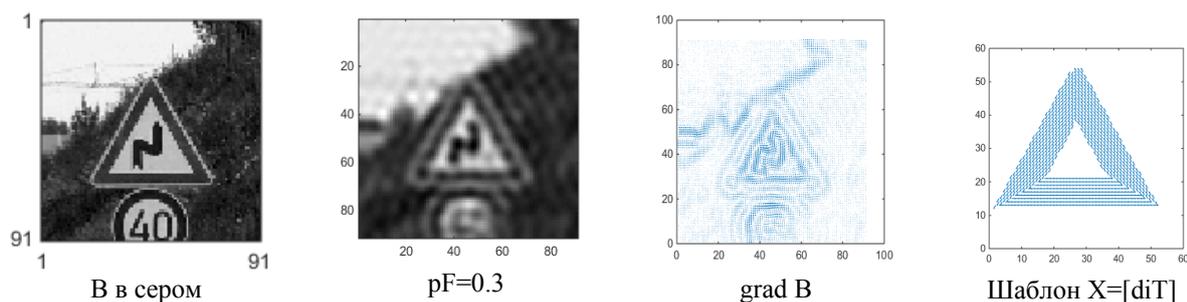


Рис. 4. Операция фильтрация, вычисление градиента и шаблон направлений по треугольнику $X=[diT]$.

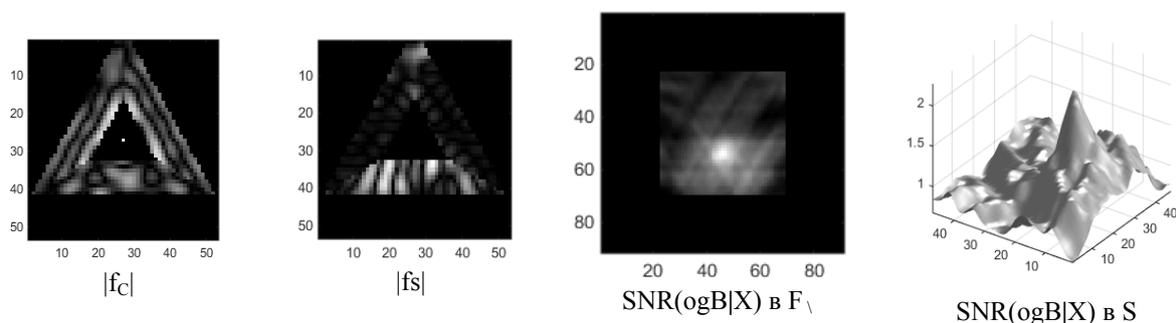


Рис. 5. Компоненты SNR и значения функция SNR с максимальным значением ~ 2 в области сканирования S.

Выводы. Предложенный подход позволяет определять положение объектов с регулярной и нерегулярной структурой типа ДЗ и вихри [1]. Это говорит о применимости метода к широкому классу объектов. Возможность точного оценивания положения ДЗ позволяет говорить о семантическом анализе, чтении ДЗ роботом-навигатором, “понимать смысл” нескольких ДЗ. Оценка точного расстояния между ЗГ дает возможность постановки новых семантических задач в оценивании параметров типа “черты лица” для реализации методов распознавания изображений лиц. В планах задачи оценивания параметров вихрей [1] для мониторинга космических изображений Земли.

Литература

1. В. И. Карев, К. В. Показеев, Т. О. Чаплина. Современные вопросы геофизики и геомеханики. Процессы в геосредах, (4):1150–1156, 2018.
2. Терентьев Е.Н., Терентьев Н.Е.//ПРОЦЕССЫ В ГЕОСРЕДАХ, № 4(9), с. 355–362 (2016).
3. Е.Н. Терентьев, Н.Е. Терентьев, И.И. Фаршакова, Конечномерные Теоремы Отсчетов в моделировании вихрей, Труды школы-семинара <<Волны-2017>>. Математическое моделирование в радиофизике и оптике, с. 56–58, Красновидово, 4–9 июня, 2017.

4. Е. Н. Терентьев, N. E. Shilin–Terentyev, И. Н. Приходько, И. И. Фаршакова. Векторные операции в точной индикации локальных объектов в изображениях. Ученые записки физического факультета Московского Университета, (5):1850308–10, 2018.
5. E. N. Terentiev, I. García-Magariño, N.E. Shilin-Terentyev, I.N. Prikhodko, I. I. Farshakova. The Method of False Vortices in Designation Problems of Targets, Road Signs, Facial Features and Real Vortices in Space Images, Information and Computer Security (2018) Volume 1, doi:10.24294/ics.v1i1.1025.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБСТОЯТЕЛЬСТВ В ОБРАТНЫХ ПРОБЛЕМАХ

Ст. преп. *Терентьев Е.Н.*, асп. *Приходько И.Н.*, студент *Фаршакова И.И.*,
lead developer (Google CA) *Shilin-Terentyev N.E.*

Много задач математического моделирования в физике связаны с привлечением скрытых объектов исследований. В оптике используют для таких задач термин аподизация. С аподизацией мы будем связывать задачу выбора работающей дискретной модели Аппаратной Функции (АФ) O с обратимой $R = O^{-1}$ и малой нормой обратной $Nor(R) = \|R\|$. Для того, чтобы понимать, из-за чего и для чего делается аподизация, мы вводим понятие Характеристик Обстоятельств (ХО) дискретных моделей АФ O . Если $Nor(R)$ большие, то мы вынуждены уменьшать $Nor(pR)$ путем увеличения обусловленности ДИАР для получения приемлемых $Nor(pR)$. Заметим, что $Nor(pR)$ — это реакции на шум (коэффициент усиления σ белого шума, $Nor(pR)*\sigma$), определяющие точность решения задачи обращения при наличии аддитивного белого шума.

Основные понятия.

Общая задача по обусловленному (по ДИАР) выбору АФ $pO = pR^{-1}$ ставится как задача на минимум:

$$\min_{LO} \{ \|pR\| \mid Err(pO) \leq err \}, LO = \{ pO \mid [Loc, dx, DIAP] \} \quad (1)$$

с построением Характеристикой Адекватности (ХА) дискретной модели АФ pO [2,3]

$$XA = \{ x = Nor(pR), y = Err(pO), z = \Pi(pR * O) \} \quad (2)$$

$Iz = 10^{-13}$ — метисная ошибка или инструментальный ноль В связи с этим ограничением по ошибке рассмотрим вариант ХА АФ zO учитывая Iz обращение двумерной МПФ $M(O)$ (в записи без индексов):

$$M(zR) = \begin{cases} 1/M(O), & \text{for all } |M(O)| > Iz \\ M(O) & \end{cases} \quad (3)$$

$$XA = \{x = \text{Nor}(zR), y = \text{Err}(zO), z = \Pi(zR * O)\} \quad (4)$$

Заметим, что если значение индикатора обратимости $\Pi(zR * O) = 1$, то имеет место обращение $zR = R = O^{-1}$. Если $\Pi(zR * O) < 1$, то имеем неполное Iz обращение АФ O в zR .

Конечно, аподизации АФ O предшествует построение Характеристики Обстоятельств (ХО) дискретных моделей АФ zO для фиксированной непрерывной АФ $\text{par}O$:

$$XO = \{x = Dx, y = \text{Nor}(zR), z = \text{Loc}\} \quad (5)$$

В ХО (5) Loc — массив длин областей определения непрерывной АФ $\text{par}O$, а Dx — массив шагов dx оцифровки АФ $\text{par}O$. В примерах ХО АФ zO не полную обратимость отмечаем звездочкой * внутри символа O .

Примеры ХО АФ O

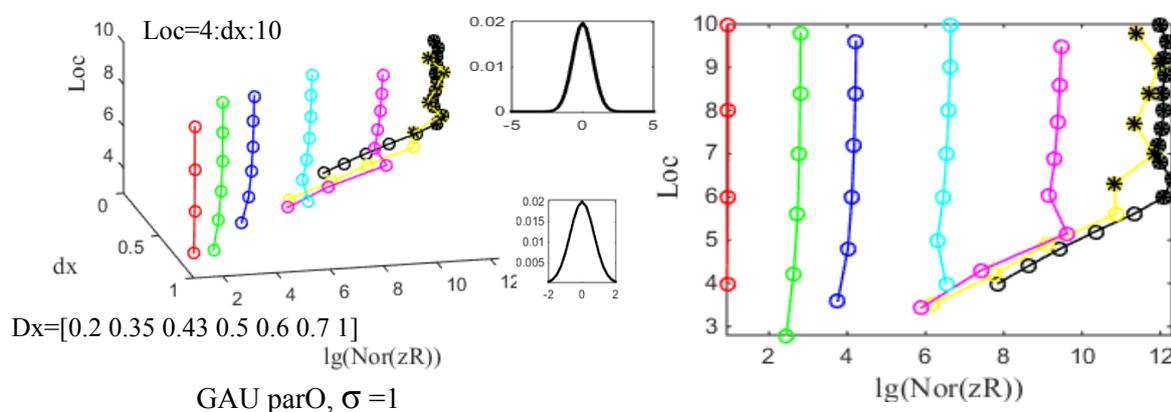


Рис. 1. ХО АФ $\text{par}O$ - Гауссоида.

В грубых сетках оцифровки имеет место обращение АФ O с малыми нормами $\text{Nor}(R)$. В сетках с $dx=0.2$ и 0.35 за $\text{Loc}=6$ теряем обратимость.

При малых dx из Dx имеет место обратимость с большими $\text{Nor}(R)$. С грубыми сетками оказалось, что имеют место сложные ситуации. Обратимые работающие варианты надо искать. Далее рассмотрим варианты сложных многолучевых систем, но с упрощенным вариантом ХО в сетке с $dx=1$ и $\text{Loc}=[N]$ – размеры области определения изображения.

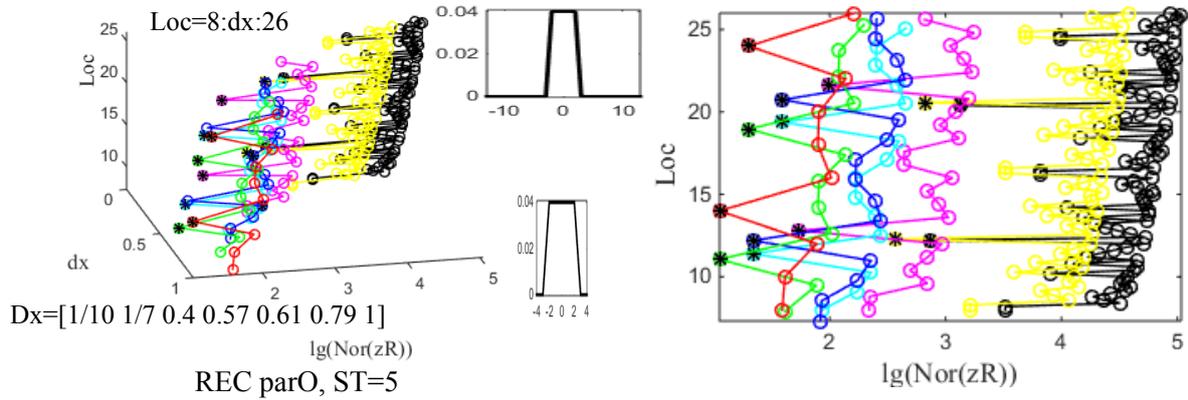


Рис. 2. ХО АФ parO Прямоугольник с ST=5.

Обратимый случай пяти лучевой АФ $O=5o$ с минимальной $Nor(R)$

5-ти лучевая АФ $O=5o$ обратима с малой нормой $Nor(R) \sim 24.2$ при $N=116$. Если N другое, то можно настроить $Nor(pR)$ по обусловленности $DIAP(1,2)$ с ошибкой $Err(pO)$.

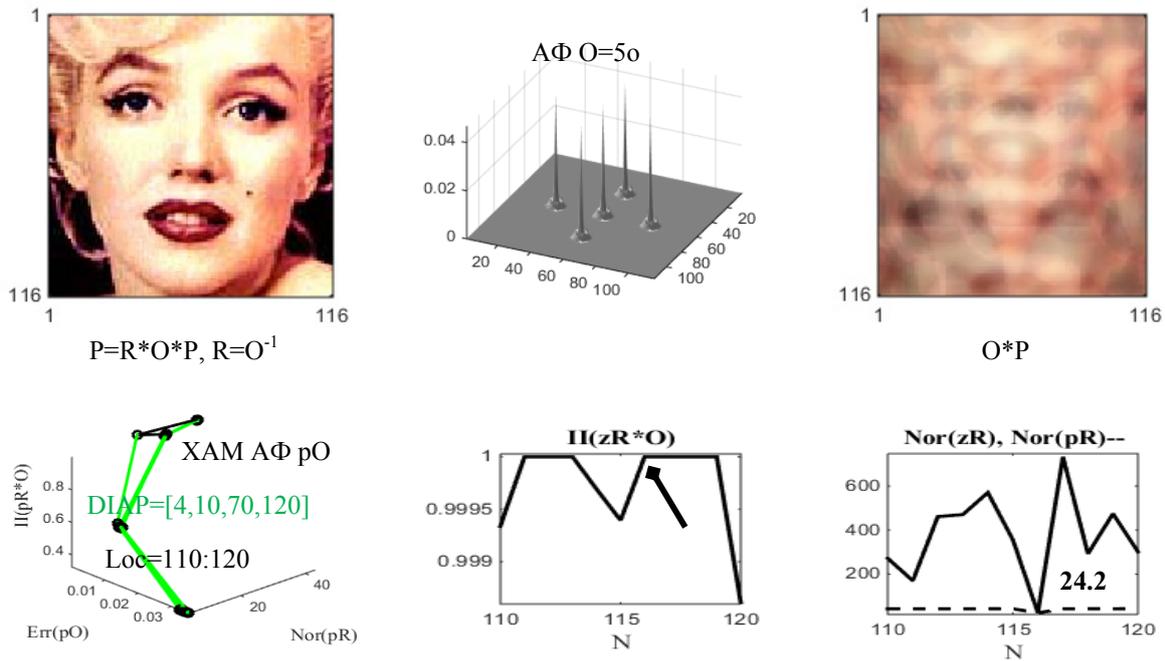
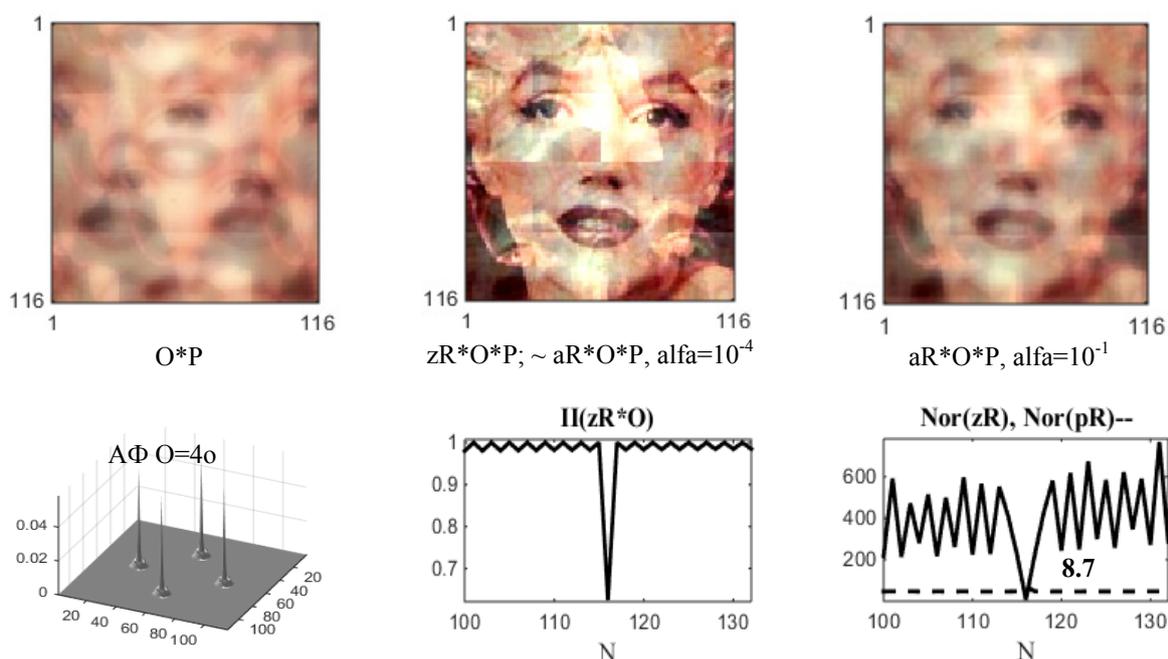


Рис. 3. ХАМ АФ $O=5o$

Случай четырех лучевой АФ $O=4o$ с необратимой O и минимальной $Nor(zR)$

Рис. 4. ХАМ АФ $O=4o$

Обсуждение. ХО показывают, что в сложном АФ $O = 5o$ решение по компенсации искажений получается обычным обращением с малой $Nor(R) \sim 24.2$, априорная информация о виде решений [1] — не нужна. В необратимом случае АФ $O = 4o$ априорная информация — не нужна потому, что из-за нее увеличивается ошибка решения и падает разрешение. Все получается аналогично, так же при $N = 116$ в еще более сложных случаях: для 9-ти (обратимость) и 8-ми (необратимость) лучевых систем.

Литература

1. А.Н. Тихонов, М.В. Уфимцев “Статистическая обработка результатов эксперимента” изд. Московского университета, 1988.
2. Е.Н. Терентьев, Н.Е. Терентьев//ИЗВЕСТИЯ РАН, СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2015, том 79, № 12, с. 1633–1637.
3. Terentiev, E.N. and Terentiev, N. E.//ISSN 1062–8738, Bulletin of the Russian Academy of Science. Physics, 2015, Vol.79, No 12, pp.1427–1431, DOI 10.3103/S1062873815120229
4. Е.Н. Терентьев, Н.Е. Терентьев, Ю.А. Пирогов, И.И. Фаршакова//УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ФИЗИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА, 9 с., № 6, 1761005(2017)/

МАГНИТНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭВОЛЮЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ПЛАЗМЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ ПЛАЗМОЙ В ТОКАМАКЕ

Физик *Коренев П.С.*, проф. *Митришкин Ю.В.*

Наиболее перспективными физическими установками для осуществления управляемого термоядерного синтеза являются токамаки (тороидальные камеры с магнитными катушками) [1, 2]. Плазма в токамаке удерживается комбинацией магнитных полей, создаваемых протекающими в плазме и катушках токамака токами. Магнитные линии в такой конфигурации образуют систему замкнутых магнитных поверхностей, вдоль которых движутся заряженные частицы плазмы. При этом задача построения термоядерного реактора на основе токамака осложняется МГД-неустойчивостями плазмы токамака [1, 3], способными привести к большому срыву плазмы и повреждению установки.

Для подавления неустойчивостей параметры плазмы должны удовлетворять определяемыми МГД-теорией ограничениям [4, 5]. К наиболее важным ограничениям относятся максимальное значение отношения газокINETической энергии плазмы к энергии магнитного поля

$$\beta_{\max} = \left(\frac{p}{B^2 / 2\mu_0} \right)_{\max} = 0,028 \frac{I}{aB} \left[\frac{\text{МА}}{\text{м} \cdot \text{Тл}} \right],$$

критерий Крускала-Шафранова для

значения запаса устойчивости на границе плазмы $q(a) = \frac{aB_\phi}{RB_p} > 1$ и предел

$$\text{Гринвальда по плотности плазмы } n [10^{20} \text{ м}^{-3}] < \frac{I}{\pi a^2} \left[\frac{\text{МА}}{\text{м}^2} \right].$$

Здесь a и R — малый и большой радиусы плазменного тора, B_ϕ и B_p — тороидальное и полоидальное магнитные поля, p и I — давление и ток плазмы, запас

устойчивости q определяется как $q(L) = \frac{1}{2\pi} \oint_L \frac{B_\phi}{rB_p} dl$, где интегрирование

проводится по полоидальному сечению магнитной поверхности.

Для поддержания параметров плазмы в рабочем режиме токамак должен включать в себя системы управления профилем плотности тока, а также профилями газокINETических параметров давления, температуры и концентрации плазмы. Для разработки таких систем необходима модель, описывающая динамику параметров плазмы. С этой целью, в мире были разработаны различные плазмoфизические коды, например, DINA [6], ASTRA [7], TSC [8] и др. Данная работа посвящена магнитно-кинетической эволюционной модели, разрабатываемой на Физическом факультете МГУ им. М.В. Ломоносова и программно реализуемой на языке Python.

Эволюция газокинетических параметров плазмы описывается уравнениями переноса частиц и энергии плазмы. Поскольку магнитное поле удерживает заряженные частицы на магнитных поверхностях, процессы переноса на магнитной поверхности происходят много быстрее переноса между поверхностями, что позволяет считать концентрацию и давление частиц постоянными на магнитных поверхностях. Удобно использовать значение заключенного магнитной поверхностью тороидального магнитного потока Φ в качестве координаты, определяющей магнитную поверхность, тогда уравнения переноса примут вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(V'n) + \frac{\partial}{\partial \Phi}(V'\Gamma) &= V'\langle S_n \rangle, \\ \frac{3}{2}(V')^{-2/3} \frac{\partial}{\partial t}(pV'^{5/3}) + \frac{\partial Q}{\partial \Phi} &= U_L \frac{\partial K}{\partial \Phi} + V'\langle S_e \rangle, \\ \frac{3}{2}(V')^{-2/3} \frac{\partial}{\partial t}(p_e V'^{5/3}) + \frac{\partial Q_e}{\partial \Phi} + V' \left(\frac{\Gamma}{n} \frac{\partial p_i}{\partial \Phi} - \langle Q_{\Delta ei} \rangle \right) &= V_L \frac{\partial K}{\partial \Phi} + V'\langle S_{ee} \rangle. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь V — охватываемый магнитной поверхностью объем, штрих обозначает дифференцирование по потоку Φ , Γ — поток частиц через магнитную поверхность, p_e и p_i — давление электронов и ионов плазмы, $p = p_e + p_i$, S_n , S_{ee} и S_e — функции источников частиц, энергии электронов и суммарной энергии частиц плазмы, Q и Q_e — полный и электронный

потоки тепла, $Q_{\Delta ei} = \frac{3e^2 n}{m_i} \eta_{\perp} (p_i - p_e)$ — энергия, передаваемая электронам в ходе столкновений с ионами, K — заключенный магнитной поверхностью ток плазмы, $\langle \rangle$ — операция усреднения по магнитной поверхности.

Эволюция профиля запаса устойчивости q определяется получаемым из законов Ома и Фарадея уравнением диффузии магнитного поля:

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{q} = \frac{\partial U_L}{\partial \Phi}, \quad (2)$$

где U_L — напряжение обхода магнитной поверхности.

Уравнения (1) и (2) дополняются выражениями для напряжения U_L и потоков Γ , Q , Q_e , определяемых транспортной моделью плазмы токамака. Как правило, потоки выражаются через производные концентрации и давления: $Q = Q_n n' + Q_p p' + Q_{pe} p_e'$, $Q_e = Q_{en} n' + Q_{ep} p' + Q_{epe} p_e'$, $\Gamma = \Gamma_n n'$, а напряжение выражается как

$$U_L = U_0 + U_q q' + U_n n' + U_p p' + U_{pe} p_e' + U_{ext},$$

где коэффициенты U_0 и U_q связаны с полным током плазмы, U_n , U_p и U_{pe} связаны с вызванным градиентами давления и концентрации током (бутстреп-ток), а U_{ext} определяется системами генерации дополнительного тока в токамаке. С использованием такой транспортной модели, уравнения переноса и магнитной диффузии принимают вид параболических уравнений в частных производных, для численного решения которых существует множество алгоритмов, например, схема Кранка-Николсона.

Уравнение (1) включает в себя геометрический коэффициент V' , как правило, от геометрии магнитных поверхностей зависят и коэффициенты транспортной модели. Для нахождения положения и формы магнитных поверхностей в эволюционной модели решается уравнение Грэда-Шафранова [1, 2]:

$$r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\mu_0 r^2 \frac{d}{d\psi} p - \frac{(2\pi)^4 q}{V_\psi \langle r^{-2} \rangle} \frac{d}{d\psi} \frac{q}{V_\psi \langle r^{-2} \rangle}. \quad (3)$$

Здесь ψ — полоидальный магнитный поток, магнитные поверхности находятся как линии равного уровня ψ , $V_\psi = \frac{\partial V}{\partial \psi}$ — геометрический коэффициент.

Работа поддержана РФФ, грант № 17-19-01022, и РФФИ, грант № 17-08-00293.

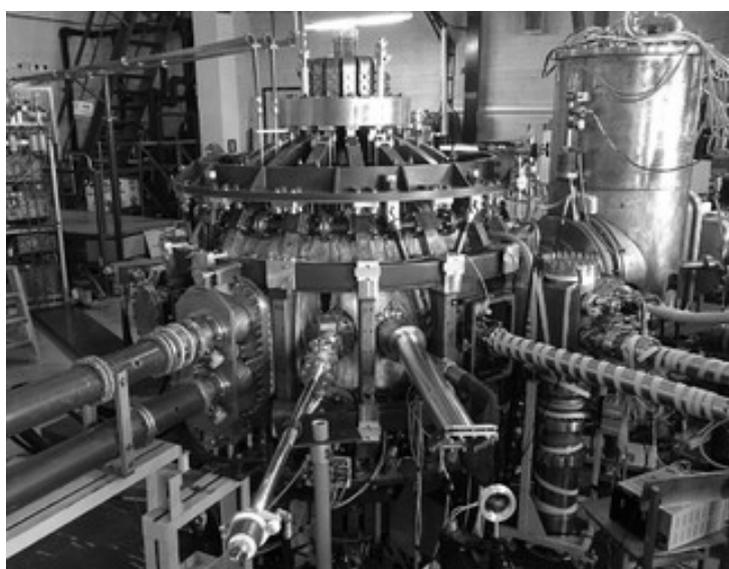
Литература

1. Wesson J. Tokamaks. Oxford: Clarendon Press, 1997.
2. Зайцев Ф.С. Математическое моделирование эволюции тороидальной плазмы: 2-е изд. — М.: МАКС Пресс, 2011. — 640 с.
3. Митришкин Ю.В., Коренев П.С., Прохоров А.А., Карцев Н.М., Патров М.И. Управление плазмой в токамаках. Часть 1. Проблема управляемого термоядерного синтеза. Токамаки. Компоненты систем управления. // Проблемы управления. 2018. № 1. С. 2-20.
4. Freidberg J.P. Ideal MHD. — Cambridge: Cambridge University Press, 2014.
5. Hender T.C., Wesley J.C., Bialek J., et al. Chapter 3: MHD stability, operational limits and disruptions // Nuclear Fusion. — 2007. — Vol. 47. — S128–S202.
6. Khayrutdinov R.R., Lukash V.E. Studies of plasma equilibrium and transport in a Tokamak fusion device with the inverse-variable technique // Journal of Computational Physics. — 1993. — Vol.109, N 2. — P. 193–201.
7. Pereverzev, G. V. and P.N. Yushmanov. ASTRA Automated System for Transport Analysis in a Tokamak. Tech. rep. 5/98. IPP Report, 2002.
8. Jardin, S. C., N. Pomphrey, and J. Delucia Dynamic modeling of transport and positional control of tokamaks // Journal of Computational Physics 66.2, 1986, pp. 481–507.

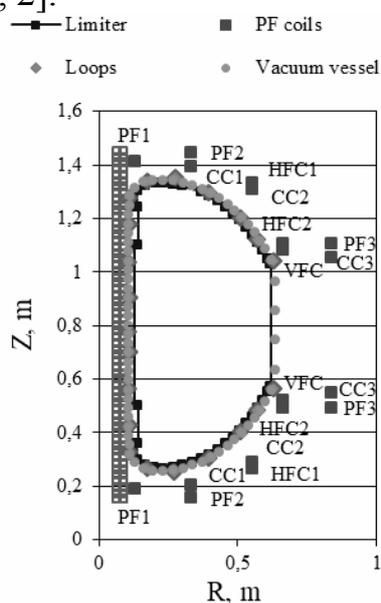
ОБЛАСТИ УПРАВЛЯЕМОСТИ И ДОСТИЖИМОСТИ ПОЛОЖЕНИЯ И ФОРМЫ ПЛАЗМЫ В СФЕРИЧЕСКОМ ТОКАМАКЕ

Проф. *Митришкин Ю.В.*, студент *Кружков В.И.*,
н. с. *Патров М.И.* (ФТИ им. А.Ф. Иоффе, г. С-Петербург)

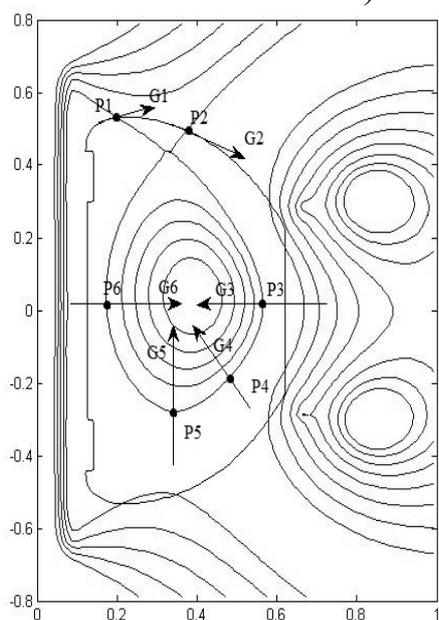
Работа посвящена управлению плазмой в сферическом токамаке Глобус-М (ФТИ им. Иоффе, г. Санкт-Петербург) (рис. 1). Сферические токамаки являются наиболее перспективными устройствами для построения в ближайшие десятилетия коммерчески эффективной термоядерной электростанции модульного типа [1, 2].



а)



б)



в)

Рис. 1. а) Токамак Глобус-М, б) полоидальная система, в) линии равного уровня полоидального магнитного поля в вертикальном сечении токамака Глобус-М и точки $G1-G6$ для управления формой плазмы.

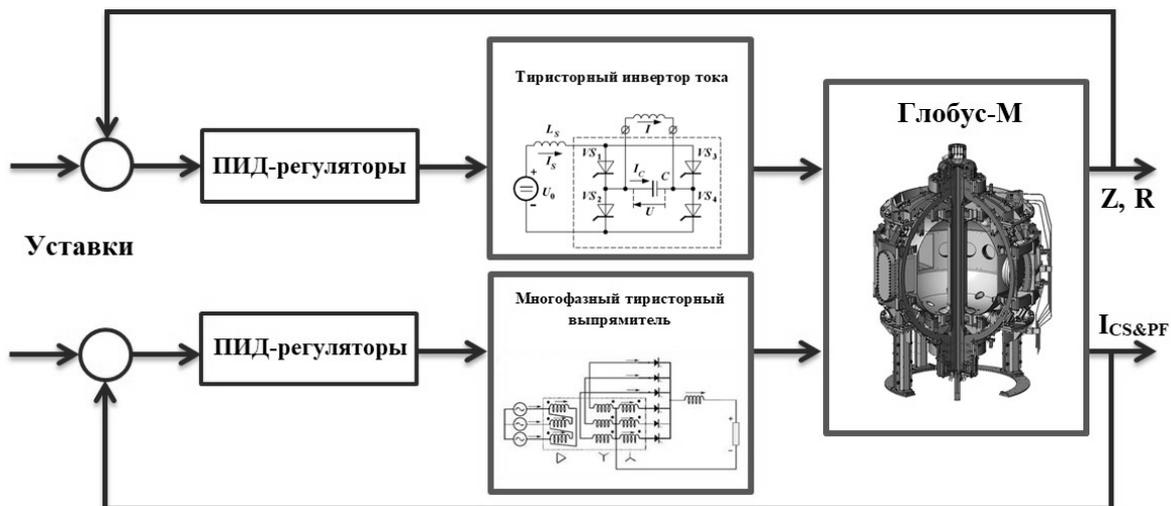


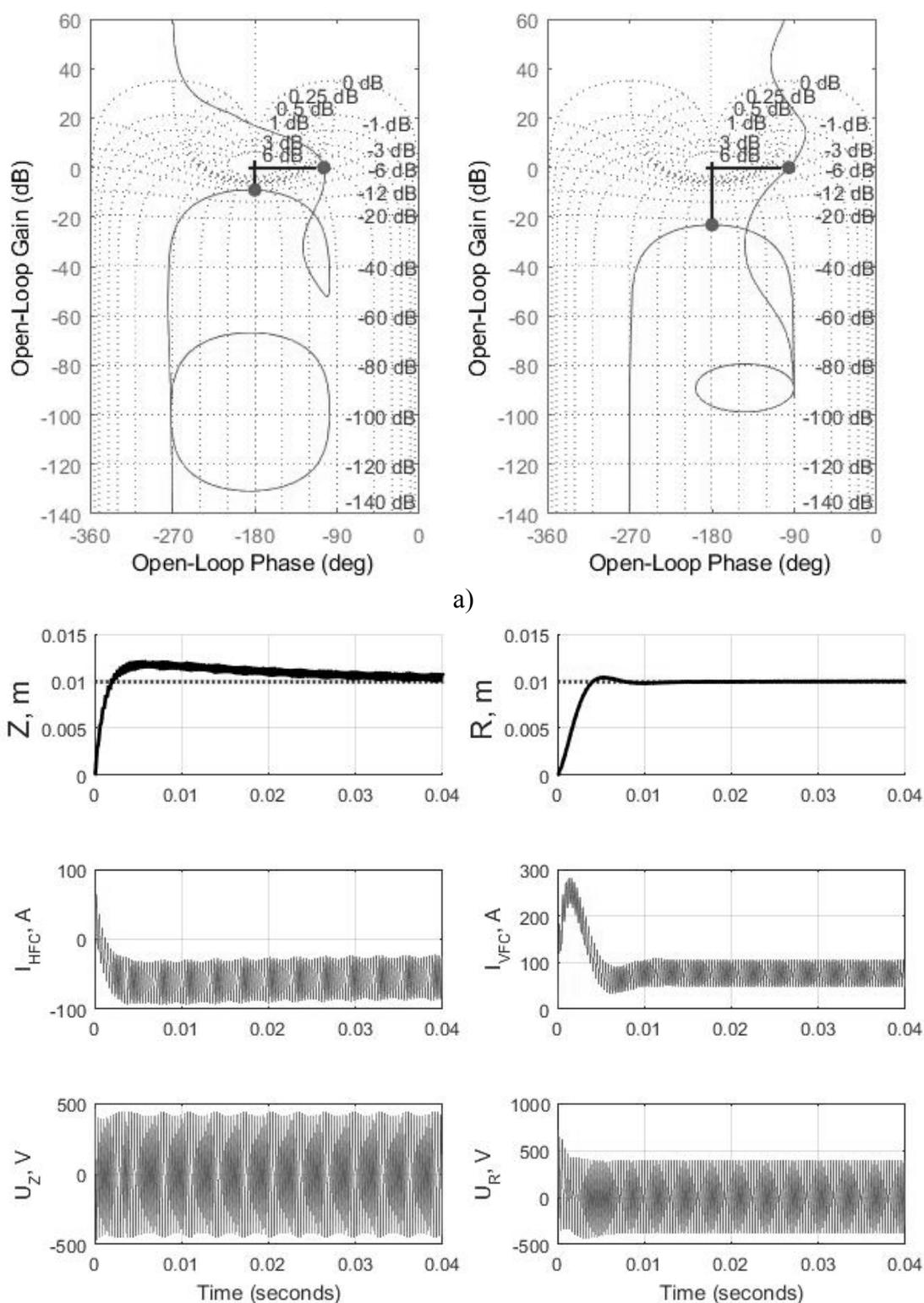
Рис. 2. Структурная схема системы управления плазмой токамака Глобус-М.

Структурная схема системы управления плазмой в токамаке Глобус-М показана на рис. 2, в которой была проведена настройка робастных ПИД-регуляторов вертикального и горизонтального положения плазмы методом Quantitative Feedback Theory (QFT) с помощью QFT Control Toolbox (QFTCT) в среде MatLab [3]. Идея этого метода состоит в анализе годографа Николса разомкнутой системы (рис. 3): чем дальше он расположен от точки $(-180, 0)$ — тем больше запасы устойчивости системы. В результате настроены ПИД-регуляторы и префильтр с передаточными функциями вида:

$$PID_Z(s) = 22,5 \left(1 + \frac{1}{0,0277s} + \frac{0,002s}{0,002s/94+1} \right), \quad PF_Z(s) = \frac{1000}{s+1000},$$

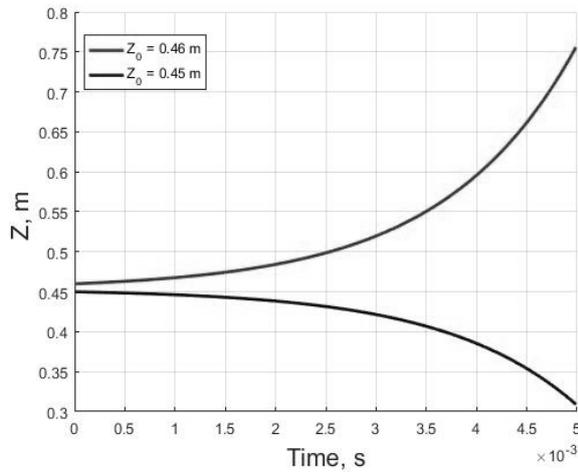
$$PID_R(s) = 30 \left(1 + \frac{1}{0,03s} + \frac{0,0019s}{0,0019s/1,7+1} \right).$$

После настройки регуляторов положения плазмы была произведена оценка области управляемости по вертикали [4] с учетом ограничения на максимальное напряжение в катушке, управляющей этим положением: $|u| < u_{\max} = 900 \text{ В}$. Для этого использовалась схема с настроенным регулятором горизонтального положения, но без контура управления вертикальным положением. Эта оценка производилась двумя методами — аналитически и с помощью численного моделирования.

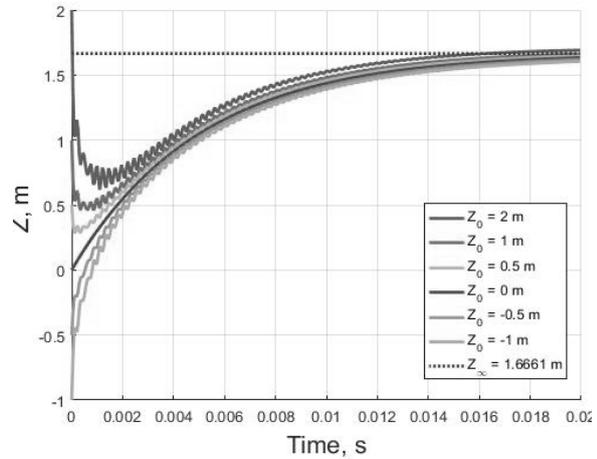


б)

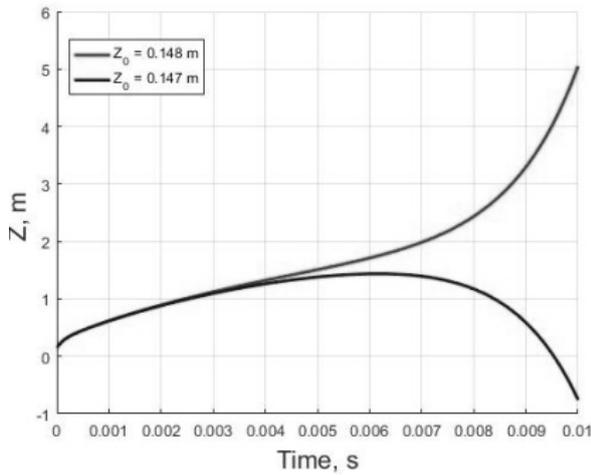
Рис. 3. а) Годографы Николса разомкнутой системы с ПИД-регуляторами, настроенными методом QFT. Запасы устойчивости по амплитуде 9,09 дБ; 23,1 дБ, по фазе 75,5°; 83,9°. Слева показан годограф для контура управления вертикальным положением, справа – горизонтальным. б) Переходные функции положения плазмы, токов и напряжений в катушках управления с полной моделью инвертора тока.



а)



б)



в)

Рис.4. а) Динамика неустойчивой подсистемы с различными начальными условиями, б) динамика устойчивой подсистемы с различными начальными условиями, в) динамика полной системы.

При аналитической оценке использовалась модель в пространстве состояний: $\dot{x} = Ax + Bu, z = Cx, x \in R^{40}, u \in R^1, z \in R^1; |u| < u_{\max}$. Для ее исследования был произведен переход к новому базису, в котором были разделены устойчивая и неустойчивая части этой системы, что позволило получить ограничения на состояния в новом базисе

$$|\hat{x}_{22}|_{\max} < \frac{|\hat{b}_{22}| |u|_{\max}}{\lambda_{22}} = 1,9383 \times 10^4. \text{ С учетом соотношения между «старым» и}$$

«новым» базисом получены оценки: $\hat{x}_{22}(0) = 1,3146 \times 10^5 Z_0, |Z_0| < 0,1477 \text{ м}$. Численно найдено максимальное начальное отклонение по вертикали такое, что оно может быть парировано максимальным значением напряжения на катушке управления. Это максимальное отклонение совпало с аналитической оценкой.

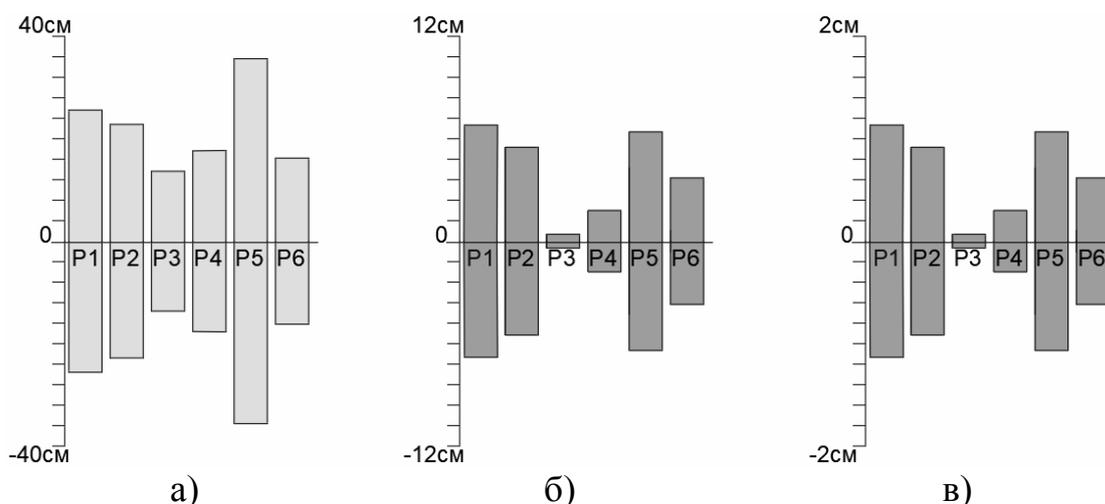


Рис. 5. а) Верхняя, б) нижняя, в) вспомогательная оценки формы плазмы при управлении 6-ю проекциями точек формы плазмы с помощью 8-ю управляющих воздействий.

Затем найдена область достижимости формы плазмы в установившемся режиме с учетом ограничений на токи в катушках управления. Для этого из полной системы в пространстве состояний получена матричная зависимость $y = Mu$ между входами — уставками по положению и токам управления и выходами — проекциями точек формы плазмы на 6 выделенных направлений (рис. 1 в)): $\dot{x} = Ax + Bu$, $y = Cx$, т.к. в установившемся режиме $\dot{x} = 0$: $x = -A^{-1}Bu$, $M = -CA^{-1}Bu$. С учетом этой зависимости получены две оценки области управляемости — верхняя и нижняя. Верхняя оценка — такие отклонения проекций, далее которых плазма отклониться не может, нижняя оценка — такие отклонения плазмы, менее которых существуют любые формы. Для нахождения верхней оценки на вход подавались максимально-допустимые значения уставок с нужными знаками. Для нахождения нижней оценки сначала была найдена вспомогательная оценка — как далеко можно отклонить каждую из проекций точек формы плазмы с учетом того, что все остальные проекции равны нулю. Далее с учетом линейности модели плазмы показано, что 1/6 вспомогательной оценки является нижней оценкой достижимости формы плазмы.

Работа поддержана РФФ, грант № 17-19-01022, и РФФИ, грант № 17-08-00293.

Литература

1. Mitrishkin Y.V., Kartsev N.M., Pavlova E.A., Prohorov A.A., Korenev P.S., Patrov M.I.. Plasma Control in Tokamaks. Part. 2. Magnetic Plasma Control Systems. Advances in Systems Science and Applications. Vol. 18, No 3, 2018, pp. 39-78.

2. Chuyanov V.A., Gryaznevich M.P. Modular fusion power plant. Fusion Engineering and Design, 2017; vol. 122, pp. 238-252.
3. Garcia-Sanz M. Robust Control Engineering. Practical QFT solutions. Taylor & Francis Group, 2017.
4. Humphreys D.A., Casper T.A., Eidietis N., Ferrara M., Gates D.A., Hutchinson I.H., et al. Experimental vertical stability studies for ITER performance and design guidance. Nucl. Fusion 2009; vol. 49.

СОГЛАСОВАННАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ПОЛОЖЕНИЕМ И ФОРМОЙ ПЛАЗМЫ В ТОКАМАКЕ ГЛОБУС-М

Проф. Митришкин Ю.В., физик Прохоров А.А.,
н. с. Патров М.И. (ФТИ им. А.Ф. Иоффе, г. С-Петербург)

На современных экспериментальных термоядерных установках типа токамак с вытянутым вертикальным поперечным сечением для получения высокоэффективных плазменных разрядов необходимы разработка и применение систем магнитного управления плазмой, в частности, систем управления формой плазмы с обратной связью. Данная работа особенно актуальна, поскольку моделирование проводилось для сферического токамака Глобус-М, на котором данная система еще не применена в эксперименте. В работе рассматривается оригинальная многокаскадная архитектура системы управления формой плазмы, явным образом согласующаяся с контурами управления вертикальным и горизонтальным положением плазменного шнура для токамака Глобус-М с применением метода моделирования систем управления для токамаков с восстановительным кодом в обратной связи, предложенный в [1]. Предлагаемый подход решает проблему согласования задающих значений для данных контуров, поскольку в разработанной архитектуре контур управления формой плазмы является внешним каскадом и определяет уставки для внутреннего каскада управления положением плазмы. Изначально данный подход разрабатывался в качестве надстройки к существующим системам управления для современного сферического токамака Глобус-М, который не имеет подсистемы управления формой плазмы с обратной связью, но этот подход можно использовать на любом токамаке.

Основная идея рассматриваемого метода состоит в следующем. Реализованные в эксперименте скалярные контуры управления положением плазмы предлагается использовать в качестве внутреннего каскада в соответствии с Рис. 1 (регулятор C_{z-R} и исполнительное устройство $A_{HFC-VFC}$). Для управления токами в катушках HFC и VFC необходимо разработать дополнительный каскад (регулятор $C_{HFC-VFC}$). В

результате для целей управления формой плазмы появляются две дополнительные катушки (HFC и VFC), а проблема согласования между положением и формой плазмы исчезает. Регулятор $C_{Ip\text{-shape}} = \text{diag}(C_{Ip}, C_{\text{shape}})$ формирует внешний каскад для управления током плазмы I_P и зазорами $gaps$ между плазменной сепаратрисой и первой стенкой.

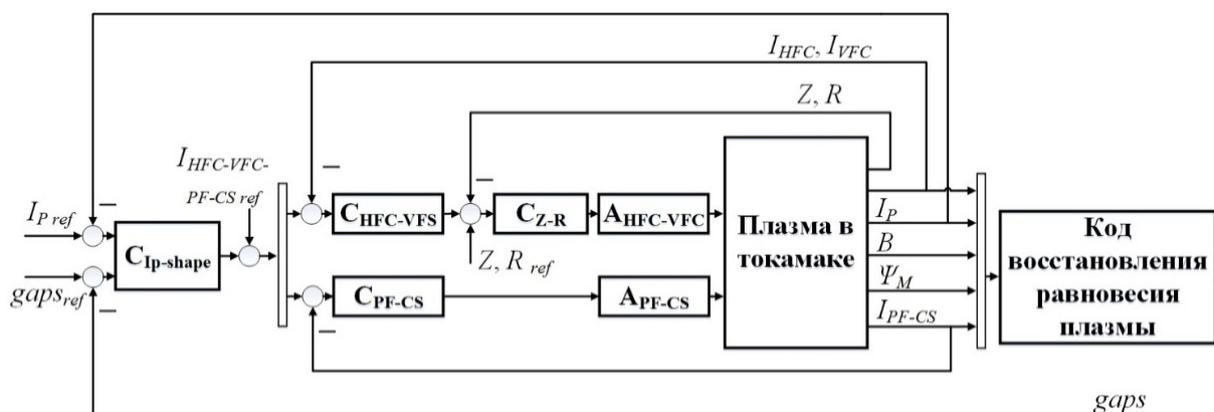


Рис. 1. Согласованная система управления положением, током и формой плазмы токамака в режиме реального времени и для моделирования, когда плазма токамака моделируется любым физическим кодом плазмы (полная модель плазмы).

Предложенный подход был проверен компьютерным моделированием системы управления током и формой плазмы в среде MATLAB/Simulink сферического токамака Глобус-М (ФТИ им. А.Ф. Иоффе, г. С-Петербург) с применением кода восстановления равновесия плазмы FCDI [2]. Массив линейных моделей был рассчитан в

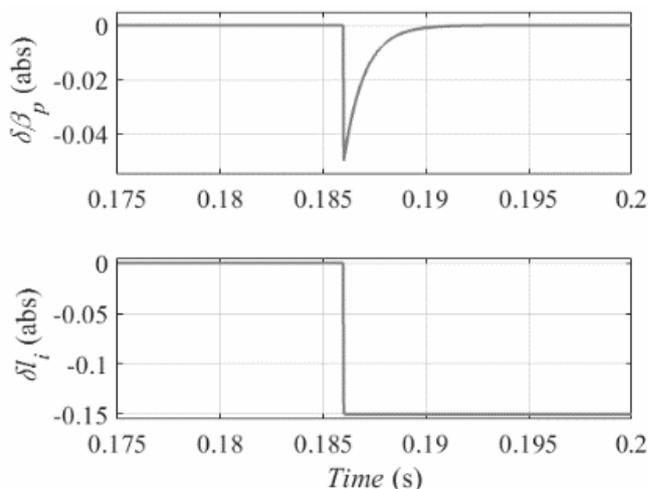


Рис. 2. Параметры малого срыва для моделирования системы управления.

фиксированные моменты на выбранном интервале времени на основе экспериментальных данных токамака Глобус-М. Модели массива имеют 24 состояния. Все модели имеют один неустойчивый полюс, соответствующий вертикальной неустойчивости плазмы, вызванной вертикальной вытянутостью. Модель LPV плазмы получается путем линейной интерполяции моделей LTI на основе блока LPV Simulink в среде MATLAB.

Полученная модель имеет зависящие от времени матрицы: $\dot{x} = A(t)x + B(t)u + E(t)\dot{\xi} + G(t)\xi$, $y = C(t)x + F(t)\xi$. При этом плазма в токамаке

подвержена возмущениям типа малый срыв. Для целей моделирования малые срывы могут быть представлены как спонтанные изменения профилей параметров плазмы (рис. 2), описываемые вектором $\xi = \delta w$, где $w = [\beta_p \ l_i]^T$. Распределение тока в плазме характеризуется параметрами полоидальной бета β_p , являющейся отношением кинетического давления в плазме к внешнему магнитному давлению, и нормированной внутренней индуктивностью плазмы l_i , которая соответствует крутизне профиля тока в плазме. Одномерные регуляторы C_{Z-R} , $C_{HFC-VFC}$, C_{PF-CS} , C_{Ip} настроены посредством количественной теории обратной связи (Quantitative Feedback Theory, QFT). Многомерный регулятор C_{shape} синтезирован при помощи H_∞ теории оптимизации. На Рис. 3 и 4 показаны сигналы управления положением плазмы и смещениями зазоров, когда сепаратриса перемещается из своего первоначального положения в новое при помощи уставок $gaps_{ref}$ в присутствии LPV-модели:

$$gaps_{ref} = [1.8 \ 1.8 \ -2 \ -2/\sqrt{2} \ 0 \ 2]^T.$$

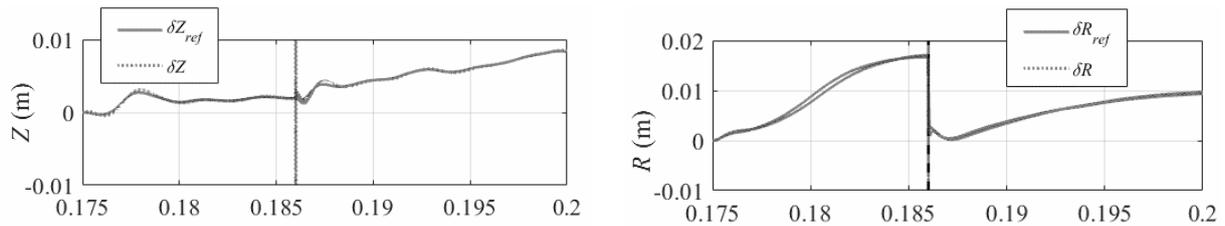


Рис. 3. Вертикальное смещение плазмы δZ и горизонтальное смещение плазмы δR .

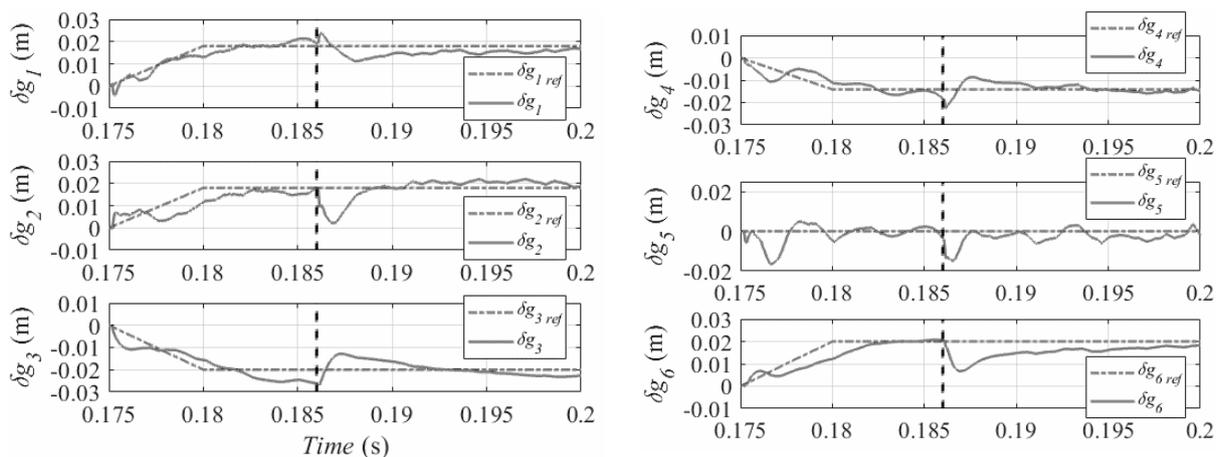


Рис. 4. Смещения зазоров $\delta g_1 - \delta g_6$.

Работа финансово поддержана РНФ, грант № 17-19-01022, и РФФИ, грант № 17-08-00293.

Литература

1. Y.V. Mitrishkin, A.A. Prokhorov, P.S. Korenev, and M.I. Patrov. Hierarchical robust switching control method with the equilibrium reconstruction code based on improved Moving Filaments approach in the feedback for tokamak plasma shape. *Fusion Engineering and Design*, 2019, v. 138, pp. 138–150. <https://doi.org/10.1016/j.fusengdes.2018.10.031>.
2. П.С. Корнев, Ю.В. Митришкин, М.И. Патров. Реконструкция равновесного распределения параметров плазмы токамака по внешним магнитным измерениям и построение линейных плазменных моделей. *Мехатроника, автоматизация и управление*. Том 17, №4, 2016, с. 254–265. DOI: 10.17587/mau.17.254–266.

СИНТЕЗ МАТРИЧНЫХ ПИД-РЕГУЛЯТОРОВ ДЛЯ МНОГОСВЯЗНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПОЛОЖЕНИЕМ И ФОРМОЙ ПЛАЗМЫ В ТОКАМАКЕ МЕТОДОМ ЛИНЕЙНЫХ МАТРИЧНЫХ НЕРАВЕНСТВ

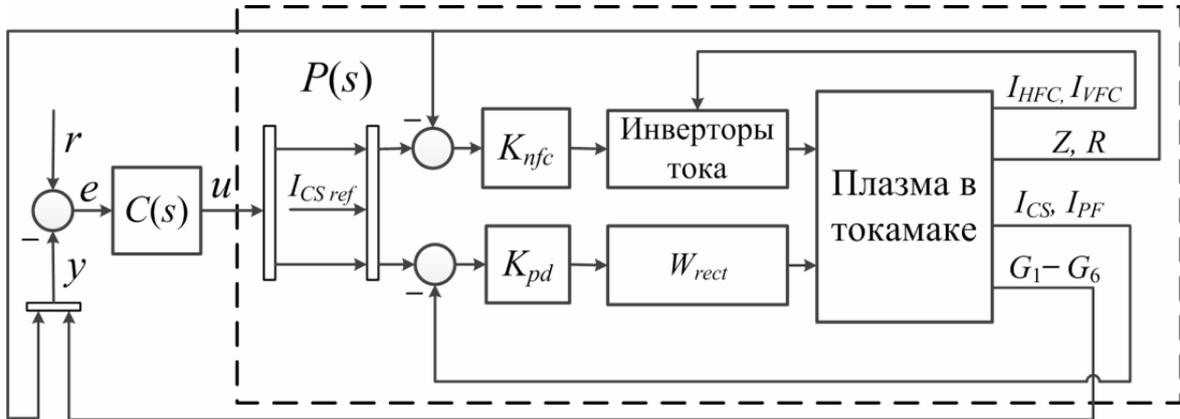
Асп. *Коньков А.Е.*, Проф. *Митришкин Ю.В.*

Методом линейных матричных неравенств (ЛМН) с использованием выпукло-вогнутой процедуры синтезирована многоканальная следящая система управления положением и формой плазмы в токамаке Глобус-М (ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН, г. С-Петербург) с матричным (многоканальным) ПИД-регулятором [1] на линейной модели плазмы в токамаке [2, 3].

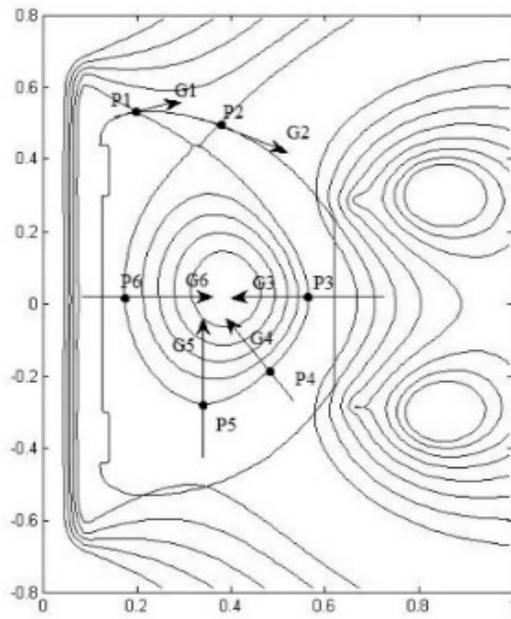
На рис. 1а приведена схема следящей системы управления, где $r \in \mathbb{R}^{7 \times 1}$ — задающие воздействия вертикального и горизонтального смещения и зазоров плазмы в токамаке, $u \in \mathbb{R}^{7 \times 1}$ — управляющие сигналы, поступающие на внутренние каскады управления [3], $y \in \mathbb{R}^{7 \times 1}$ — отслеживаемые выходы (вертикальное и горизонтальное смещения и зазоры плазмы в токамаке), $C(s) = K_p + \frac{1}{s}K_I + \frac{s}{1+\tau s}K_D$ — квадратный матричный ПИД-регулятор, $K_p, K_I, K_D \in \mathbb{R}^{7 \times 7}$ — неизвестные матрицы ПИД-регулятора, $P(s)$ — многосвязный объект управления из [2, 3] (плазма в токамаке Глобус-М и внутренние каскады управления).

Задачу синтеза многоканальной следящей системы управления – минимизацию ошибок между задающими воздействиями и выходами будем обеспечивать посредством одновременной минимизации спектральной нормы матрицы статической чувствительности $(P(0)K_I)^{-1}$ и ограничения H_∞ -норм функций чувствительности $S: e(s) = S(s)r(s)$, дополнительной функции чувствительности $T: y(s) = T(s)r(s)$ и Q -параметра: $u(s) = Q(s)r(s)$

$$\min \| (P(0)K_I)^{-1} \|_2, \quad \|S\|_\infty \leq S_{\max}, \quad \|T\|_\infty \leq T_{\max}, \quad \|Q\|_\infty \leq Q_{\max}. \quad (4)$$



а



б

Рис. 1. Структурная схема системы управления формой и положением плазмы (а) и направления вычисления зазоров (б).

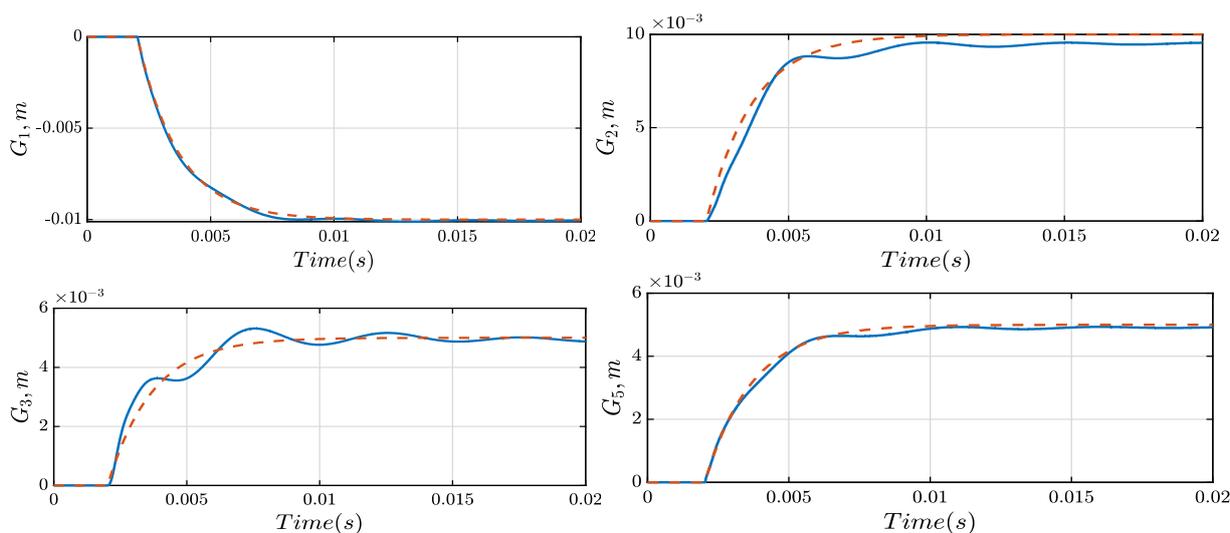
Систему (1) можно свести к следующей системе квадратичных матричных неравенств:

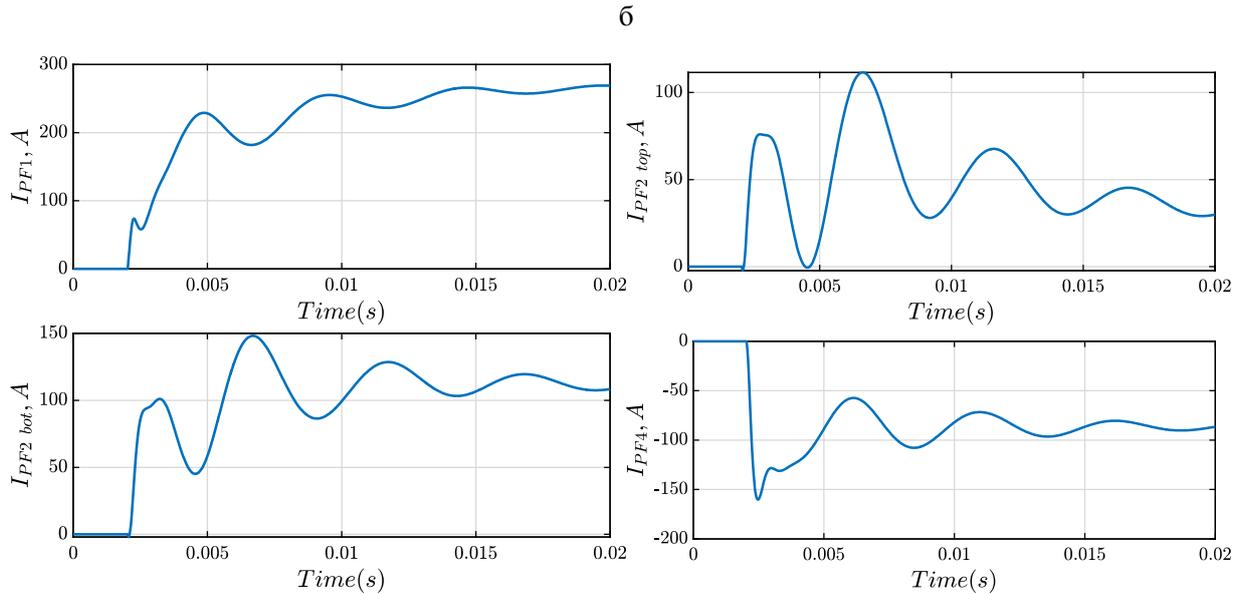
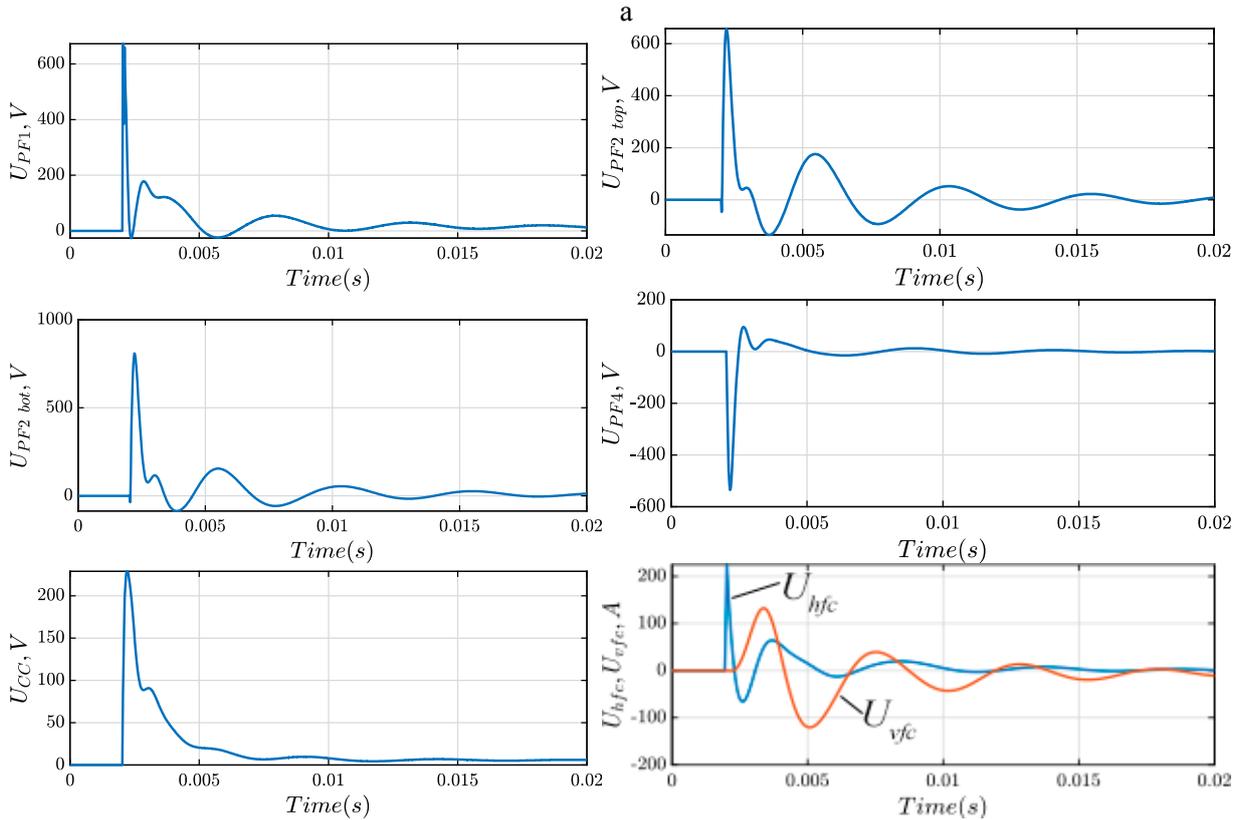
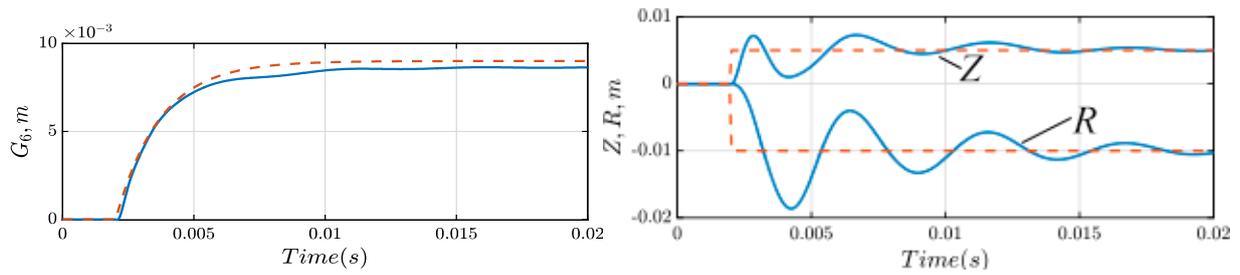
$$\begin{cases} \max t, \\ (P(0)K_I)^H (P(0)K_I) \geq t^2 I, & (I + P_k C_k)^H (I + P_k C_k) \geq (1/T_{\max}^2) (P_k C_k)^H (P_k C_k), \\ (I + P_k C_k)^H (I + P_k C_k) \geq (1/S_{\max}^2) I, & (I + P_k C_k)^H (I + P_k C_k) \geq (1/Q_{\max}^2) C_k^H C_k, \end{cases} \quad (5)$$

где $P_k = P(j\omega_k)$, $P_k \in \mathbb{R}^{q \times m}$ — значение частотной передаточной функции объекта на частоте ω_k , $C_k = K_P + \frac{1}{j\omega_k} K_I + \frac{j\omega_k}{1 + \tau j\omega_k} K_D$, $C_k \in \mathbb{R}^{m \times q}$ — значение частотной передаточной функции ПИД-регулятора на частоте ω_k , A^H — эрмитово-сопряженная матрица A . Систему (2) необходимо решить для каждой частоты $\omega_k \in [\omega_1, \omega_N]$ из выбранного частотного интервала. Таким образом, необходимо решить систему из $3N+1$ неравенств. Матричные

неравенства в системе (2) не являются линейными, относительно неизвестных матриц регулятора, более того, левая часть неравенств не является выпуклой. Чтобы получить решение системы (2) её необходимо свести к системе ЛМН посредством выпукло-вогнутой процедуры (convex-concave procedure), подробно описанной в [4]. Решение исходной системы (2) находится путем итеративного решения эквивалентной системы ЛМН, приближаясь при каждой итерации к оптимальному значению t_{\max} .

Решение системы (2) с помощью выпукло-вогнутой процедуры проводилось в среде MATLAB с использованием пакета CVX и решателя систем линейных матричных неравенств SDPT3. При решении системы (2) были использованы следующие параметры: $m = 7$; $q = 7$; $S_{\max} = 1,4$; $T_{\max} = 1,6$; $Q_{\max} = 10 / \sigma_{\min}(P(0))$; $\tau = 10^{-4}$ с; $N = 500$; $\omega_1 = 10^{-4}$ рад/с; $\omega_N = 10^4$ рад/с. На рис. 2 представлены результаты моделирования системы на рис. 1а в среде Simulink при управлении положением плазмы и зазорами между сепаратрисой плазмы и стенкой вакуумной камеры в токамаке Глобус-М, когда сепаратриса переводилась из одного положения в другое. При этом напряжения не выходили за величину 1000 В, а токи в PF-обмотках за величину 300 А. Время переходного процесса в пределах 10 мс. Метод позволил синтезировать систему с достаточно малой (<5%) статической ошибкой между задающими воздействиями и установившимися значениями в условиях сильной связанности каналов объекта управления и большого ($n = 44$) порядка передаточной функции линейной модели объекта. Данный метод не требует проведения предварительной развязки каналов управления.





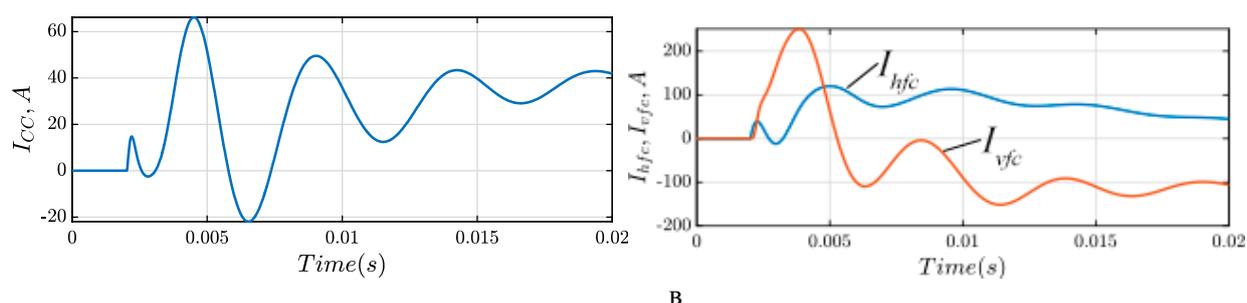


Рис.2. Зазоры G_1, G_2, G_3, G_5, G_6 , положения Z, R и задающие значения (а), напряжения (б) и токи (в) в обмотках полоидального поля; при переходных процессах $\Delta I_p \approx 1200$ А

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ, грант № 17-19-01022.

Литература

1. *Boyd S., Hast M., Åström K.* MIMO PID tuning via iterated LMI restriction // *Int. J. Robust Nonlinear Control*. 2016. V. 26. P. 1718–1731.
2. *Mitrishkin Y.V., Prokhorov A.A., Korenev P.S., and Patrov M.I.* Hierarchical robust switching control method with the equilibrium reconstruction code based on improved Moving Filaments approach in the feedback for tokamak plasma shape // *Fusion Engineering and Design*, 2019, V. 138, P. 138–150.
3. *Konkov A.E., Mitrishkin Y. V., Kartsev N. M.* Synthesis of the outer cascade for plasma magnetic control in the Globus-M tokamak by using linear matrix inequalities method // *Proc.14th International Conference "Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems" (Pyatnitskiy's Conference) (STAB), Moscow, 2018. IEEE (Piscataway, NJ, United States)*.
4. *Lipp T., Boyd S.* Variations and Extensions of the Convex-Concave Procedure // *Optimization and Engineering*. 2014. V. 17(2). P. 263–287.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ТИРИСТОРНОГО АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНОГО ИНВЕРТОРА ТОКА В КОНТУРЕ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ КАК ИСПОЛНИТЕЛЬНОГО УСТРОЙСТВА ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ПОЛОЖЕНИЕМ ПЛАЗМЫ В ТОКАМАКЕ

С.н.с. (ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН) *Карцев Н.М.*,
зам. зав. лаб. (ТРИНИТИ, г. Троицк) *Кузнецов Е.А.*,
проф. *Митришкин Ю.В.*

Токамаки [1] в настоящее время — это признанные лидеры в области термоядерного синтеза. В них высокотемпературная плазма удерживается с помощью тороидальных и полоидальных магнитных полей, создаваемых обмотками, подключенными к источникам питания различного типа: многофазным тиристорным выпрямителям [2], инверторам напряжения [3, 4] и

тока [5]. Для управления током и формой плазмы [6] достаточно быстродействия управляемых тиристорных выпрямителей. Однако, для систем управления положением плазмы в токамаках необходимы исполнительные устройства с меньшим временем переходных процессов, способные обеспечить удержание неустойчивого вертикального положения плазмы в современных вытянутых по вертикали токамаках. Инверторы напряжения на IGBT-транзисторах, например, используются на установке TCV (Швейцария) [4] и EAST (Китай) [3]. Исполнительные устройства на основе тиристорного инвертора тока, исследуемые в данной работе, применяются на токамаке Глобус-М2 (ФТИ им. А.Ф. Иоффе, Санкт-Петербург, Россия) [5] и Т-11М (ТРИНИТИ, Троицк, Россия) [7].

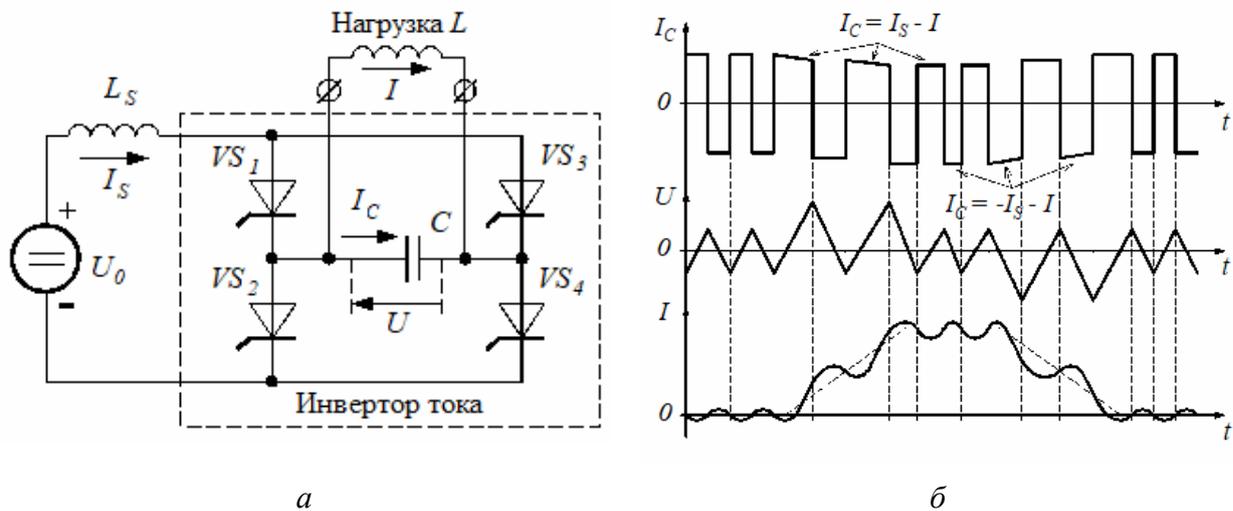


Рис. 1. *a* – схема тиристорного инвертора тока; *б* – диаграммы токов и напряжения.

В данной работе представлены результаты исследования и линейной идентификации автоколебательного исполнительного устройства на основе тиристорного инвертора тока с временем переходных процессов порядка 200 мкс, применяемого для систем управления положением плазмы в токамаках.

Схема однофазного мостового тиристорного инвертора тока показана на рис. 1, *a*. Источник напряжения U_0 и индуктор L_S образуют источник тока I_S . Индуктивная нагрузка L соответствует магнитной обмотке управления на токамаке. Диаграммы токов и напряжения на рис. 1, *б* поясняют режим работы инвертора, обеспечивающий управление током в нагрузке. Пусть некоторый ток I_S протекает через индуктор L_S , и тиристоры VS_1 , VS_4 открыты. Конденсатор C заряжается током $I_C = I_S - I$, напряжение U на нем увеличивается. Когда оно достигнет некоторого положительного значения, тиристоры VS_2 , VS_3 откроются, и конденсатор закроет тиристоры VS_1 , VS_4 своим обратным напряжением. После этого он будет перезаряжаться током

$I_C = -(I_S - I)$, и когда напряжение на нем достигнет некоторого отрицательного значения, тиристоры VS_1, VS_4 снова откроются, а обратное запирающее напряжение будет приложено к тиристорам VS_2, VS_3 . Повторение описанной последовательности формирует автоколебательный режим работы инвертора тока. Выбором уровней напряжения, при которых происходят переключения тиристоров, осуществляется управление средним на квазипериоде значением напряжения на индуктивной нагрузке и, таким образом, значением тока в ней. В [5, 7] синтезирована импульсная нелинейная система управления средним значением напряжения на квазипериоде автоколебаний тиристорного инвертора тока.

В мире разработано значительное количество методов синтеза линейных регуляторов для систем с обратной связью на основе линейных моделей объектов управления. Для их использования с инвертором тока необходимо получить линейную аппроксимацию его полной нелинейной модели методом идентификации по накопленным данным. Перед проведением линейной идентификации необходимо исследовать объект для определения возможности получить качественную аппроксимацию его модели. В данной работе исследованы нелинейные свойства тиристорного инвертора тока, для чего была построена его полная модель в среде MATLAB/Simulink. Выходное напряжение инвертора ограничено, ввиду этого ограничен коэффициент роста тока в индуктивной нагрузке: $\max |dI/dt| \approx (U_{\max}^2 - U_{\min}^2) / 2L / (U_{\max} + U_{\min})$. Таким образом, если производная задающего воздействия тока в нагрузке превышает указанный коэффициент, то инвертор переходит в существенно нелинейный режим ограничения напряжения. Линейную идентификацию целесообразно проводить в квазилинейном режиме, выбирая сценарии тока, не превышающие оценку показателя роста или при его малых значениях, когда эффект ограничения напряжения наблюдается только на нескольких периодах автоколебаний.

Для слежения за сценарием тока I_{ref} в нагрузке инвертор тока охватывается отрицательной обратной связью с единичным пропорциональным регулятором. На рис. 2 приведена схема замкнутой системы для проведения линейной идентификации.



Рис. 2. Схема замкнутой системы для идентификации.

Использованы данные моделирования на полной нелинейной модели для трех сценариев тока нагрузки с амплитудой 350 А: синусоидальный сигнал, трапецеидальный и треугольный сигналы с коэффициентом роста 200 кА/с. Сигналы на входе и выходе идентифицируемой системы записаны в дискретном виде с временем дискретизации 40 мкс, что достаточно для представления динамики автоколебаний инвертора тока. Идентификация проведена методом подпространств [8] на объединенных данных трех численных экспериментов.

В результате процедуры численной идентификации для замкнутой системы получена линейная модель в виде передаточной функции 4-го порядка в дискретном времени:

$$W(z) = \frac{0.1387z^3 - 0.28z^2 + 0.226z - 0.051}{z^4 - 3.404z^3 + 4.71z^2 - 3.12z + 0.845} = \frac{L(z)}{1 + L(z)}.$$

Проведено моделирование на идентифицированной модели для сценариев тока нагрузки в виде меандра и пилообразного сигнала, для которых точность воспроизведения выходного сигнала модели очень низкая, поскольку в данных сценариях нарушается ограничение на коэффициент роста тока, напряжение на выходе инвертора ограничивается, и он функционирует в существенно нелинейном режиме.

Индуктивная нагрузка в схеме (рис. 2) охвачена нелинейной обратной связью по току для формирования условий переключения тиристорного моста, создающих в системе автоколебания. Однако, для целей синтеза линейных регуляторов необходимо получить модель исполнительного устройства, подключаемого к объекту последовательно. Пренебрегая нелинейной обратной связью по току, что ведет к необходимости использовать идентифицированную модель только совместно с конкретной моделью нагрузки, для которой была проведена идентификация, получена последовательно подключаемая дискретная линейная модель инвертора тока $W_{CI}(z)$ следующего вида:

$$W_{CI}(z) = W_{load}^{-1}(z)L(z) = \frac{z-1}{kT_d}L(z) = \frac{3468z^4 - 1.05e4z^3 + 1.27e4z^2 - 6920z + 1263}{z^4 - 3.54z^3 + 5z^2 - 3.35z + 0.9}.$$

Данная работа поддержана грантами Российского научного фонда №17-19-01022 и Российского фонда фундаментальных исследований №17-08-00293.

Литература

1. Wesson, J. Tokamaks. 3rd Edition. – Clarendon Press. – Oxford, 2004.

2. Mitrishkin, Y. V., Pavlova, E. A., Kuznetsov, E. A., Gaydamaka, K. Continuous, saturation, and discontinuous tokamak plasma vertical position control systems // Fusion Engineering and Design. 2016. Vol. 108. P. 35–47.
3. Huang, H., Xu, R., Gao, G. Power supply of vertical stability coil in EAST // AASRI Procedia. 2012. Vol. 3. P. 636–641.
4. Lister, J. B., Hofmann, F. Morret, J.-M. et al. The control of tokamak configuration variable plasmas // Fusion Technology. 1997. Vol 32. N. 3. P. 321–373.
5. Kuznetsov, E. A., Yagnov, V., Mitrishkin, Y. V., Shcherbitsky, V. Current inverter as actuator for plasma position control systems in tokamaks // Proc. 11th IEEE International Conference on Application of Information and Communication Technologies (AICT2017), V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Russia. – 2017. – P. 485–489.
6. Митришкин Ю.В. Управление плазмой в экспериментальных термоядерных установках: Адаптивные автоколебательные и робастные системы управления. М.: КРАСАНД, 2016. 400 с.
7. Кузнецов Е.А. Автоколебательные системы управления положением плазмы в токамаках: дис. канд. тех. наук. Гос. науч. Центр РФ Троицкий инст. иннов. и термояд. иссл, Троицк, 2006.
8. Verhaegen, V., Verdult, V. Filtering and System Identification. – Cambridge University Press. – New York, 2007.

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ В ПАРАЛЛЕЛЬНУЮ В ЗАДАЧАХ БОЛЬШИХ ДАННЫХ

Проф. Голубцов П.В.

Байесовская процедура обновления информации является по сути последовательной: в результате наблюдения априорная информация преобразуется в апостериорную, которая затем интерпретируется как априорная для следующего наблюдения и т.д. Показано, что эта процедура может быть унифицирована и распараллелена путем преобразования результатов измерений и исходной априорной информации в специальную каноническую форму. Изучаются различные формы представления информации и связи между ними. Богатые алгебраические свойства введенного канонического информационного пространства позволяют эффективно масштабировать байесовскую процедуру и адаптировать ее к обработке больших объемов распределенных данных.

Рассмотрим серию независимых линейных измерений [1] $y_t = A_t x + v_t$ вектора $x \in \mathcal{D}$. Здесь $A_t: \mathcal{D} \rightarrow \mathcal{R}_t$ — линейные отображения, $v_t \in \mathcal{R}_t$ — нормальные случайные векторы с $E v_t = 0$ и ковариационными операторо-

рами $S_i > 0$ и $y_i \in \mathcal{R}_i$ — результаты измерений. Вся «сырая» информация об измерении представлена тройкой вида (y_i, A_i, S_i) . Также предположим, что задано нормальное априорное распределение вектора x , определяемое его средним значением $Ex = x_0$ и ковариационным оператором $F > 0$.

При поступлении первого измерения (y_1, A_1, S_1) оно «преобразует» априорную информацию (x_0, F_0) , в апостериорную (x_1, F_1) , которая теперь выступает в качестве априорной для второго измерения (y_2, A_2, S_2) и т.д., рис. 1 слева. Результат обновления информации на k -том шаге представляет собой апостериорное нормальное распределение вектора x относительно k -то наблюдения и имеет вид

$$(y_k, A_k, S_k) \otimes (x_{k-1}, F_{k-1}) = ((F_{k-1}^{-1} + A_k^* S_k^{-1} A_k)^{-1} (F_{k-1}^{-1} x_{k-1} + A_k^* S_k^{-1} y_k), (F_{k-1}^{-1} + A_k^* S_k^{-1} A_k)^{-1})$$

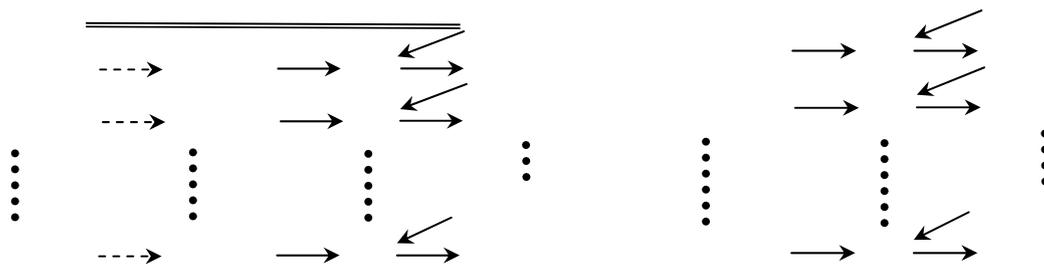


Рис. 1. Последовательное обновление информации: традиционное (слева) и в явной форме (справа).

Эта процедура последовательного обновления информации важна для обработки «больших потоков данных», поскольку она избегает сохранения исходных данных. Однако она представляется излишне ресурсоемкой, поскольку включает в себя повторяющиеся обращения операторов. Кроме того, в этом процессе комбинируется информация в двух разных формах: явной, (x_{k-1}, F_{k-1}) и сырой (y_k, A_k, S_k) .

Обновление информации можно сделать более однородным, сначала преобразовав сырую информацию в явную форму, а затем добавив ее к накопленной явной информации, рис. 1 справа. Здесь $\tilde{F}_k = (A_k^* S_k^{-1} A_k)^{-1}$ и $\tilde{x}_k = F_k A_k^* S_k^{-1} y_k$ - оптимальная линейная оценка [2] вектора x и ее ковариационный оператор, построенные на основании измерения (y_k, A_k, S_k) . Тогда $F_k = (F_{k-1}^{-1} + \tilde{F}_k^{-1})^{-1}$ и $x_k = F_k (F_{k-1}^{-1} x_{k-1} + \tilde{F}_k^{-1} \tilde{x}_k)$.

Использование явной формы в качестве основной представляется привлекательным, поскольку явная форма информации представляет собой оценку и ее погрешность, определяемые соответствующим набором данных. Однако, как и для предыдущей схемы, накопление информации чересчур трудоемко. Кроме того, представление сырой информации (y_k, A_k, S_k) в явной форме возможно лишь если $A_k^* S_k^{-1} A_k$ обратим (такую информацию будем называть интерпретируемой). Это означает, что явная форма не может быть использована как универсальная и эффективная форма представления информации.

Определим и изучим различные формы представления информации и отношения между ними.

Пусть $\mathfrak{R}_{\mathbb{R}} = \{(y, A, S) \mid y \in \mathbb{R}, A: \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}, S: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, S > 0\}$ обозначает множество всех возможных измерений, в пространстве \mathbb{R} . Определим **сырое информационное пространство** $\mathfrak{R} = \bigcup_{\mathbb{R}^x} \mathfrak{R}_{\mathbb{R}^x}$ а операцию композиции на \mathfrak{R}

$$\text{как } (y_1, A_1, S_1) \oplus (y_2, A_2, S_2) = \left(\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & S_2 \end{pmatrix} \right).$$

Явное информационное пространство определяется как $\mathfrak{E} = \{(x, F) \mid x \in \mathcal{D}, F: \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{D}, F > 0\}$ с операцией композиции

$$(x_1, F_1) \oplus (x_2, F_2) = ((F_1^{-1} + F_2^{-1})^{-1}(F_1^{-1}x_1 + F_2^{-1}x_2), (F_1^{-1} + F_2^{-1})^{-1}).$$

В работе [2] было показано, что удобной промежуточной формой представления результатов измерения $(y, A, S) \in \mathfrak{R}$ является каноническая форма информации $(u, T) = (A^* S^{-1} y, A^* S^{-1} A)$. Определим **каноническое информационное пространство** $\mathfrak{Z} = \{(u, T) \mid T: \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{D}, T \geq 0, u \in \mathbb{R}(T)\}$ с операцией композиции $(u_1, T_1) \oplus (u_2, T_2) = (u_1 + u_2, T_1 + T_2)$.

Утверждение 1. Сырое информационное пространство \mathfrak{R} является *некоммутативным моноидом*.

Интерпретируемая сырая информация образует *подполугруппу* $\mathfrak{R}^+ = \{(y, A, S) \in \mathfrak{R} \mid A^* S^{-1} A > 0\} \subset \mathfrak{R}$ и является *двусторонним идеалом* в \mathfrak{R} , т.е., если $a \in \mathfrak{R}^+$ и $b \in \mathfrak{R}$, то $a \oplus b \in \mathfrak{R}^+$ и $b \oplus a \in \mathfrak{R}^+$.

Явное информационное пространство \mathfrak{E} не имеет нейтрального элемента и, образует *коммутативную полугруппу с сокращением*.

Каноническое информационное пространство \mathfrak{Z} является *коммутативным моноидом с сокращением*, т.е., для всех $a, b, c \in \mathfrak{Z}$ выполняются соотношения:

$$a \oplus b = b \oplus a, (a \oplus b) \oplus c = a \oplus (b \oplus c), a \oplus 0 = a, a \oplus b = a \oplus c \Rightarrow b = c.$$

Интерпретируемая каноническая информация образует коммутативную подполугруппу $\mathfrak{S}^+ = \{(u, T) \in \mathfrak{S} \mid T > 0\}$ и является идеалом в \mathfrak{S} , т.е., если $a \in \mathfrak{S}^+$ и $b \in \mathfrak{S}$, то $a \oplus b \in \mathfrak{S}^+$.

Утверждение 2. Преобразование исходной информации в явную, $P: (y, A, S) \mapsto (x_0, F) = ((A^*S^{-1}A)^{-1}A^*S^{-1}y, (A^*S^{-1}A)^{-1})$ определено только на подполугруппе $\mathfrak{R}^+ \subset \mathfrak{R}$, т.е. $P: \mathfrak{R}^+ \rightarrow \mathfrak{E}$. На своей области определения \mathfrak{R}^+ отображение P является гомоморфизмом полугрупп.

Преобразование исходной информации в каноническую $P_1: (y, A, S) \mapsto (u, T) = (A^*S^{-1}y, A^*S^{-1}A)$ является гомоморфизмом моноидов $P_1: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{S}$.

Преобразование канонической информации в явную, $P_2: (u, T) \mapsto (x_0, F) = (T^{-1}u, T^{-1})$ определено на подполугруппе $\mathfrak{S}^+ \subset \mathfrak{S}$, т.е. $P_2: \mathfrak{S}^+ \rightarrow \mathfrak{E}$ и является гомоморфизмом коммутативных полугрупп.

Преобразование $Q: \mathfrak{E} \rightarrow \mathfrak{S}$ явной информации в каноническую, $Q: (x_0, F) \mapsto (u, T) = (F^{-1}x_0, F^{-1})$ является гомоморфизмом коммутативных полугрупп.

Преобразование P реализует полное решение задачи оптимального оценивания (без априорной информации) [2]. Отображения P_1 и P_2 разбивают обработку данных P на две фазы: извлечение канонической информации и построение результата обработки из нее, то есть $P = P_2 \circ P_1$. Отображение Q позволяет представить любую явную (и, в частности, априорную) информацию в канонической форме.

Каноническая форма является наиболее богатой и универсальной формой представления информации. Выбор ее в качестве основной позволяет преобразовать схемы последовательного обновления в форму на рис. 2 слева или даже в полностью параллельную, рис. 2 справа. Эти схемы превосходят предыдущие. Все формы информации могут быть преобразованы в канонические. Каноническая информация (в отличие от явной) определяется для любой сырой информации. Объединение информации в канонической форме наиболее эффективно. Построение окончательной явной информации (x_k, F_k) может производиться однократно после сбора канонической информации из всех доступных данных. Кроме того, в параллельной версии различные фрагменты данных и априорная информация могут быть

преобразованы в каноническую форму независимо и параллельно на разных компьютерах. Наличие сократимости и коммутативности в пространстве \mathfrak{F} позволяет в любой момент «вычестить» любую предварительно включенную информацию если обнаружится ее недостоверность.

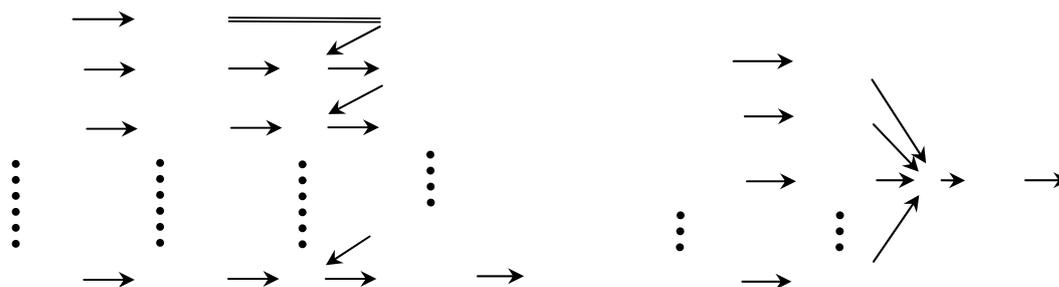


Рис. 2. Последовательное (слева) и параллельное (справа) накопление информации.

Благодаря богатым алгебраическим свойствам канонического информационного пространства, последовательная байесовская процедура допускает различные варианты распараллеливания, которые идеально подходят для распределенных платформ обработки данных, таких как Hadoop Map Reduce. Это открывает возможность гибкого и эффективного масштабирования накопления информации в распределенных системах обработки данных.

Литература

1. Пытьев Ю. П. Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем. – М.: Физматлит, 2012. 428 с.
2. Голубцов П.В. Задача линейного оценивания и информация в системах больших данных // НТИ Сер. 2. Информационные процессы и системы. 2018. № 3. С. 23–30.

ОЦЕНКА РАДИАЦИОННОЙ ОБСТАНОВКИ СПУТНИКА ЮПИТЕРА ЕВРОПЫ

инж. Царева О.О. (ИКИ РАН),
в.н.с. Попова Е. П. (ИФЗ РАН, НИИЯФ МГУ), проф. Попов В. Ю.,
в.н.с. Малова Х. В. (НИИЯФ МГУ, ИКИ РАН),
академик Зеленый Л. М. (ИКИ РАН)

В 1990-х годах миссия НАСА «Галилео» нашла доказательства существования глобального океана под ледяным покровом Европы, спутника Юпитера. Оказалось, что внешние слои Европы имеют толщину предположительно 100 км и состоят из воды — частично в виде ледяной коры толщиной 10-30 км, и частично в виде подповерхностного жидкого океана [1]. В таком океане не исключено наличие микроскопической жизни, так как он, возможно, не замерзает из-за воздействия приливных сил.

Однако орбита Европы расположена в радиационном поясе Юпитера, поэтому её поверхность подвержена сильному излучению, которое может разрушить органическую жизнь, проникающую через разломы льда из океана на поверхность. При этом каждая миссия на Европу должна быть рассчитана на работу в условиях сильной радиации — около 2000 Зв/год [1а]. Оценки радиации на поверхности Европы делались различными научными группами (NASA/JPL-Caltech, Johns Hopkins' APL), которые описывали движение электронов с помощью приближения ведущего центра [2,3,4].

Цель данной работы — уточнить и дополнить с учетом ларморовского радиуса частиц, наклона диполя Юпитера, индуцированного и внутреннего полей Европы известные результаты и найти на поверхности Европы области с наименьшими дозами радиации, в которых есть возможность обнаружить органику. Для этого нами была разработана численная модель, позволяющая найти концентрацию протонов и электронов радиационных поясов Юпитера на поверхности Европы.

В нашей модели с экваториальной плоскости на расстоянии $1.5 \pm 0.25 R_{Eu}$ от центра Европы электроны с энергиями 0.1-50 МэВ в количестве нескольких тысяч равномерно запускаются во всех направлениях. Интегрировались траектории движения релятивистских частиц в магнитном \mathbf{B} и электрическом \mathbf{E} полях. После интегрирования уравнений движений частиц количество электронов, достигших поверхность Европы, нормировано на дифференциальный поток электронов радиационных поясов Юпитера согласно модельному дифференциальному энергетическому спектру DG-83 (Divine and Garrett, 1983).

Электрическое поле коротации, вызванное вращением плазмы в плазмосфере, равно $\mathbf{E} = -[\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{R}] \times \mathbf{V}_{Ju}$. Суммарное магнитное поле $\mathbf{B} = \mathbf{B}_{Ju} + \mathbf{B}_{Ind} + \mathbf{B}_{Eu}$ складывается из собственных полей Юпитера \mathbf{B}_{Ju} , Европы \mathbf{B}_{Eu} и индуцированного поля \mathbf{B}_{Ind} . Собственные магнитные поля Юпитера и Европы выражаются через сферический гармонический ряд Гаусса.

Коэффициенты Гаусса Юпитера из модели VIP4 (Connerney et al., 1998) и Европы, найденные N. Schilling et al. (2004) [5], приведены в Таб. 1.

Таб.1 Коэффициенты Гаусса для собственных полей

Коэф. Гаусса	g_1^0	g_1^1	h_1^1	g_2^0	g_2^1	h_2^1	g_2^2	h_2^2
Юпитер, $\square 10^5$ нТ	42.05	- 0.659	0.250	- 0.051	- 0.619	0.497	- 0.361	0.053
Европа, нТ	31 \pm 5	22 \pm 3	-7 \pm 2	68 \pm 6	13 \pm 4	63 \pm 4	-24 \pm 2	-38 \pm 3

N. Schilling et al. (2004) заключили, что вклад постоянного дипольного момента Европы с верхним пределом 25 нТл мал по сравнению с величиной магнитного поля, индуцированного Юпитером. Однако, как показали наши расчеты, он вносит значительную асимметрию в распределение доз по поверхности Европы.

Поле, индуцированное однородной сферой в однородном первичном поле, совпадает с полем диполя (Parkinson, 1980). Океан Европы толщиной 3.5 км (подобный земному) соответствует индуцированному полю амплитудой $A = 0.7$ и требуемой проводимостью $\sigma = 58$ мС/м (C. Zimmer et al., 2000).

На рис. 1 приведены результаты расчетов на примере электронов с энергией 5 МэВ для 4х конфигураций магнитных полей.

Окружность на рис. 1 очерчивает область, в которую должны попадать частицы согласно модели приближения ведущего центра. Электроны, движущиеся исключительно в осесимметричном диполе Юпитера, концентрируются на поверхности Европы в ограниченной окружностью области. Причем, как было отмечено в работе [3], плотность электронов 5 МэВ (рис. 1а) на границе окружности выше, чем в её центре.

Отметим основные результаты предыдущих исследований движения электронов в поле Юпитера с помощью приближения ведущего центра. Электроны ниже порога скорости (25 МэВ) осаждают заднюю полусферу спутника. При более высоких энергиях скорость дрейфа электронов в магнитном поле Юпитера превышает относительную скорость коротации плазмосферы Юпитера относительно Европы, и, следовательно, эти частицы собираются в ведущем полушарии. Таким образом, предполагалось, что самое сильное излучение на поверхности Европы сосредоточено в 2х областях овальной формы на экваторе [2].

Рассматриваемая численная модель позволила построить более точную карту радиационных доз на поверхности Европы. Области высыпания электронов на поверхность Европы с учетом наклона диполя Юпитера (рис. 1б) превышают в размере области, полученные в осесимметричном диполе Юпитера – такая конфигурация поля использовалась в приближении ведущего центра (рис. 1а).

Индукцированное поле Европы уменьшает концентрацию электронов, но при этом увеличивает их область распределения по поверхности (рис. 1в). Собственное же поле Европы (как было отмечено) добавляет асимметрию в распределение доз радиации (рис. 1г).

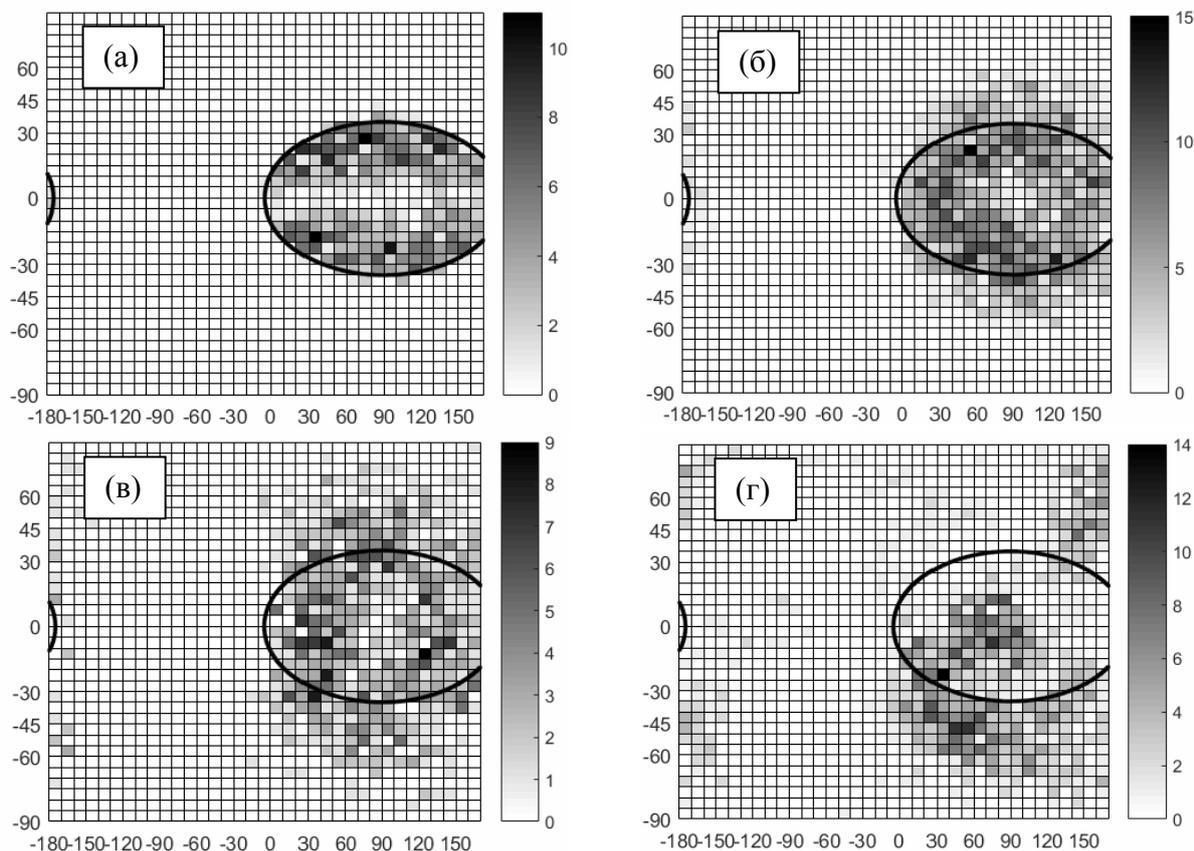


Рис. 1 Процентное отношение электронов 5 МэВ на поверхности Европы к общему числу электронов. (а) осесимметричный диполь Юпитера, 505/1000; (б) наклоненный диполь Юпитера, 541/1000; (в) поле Юпитера и индуцированное, 339/1000; (г) Σ полей + внутреннее поле Европы, 429/1000

Литература

1. Kivelson M.G., Khurana K.K., Russell C.T., Volwerk M., Walker R.J. and Zimmer C. (2000). Galileo Magnetometer Measurements: A Stronger Case for a Subsurface Ocean at Europa. *Science*. 289 (5483): 1340–1343. Bibcode:2000Sci...289.1340K. DOI:10.1126/science.289.5483.1340. PMID 1095877
2. 1a. Frederick A. Ringwald. SPS 1020 (Introduction to Space Sciences). California State University.
3. Paranicas C., Cooper J.F., Garrett H.B., Johnson R.E., Sturmer S.J. (2009) Europa's Radiation Environment and Its Effects on the Surface. *University of Arizona Press, Tucson*. The University of Arizona space science series ISBN: 9780816528448, p. 529 Bibcode:2009euro.book..529 P

4. Podzolkо M.V., Getselev I.V., Gubar Yu.I., Veselovsky I.S., Sukhanov A.A. (2011) Charged particles on the Earth–Jupiter–Europa spacecraft trajectory. *Advances in Space Research*, 48, 651–660. doi:10.1016/j.asr.2010.11.011
5. Truscott P., Heynderickx D., Sicard-Piet A. and Bourdarie S. (2011) Simulation of the Radiation Environment Near Europa Using the Geant4-Based PLANETOCOSMICS-J Model. *IEEE Transactions on nuclear science*, 58(6). 2776–2784.
6. Schilling, N., K. K. Khurana, and M. G. Kivelson (2004), Limits on an intrinsic dipole moment in Europa, *J. Geophys. Res.*, 109, E05006, doi:10.1029/2003JE002166.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАХОЖДЕНИЯ
ДВУХПОЗИЦИОННОЙ ЭПР
ПО ЗНАЧЕНИЯМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ
НА УЧАСТКЕ СФЕРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ

Балабуха Н.П. (ИТПЭ РАН), *Коняев Д.А.* (ИТПЭ РАН, МГУ),
Шапкина Н.Е. (ИТПЭ РАН, МГУ)

На протяжении последних 70 лет задача нахождения эффективной поверхности рассеяния (ЭПР) различного рода тел вызывает большой интерес как в теоретических исследованиях [1–6], так и в практике радиолокации [7–10]. Исторически первыми были созданы именно бистатические (двухпозиционные) радиолокационные станции (РЛС), однако они быстро были вытеснены более дешёвыми моностатическими (однопозиционными) РСЛ. На сегодняшний день, в частности, в связи с развитием техники маскировки летательных аппаратов двухпозиционные схемы радиолокации опять стали востребованы. Одной из основных характеристик исследуемых объектов при этом является двухпозиционная диаграмма ЭПР [1–10].

На практике диаграмм ЭПР получают различными способами [9, 10]. На сегодняшний день наиболее распространёнными являются компактные полигоны – специально оборудованные помещения относительно небольших размеров [3, 9, 10]. Их достоинствами являются компактность и достаточно высокое качество получаемых результатов [9, 10]. Диаграммы ЭПР исследуемых тел можно получить также методами математического моделирования дифракции электромагнитной плоской волны на объекте исследования. Такой подход может гарантировать достаточно высокую степень точности результатов [11]. К сожалению, на сегодняшний день современные вычислительные комплексы не позволяют получить диаграммы ЭПР сложных практически важных объектов. В таком случае эффективным подходом к получению диаграмм ЭПР является измерение электромагнитного поля в ближней зоне при помощи компактного полигона и по-

следующее вычисление необходимых полей в дальней зоне средствами математического моделирования [1–6].

Измерения электромагнитного поля в ближней зоне исследуемого объекта в компактных полигонах производятся при помощи трёх видов сканеров: плоских, цилиндрических и сферических [10]. По результатам этих измерений получают рассеянное поле и диаграмма ЭПР исследуемых объектов.

Пересчёт электромагнитного поля, заданного на сферической поверхности, во внешнюю по отношению к этой поверхности область можно реализовать разными способами: воспользоваться формулами Стреттона-Чу [11, 12], что сводит задачу к численному интегрированию вектор-функций; применить другой классический метод, основанный на разложении поля, заданного на цилиндрической поверхности по цилиндрическим волнам и последующем вычислении полей в дальней зоне [2, 4–6]. Во втором способе появляется возможность нахождения поля в дальней зоне лишь по двум компонентам поля, заданным на поверхности [2, 13]. Однако часто требуется нахождение диаграмм ЭПР лишь в небольшом диапазоне изменения бистатических углов. Естественным желанием в таком случае является уменьшение затрат, связанных с измерениями, то есть желательно максимально уменьшить размеры области сканирования, сохранив при этом приемлемую точность результатов. В работах [4–6] предложен способ уменьшения ошибок, возникающих вследствие усечения области сканирования.

В работе моделируется получение двухпозиционных диаграмм ЭПР и измерение поля в ближней зоне в случае сканирования по усеченной сферической поверхности на примере дифракции на идеально проводящем цилиндре конечного размера. Используется метод пересчёта электромагнитного поля в дальнюю зону, описанный в работе [6]. Здесь, в отличие от классического подхода – второго способа, предлагается раскладывать поле по специальной системе векторных функций, ортогональных не только на сфере, но и на её используемом участке – области сканирования [6].

Для нахождения ЭПР объектов, а также электромагнитных полей во всей области, внешней по отношению к объекту, необходимо решить математическую задачу дифракции плоской волны на объекте исследования [11]. В работе для решения таких задач и вычисления поля в ближней зоне используется программный комплекс ФЕКО.

Были проведены расчёты двухпозиционных диаграмм ЭПР при помощи усечённых секторов различного размера. В качестве рассеивателя использовался идеально проводящий цилиндр, ось которого наклонена на 45° относительно волнового вектора падающего излучения (на рисунке волна приходит с направления 0°) в положительном направлении отсчёта в плоскости, образуемой направляющим вектором и вектором напряжённости

электрического поля падающей волны. Центр масс цилиндра находится в начале отсчёта. Размеры цилиндра: высота $\approx 2,25$ м; радиус $\approx 0,75$ м. Введём обозначение: φ – полярный угол системы координат, отсчитываемой от оси противоположной волновому вектору в плоскости, образуемой волновым вектором и образующей цилиндра. Результаты расчётов показывают, что двухпозиционная диаграмма ЭПР может быть получена путём пересчёта поля, измеренного в ближней зоне рассеивателя на ограниченном участке сферической поверхности при отсечении остальной ее части. На рисунке 1 представлен пример вычисления двухпозиционной диаграммы ЭПР(φ). Направление падения волны показано волновым вектором $\vec{k}_{\text{пад.}}$, поляризация указана, направлением вектора напряжённости электрического поля $\vec{E}_{\text{пад.}}$.

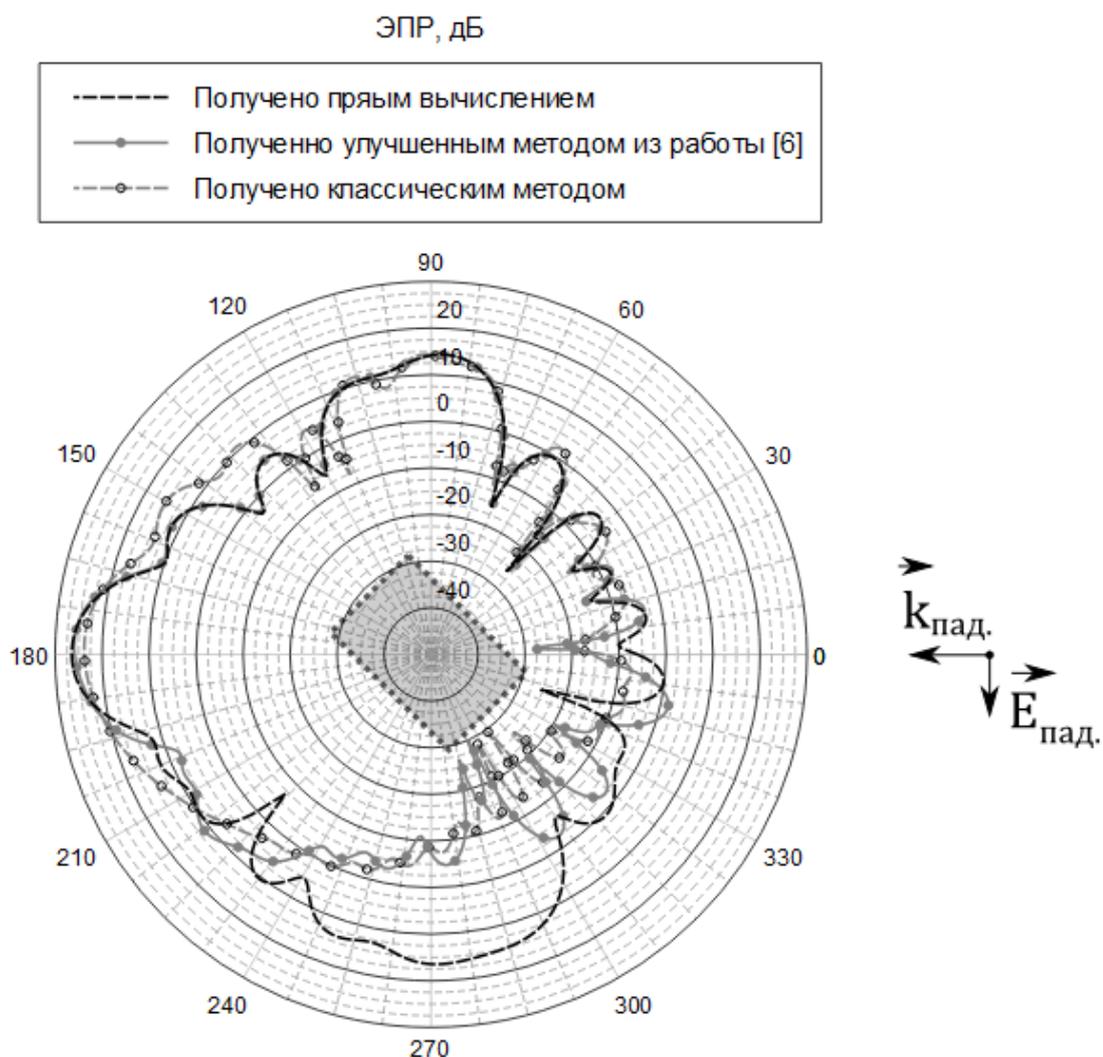


Рис. 2. Пример сравнения диаграмм ЭПР, полученных двумя способами, с диаграммой, вычисленной напрямую программным комплексом FEKO

Частота падающего излучения 400 МГц. Поверхность сканирования — участок сферической поверхности радиуса 2,5 м, $\theta \in [45^\circ; 135^\circ]$, $\varphi \in [-10^\circ; 190^\circ]$. Из рисунка видно, что метод, предложенный в работе [6] в рассмотренном случае, даёт возможность получать результат с более высокой точностью.

Литература

1. Hansen T. B. et al. Bistatic RCS calculations from cylindrical near-field measurements — Part I: Theory //IEEE transactions on antennas and propagation. – 2006. – Т. 54. – №. 12. – С. 3846–3856.
2. W. M. Leach, “Probe Compensated Near-Field Measurements on a Cylinder” Ph.D. dissertation, School of Electrical Engineering, Georgia Institute of Technology, USA, 1972.
3. Knott E. F. Radar cross section measurements. – Springer Science & Business Media, 2012.
4. Kim K. T. Truncation-error reduction in 2D cylindrical/spherical near-field scanning //IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2010. – Т. 58. – №. 6. – С. 2153–2158.
5. Kim K. T. Truncation-error reduction in spherical near-field scanning using slepian sequences: Formulation for scalar waves //IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2011. – Т. 59. – №. 8. – С. 2813–2823.
6. Kim K. T. Slepian transverse vector spherical harmonics and their application to near-field scanning //2011 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation (APSURSI). – IEEE, 2011. – С. 2138–2141.
7. Marr R. A. et al. Bistatic RCS calculations from cylindrical near-field measurements — Part II: Experiments //IEEE transactions on antennas and propagation. – 2006. – Т. 54. – №. 12. – С. 3857–3864.
8. Kim K. T. Validation of the Slepian approach to truncation-error reduction in spherical near-field scanning //Proceedings of the 2012 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation. – IEEE, 2012. – С. 1–2.
9. Балабуха Н. П., Зубов А. С., Солосин В. С. Компактные полигоны для измерения характеристик рассеяния объектов. – Наука, 2007.
10. Бахрах Л. Д. Методы измерений параметров излучающих систем в ближней зоне. – Изд-во "Наука", Ленинградское отд-ние, 1985.
11. Ильинский А. С., Кравцов В. В., Свешников А. Г. Математические модели электродинамики [Учеб. пособие для вузов]. – Высш. шк, 1991.
12. Дж С. Теория электромагнетизма //М.: Гостехиздат. – 1948. – Т. 1.
13. Балабуха Н. П., Коняев Д. А., Шапкина Н. Е. Математическое моделирование нахождения двухпозиционной ЭПР посредством определения электромагнитного поля в ближней зоне // ЛОМОНОСОВСКИЕ ЧТЕНИЯ - 2018. СЕКЦИЯ ФИЗИКИ. Сборник тезисов докладов / под ред. Н.Н. Сысоева. Физический факультет МГУ Москва, 2018. С. 135–138.

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ
КВАНТОВЫХ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ СОСТОЯНИЙ,
ФОРМИРУЕМЫХ В СРЕДАХ С КУБИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

В.н.с. Белинский А.В., физик Сингх Р.

Развита квантовая теория распространения обыкновенной (o) и не-обыкновенной (e) мод внутри нелинейного кристалла с кубической нелинейностью. Показано, что эффекты кросс-взаимодействия и самовоздействия по-разному влияют на их поляризацию. Установлено, что степень поляризации осциллирует по длине взаимодействия ζ , а корреляционные факторы второго порядка $g_{12}^{(2)}(\zeta)$ остаются постоянными и равными 1. Идеальная корреляция мод делает их хорошими кандидатами осветителей объектов для проведения квантовых измерений и формирования фантомных изображений [1,2].

Гамильтониан взаимодействия рассматриваемых эффектов имеет вид [3]:

$$\hat{H}_{\text{int}} = \hbar \left(\beta_{11} \hat{a}_1^{+2} \hat{a}_1^2 + \beta_{22} \hat{a}_2^{+2} \hat{a}_2^2 + 2\beta_{12} \hat{a}_1^+ \hat{a}_1 \hat{a}_2^+ \hat{a}_2 \right), \quad (1)$$

где \hbar — постоянная Планка, \hat{a}_1 (\hat{a}_1^+) и \hat{a}_2 (\hat{a}_2^+) — операторы уничтожения (рождения) фотонов мод, β — коэффициенты связи. Первые два слагаемые отвечают за эффект самовоздействия (β_{11} и β_{22}), третий — за эффект кросс-взаимодействия (β_{12}).

Операторные уравнения движения вдоль оси z внутри кристалла в представлении Гейзенберга описываются системой уравнений [3]:

$$\frac{d\hat{a}_1}{dz} = -i \left(2\beta_{12} \hat{a}_2^+ \hat{a}_2 + \beta_{11} \hat{a}_1^+ \hat{a}_1 \right) \hat{a}_1, \quad (2)$$

$$\frac{d\hat{a}_2}{dz} = -i \left(2\beta_{12} \hat{a}_1^+ \hat{a}_1 + \beta_{22} \hat{a}_2^+ \hat{a}_2 \right) \hat{a}_2, \quad (3)$$

которую можно решить с помощью преобразования Лапласа:

$$\hat{a}_1(\zeta) = \exp \left[-i\zeta \left(2\hat{a}_2^+ \hat{a}_2 + \gamma_1 \hat{a}_1^+ \hat{a}_1 \right) \right] \hat{a}_1,$$

$$\hat{a}_2(\zeta) = \exp \left[-i\zeta \left(2\hat{a}_1^+ \hat{a}_1 + \gamma_2 \hat{a}_2^+ \hat{a}_2 \right) \right] \hat{a}_2.$$

Здесь $\zeta = z\beta_{12}$ — приведенная длина взаимодействия, $\gamma_1 = \beta_{11}/\beta_{12}$, $\gamma_2 = \beta_{22}/\beta_{12}$.

Для изучения поляризационных характеристик мод вычислим средние значения операторов Стокса и их дисперсий [3–7]:

$$\hat{S}_0(\zeta) = \hat{a}_1^+(\zeta)\hat{a}_1(\zeta) + \hat{a}_2^+(\zeta)\hat{a}_2(\zeta),$$

$$\hat{S}_1(\zeta) = \hat{a}_1^+(\zeta)\hat{a}_1(\zeta) - \hat{a}_2^+(\zeta)\hat{a}_2(\zeta),$$

$$\hat{S}_2(\zeta) = \hat{a}_1^+(\zeta)\hat{a}_2(\zeta) + \hat{a}_2^+(\zeta)\hat{a}_1(\zeta),$$

$$\hat{S}_3(\zeta) = i(\hat{a}_2^+(\zeta)\hat{a}_1(\zeta) - \hat{a}_1^+(\zeta)\hat{a}_2(\zeta)).$$

Операторы Стокса удовлетворяют коммутационным соотношениям:

$$[\hat{S}_0(\zeta), \hat{S}_{1,2,3}(\zeta)] = 0,$$

$$[\hat{S}_{1,2,3}(\zeta), \hat{S}_{2,3,1}(\zeta)] = 2i\hat{S}_{3,1,2}(\zeta).$$

Степень поляризации и коэффициент корреляции 2-го порядка или фактора $g_{12}^{(2)}$ в модах равны:

$$PoD(\zeta) = \sqrt{\frac{\sum_i^3 \langle \hat{S}_i(\zeta) \rangle^2}{\sum_i^3 \langle \hat{S}_i^2(\zeta) \rangle}}, \quad (4)$$

$$g_{12}^{(2)}(\zeta) = \frac{\langle \hat{a}_1^+(\zeta)\hat{a}_1(\zeta)\hat{a}_2^+(\zeta)\hat{a}_2(\zeta) \rangle}{N_1(\zeta)N_2(\zeta)} = 1, \quad (5)$$

где $N_{1,2}(\zeta) = \langle \hat{a}_{1,2}^+(\zeta)\hat{a}_{1,2}(\zeta) \rangle$.

Расчеты проводились при $\gamma_1 = 0,7$, $\gamma_2 = 0,7$ (рис. 1) и $\gamma_1 = 0$, $\gamma_2 = 0$ (рис. 2). При этом на входе кристалла моды 1, 2 полагались в когерентном состоянии со средним числом фотонов $|\alpha_{1,2}|^2 = 100$ и фазой $\varphi_{1,2} = \pi/6$. На рис. 1 видно, что степень поляризации стремится к нулю по мере возрастания приведенной длины взаимодействия, то есть, когда одновременно задействованы оба эффекта (самовоздействия и кросс-взаимодействия). С другой стороны, согласно рис. 2, степень поляризации осциллирует в присутствие только эффекта кросс-взаимодействия. Аналогичное ведет себя степень поляризации в случае только эффекта самовоздействия.

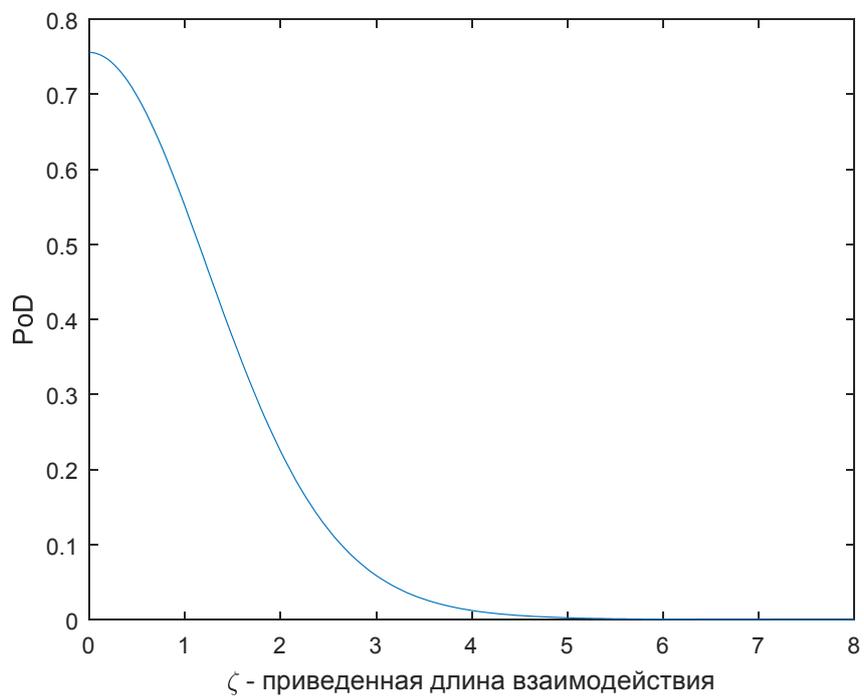


Рис. 1. Динамика степени поляризации при $\gamma_1 = 0,7$, $\gamma_2 = 0,7$.

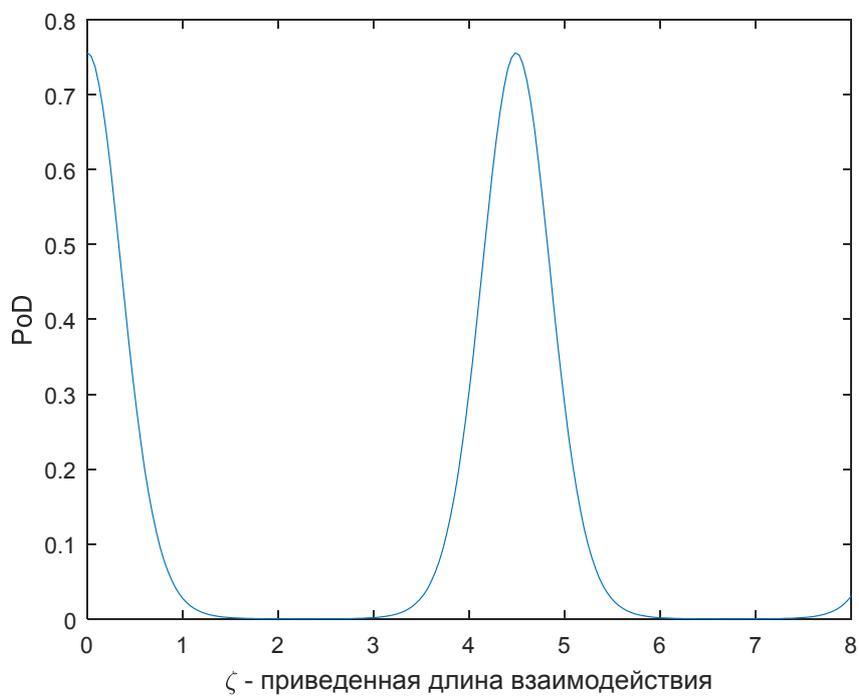


Рис. 2. Динамика степени поляризации при $\gamma_1 = 0$, $\gamma_2 = 0$.

Ухудшение степени поляризации между модами возникает за счёт неопределенности фаз между модами в процессе распространения внутри нелинейной среды. Сохранение степени поляризации дает возможность использовать ее для передачи квантовой информации. Поддержание поляризационных характеристик мод можно обеспечить с помощью отключения эффекта самовоздействия или кросс-взаимодействия в гамильтониане взаимодействия путем подбора соответствующих условий эксперимента. Можно также получить определенную степень поляризации мод с помощью дисбаланса интенсивностей мод: уменьшения среднего количества фотонов в одной и его увеличения в другой.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №18-01-00598А).

Литература

1. Белинский А.В. Квантовые измерения. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. 2015. 185 с.
2. Квантовое изображение. / Под ред. М.И. Колобова (ориг.), под ред. А.С. Чиркина (перевод). М.: Физматлит. 2009. 328 с.
3. Чиркин А. С., Орлов А. А., Паращук Д. Ю. Квантовая электроника, т. 20, № 10 1993, с. 999–1004.
4. Масалов А. В., Карасев В. П. Оптика и спектроскопия, т. 74, № 5, 1993, с. 928–936.
5. Чиркин А. С. Оптика и спектроскопия, т. 119, № 3, 2015, с. 397–402.
6. Luis A., “Polarization in Quantum Optics”, *Progress in Optics*, v. 61, ed. Visser T., Elsevier Science BV, 2016, p. 283–331.
7. Ищенко Е. Ф., Соколов А. Л. Поляризационная оптика. Изд. 3-е. Москва: Физматлит, 2019. 576 с.

Подсекция:
МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ

Сопредседатели:
профессор А. М. Салецкий, профессор Б. С. Ишханов,
доцент П. А. Форш

ЧТО ТАКОЕ ЖИДКОСТЬ?

Проф. Николаев П.Н.

Хотя жидкости существуют в относительно малой части огромной области температур и давлений, встречающихся во Вселенной, тем не менее они играют важную роль для физики и химии, для технологий и самой жизни [1-6].

Первые попытки качественного описания жидкости восходят к работам Ньютона, Эйлера, Д. Бернулли, Сен-Венана и др., в которых жидкость рассматривалась как сплошная среда. Лапласу удалось получить выражения для скрытой теплоты испарения и поверхностного натяжения в виде интегралов от функций молекулярного взаимодействия [7], то есть была найдена связь макроскопических и микроскопических характеристик жидкости.

Начало фундаментального исследования жидкого состояния связывают с работой Ван-дер-Ваальса [8]. Несмотря на то, что подход Ван-дер-Ваальса носил феноменологический характер, он имел большой успех.

Как известно, уравнение Ван-дер-Ваальса, записанное в современных обозначениях, содержит две поправки к уравнению состояния идеального газа, соответствующие учету собственного объема молекул и сил притяжения между ними. Эти две феноменологические постоянные a и b определяются из условия согласования уравнения состояния с экспериментальными данными.

Уравнение Ван-дер-Ваальса может быть получено из распределения Гиббса лишь при некоторых дополнительных предположениях [9]. Это уравнение фактически является интерполяционным, отражающим основные особенности поведения давления при больших и малых плотностях. При промежуточных же плотностях оно приводит к нефизической области, которая устраняется с помощью правила Максвелла.

С повышением температуры длина прямой, проведенной по правилу Максвелла, сокращается и при некоторой температуре становится равной нулю. В этом состоянии максимум и минимум волнообразной части изотермы сливаются в одну точку, что указывает на исчезновение различия между жидкостью и газом.

Таким образом, уравнение Ван-дер-Ваальса предсказывает существование критической точки. Координаты критической точки дают возможность записать уравнение Ван-дер-Ваальса в приведенной форме, что позволило в дальнейшем сформулировать закон соответственных состояний [10-12]. Развитие представлений об уравнениях

соответственных состояний привело к созданию теории термодинамического подобия, в рамках которой можно эффективно анализировать и обобщать экспериментальный материал, предсказывать свойства новых веществ.

После появления работы Ван-дер-Ваальса для описания жидкого состояния было предложено большое количество эмпирических уравнений, которые с той или иной степенью точности соответствовали экспериментальным данным [13]. В микроскопической же теории жидкого состояния до работ Кирквуда наибольший прогресс был достигнут в работах Я.И. Френкеля [14].

Френкелем был предложен механизм диффузии в жидкостях, рассмотрена статистическая термодинамика фазового перехода твердое тело - жидкость, исследована зависимость поверхностного натяжения жидкостей от температуры и рассмотрен целый ряд других вопросов. В его работах сформулированы основные представления о характере теплового движения.

Рассмотрение кинетической теории жидкостей Френкелем проводится на основе сближения их с твердыми телами, а не с газами, как это было принято в то время. Нельзя сказать, что такой точки зрения не было ранее. Уже у первых натурфилософов мы встречаем идеи о единстве и взаимном превращении газообразного, жидкого и твердого состояния [15]. Но выбор основной модели определялся в основном тем фактом, какое состояние вещества было лучше всего изучено.

Первой фазой, которая получила достаточно хорошее математическое описание, был газ. В начале двадцатого века твердая фаза усилиями целого ряда ученых также получает хорошее описание [16]. Это в свою очередь и позволило Френкелю реализовать новый подход к описанию жидкости.

По мнению Френкеля кинетическая теория жидкостей должна быть обобщением и развитием кинетической теории твердых тел. Он предлагает для твердого и жидкого состояния новое название - конденсированные тела. Для построения своей теории Френкель вводит такие изменения в теорию классических идеальных кристаллических решеток, которые позволили описывать не только твердое, но и жидкое состояния.

В результате возникает представление о характере теплового движения частиц в жидкостях как колебательно-диффузионное, при этом в отличие от твердого тела диффузионная компонента более резко выражена. Френкель пишет, что "эта концепция образует молекулярно-кинетическую основу для того феноменологического объединения твердого и жидкого состояния материальных тел с точки зрения их механических ("вязко-упругих") свойств, которое было предложено еще Максвеллом в отношении аморфных тел" [15].

В дальнейшем подход, предложенный Френкелем, получил развитие и успешно применялся. Вместе с тем открытым остался вопрос о границе той области, которая отделяет конденсированную фазу от однородной фазы газообразного типа [17]. Особенно остро он стоит для сверхкритической области [18].

Для решения последней проблемы в [19] предложено ввести "линию Френкеля" - "динамическая" линия, связанная с различием типов траекторий частиц и механизмов диффузии в жидкостях и плотных газах.

Радикальное решение проблемы определения области существования жидкости состоит в распространении подхода Френкеля на всю фазовую диаграмму вещества [20].

Литература

1. *Базаров И.П., Николаев П.Н.* Теория систем многих частиц. М.: издательство Моск. ун-та, 1984.
2. *Barker J.A., Henderson D.* // Rev. Mod. Phys. 1976. **48**. P. 587.
3. *Salzmann C.G.* // J. Chem. Phys. 2019. **150**. 060901.
4. *Cleeves L.I., Bergin E.A., Alexander C.M.O.D., Du F., Graninger D., Oberg K.I., Harries T.J.* // Science. 2014. **345**. P. 1590.
5. *Robinson J.F., Turci F., Roth R., Royall C.P.* // Phys. Rev. Lett. 2019. 068004.
6. *Fijan D., Wilson M.* // Phys. Rev. E 2019. **99**. 010103.
7. Физика простых жидкостей. Статистическая теория. Под ред. Г. Темперли и др. М.: Мир, 1976.
8. *Ван-дер-Ваальс, Констамм Ф.* Курс термостатики. Ч. 1-2. М., 1936.
9. *Браут Р.* Фазовые переходы. М.: Мир, 1967.
10. Уравнения состояния газов и жидкостей. М.: Наука, 1975.
11. *Вукалович М.П., Новиков И.И.* Термодинамика. М.: Машиностроение, 1972.
12. *Guggenheim E.A.* // J. Chem. Phys. 1945. **13**. N 7. P. 253.
13. *Nikolaev P.N.* // Moscow University Physics Bulletin. 2013. **68**. P. 196.
14. *Френкель Я.И.* Кинетическая теория жидкостей. М.: Наука, 1975.
15. *Аристотель.* Сочинения в четырех томах. Т. 2. М.: Мысль, 1978.
16. *Ashcroft N.W., Mermin N.D.* Solid state physics. New York, 1976.
17. *Croxtan C.A.* Liquid state physics - a statistical mechanical introduction. Cambridge, 1974.
18. *Nikolaev P.N.* // Moscow University Physics Bulletin. 2016. **71**. P. 75.
19. *Бражкин В.В., Ляпин А.Г., Рыжов В.Н., Траченко К., Фомин Ю.Д., Циок Ю.Н.* // Успехи физических наук. 2012. **182**. С. 1137.
20. *Мао Н.-К., Chen X.-J., Ding Y., Li B., Wang L.* // Rev. Mod. Phys. 2018. **90**. 015007.

О ВОЗМОЖНОСТИ ПОСТРОЕНИЯ ДИСТАНЦИОННОГО УЧЕБНОГО КУРСА ПО ФИЗИКЕ НА ОСНОВЕ ЛОКАЛИЗАЦИИ ЭЛЕМЕНТОВ ЗНАНИЙ И УМЕНИЙ

Доц. Якута А.А.

В последние десятилетия во всем мире все большее распространение получают различные технологии дистанционного обучения. Широкое внедрение таких технологий объясняется значительными преимуществами, которые они предоставляют как педагогу, так и обучающемуся. При дистанционной форме обучения появляется возможность одновременно учить большое число людей, сообщая им самую разнообразную информацию, относящуюся к различным отраслям знаний. Кроме того, значительно упрощается процедура проверки и оценки знаний обучающихся. Помимо этого, дистанционный способ обучения позволяет решать и проблему нехватки высококвалифицированных кадров – один педагог высшей квалификации может обучать несколько сотен человек.

Наиболее востребованной технологией, применяемой для дистанционного обучения, в настоящее время является использование возможностей глобальной сети Интернет. Современный уровень развития информационно-коммуникационных технологий позволяет создавать цифровые платформы для реализации дистанционного обучения, которые обеспечивают широчайший набор возможностей – как для преподавателей, так и для обучающихся. Учебные курсы, которые разрабатываются преподавателями, могут содержать текстовую и графическую информацию, заранее подготовленный аудио- и видеоконтент, классические задачи, тестовые задания с автоматической проверкой и т.п. Также между преподавателем и обучающимися возможно непосредственное взаимодействие. Оно может быть реализовано в режиме переписки по открытому каналу («форум») или по закрытому каналу (электронная почта), либо в режиме реального времени – путем обмена текстовыми сообщениями («чаты») или проведения видеоконференций («вебинаров»).

В нашей стране для организации систем дистанционного обучения наибольшее распространение получила система управления курсами «Moodle» [1] (Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment – модульная объектно-ориентированная динамическая обучающая среда). Ее широкое применение объясняется простотой, удобством использования и открытостью лицензии (свободно распространяемое веб-приложение). К основному недостатку Moodle можно отнести неустойчивость к относительно высоким нагрузкам при массовом использовании учебных курсов – если количество обучающихся превышает несколько тысяч, то

система начинает работать нестабильно. В США и в Европе всё больший авторитет приобретает система дистанционного образования Open EDX [2] – совместный проект MIT (Массачусетского технологического института), университета Гарварда и университета Беркли. Она также является свободно распространяемой и лишена упомянутого недостатка. В нашей стране рядом образовательных организаций ведется адаптация Open EDX для обеспечения разработки учебных модулей на русском языке (см., например, [3]).

Независимо от того, какая именно цифровая платформа используется для организации дистанционного обучения, ключевым вопросом при разработке учебных курсов является вопрос выбора методики представления учебных материалов. От решения этого вопроса зависит как структура курса, так и его организационная и техническая реализация. Наиболее распространенными способами представления информации, которые активно применяются при оформлении курсов дистанционного обучения (в частности, по физике), являются следующие: 1) предварительная подготовка текстовых материалов (методических разработок, пособий, лекций); 2) предварительная подготовка видеоматериалов (записей лекций или семинаров); 3) проведение занятий в режиме «он-лайн» (видеоконференции).

Все эти способы представления учебных материалов в большинстве реализуемых на практике дистанционных курсов имеют один и тот же недостаток. В качестве «кванта информации» при подготовке учебных материалов обычно выбирается раздел курса (например, «Механические колебания») или тема, относящаяся к какому-либо разделу (например, «Затухающие колебания»). Но освоение темы (или, тем более, целого раздела) подразумевает ознакомление с достаточно большим набором понятий, законов, определений, формул и т.п. Поэтому для получения необходимых знаний обучающемуся требуется одновременно ознакомиться со значительным объемом информации, затратив на это существенное время (разобраться в 10-15-ти страницах текста, прослушать видеолекцию). При этом, как известно, у различных людей время, в течение которого возможно достижение концентрации внимания, не превышает 10-20 минут. При очном обучении эта проблема решается педагогом путем чередования различных видов учебной деятельности обучающихся в ходе проведения учебного занятия. При дистанционной форме подготовки возможность такого чередования либо сильно ограничена, либо вовсе невозможна ввиду удаленности преподавателя от обучающихся.

Данная проблема может быть решена путем разделения учебного материала на минимально возможные логически обособленные порции. В этом случае «квантами» учебного материала будут служить

локализованные автором учебного курса элементы знаний и умений – физический закон, удобная для решения задач формула, теорема, метод решения задач определенного типа и т.п. При таком подходе дистанционный учебный курс может иметь следующую структуру.

Основой курса являются короткие учебные видеоролики (продолжительностью 4-5 минут), каждый из которых посвящен какому-либо одному элементу знаний или умений. Ролик снабжен кратким «конспектом» – текстом объемом не более 0,5 страницы, предварительно ознакомившись с которым можно понять, о чем идет речь в видеоролике (какие обсуждаются законы, теоремы, формулы, методы решения и т.п.). После просмотра каждого ролика обучающийся может ознакомиться с несколькими короткими видеофрагментами, каждый из которых содержит решение задачи по изучаемому вопросу. Затем обучающемуся предлагается пройти короткий тест (4-6 заданий с выбором ответа), предназначенный для диагностики усвоения материала только лишь данного учебного видеоролика. Задания этого теста не трудные, они позволяют провести диагностику на уровне «понял – не понял», «знаю – не знаю», «умею – не умею». В случае если тест пройден успешно, обучающемуся открывается доступ к следующему учебному видеоролику, и одновременно предлагаются закрепляющие задачи по только что изученному материалу. Эти задачи более трудные и предназначены для самостоятельного решения. Для решения закрепляющих задач могут быть необходимы элементы знаний и умений, полученные при изучении предыдущего учебного материала. Ответом к этим задачам служит число, а правильность ответа проверяется автоматически. Через некоторое время обучающийся может запросить подсказки к тем задачам, которые он не смог решить. Подсказки даются в виде коротких указаний, которые должны навести обучающегося на правильный путь решения задачи. После того, как значительная часть закрепляющих задач решена правильно, обучающийся получает возможность ознакомиться с решениями всех задач. В ходе освоения учебного курса обучающийся имеет возможность получения кратких консультаций преподавателя по закрытому каналу. Таким образом, изучение какой-либо темы представляет собой ознакомление с набором коротких видеороликов и кратких конспектов к ним, выполнение серии тестовых заданий и решение набора закрепляющих задач. После того, как обучающийся изучит тему целиком, ему предлагается итоговое проверочное задание, в которое входят как тестовые задания, так и задания с открытым ответом.

Описанный подход к построению дистанционного обучающего курса обладает целым рядом достоинств. Во-первых, снимается проблема необходимости длительной концентрации внимания при освоении учебного материала, что является актуальным при обучении школьников, в

особенности средней возрастной группы. Во-вторых, появляется возможность вариативности изучения материала – преподаватель может строить курс, комбинируя нужные блоки (короткий видеоролик, тест, закрепляющие задачи) в необходимой последовательности, которая может быть разной для разных групп обучающихся, и даже для одного конкретного обучающегося (возможность построения индивидуальной образовательной траектории). В третьих, обучение, несмотря на его «массовость», носит в большой степени индивидуальный характер – каждый обучающийся может изучать курс в своем темпе, а его персональные учебные достижения фиксируются обучающей системой. В-четвертых, построенная таким образом обучающая система может функционировать почти полностью автоматически, что дает возможность одновременно обучать тысячи человек.

В настоящее время автором доклада в сотрудничестве с ГАОУ ДПО г. Москвы «Центр педагогического мастерства» ведутся работы по созданию пробного дистанционного курса по физике для обучающихся 7-8 классов, построенного на основе выделения элементов знаний и умений из учебного материала первых двух лет изучения физики в школе. Разрабатываемые учебные модули ориентированы на подготовку обучающихся к участию в олимпиадах школьников по физике.

Литература

1. <https://moodle.com/about> (дата обращения 25.02.2019 г.).
2. <https://open.edx.org> (дата обращения 25.02.2019 г.).
3. <https://edu.olimpiada.ru> (дата обращения 25.02.2019 г.).

МАЯТНИК КАПИЦЫ: ШВЕЙНАЯ МАШИНКА, ЭЛЕКТРОЛОБЗИК ИЛИ КОНСТРУКТОР LEGO?

Проф. Кротов С.С., доц. Шнайдитейн И.В., с.н.с. Шутеев С.А.

В формировании и развитии физической интуиции студентов в процессе преподавания актуальных разделов современной физики большое значение имеет использование как аналогов реальных процессов, так и различных средств визуализации. При чтении спецкурсов по дисциплинам нелинейной физики представляется перспективным использование натуральных моделей физических процессов. Обращение к физическому подобию в протекании реальных и демонстрируемых модельными системами процессов (описываемых одними и теми же

дифференциальными уравнениями) представляет собой, как известно, эффективный познавательный принцип.

Жесткий маятник, подвес которого совершает принудительные колебания в вертикальном направлении, в зависимости от частоты и амплитуды этих колебаний может совершать несколько разнообразных видов движения. Некоторые из этих движения такой простой механической системы оказываются неожиданно сложными и зачастую противоречат нашей интуиции. В последнее время эта система активно привлекается при интерпретации поведения иных систем в таких областях, как физика гранулированных сред, физика конденсированного состояния, робототехника, физика ускорителей, астрофизика, конструирование электромагнитных ловушек и устройств для стабилизации горячей плазмы и даже биофизика. Поэтому представляется актуальным и уместным использование этой системы в учебном процессе не только в качестве удивительной демонстрации, но и как важной составляющей физического практикума студентов.

Поведение такого маятника интенсивно изучается вот уже более столетия. Он вызывает неослабевающий интерес не только как пробный камень новых методов исследования нелинейных систем, но и потому, что дифференциальное уравнение, описывающее его движение, нередко встречается при исследовании самых разных проблем современной физики. Интересная черта в поведении жесткого маятника с осциллирующей точкой подвеса заключается в возможности *динамической стабилизации*, в частности, перевернутого положения равновесия. Речь идет о том, что при достаточно больших значениях частоты и определенных значениях амплитуды осцилляций точки подвеса приведенный в перевернутое положение маятник не опрокидывается. Отклоненный от вертикали, он может совершать сравнительно медленные колебания около перевернутого положения на фоне быстрых осцилляций подвеса. Впервые на это предсказание классической механики обратил внимание А. Стефенсон [1–3], а позже Е. Lowenstern продолжил изучение этого явления [4]. Физическую же интерпретацию динамической стабилизации перевернутого маятника было дано академиком П.Л. Капицей [5], выполнившим также и детальное экспериментальное исследование необычного поведения маятника, используя для этого самую обычную швейную машинку. С тех пор этот вариант установленного движения указанной принципиально нелинейной системы зачастую называют «маятником Капицы».

Настоящая работа посвящена созданию оригинальной и простой в изготовлении установки и ее использованию при демонстрации неожиданных режимов поведения маятника, предсказываемых теорией. Разработка демонстрационной модели была проведена на основе LEGO-

конструктора (рис. 1). В комплект конструктора, помимо механических деталей, входили электромотор, блок питания и программируемый контроллер, что оказалось достаточным, чтобы реализовать исследовательскую установку, в которой довольно просто можно задавать различные режимы движения точки опоры маятника.

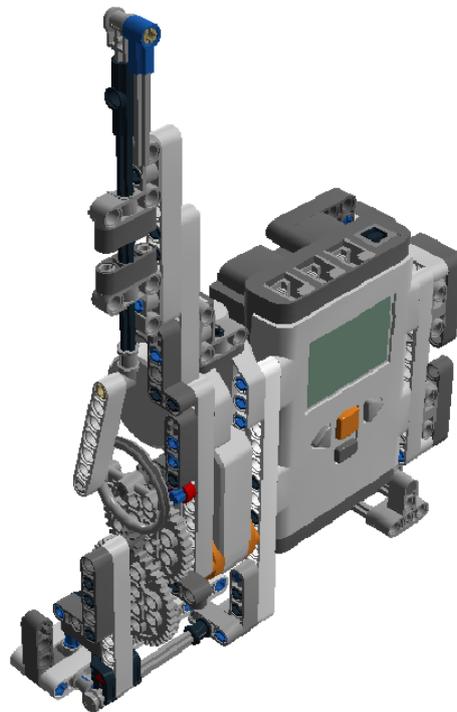


Рис. 1. Маятник Капицы на основе LEGO-конструктора.

В частности, можно реализовать вариант маятника, у которого траектория точки подвеса представляет собой вертикально ориентированный эллипс [6] с произвольными геометрическими параметрами. Очевидно, что приведенные ранее в литературе различные варианты прямолинейного движения точки подвеса маятника будут лишь частными случаями нашего рассмотрения.

Такая нелинейная механическая система заслуживает привлечения внимания студентов, и ее подробное рассмотрение вполне может явиться разумным дополнением к учебному процессу как для теоретического, так и экспериментального изучения в качестве наглядного примера нетривиальной динамической системы.

Литература

1. Stephenson A. On a new type of dynamical stability. *Memoirs and Proceedings of the Manchester Literary and Philosophical Society* 52(8), 1(1908).
2. Stephenson A. On induced stability. *Philosophical Magazine and Journal of Sciences* 15(6), 233(1908).

3. Stephenson A. On induced stability. *Philosophical Magazine and Journal of Sciences* 17, 765(1909).
4. Lowenstern E. The stabilizing effect of imposed oscillations of high frequency on a dynamical system. *London, Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Sciences* 13, 458(1932).
5. Капица П.Л. Маятник с осциллирующей точкой подвеса. *УФН* 44(1), 7(1951).
6. Блехман И.И. *Вибрационная механика* – М.: Физматлит. 1994.

КОМПЬЮТЕРНОЕ ОБУЧЕНИЕ ФИЗИКЕ: ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Доц. В.Ю.Иванов, ст. препод. И.Б.Иванова, с.н.с. М.А.Терентьев

Настоящий доклад посвящён дальнейшему развитию программы дистанционного обучения физике на примере классических задач механики [1]. Дистанционное обучение в последнее время приобретает всё более широкое распространение. Появляются всё новые дистанционные курсы обучения различным дисциплинам, в том числе и классической физике. Изучение общей физики традиционно начинается с механики. На кафедре общей физики физического факультета МГУ уже много лет функционирует система компьютерного тестирования по физике для студентов младших курсов. Эти тесты хорошо зарекомендовали себя в качестве инструмента, позволяющего преподавателю быстро и довольно объективно проверить текущие знания студентов, а студентам – оценить степень своей подготовки по изучаемому предмету. В настоящее время компьютерный тест по механике состоит из трех частей. Это вступительное тестирование, которое студенты проходят в начале первого семестра обучения на физическом факультете; промежуточное тестирование, которое проходит в середине семестра; и, наконец, итоговое тестирование, проводимое в конце семестра накануне сессии. Очевидно, что тест – это способ контроля знаний и умений, но не способ обучения.

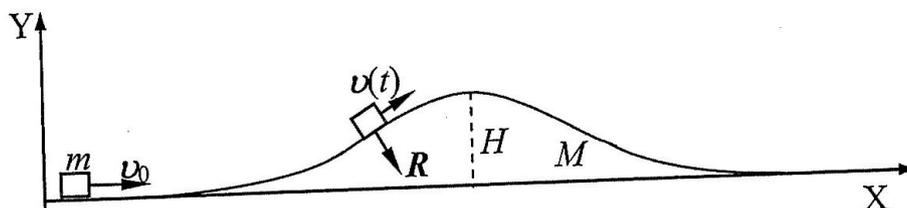
На конференциях «Ломоносовские чтения» 2016 и 2018 мы представили разработку обучающей программы по физике на примере решения классических задач механики, а также первые два раздела программы: кинематику и динамику материальной точки. В настоящем докладе речь идёт о третьей части программы, посвящённой изучению законов сохранения импульса и механической энергии. Напомним те принципы, которые положены в основу обучающей программы. Во-первых, хорошо, если обучающая программа имеет теоретическое

введение, прочитав которое студент сможет составить представление о поставленной проблеме и получить основные сведения о способах ее решения. Далее должна идти основная часть программы, в которой формулируется постановка задачи и вопросы, требующие решения. Мы выбрали классические задачи механики: раздел 1 Кинематика материальной точки (задача о движении тела, брошенного под углом к горизонту); раздел 2 Динамика материальной точки (задача о движении двух тел, связанных невесомой и нерастяжимой нитью, переброшенной через невесомый блок: машина Атвуда); раздел 3 Законы сохранения импульса и механической энергии (задача о взаимодействии тела и незакрепленной горки). Студент решает поставленную задачу и вводит полученный им ответ в программу. Все ответы вводятся в численном виде. Для этого в итоговую формулу подставляются числовые значения, заданные в условии задачи. Эти значения будут разными при каждом обращении к задаче. Если ответ верный, то можно переходить к следующему вопросу или более сложной задаче. Если ответ неверный, то студенту следует найти ошибку, чтобы понять, что он сделал неправильно. Для этого компьютер должен задать наводящие вопросы или дать определённые подсказки. Мы предусмотрели два вида подсказок: совет и прямое указание. Сначала компьютер советует обратить внимание на определённые факты, которые надо иметь в виду при решении задачи. Например, ещё раз прочитать теорию и обратить внимание на физические законы, лежащие в основе решения задачи, или вспомнить определение той физической величины, которую требуется вычислить в задаче. После этого предпринимается новая попытка решить поставленную задачу. Если ответ снова неверный, то программа даёт прямое указание о том, что следует сделать и приводит соответствующие формулы. В зависимости от поставленной задачи подсказок может быть несколько (от 1 до 5). Для лучшего усвоения материала в каждом разделе программы предлагается несколько однотипных задач. Если в результате проведённой работы студент сможет получить правильный ответ без подсказок, то мы считаем, что он усвоил изучаемую тему. Заметим, что отсутствие выбора ответа из предложенных вариантов позволяет исключить случайность выбора правильного ответа, а также усложняет его нахождение, что заставляет человека думать и лучше усваивать изучаемый материал. Демонстрационный вариант описываемой обучающей программы находится на сайте дистанционного образования МГУ.

Исследуемой задачей в разделе законы сохранения импульса и механической энергии является классическая задача о взаимодействии тела и незакрепленной горки. Задача формулируется так:

Тело скользит по гладкой горизонтальной плоскости и въезжает на гладкую подвижную покоящуюся горку. Определить конечные скорости

тела и горки после окончания их взаимодействия. Масса тела m , масса горки M , начальная скорость тела V_0 , высота горки H .



Дополнительными задачами служат следующие:

1. Какую максимальную высоту должна иметь горка массой M , чтобы тело массой m , начиная двигаться со скоростью V_0 , смогло её преодолеть?

2. Какую минимальную скорость должно иметь тело массой m , чтобы, начиная двигаться с этой скоростью, оно смогло преодолеть горку высотой H и массой M ?

3. Какую минимальную массу должна иметь горка высотой H , чтобы тело массой m , начиная двигаться со скоростью V_0 , смогло её преодолеть?

4. Какую максимальную массу должно иметь тело, чтобы начиная двигаться со скоростью V_0 , оно смогло преодолеть горку высотой H и массой M ?

При неверном решении выдаются подсказки. Ниже приведены примеры подсказок при решении основной задачи о взаимодействии тела и горки.

Подсказка 1. Решите одну из задач 1, 2, 3 или 4, чтобы выяснить, сможет ли тело преодолеть горку.

Подсказка 2. Если тело преодолевает горку, то его скорость после взаимодействия будет $V_1 = V_0$, а скорость горки $V_2 = 0$

Подсказка 3. Если тело не преодолевает горку, то запишите закон сохранения импульса в проекции на ось X для системы «тело + горка» для двух моментов времени: до взаимодействия и после взаимодействия:

$$mV_0 = mV_1 + MV_2.$$

Подсказка 4. Запишите закон сохранения механической энергии для системы «тело + горка» для двух моментов времени: до взаимодействия и после взаимодействия:

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} + \frac{MV_2^2}{2}$$

Подсказка 5. Решите полученную систему относительно скоростей тел V_1 и V_2 и получите правильный ответ: $V_1 = \frac{m-M}{m+M}V_0$, $V_2 = \frac{2m}{m+M}V_0$

В заключение отметим, что решение физических задач – это творческий процесс, и знания готовых алгоритмов иногда недостаточно,

чтобы получить ответ. Тем не менее без знания алгоритмов и формул решить физическую задачу невозможно. Умение решать задачи приходит с практикой. Создаваемая авторами программа дистанционного обучения физике поможет студентам и всем желающим в практическом освоении алгоритмов решения классических задач общей физики.

Литература

1. Иванов В.Ю., Иванова И.Б. Компьютерное обучение физике: кинематика и динамика материальной точки. Сборник тезисов докладов научной конференции «Ломоносовские чтения», Москва, 16 - 25 апреля 2018 года, секция физики, с. 199-202.

НОВЫЕ ПОДХОДЫ К ПРЕПОДАВАНИЮ ТЕМЫ «ОПТИЧЕСКИЕ ИЛЛЮЗИИ»

Доц. Рыжиков С.Б., в.н.с. Рыжикова Ю. В.

Оптические иллюзии относятся к явлениям, которые должны изучать специалисты разных направлений: математики, оптики, физиологи, психологи. Однако традиционно оптическим иллюзиям посвящены именно научно-популярные книги по физике [1-4], начиная с хорошо известной «Занимательной физики» Я.И. Перельмана [1], первое издание которой вышло в 1913 году.

К сожалению, в этих и других подобных книгах многочисленные иллюзии только описываются, в лучшем случае классифицируются, но причины возникновения иллюзий в них не обсуждаются.

Чтобы восполнить этот пробел, авторы написали для школьников, студентов и учителей книгу [5], которая доступна для бесплатного скачивания на сайте общества им. А.Г. Столетова *stoletov.org* (вкладка «библиотека»). Авторы не стремились привести как можно больше иллюзий, основное внимание уделено причинам их возникновения.

Авторы обосновывают тезис, что зрение человека обладает удивительными способностями, которые помогали ему выжить в прошлом, и полезны в настоящем, а зрительные иллюзии являются не недостатком зрения, а побочным результатом этих способностей.

Книга [5] рассчитана на учеников среднего и старшего школьного возраста. Все необходимые знания можно объяснить «на пальцах» на уроке. В книге даны основы строения глаза. Даже не зная оптики, можно сообразить, что изображение на сетчатке глаза двумерное. Объемное видение мира – удивительная способность зрения человека (и животных),

без которой получаемая зрительная информация была бы бесполезной. Чтобы увидеть мир объемным, нашему мозгу приходится выполнять огромную работу. Эта работа происходит на подсознательном уровне и потому обычно не осознается нами, а зрительные иллюзии являются побочным следствием непрерывного стремления нашего мозга видеть мир трехмерным [5]. При этом «обмануть» мозг удастся лишь, поставив его в ситуации, далекие от тех, с которыми ему приходится сталкиваться в повседневной жизни.

Еще одна удивительная способность нашего зрения – это превращение набора изображений в непрерывное движение. Без этой способности нашего зрения были бы невозможны мультипликация, кино, компьютерные видеоролики. В книге [5] приведены как хорошо известные данные о бинокулярном зрении, распознавании цветов, так и малоизвестные сведения о движении глаз, фиксации взгляда, особенностях распознавания объектов, особенно, человеческих лиц.

Кроме того, приведены данные о том, что наше зрение корректирует положение предметов, и мы видим быстро движущийся предмет не там, где он попал в поле зрения глаза, а там, где он будет примерно через десятую долю секунды, т.е. когда мозг завершит распознавание образа, и мы будем уже сознательно реагировать на событие [6].

Таким образом, рассматривая зрение человека с позиций геометрии, оптики, физиологии, психологии, читатели узнают об удивительных возможностях нашей зрительной системы, которая каждую секунду (на самом деле много раз в секунду) собирает информацию об окружающем мире, распознаёт знакомые образы, представляет их в цвете и объёме, соединяет изображения, получаемые правым и левым глазами, улавливает движение предметов и даже успевает рассчитать их движение на десятую долю секунды. Важно подчеркнуть, что всё это происходит на подсознательном уровне.

При выполнении данной работы часть вопросов, относящихся к математическому моделированию изучаемых процессов и объектов, решалась при поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-01-00723а.

Литература

1. Перельман Я.И. Занимательная физика. Книга 2. М.: АСТ, 2002. 310 с.
2. Демидов В.Е. Как мы видим то, что видим. М.: Знание, 1979. 208 с.
3. Грегори Р. Разумный глаз. М.: УРСС, 2003. 240 с.
4. Раков Д.Л., Печейкина Ю.А. Парадоксальный мир невозможных фигур и оптических иллюзий. М.: ЛЕНАНД, 2017. 200 с.
5. Рыжиков С.Б., Рыжикова Ю.В. Загадочные и удивительные способности зрения: учебное пособие. М.: Делу время, 2018. 174 с.
6. Чангизи М. Революция в зрении. М.: АСТ, 2014. 304 с.

О ДИНАМИКЕ УСПЕВАЕМОСТИ СТУДЕНТОВ
ФИЗИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА МГУ В ВЕСЕННЕМ СЕМЕСТРЕ
2017/2018 Г. С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ТЕСТИРОВАНИЙ

с.н.с. *Терентьев М.А.*

На физическом факультете МГУ на протяжении ряда лет проводятся поточные компьютерные тестирования знаний студентов. Результаты тестирований используются для оперативной оценки успеваемости и качества преподавания. Организацией тестирований занимается Центр контроля качества образования (<http://ckko.phys.msu.ru/>).

Результаты тестирований позволяют оценить качество учебного процесса – опыт такого анализа представлен в [1-4]. Настоящее исследование продолжает начатый в [4] анализ рейтингов учебных групп 1 и 2 курсов (соответственно, 2017 и 2016 годов поступления), полученных по данным отдельных тестирований. Для анализа взяты средние баллы учебных групп, сформированные по итогам тестирований, проведённых ЦККО в весеннем семестре 2017/2018 учебного года. Для сравнения взяты также средние баллы групп по итогам заключительных тестирований в предыдущем, осеннем, семестре того же учебного года и было учтено, что в весеннем семестре состав групп изменился вследствие отчислений неуспевающих студентов по завершении сессии (это повысило успеваемость групп), а в некоторых группах изменились и преподаватели соответствующих дисциплин.

Средние баллы групп позволяют анализировать динамику успеваемости учебных групп по выбранным дисциплинам в течение семестра. Ниже основное внимание уделено качеству работы преподавателей в группах, ввиду чего средние баллы вычислены по фактической явке на тестирования с целью отсеять влияние неактивных студентов (неявка составила менее 10%).

Аналогично принятому в [4] подходу, в данном исследовании сравнивались отклонения средних баллов учебных групп от среднего по курсу с нормировкой на среднее по курсу (при этом отклонение среднего балла группы от среднего по курсу тем значительнее, чем сложнее тест – тем самым для более сложного теста разброс средних баллов групп получится больше). Критерием корреляции отклонений от среднего выбранной группы в различных тестах является одинаковый знак отклонений и небольшая разница между отклонениями, в противном случае следует говорить об антикорреляции (что указывает на недостаточную эффективность освоения той или иной дисциплины в этой группе).

На Рис. 1 – Рис. 4 представлены данные для сравнения по отдельно взятым дисциплинам на 1 и 2 курсах. В целом можно отметить хорошую

корреляцию отклонений средних баллов в значительной части групп (с поправкой на случайные колебания). Но, например, Рис. 1 показывает выраженное падение успеваемости 103, 105, 111 и 112 групп, а также заметный рост успеваемости в 116 группе, что говорит, соответственно, о недостаточной или вполне эффективной работе преподавателей в указанных группах. Этот вывод подтверждает Рис. 2, где наблюдается рост успеваемости групп 105, 111 и 112 по математическим дисциплинам, отражающий эффективную работу преподавателей в них и способность групп осваивать материал. Аналогичные выводы о динамике успеваемости можно сделать и в отношении групп 2 курса.

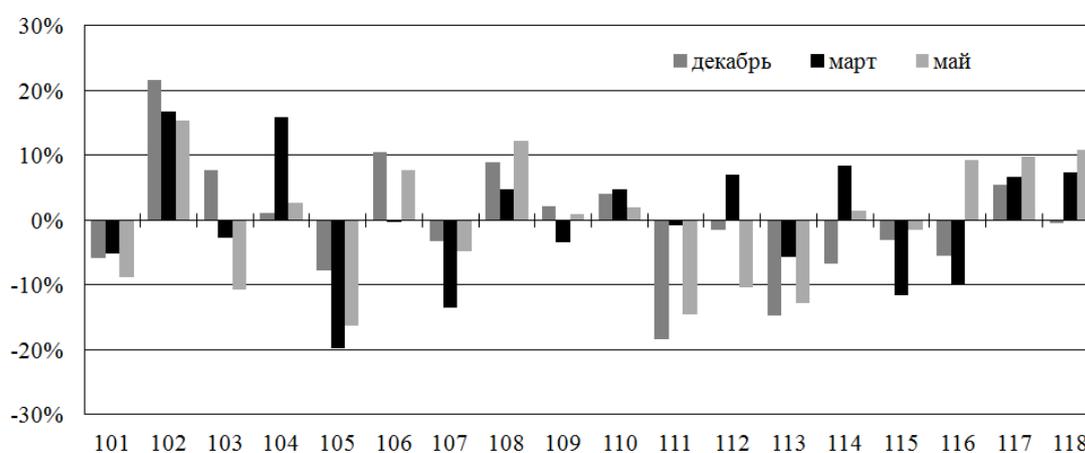


Рис. 1. Отклонения средних баллов групп от среднего по курсу в двух тестах по молекулярной физике (март, май) в сравнении с тестом по механике (декабрь) в 2017/2018 учебном году на 1 курсе.

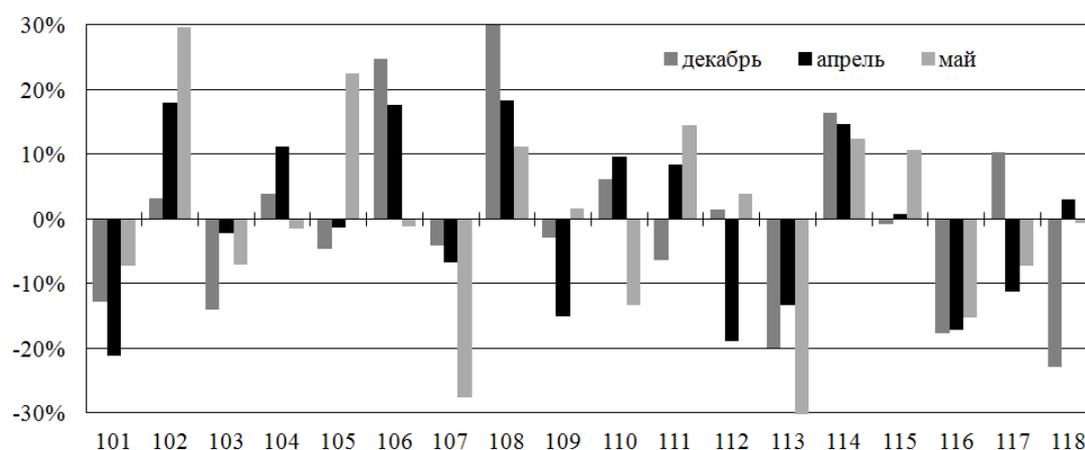


Рис. 2. Отклонения средних баллов групп от среднего по курсу в двух тестах по математическому анализу (апрель, май) в сравнении с тестом по математическому анализу (декабрь) в 2017/2018 учебном году на 1 курсе.

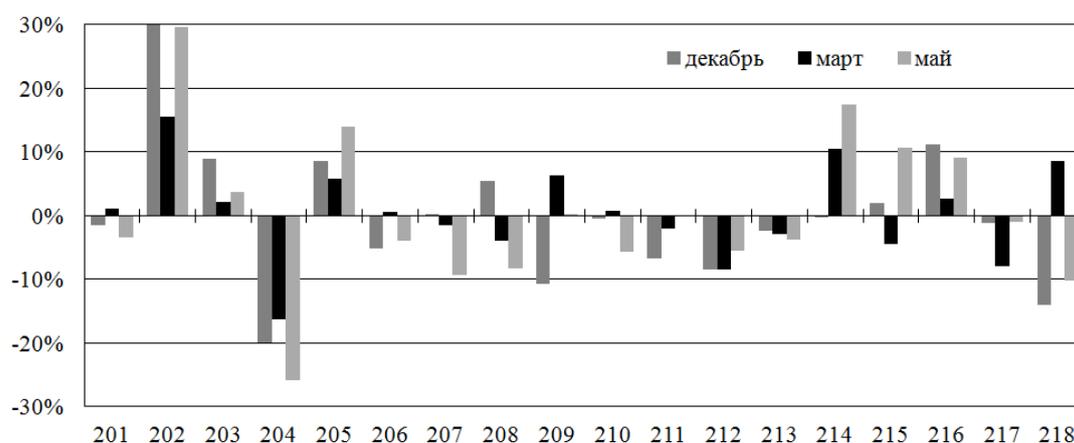


Рис. 3. Отклонения средних баллов групп от среднего по курсу в двух тестах по оптике (март, май) в сравнении с тестом по электромагнетизму (декабрь) в 2017/2018 учебном году на 2 курсе.

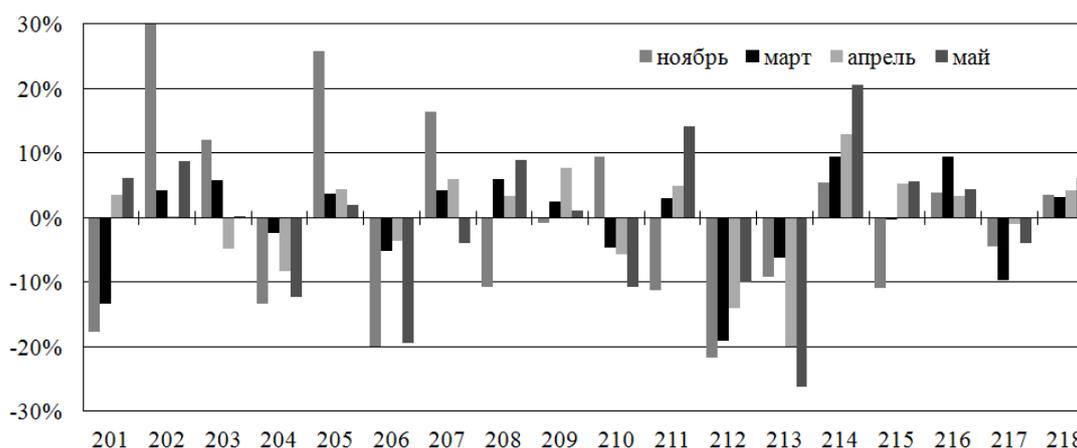


Рис. 4. Отклонения средних баллов групп от среднего по курсу в трёх тестах по дифференциальным уравнениям (март, апрель, май) в сравнении с тестом по математическому анализу (ноябрь) в 2017/2018 учебном году на 2 курсе.

Таким образом, представляет интерес сравнение успеваемости групп по различным дисциплинам. Корреляция отклонений средних баллов той или иной группы в тестах по физике и математике отражает успеваемость группы в целом. Антикорреляция сигнализирует о возможном неблагополучии в преподавании одной из дисциплин.

По итогам всех тестирований в весеннем семестре построены суммарные рейтинги успеваемости студентов. Такие рейтинги позволяют, например, оценить пропорции хорошо успевающих и неуспевающих студентов в каждой группе. Сравнение рейтингов различных семестров позволяет выяснить, как эти пропорции меняются от семестра к семестру.

В отношении конкретных студентов суммарные рейтинги наглядно показывают, кто из них является стабильно хорошо успевающим или

неуспевающим, кто потерял мотивацию к обучению, а кто, наоборот, стал учиться лучше. Эта информация ценна для будущих научных руководителей студентов, особенно в период распределения студентов по соответствующим кафедрам.

Литература

1. Терентьев М.А. Рейтинг учебных достижений студентов по результатам тестирований // Научная конференция «Ломоносовские чтения». Секция физики. Сб. тезисов докладов. М: Физический факультет МГУ, 2015. Стр. 126-128.
2. Терентьев М.А. Рейтинг учебных групп физического факультета по данным тестирований // Учен. зап. физ. фак-та Моск. ун-та. 2016. № 3. 163005
3. Терентьев М.А. Динамика успеваемости учебных групп на 1 и 2 курсах физического факультета по результатам компьютерного тестирования и экзаменов // Учен. зап. физ. фак-та Моск. ун-та. 2017. № 4. 1740402
4. Терентьев М.А. О динамике успеваемости студентов физического факультета МГУ в осеннем семестре 2017/2018 г. с точки зрения тестирований // Учен. зап. физ. фак-та Моск. ун-та. 2018. № 5. 1851002

ТЕСТИРОВАНИЕ ПО ОБЩЕЙ ФИЗИКЕ В БАКИНСКОМ ФИЛИАЛЕ МГУ: ЦЕЛИ, ФОРМЫ, СОДЕРЖАНИЕ

Ст.преп. *Бушина Т.А.*, проф. *Слепков А.И.*, ст. преп. *Селиверстов А.В.*

Филиал Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова в городе Баку был создан постановлением Президента Азербайджанской Республики от 15 января 2008 года. Физический факультет в филиале — самый молодой: он начал работать в 2016/2017 учебном году. Обучение на факультете осуществляется по учебным планам направления «Бакалавр физики». Там работают около 40 сотрудников физического факультета МГУ. Срок освоения программы бакалавра физики — четыре года. Структура учебного плана бакалавриата физического факультета состоит из нескольких модулей:

- Общая физика
- Теоретическая физика
- Математика
- Информатика и информационные технологии
- Гуманитарные дисциплины.
- Профессиональные дисциплины.
- Как быстро показала практика преподавания общих курсов, уровень школьной подготовки студентов филиала уступает уровню

московских студентов. В то же время программа бакалавриата практически соответствует по сложности уровню физического факультета МГУ в Москве. Поэтому для её эффективного освоения необходимо использовать дополнительные средства и методы.

Мы обратили своё внимание на тестирование, которое традиционно используется лишь в качестве одной из форм промежуточного контроля. Само по себе оно имеет сильный мотивационный эффект: студенты активизируют самостоятельную работу, в результате чего существенно повышается уровень владения материалом. В частности, на физическом факультете МГУ по ряду курсов оно уже долгое время регулярно проводится в компьютерной форме. Это позволяет осуществлять текущий контроль успеваемости студентов наряду с такими формами, как, например, выполнение контрольных работ. В 2017-2018 учебных годах было принято решение внедрить в практику преподавания курса общей физики в Бакинском филиале проведение тестирований в конце изучения каждого из разделов. Однако анализ ситуации показал, что традиционное компьютерное тестирование, принятое на физическом факультете, не принесет должных результатов: скорее всего студенты получат низкие результаты, что может снизить их мотивацию к изучению предмета и еще больше подорвать уверенность в собственных силах.

Для улучшения результатов было решено проводить сначала тренировочное тестирование. Тренировочный вариант содержал набор из 7 задач, часть из которых требовали выбора ответа из нескольких предложенных, часть — выполнения расчетов и выдачи ответа в виде числа. При первой попытке решения задачи студент, в случае получения неверного ответа, получал одну или две подсказки, после чего мог повторить решение задачи без потери баллов. Если и вторая попытка оказывалась неверной, студенту предлагался подробный разбор данной задачи.

Преимущество такого подхода заключается, на наш взгляд, в следующем.

Во-первых, на тренировочном этапе студент получает информацию о правильности ответа непосредственно после ответа на вопрос; при неправильном ответе выдается подсказка, и ему сразу же предлагается вторая попытка. Даже при повторной неудаче студент может сразу же, не забыв ни условия задачи, ни своего решения, ни полученных подсказок, ознакомиться с подробным решением задачи, понять свою ошибку и продолжить тестирование. В результате эта форма тестирования выполняет не столько контролирующую, сколько обучающую функцию.

Во-вторых, студент имеет возможность увидеть, какую оценку он получил бы, если бы тестирование было не тренировочным, а зачетным,

оценить свои результаты и в оставшееся до зачетного этапа время потратить на работу над ошибками.

В-третьих, предлагаемые студентам подсказки и разбор задач, ввиду своей тщательной продуманности, призваны помочь студентам не только увидеть решение задачи, как если бы это был «ответ» в задачнике, но освоить правильные подходы к решению задачи, выявить и проанализировать характерные ошибки и заблуждения, показать различные способы решения задачи. Это играет большую методическую роль в условиях дефицита времени на семинарских и лекционных занятиях, а также, как уже отмечалось, недостаточной базовой подготовки студентов по физике.

В-четвертых, и это представляется очень важным, студент, даже в случае своей полной неудачи, не получал плохой оценки, а имел возможность исправить ситуацию, причем исправить, не будучи брошенным на произвол судьбы, а имея тщательно проработанный вспомогательный материал. Это способствует повышению мотивации студента, его самооценки, уверенности в собственных силах, и, как результат, общего уровня владения предметом.

Зачётный этап отличается тем, что для ответа на каждый вопрос предоставляется одна попытка, и информация о правильности ответов дается только после завершения всего тестирования (так же, как и в случае традиционного тестирования на физическом факультете).

Анализ результатов тренировочного и зачетного тестирования показал, что результаты зачетного тестирования были существенно лучше, чем тренировочного. Кроме того, такая форма организации занятий нашла живой отклик у студентов, вызвала у них интерес и в целом показала свою эффективность. С этого учебного года тестирование решено проводить в конце изучения каждой темы.

Это потребовало создания банка задач. В этом банке должны содержаться задачи разных видов и уровней сложности. Среди них имеются как качественные задачи, на которые необходимо дать ответ в виде выбора ответа и утверждения из предложенного списка, расчетные задачи, задачи на анализ графиков и т. п. Сейчас создан банк задач примерно по половине тем учебного курса и продолжается его разработка.

Опыт использования такой формы обучения и контроля показал, что она в целом оправдала ожидания и может быть использована не только в Бакинском филиале физического факультета МГУ, но, вероятно, и в других филиалах, и, возможно, и на самом физическом факультете, с определенными дополнениями и изменениями.

РАЗВИТИЕ И СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДИК ОБУЧЕНИЯ В ФИЗИЧЕСКИХ ЛАБОРАТОРНЫХ ПРАКТИКУМАХ ОТ ВТОРОЙ ПОЛОВИНЫ XIX ВЕКА ДО НАСТОЯЩЕГО ВРЕМЕНИ

Асс. Кузнецова И. В., СУНЦ МГУ, проф. Прохоров М. Е.

В настоящее время университеты и институты естественного и технического профиля в арсенале средств обучения студентов используют лабораторные работы физических практикумов. Их основная задача – сформировать у будущих инженеров, ученых, технологов навыков исследовательской работы, обучить их основам эксперимента, обращению с приборами, получению и критическому осмыслению результатов. Несмотря на то, что польза лабораторных практических работ очевидна, и они повсеместно используются в вузах и школах, по свидетельству многих преподавателей, студенты плохо посещают занятия физических практикумов, демонстрируют отсутствие интереса к традиционным формам работы, проявляют пассивность, относятся к занятиям безынициативно, а к сдачам работ несерьезно.

По-видимому, это обусловлено целым рядом причин, одной из которых является моральное и физическое устаревание оборудования и ряда экспериментальных работ. Преодоление этих недостатков сводится к модернизации оборудования, описаний и самих работ, проводимых во многих вузах. Еще одной значимой причиной, на наш взгляд, является отсутствие, как правило, в описаниях работ информации исторического характера, которая без сомнения могла бы стимулировать творческий потенциал учащихся. Каждая экспериментальная методика, применяемая в работах, опирается на конкретные имена ученых. Приведение фактических сведений из истории физики в описаниях некоторых работ, на наш взгляд является оправданным и целесообразным методическим приемом. Таким образом, учебный материал предлагается воспринимать через призму времени, позволяя в какой-то мере соприкоснуться и с личностями ученых, имеющих отношение к разработке предложенных методик, и более адекватно оценивать уровень развития науки и технологий того исторического периода, в котором появилась данная методика.

На наш взгляд для учащихся является важным и интересным как получение самих знаний, базирующихся на эксперименте, так и сведений о том, как и кем это делалось прежде.

Настоящий доклад посвящен именно историческому аспекту практикумов по физике, появлению, развитию и совершенствованию методик преподавания. В докладе прослеживается путь от рождения физических лабораторий во второй половине XIX в. до появления физических лабораторных практикумов в вузах и школах нашего времени.

Упоминаются имена: Ньютона, Рихмана, Ломоносова, Франклина, Джоуля, Гей-Люссака, Френеля, Фуко, Фарадея, Тиндаля, Томсона, Гаусса, Вебера, Шустера, Нерста, Клейна, Авенариуса, Кундта, Магнуса, Кирхгофа, Максвелла, Ленца, Страхова, Столетова, Лебедева, Умова, Двигубского, Соколова, Аркадьева, Акулова, Соболева и других.

Литература:

1. Кудрявцев П.С. История физики. В трех томах М.: Учпедгиз, 1956.
2. Морозов А.Н., Еркович О.С., Тимченко С.Л., Поздышев М.Л. Организация физического практикума в техническом университете // Физическое образование в Вузах. 2014. Т. 26. №3. С. 5-19.
3. Семенюк Е.А. Организация лабораторного практикума при изучении физики в вузе // Материалы междунар. научн. конф. Педагогика: традиции и инновации. Т. II. – Челябинск: Два комсомольца, 2011. – С. 87-89.

МАЛОИЗВЕСТНАЯ СТРАНИЦА ИСТОРИИ КАФЕДРЫ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ ФИЗИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА МГУ

С.н.с. Якута Е.В., доц. Якута А.А.

Датой основания кафедры общей физики физического факультета МГУ принято считать 22 октября 1930 года, когда был подписан приказ №166 по МГУ о создании на физико-механическом факультете кафедры общей физики. Первым заведующим кафедрой стал профессор, будущий академик и Президент АН СССР Сергей Иванович Вавилов [1].

Согласно сведениям, размещенным на интернет-сайте кафедры общей физики физического факультета МГУ [2], после С.И. Вавилова кафедрой последовательно заведовали профессора Г.С. Ландсберг (с 1933 г. по 1937 г.), С.Э. Хайкин (с 1938 г. по 1946 г.), С.Г. Калашников (с 1948 г. по 1951 г.), В.И. Иверонова (с 1951 г. по 1969 г.), А.Н. Матвеев (с 1969 г. по 1991 г.), В.А. Алешкевич (с 1991 г. по 2002 г.). Эта информация соответствует сведениям, опубликованным в [3, 4]. В настоящее время кафедрой заведует профессор А.М. Салецкий.

Изучая экспонаты музея физического факультета МГУ, мы обратили внимание на юбилейный фотоальбом, который был подготовлен коллективом Кабинета физических демонстраций в 1967 году, к 50-летию Великой Октябрьской социалистической революции. Среди вклеенных в этот альбом фотографий обнаружилась фотокарточка (см. рис.), под которой была помещена пояснительная надпись: «Проф. П.Н. Беликов заведывал кафедрой общей физики в 1935 – 1937 г.г.». Это заинтересовало

нас, поскольку профессор Беликов в справочных изданиях [3, 4] вовсе не упоминается.



Изучая экспонаты музея физического факультета МГУ, мы обратили внимание на юбилейный фотоальбом, который был подготовлен коллективом Кабинета физических демонстраций в 1967 году, к 50-летию Великой Октябрьской социалистической революции. Среди вклеенных в этот альбом фотографий обнаружилась фотокарточка (см. рис.), под которой была помещена пояснительная надпись: «Проф. П.Н. Беликов заведывал кафедрой общей физики в 1935 – 1937 г.г.». Это заинтересовало нас, поскольку профессор Беликов в справочных изданиях [3, 4] вовсе не упоминается.

Для того чтобы проверить достоверность информации, найденной нами в фотоальбоме, мы обратились к некрологам, которые в свое время были опубликованы в журнале «Успехи физических наук». Такие статьи обычно готовят авторы, которые хорошо знали ушедшего человека и этапы его жизни, причем делают это через непродолжительное время после его смерти. Поэтому в текстах, как правило, вполне достоверно сообщаются сведения биографического характера.

В статье [5] говорится, что С.И. Вавилов в 1932 году был назначен руководителем Государственного оптического института и *«должен был переехать в Ленинград»*. В статье [6] написано, что *«Григорий Самуилович Ландсберг руководил ... с 1932 по 1935 г. также и кафедрой общей физики и физическим кабинетом»*. В статье [7] указано, что С.Э. Хайкин *«...перешел на физический факультет Московского университета, где он работал ассистентом, доцентом и впоследствии заведующим кафедрами колебаний (1935–1938 гг.) и общей физики (1938–1946 гг.)»*.

В журнале «Успехи физических наук» был опубликован и некролог по случаю смерти П.Н. Беликова [8]. В нем говорится, что Беликов состоял

«...с 1936 г. по 1939 г. профессором и зав. кафедрой физики на Физическом факультете 1-го Моск. гос. университета».

Таким образом, по крайней мере, в двух источниках подтверждается, что профессор П.Н. Беликов возглавлял кафедру общей физики физического факультета МГУ, но при этом имеются разночтения в указании дат начала и конца его работы на этом посту.

Кроме того, между источниками [3-4] и [6-8] имеются расхождения в части сведений о заведовании кафедрой общей физики физического факультета в период с 1935 г. по 1939 г. Окончательно прояснить этот вопрос может помочь изучение архивных документов МГУ. Однако мы считаем наиболее вероятным, что Г.С. Ландсберг заведовал кафедрой с 1932 по 1935 г., П.Н. Беликов – с 1935 г. по 1937 г., а С.Э. Хайкин – с 1938 г. по 1946 г. Если принять справедливым такое предположение, то между источниками [6-8] остается одно небольшое расхождение, а именно: указание в [8] на то, что П.Н. Беликов заведовал кафедрой до 1939 года (это, очевидно, ошибка, поскольку считается достоверно известным, что С.Э. Хайкин принял заведование кафедрой в 1938 году).

Что же нам известно о профессоре Петре Николаевиче Беликове? Некоторые сведения о нем приводятся в [8]. П.Н. Беликов родился в 1889 году в г. Холм Новгородской губернии, где его отец был учителем гимназии. В 1908 г. П.Н. Беликов окончил гимназию в Москве и поступил на физико-математический факультет Московского университета, который окончил в 1913 г. Научную работу студент Беликов начал в лаборатории профессора П.Н. Лебедева. С 1914 г. по 1918 г. был призван в армию и воевал на фронтах первой мировой войны, а после демобилизации продолжил научную работу в Физическом институте Московского научного института (позднее – Институт физики и биофизики Наркомздрава), которым руководил академик П.П. Лазарев. Петр Николаевич являлся специалистом в области акустики. Он занимался вопросами теории слуха, созданием новых методов измерений в акустике и разработкой новой аппаратуры. П.Н. Беликов принимал активное участие в работе Акустической Комиссии АН СССР, в частности, провел большую работу в качестве эксперта акустического проекта Дворца Советов, постройка которого планировалась в то время. С 1939 года П.Н. Беликов являлся председателем экспертной комиссии по физике при Высшей аттестационной комиссии.

Одновременно с научной работой П.Н. Беликов вел педагогическую деятельность. В 1925 г. он был назначен доцентом, а затем, в 1927 г. профессором МВТУ. После того, как в 1930 г. из состава МВТУ выделился Московский энергетический институт (МЭИ), П.Н. Беликов возглавил в нем кафедру физики, на которой и работал вплоть до своей кончины в 1942 г. Одновременно с работой в МВТУ и МЭИ П.Н. Беликов с 1926 г. по 1939

г. являлся профессором 2-го МГУ. Одновременно с этим в течение около двух лет (предположительно в 1935 – 1937 гг.) он был профессором и заведующим кафедрой общей физики на физическом факультете 1-го МГУ, однако подробности его деятельности на этом посту нам пока неизвестны.

Именно в период работы в 1-ом МГУ П.Н. Беликовым велась огромная и трудная работа в качестве главного редактора первого в СССР Физического словаря [9]. В редколлегию этого издания входили такие известные физики, как А.С. Предводителев и С.Т. Конобеевский (будущие деканы физического факультета), Б.А. Введенский, Г.С. Ландсберг, В.Л. Левшин, Ю.Б. Румер, В.К. Семенченко, В.К. Фредерикс, Э.В. Шпольский, В.В. Шулейкин. В рецензии [10] на вышедшие в 1936-1937 годах I и III тома словаря П.П. Лазарев написал, что *«Данный словарь ... уже в том виде, какой он имеет в настоящее время, принесет несомненную пользу ... и сыграет огромную роль в развитии физических наук в нашем отечестве»*.

Таким образом, нам удалось приоткрыть одну из малоизвестных страниц истории кафедры общей физики физического факультета МГУ. Авторы выражают надежду на то, что биографические сведения о П.Н. Беликове будут дополнены, а его имя займет свое место в ряду имен профессоров Московского университета, заведовавших этой кафедрой.

Литература

1. http://genphys.phys.msu.ru/rus/history/GenPhys_chair_history_1.php
<http://genphys.phys.msu.ru/rus/history/ChairManagers.php>
2. Энциклопедия Московского университета. Физический факультет. Т. 1-2, 2008.
3. Профессора Московского университета (1755 – 2004). Биографический словарь. Т. 1-2. – М.: Изд-во Московского университета, 2004-2005.
4. Шпольский Э.В. Сергей Иванович Вавилов (1891 – 1951). УФН, 1951, Т. XLIII, вып. 3, с. 327-346.
5. Мандельштам С.Л. Краткий очерк жизни и деятельности академика Г.С. Ландсберга. УФН, 1957, Т. LXIII, вып. 2, с. 281-299.
6. Иверонова В.И., Кайдановский Н.Л., Леонтович М.А., Парийский Ю.Н., Саломонович А.Е., Стрелков С.П., Яковлев И.А. Семен Эммануилович Хайкин. УФН, 1969, Т. 97, вып. 2, с. 366-370.
7. С. Ржевкин. Петр Николаевич Беликов. УФН, 1945, Т. XXVII, вып. 1, с. 132–136.
8. Физический словарь. Главный редактор проф. П.Н. Беликов. Т. I, т. III. ОНТИ НКТП СССР, 1936–1937, Москва.
9. П.П. Лазарев. Библиография. УФН, 1935, Том XVIII, вып. 2, с. 279-280.

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ УЧЕБНЫХ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ ПО ФИЗИКЕ, РАЗРАБАТЫВАЕМЫХ НА БАЗЕ ОТКРЫТЫХ НАУЧНЫХ ДАННЫХ

Асс. Кузнецова И. В., СУНЦ МГУ, проф. Прохоров М. Е.

Современный подход к обучению специалистов в инженерно-технических и научно-практических сферах деятельности требует развития у учащихся навыков исследовательской работы. Такие навыки студенты, а сейчас зачастую и школьники, получают в процессе не только изучения естественных и технических дисциплин, но при выполнении работ практикумов в специально созданных лабораториях институтов, университетов и школ.

При изучении курсов естественных дисциплин, а особенно физики, ее фундаментальных и частных законов крайне важна экспериментальная работа практического характера, где студенты, в соответствии с предложенными им методическими описаниями, учатся пользоваться измерительными приборами, получать экспериментальные данные, обрабатывать полученные результаты, самостоятельно делать выводы из полученных опытным путем данных, пользоваться учебной и справочной литературой.

Методические аспекты практических работ по физике, разрабатываемых на базе открытых научных данных, несколько отличаются от традиционных как по форме методических приемов, используемых при организации учебной деятельности, так и по масштабу применения различных технических средств для «экспериментов».

Разрабатываемые лабораторные работы должны за отведенное на их проведение ограниченное время позволить учащемуся:

- ознакомиться с областью науки или наук, к которым относится лабораторная работа;
- освоить необходимую часть математического аппарата;
- получить и самостоятельно обработать исходные данные для лабораторной работы, полученные из открытых источников;
- довести обработку до конечных выводов и сравнить их с результатами подобных профессиональных научных исследований.

Для выполнения этих работ учащийся получает все необходимые справочные сведения для проведения расчетов и обработки данных.

Следует заметить, что современные фундаментальные исследования очень дороги. Они проводятся на чрезвычайно сложных и дорогих научных установках, наиболее сложные из которых создаются, поддерживаются и используются в рамках международной кооперации – никакая отдельная страна не может позволить себе подобные затраты.

Такие направления современных экспериментальных исследований называют Мега-Наукой (Mega Science). Воспроизвести установки для лабораторного практикума даже в многократно упрощенном виде не может себе позволить практически ни один университет. В разрабатываемых практических работах вместо подобной сверхсложной и дорогой экспериментальной установки можно предоставить учащемуся реальные сырые или частично обработанные экспериментальные данные и позволить провести их полноценную обработку. Доступу к таким данным способствует проводимая в последние десятилетия политика открытого доступа к данным международных фундаментальных научных исследований.

К недостаткам «внелабораторных» практических работ по естественным дисциплинам относится отсутствие прямого контакта учащихся с приборами и оборудованием. Возможно, с развитием техники будут разрабатываться симуляторы установок для научных исследований.

На наш взгляд разрабатываемые практические работы имеют и ряд существенных достоинств, к которым можно отнести следующие:

– такая лабораторная работа позволяет учащемуся самостоятельно провести небольшое, но цельное научное исследование на актуальную тему и сравнить свои результаты с результатами современных научных исследований;

– в такой работе студенту, как правило, приходится иметь дело, с данными нескольких наук, что побуждает его к более раннему и более глубокому ознакомлению с особенностями и даже трудностями научной деятельности;

– работа является практической, при этом ее проведение не требует сложного научно-технического оборудования, т.е. может проводиться в любых вузах и школах, а также включаться в курсы дистанционного обучения;

– следует также отметить большое потенциальное разнообразие разрабатываемых учебных научно-практических работ, позволяющих охватить все разделы физики и ряда других естественных наук.

Литература

1. Кузнецова И.В., Прохоров М.Е. Оценка астероидной опасности по кратерам на Луне // СУНЦ МГУ: М., 2017. 106 с.
2. Кузнецова И.В., Прохоров М.Е. Оценка астероидной опасности по кратерам на Луне. Практическая работа по физике // LAP LAMBERT Academic Publishing: Саарбрюккен, 2017. 90 с.
3. Кузнецова И. В., Прохоров М.Е. Практическая работа по физике как цельное научное исследование на основе открытых данных // Ученые записки физического факультета Московского государственного университета. 2018. № 1811001.

4. Морозов А.Н., Еркович О.С., Тимченко С.Л., Поздышев М.Л. Организация физического практикума в техническом университете // Физическое образование в Вузах. 2014. Т. 26. №3. С. 5-19.
5. Семенюк Е.А. Организация лабораторного практикума при изучении физики в вузе // Материалы междунар. научн. конф. Педагогика: традиции и инновации. Т. II. – Челябинск: Два комсомольца, 2011. – С. 87-89.

ЯВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ И ЛОВУШКА ВОЛЬФГАНГА ПОЛЯ: МЕХАНИЧЕСКИЙ АНАЛОГ

Проф. *Кротов С.С.*, с.н.с. *Шутеев С.А.*, с.н.с. *Еленский В.Г.*

Введение. Как известно, физика познает окружающий мир путем создания моделей и последующего их исследования. Например, Вселенная, согласно классической механике, представляется огромной, но ограниченной системой взаимодействующих по известным законам частиц, временная динамика которых подразумевает однозначность. С появлением квантовой механики и общей теории относительности стало ясно, что сложившиеся общепринятые теории нуждаются в существенном пересмотре. Несмотря на это в ряде случаев для описания и объяснения явлений окружающей действительности старая картина все еще успешно применяется в силу своей простоты и наглядности. Даже сегодня каждый студент, изучающий физику, начинает с классической механики и впоследствии при знакомстве с более совершенными теоретическими построениями (моделями) использует ее в качестве отправной точки.

Точно так же для большинства изучающих физику студентов использование наглядных модельных аналогий может сыграть важную роль в формировании физической интуиции и для грамотного усвоения понятийного аппарата в наиболее абстрактных областях физики, в частности при изучении электромагнитных явлений в микромире.

Руководствуясь вышесказанным и желая познакомить студентов физического факультета с принципами работы электро-квадрупольной радиочастотной ионной ловушки Поля [1] (ее автор был удостоен Нобелевской премии в 1989 г.), мы как для демонстрационных, так и учебно-исследовательских целей воспроизвели ее механический аналог [2]. Уникальное изобретение Поля в его современной интерпретации является едва ли не основным инструментом для прецизионного изучения явлений микромира, в частности для высокоточного определения масс отдельных ионов, незаряженных частиц и магнитных свойств отдельных нейтронов. С ним связывают перспективы в области квантовых вычислений, его же

рассматривают в качестве базисной ячейки при создании квантовых компьютеров.

Описание модели. Как только были сформулированы основополагающие принципы удержания ионов при помощи электроквадрупольной ловушки, практически сразу же для наглядной иллюстрации работы этого уникального нелинейного устройства был предложен ее механический аналог, о котором упоминал в своей нобелевской лекции Вольфганг Поль [1]. Суть его сводилась к тому, что качественно аналогичную механическую «фокусировку» в поле силы тяжести демонстрировал обычный шарик, помещенный в вершину (точку перегиба) седлообразной поверхности, которая приводилась во вращение относительно вертикальной оси (рис. 1).

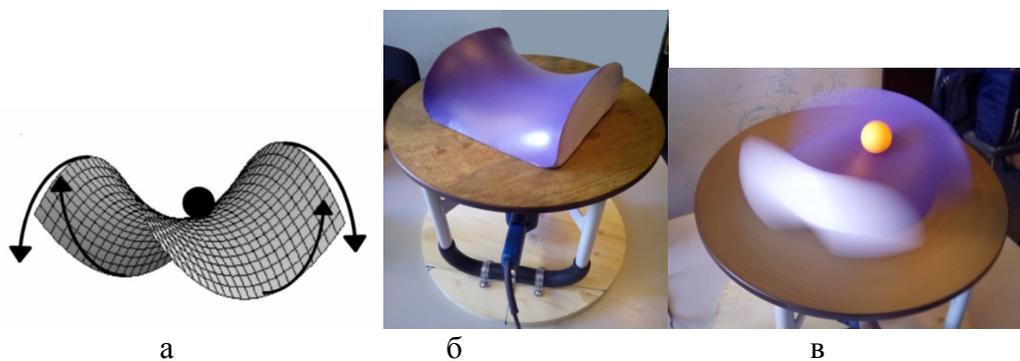


Рис. 1. Механический аналог ловушки Поля.
а – схема, б – фотография установки, в – шарик в ловушке.

При определенных (в соответствии с теорией) значениях частоты вращения «седла» можно было добиться ситуации, когда движение шарика ограничивалось лишь небольшой окрестностью вершины «седла», демонстрируя явление динамической устойчивости – удержания шарика вблизи положения, которое в отсутствии вращения было принципиально неустойчивым. Такая нелинейная механическая система, визуализируя принципы и особенности поведения ловушки Поля, заслуживает привлечения внимания студентов, и ее подробное рассмотрение вполне может явиться разумным дополнением к учебному процессу как для теоретического, так и экспериментального изучения в качестве наглядного примера нетривиальной динамической системы.

Рассмотрим вкратце движение шарика при наличии квадрупольного гравитационного потенциала $U(x, y)$, задаваемого седлообразной поверхностью – гиперболического параболоида:

$$U(x, y) = \frac{mgh_0}{r_0^2} (x^2 - y^2), \quad (1)$$

где m – масса частицы (шарика), g – ускорение свободного падения, r_0 – радиус кривизны седловины и h_0 – максимальная высота поверхности над

точкой перегиба седла. Движение шарика в таком поле будет неустойчивым.

Добиться подобия с действием «фокусирующего» переменного квадрупольного поля в ловушке Поля можно [3], приводя «седло» во вращательное движение с вертикальной угловой скоростью Ω , используя тем самым переменный во времени потенциал $U(x, y, t)$ вида:

$$U(x, y, t) = \frac{mg\hbar_0}{r_0^2} [(x^2 - y^2) \cos 2\Omega t + 2xy \sin 2\Omega t] \quad (2)$$

Тогда в полном соответствии с результатами работ [3,4] второй закон Ньютона для движения частицы вдоль двух горизонтальных направлений с координатами x и y примет вид системы двух взаимосвязанных дифференциальных уравнений – пары уравнений Матье [5]:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{d\tau^2} x + 2\bar{q}[x \cos 2\tau + y \sin 2\tau] &= 0, \\ \frac{d^2}{d\tau^2} y + 2\bar{q}[y \cos 2\tau + x \sin 2\tau] &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\tau = \Omega t$, а $\bar{q} = \frac{mg\hbar_0}{r_0^2}$. Система уравнений (3) имеет устойчивое решение при выполнении неравенства $\bar{q} \leq \frac{1}{2}$ независимо от начальных положения и скорости шарика.

Заключение. Хотя система уравнений (3), описывающая устойчивое движение шарика на вращающемся «седле», не является полным аналогом соответствующих уравнений, характеризующих поведение радиочастотной электро-квадрупольной ловушки Поля, механическая система имеет то преимущество, что она очень наглядна и легко реализуется при помощи достаточно простого оборудования, что позволяет в интересах полноценного исследования воспользоваться различными необременительными конструкционными модификациями.

Литература

1. Paul W. Electromagnetic traps for charged and neutral particles. Rev. Mod. Phys. 62(3), 531 (1990).
2. Rueckner W., Georgi J., Goodale D., et al. Rotating saddle Paul trap. Am. J. Phys. 63(2), 186(1995).
3. Thompson R.I., Harmon T.J., and Ball M.G. The rotating saddle trap: a mechanical analogy to RF-electric-quadrupole ion trapping? Can. J. Phys. 80(12), 1433(2002).
4. Wenkai Fan, Li Du, Sihui Wang, and Huijun Zhou. Confining rigid balls by mimicking quadrupole ion trapping. Am. J. Phys. 85(11), 821(2017).
5. Arscott M. Periodic differential equations: an introduction to Mathieu, Lamé, and allied functions – N.Y.: McMillan. 1964.

КАК МЫ ПРЕПОДАЕМ? АСПИРАНТЫ ФИЗИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА — О ПРЕПОДАВАНИИ И ПРЕПОДАВАТЕЛЯХ

Ст. преп. *Бушина Т.А.*, проф. *Слепков А.И.*

С 2016 года на физическом факультете МГУ читается спецкурс для аспирантов первого года обучения «Основы преподавания физики в ВУЗе» [1, 2]. Этот курс во многом является продолжением и дальнейшей разработкой идей семинара для преподавателей, который проводился на кафедре общей физики долгие годы под руководством профессора В.И. Николаева, и который прослушали в разные годы почти все преподаватели кафедры общей физики [3]. Но именно сейчас, в соответствии с новыми образовательными стандартами, курсы, посвященные методике преподавания профильного предмета, были включены в образовательную программу магистратуры и аспирантуры. Цель данного курса – дать аспирантам, будущим преподавателям, основные навыки преподавания профильного предмета в высшей школе. Продолжительность курса – один семестр. В курсе основное внимание уделяется вопросам преподавания физики как учебного предмета, дается представление о нормативно-правовой базе учебного процесса, рассматриваются некоторые аспекты педагогики и психологии преподавания в высшей школе, а также технологии организации образовательного процесса. Спецкурс построен на примере преподавания курса общей физики, чтобы в дальнейшем, на примере этого курса, в зависимости от специализации, можно было строить преподавание любого другого курса физики или смежных дисциплин.

Для увеличения мотивации аспирантов, посещающих данный курс, используются различные приемы. В частности, почти каждая лекция сопровождается лекционными демонстрациями, на некоторые лекции приглашаются наиболее популярные преподаватели физического факультета, которые читают лекции, посвященные особенностям преподавания тех или иных курсов. Одним из таких мотивационных приемов стало проведение письменных опросов среди аспирантов, в которых им предлагалось высказать свое мнение по тем или иным актуальным вопросам преподавания предметов физико-математического цикла. Ввиду того, что аспиранты каждый раз активно и ответственно подходили к проведению таких опросов в течение всех лет, которые читается курс, было принято решение результаты этих опросов ежегодно анализировать, ответы объединять в смысловые группы, в результате чего накопился ценный опыт, касающийся вопросов преподавания.

Ценность этого опыта обусловлена по большей части тем, что, с одной стороны, аспиранты еще совсем недавно были студентами и хорошо помнят, как было организовано преподавание того или иного предмета, а с

другой стороны, это уже совсем взрослые люди, многие из которых имеют уже собственный опыт преподавательской работы, и могут давать оценки с позиций своего жизненного опыта. Кроме того, написание такого рода эссе использовался как обучающий элемент, так как подвигали аспирантов к систематическому анализу, рефлексии и делали курс более ориентированным на практику. Анализ ответов аспирантов на аналогичные вопросы, задаваемые им из года в год, показал, что эти ответы сходны между собой, что может свидетельствовать об объективности этих мнений.

Вот некоторые из вопросов, которые предлагались аспирантов для обдумывания и письменного изложения своего мнения:

— Вспомните два-три удачных и неудачных приемов преподавателей, которые запомнились им из студенчества.

— Что в манере поведения преподавателя Вам нравится и что вызывает негативные эмоции?

— Как Вы относитесь к «жесткому» и «мягкому» стилю преподавания предмета? Какой стиль Вам ближе?

Ответы на эти вопросы были очень обстоятельными, эмоциональными, в результате чего их удалось разделить на несколько смысловых групп.

Среди «находок» и «ошибок» отмечалось следующее.

— Наличие или отсутствие четкой структуры лекции или семинара.

— Использование или неиспользование преподавателем различных приемов, способствующих удержанию внимания аудитории.

— Использование или неиспользование преподавателем приемов, способствующих улучшению понимания материала.

— Аккуратная или неаккуратная работа с доской, дозированное или неумеренное использование слайдов и презентаций.

— Использование справедливой и прозрачной или же непонятной для студента балльно-рейтинговой системы оценивания текущей работы или же неиспользование ее вовсе.

— Организация доступности материалов лекций в виде сайтов, видеороликов, раздаточного материала или же ее отсутствие.

— Использование или неиспользование дистанционных образовательных технологий.

О манере поведения преподавателя чаще всего обращали внимание на такие моменты.

— Общение или необщение с аудиторией во время занятия.

— Возможность для студента задавать вопросы.

— Поддержание или неподдержание дисциплины на занятии.

— Дисциплинированность и пунктуальность преподавателя.

— Качество подготовки преподавателя к занятиям.

— Распределение времени на занятии.

— Качество речи преподавателя и манера держаться перед аудиторией.

О результате анализа ответов, касающихся «мягкого» и «жесткого» стиля преподавания хотелось бы сказать отдельно. Аспирантами было отмечено, что в целом преподавателей можно разделить на две категории. Одни используют мягкий, демократичный стиль преподавания, позволяют задавать множество вопросов, несколько раз переделывать задания и т.п. Другие же предпочитают жесткий, авторитарный стиль преподавания: качественно дать материал один раз, ответить на все вопросы студента, а затем требовать самостоятельного выполнения заданий. Здесь аспиранты разделились на две примерно равные по численности группы: одним показался ближе «мягкий» стиль, другим же – «жесткий», и в каждом они нашли множество положительных и отрицательных моментов. Вызвало некоторое удивление, что «жесткий» стиль оказался близок многим.

Таким образом, проводимые в рамках курса «Основы преподавания физики в ВУЗе» опросы аспирантов и анализ ответов на них, несомненно, принес и еще принесет большую пользу. Во-первых, это способствует повышению интереса к этому курсу, «оживляет» его, помогает аспирантам почувствовать себя компетентными специалистами. Во-вторых, они помогают аспирантам проанализировать находки и ошибки своих преподавателей, чтобы в своей дальнейшей работе использовать лучшее и избегать промахов. В-третьих, ответы на вопросы оказываются интересны и самим преподавателям, как возможность посмотреть на свою работу со стороны. И, в-четвертых, они оказываются полезными для молодых преподавателей, которые только начинают работу и вырабатывают свой индивидуальный стиль.

Литература

1. П. Ю. Боков, А. А. Якута, А. М. Салецкий. Лекционный курс «Общие вопросы методики преподавания физико-математических дисциплин» для студентов магистратуры физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова. // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 20. Педагогическое образование. – 2017. – № 2. – С. 72-79.
2. А. И. Слепков, Т. А. Бушина. О курсе для аспирантов «Основы преподавания физики в ВУЗе» // Физическое образование в вузах. – 2017. –Т. 23. – №4. – С. 18 – 25.
3. В.И. Николаев, Т.А. Бушина. Физика: учимся размышлять. // Физический факультет им. М.В.Ломоносова. — 2015.

Подсекция:
НАУКИ О ЗЕМЛЕ

Сопредседатели:
профессор М.А. Носов,
академик И.И. Мохов,
профессор В.Б. Лапшин,

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТОВ ВОЗДЕЙСТВИЯ ЦУНАМИ НА БЕРЕГА И СООРУЖЕНИЯ

Г.н.с. *Пелиновский Е.Н.* (ИПФ РАН, Нижний Новгород, University of Southern Queensland, Toowoomba, Australia), *Зайцев А.И.* (НГТУ им. Р.Е. Алексеева, Нижний Новгород), *Куркин А.А.* (НГТУ им. Р.Е. Алексеева, Нижний Новгород), *Ялчинер А.* (A. Yalciner, Middle East Technical University, Ankara, Turkey)

Проблема цунами актуальна для России; цунами часто проявляются на Дальнем Востоке, однако они встречаются в Черном и Каспийском морях. Известны одиночные случаи цунами в Балтийском и Баренцевом морях. Именно поэтому во всем мире активизировались работы по оценке цунамириска, включающим разработку схем цунамирайонирования, карт эвакуации населения, укрепление существующих и проектирование специальных сооружений, способных ослабить действие волн цунами. В нашей стране с 2018 года введен в действие Свод правил № 292.1325800.2017 «Здания и сооружения в цунамиопасных районах. Правила проектирования», утвержденный 23 июня 2017 года Министерством строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации. Аналогичные документы разрабатываются и в других странах. Выпущены также два специальных выпуска журнала РАН «Фундаментальная и прикладная гидрофизика» (№№ 3 и 4 за 2017 г), посвященные воздействию цунами на берега и сооружения. В докладе дан обзор современных методов расчетов воздействия цунами на берега и сооружения. Приводятся примеры расчета проектных высот волн цунами с заданной обеспеченностью и карт заливания берега волнами цунами, необходимые для эвакуации населения и обеспечения устойчивой работы портов и гаваней. Выделены характеристики силового воздействия волн цунами на преграды малого диаметра, которые уже вычисляются в рамках существующих вычислительных комплексов цунами. Обсуждается возможность анализа донных размывов волнами цунами с помощью числа Рауза. Даны примеры расчета силовых характеристик волн цунами для ряда акваторий.

Частично исследования по этой проблеме поддержаны грантом РФФИ 18-05-80019 по программе «Опасные явления», а также инициативным грантом 17-05-00067.

ПАРАМЕТРЫ СЕЙСМИЧЕСКОГО РЕЖИМА В СЕЗОННЫХ ВАРИАЦИЯХ НАВЕДЕННОЙ СЕЙСМИЧНОСТИ В ОБЛАСТИ КОЙНА-ВАРНА, ЗАПАДНАЯ ИНДИЯ

Асс. *Потанина М.Г.*, доц. *Смирнов В.Б.*, г.н.с. *Пономарев А.В.* (ИФЗ РАН), проф. *Чадда Р.* (NGRI), проф. *Михайлов В.О.* (ИФЗ РАН), в.н.с. *Патонин А.В.* (ИФЗ РАН), студент *Бондаренко Н.Б.*, студентка *Карцева Т.И.*

В работах [Смирнов и др., 2017, 2018] на основе данных каталога землетрясений в области наведенной сейсмичности Койна-Варна в Западной Индии за всю историю сейсмологических наблюдений в этом районе проанализированы сезонные вариации сейсмической активности, связанные с годовыми колебаниями уровня воды в водохранилищах.

Проведено сопоставление данных о скорости инфильтрации воды в породу под водохранилищем Койна (рис. 1а), с оценками сезонных компонент наведенной сейсмичности из работы [Смирнов и др., 2017] (рис. 1б) и с результатами работы [Rao, Shashidhar, 2016] (рис. 1в, 1г). Диаграмма на рис. 1б, соответствующая диаграмме сезонного распределения землетрясений $M \geq 4$ в интервале 1968–2005 гг., построена на основе частот повторяемости землетрясений по месяцам для каждого года, сглаженных в скользящем двумерном окне. Диаграмма дополнена распределением очагов по углу падения оси максимального сжатия с интервалами преобладающих фокальных механизмов (бóльшие углы падения относятся к сбросовым очагам, а меньшие – к сдвиговым, рис. 1в) и пространственно-временным распределением землетрясений (рис. 1г).

Изменения сезонной сейсмической активности после заполнения водохранилища Койна обусловлены перераспределением в пространстве наведенной сейсмичности и активизацией различных систем разломов. Сильнейшее индуцированное землетрясение ($M 6.3$) 10 декабря 1967-го г. произошло как раз, когда кора насытилась водой - скорость инфильтрации перестала расти, что инициировало сейсмическую активность сдвиговой разломной зоны. Последующее уменьшение интенсивности возникших сезонных компонент связано с общей миграцией сейсмичности на юг вдоль разломной зоны. Позже, в 1978–1984 гг., сезонные компоненты, обусловленные годовыми колебаниями уровня воды в водохранилище Койна на севере, повторно активизируются в южной сейсмической зоне сбросового типа.

С целью прояснения сценария возбуждения сезонных компонент наведенной сейсмичности был произведен анализ изменения наклона графика повторяемости в этих компонентах (рис. 2). На интервале активизации сезонных компонент (росте активности), наклон графика повторяемости уменьшается, а на интервале уменьшения активности в этих компонентах – увеличивается. В период активизации зимней

компоненты наклон графика повторяемости увеличивается вместе с увеличением активности.

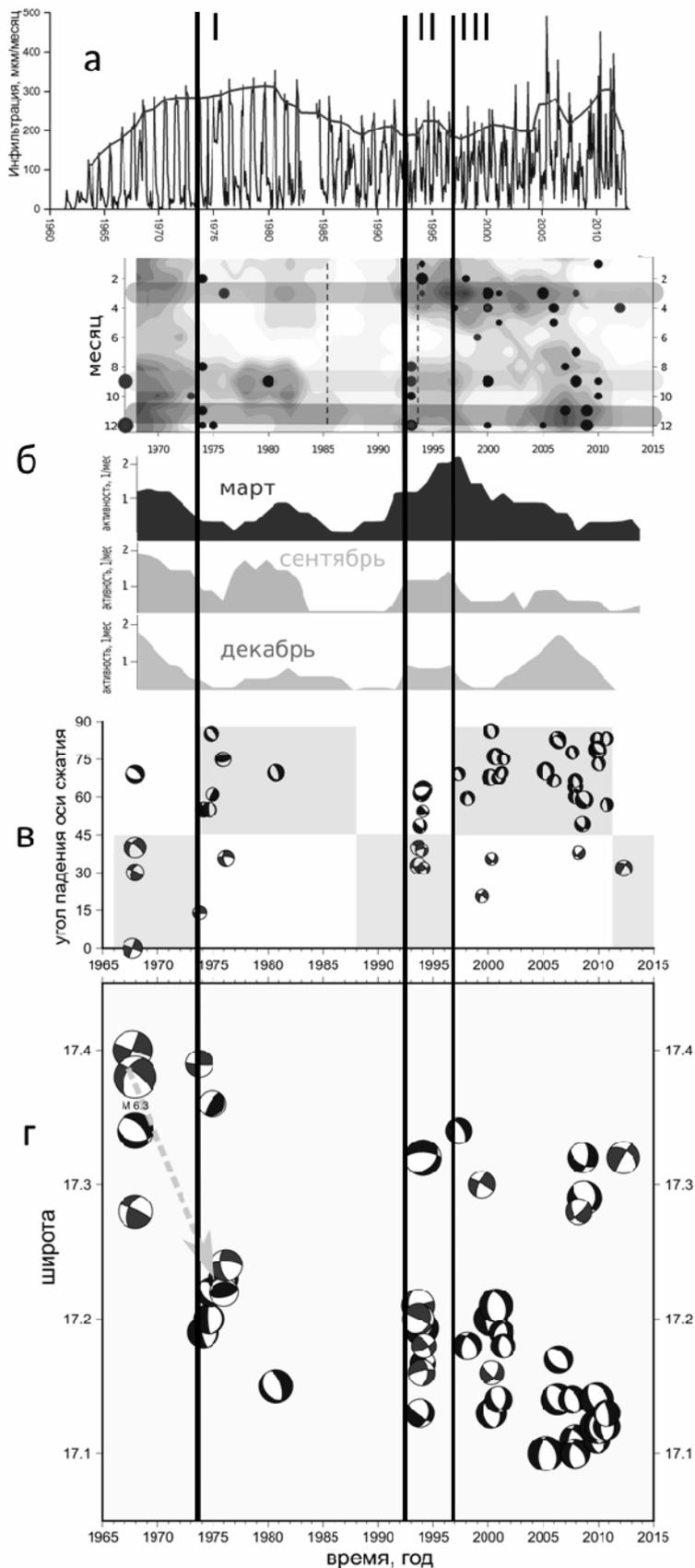


Рис. 1. Сопоставление инфильтрации воды в породе под водохранилищем Койна, сезонных компонент наведенной сейсмичности и механизмов очагов землетрясений.

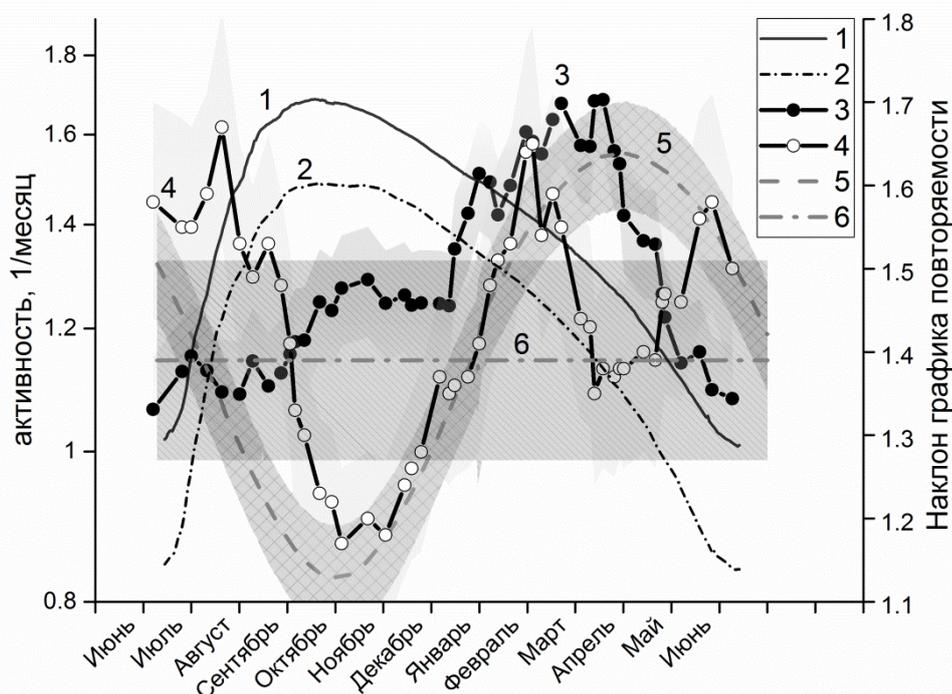


Рис. 2 – Сезонные изменения уровня воды в водохранилищах Койна (1) и Варна (2); сейсмическая активность по данным сейсмического (3) и случайного (5) каталогов; наклон графика повторяемости по данным сейсмического (4) и случайного (6) каталогов. Затенением везде показаны доверительные интервалы $\pm\sigma$.

Обнаруженные в сезонных компонентах изменения наклона графика повторяемости, характерные для процессов подготовки и последствий тектонических землетрясений, свидетельствуют, по нашему мнению, о триггерном характере возбуждения сезонных компонент наведенной сейсмичности, динамика которых подчиняется тем же закономерностям, что и динамика тектонической сейсмичности.

Годовые вариации уровня воды в водохранилищах позволяют исследовать сезонное возбуждение и релаксацию сейсмического режима. Полученные результаты подтверждает известные выводы о наличии, по крайней мере, двух механизмов сезонной активизации – немедленной и задержанной [Simpson et al., 1988]. При этом, в отличие от заполнения водохранилищ, в случае инициации сейсмичности сезонными вариациями уровня воды реализуются оба сценария.

Литература

- Смирнов В.Б., Шринагеш Д., Пономарев А.В., Чадда Р., Михайлов В.О., Потанина М.Г., Карташов И.М., Строганова С.М. Режим сезонных вариаций наведенной сейсмичности в области водохранилищ Койна-Варна, Западная Индия // Физика Земли. 2017. № 4. С. 40–49.

5. Смирнов В.Б., Михайлов В.О., Пономарев А.В., Aroga K., Chadha R.K., Srinagesh D., Потанина М.Г. О динамике сезонных компонент наведенной сейсмичности в области Койна-Варна, Западная Индия // Физика Земли. 2018. № 4. С. 100-109.
6. Rao P.N., Shashidhar D. Periodic variation of stress field in the Koyna-Warna reservoir triggered seismic zone inferred from focal mechanism studies // Tectonophysics. 2016. V. 679. P. 29–40.
7. Simpson D.W., Leith W.S., Scholz C.H. Two types of reservoir – induced seismicity // Bull. Seism. Soc. Am. 1988. V. 78. P. 2025 – 2040.

МОДЕЛЬ ГЕНЕРАЦИИ ВОЛН В ОКЕАНЕ СЕЙСМИЧЕСКИМИ ДВИЖЕНИЯМИ ДНА В СИГМА-КООРДИНАТАХ

Физик 1-й категории *Семенцов К.А.*, м. н. с. *Колесов С.В.*

Ключевые слова: цунами, гравитационные волны в океане, численное моделирование, теория длинных волн, линейная потенциальная теория волн, криволинейные сигма-координаты

Одним из наиболее современных и перспективных подходов к моделированию динамики океана является использование сигма-координат [1, 2]. В отличие от традиционных z-leveled моделей, сигма-координатные модели позволяют отобразить расчетную область переменной глубины на регулярную криволинейную сетку, что существенно упрощает численную реализацию модели и постановку граничного условия на дне. Целями настоящей работы являются (1) построение математической модели генерации волн в океане сейсмическими движениями дна в сигма-координатах, (2) верификация построенной модели на примере реального события — катастрофического землетрясения и цунами Тохоку-оки 11 марта 2011 года и (3) исследование механизмов генерации гравитационных волн в океане пробегающими по дну поверхностными сейсмическими волнами при помощи построенной модели.

Для построения математической модели использовалось волновое уравнение относительно потенциала скоростей течения для случая сжимаемой жидкости, дополненное граничными условиями на поверхности и на дне [3]. При переходе к сигма-координатам основное внимание уделялось учету их криволинейности и неортогональности.

Поскольку аналитическое решение задачи о генерации гравитационных волн сейсмическими движениями дна существует лишь для бассейна с плоским горизонтальным дном, тестирование модели оказывается возможным только на натурных данных. В качестве таких

натурных данных использовались записи глубоководных обсерваторий DONET, полученные во время катастрофического события Тохоку-оки 11 марта 2011 года [4]. Результаты воспроизведения отклика водного слоя на сейсмические движения дна в области постановки обсерваторий DONET находятся в хорошем согласии с данными наблюдений, что свидетельствует о высоком качестве построенной модели.

С помощью построенной модели было проведено исследование физических механизмов генерации свободных гравитационных волн пробегающими по дну поверхностными сейсмическими волнами [4-6]. Результаты проведенного исследования показывают, что основные выводы, полученные в рамках теории мелкой воды [7], остаются справедливыми и в рамках потенциальной теории.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 19-05-00351)

Литература

1. *Дианский Н. А.* Моделирование циркуляции океана и исследование его реакции на короткопериодные и долгопериодные атмосферные воздействия. — Физматлит Москва, 2013. — 272 с.

2. *Li Y.-Y., Wang B., Wang D.-H.* Characteristics of a Terrain-Following Sigma Coordinate // *Atmospheric and Oceanic Science Letters*, 4:3, 157-161. — 2011. <https://doi.org/10.1080/16742834.2011.11446922>

3. *Levin B. W., Nosov M. A.* Physics of Tsunamis, Second Edition. — Springer International Publishing AG Switzerland, 2016. — 388 p.

4. *Носов М.А., Семенцов К.А., Колесов С.В., Матсумото Х., Левин Б.В.* Регистрация гравитационных волн, образованных в океане поверхностными сейсмическими волнами при землетрясении 11 марта 2011 г. у побережья Японии // Доклады Академии наук, издательство Наука (М.), том 461, № 5, с. 593-598

5. *Семенцов К.А., Носов М.А., Колесов С.В., Ву Ю.* Численное моделирование гравитационных волн, возбуждаемых в океане низкочастотными поверхностными сейсмическими волнами, на основе записей GPS-станций // *Вестник Московского Университета. Серия 3: Физика, астрономия*, издательство Изд-во Моск. ун-та. (М). — 2017. — № 6. — С. 108–113.

6. *Семенцов К.А., Колесов С.В., Носов М.А., Карпов В.А., Матсумото Х., Канада Й.* Генерация свободных гравитационных волн в океане пакетом поверхностных сейсмических волн // *Ученые записки физического факультета Московского Университета*. — 2017. — № 4. — С. 1740504.

7. *Семенцов К.А., Носов М.А., Колесов С.В., Большакова А.В.* Механизмы генерации свободных гравитационных волн в океане поверхностными сейсмическими волнами // *Ученые записки физического факультета Московского Университета*. — 2018. — № 5. — С. 1850903–1–1850903–8.

УСТОЙЧИВОСТЬ ДВУМЕРНЫХ И ТРЕХМЕРНЫХ ВОЛНОВЫХ АТТРАКТОРОВ

С.н.с. Сибгатуллин И.Н., аспирант Сью С.

Внутренние и инерционные волны является естественным проявлением свойств стратифицированных и/или вращающихся сред в присутствии периодических воздействий, таких как приливные. Перенос механической энергии от крупномасштабных приливных течений в глубоководном океане является одним из ключевых и не конца не понятых вопросов в океанологии и аналогичных задачах астрофизики. Приливные силы являются значительным источником энергии перемешивания глубоководного океана. Из порядка четырёх терават приливной энергии около двух с половиной терават поглощается на мелководье и оставшаяся часть распространяется по всей толще океана порождая внутренние волны.

Открытие волновых аттракторов позволяет по новому взглянуть на проблему переноса и распределения механической энергии. В виду особого дисперсионного соотношения для внутренних волн, частота внешних возмущений определяет лишь направление с вертикалью и в результате при наличии монохроматического волнопродуктора в среде с постоянной стратификацией (постоянной частотой плавучести) для пучков внутренних волн возникают новые правила игры в бильярд: при отражении от поверхностей сохраняется угол с вертикалью, а не с поверхностью. Если два параллельных луча падают на наклонную по отношению к вертикали стенку, то после отражения по новым правилам расстояние между ними может либо уменьшиться, либо увеличиться. Лео Маас впервые показал удивительный математический факт, заключающийся в том, что фокусировка превалирует на расфокусировкой, и вследствие этого в замкнутых геометриях с наклонными стенками практически всегда существуют замкнутые пути, к которым сходятся все пучки монохроматических волн после многочисленных отражений.

В 1997 Лео Маас для трапецеидальной геометрии, показанной в Рис.1 описал множество возможных решений с помощью сходимости к волновым аттракторам на диаграмме характерных параметров, к которым можно свести параметры системы в случае идеальной жидкости.

В вязкой жидкости диаграмма Мааса не в полной мере характеризует разнообразие режимов, поскольку из-за баланса фокусировки и диффузии момента (вязкости) аттракторы имеют конечную толщину. Мы дополнили диаграмму Мааса распределением полной кинетической энергии в случае вязких жидкостей.

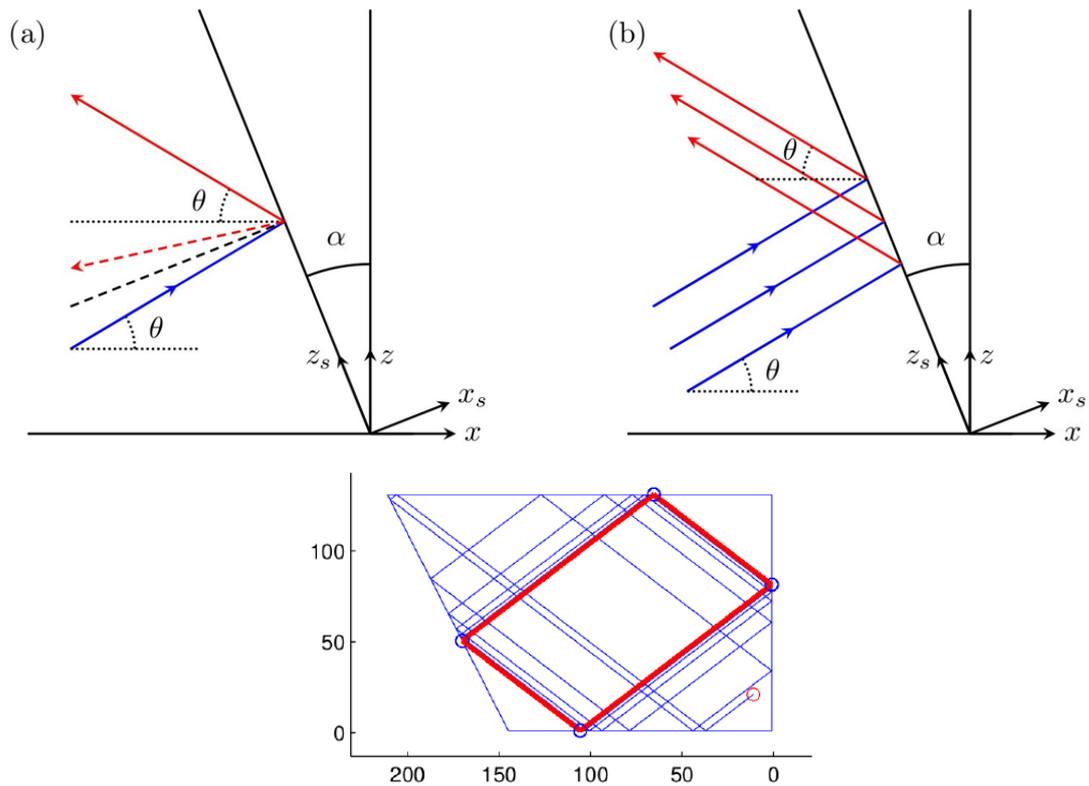


Рис. 1 Схема отражения внутренних волн от наклонных поверхностей, синие линии символизируют падающие лучи, красные — отраженные, пунктирная красная линия на левом рисунке показывает как отразился бы луч по правилу Снеля (Декарта): угол падения равен углу отражения. Справа схема образования волнового аттрактора (1,1) трассировкой лучей.

Несмотря на схожесть дисперсионных соотношений и, соответственно, одинаковые результаты трассировки лучей, реальные режимы аттракторов внутренних и инерционных волн могут сильно отличаться, особенно в трехмерных геометриях. Мы изучили основные сценарии развития неустойчивости в двумерных и трехмерных режимах и сравнили режимы в стратифицированных и вращающихся жидкостях.

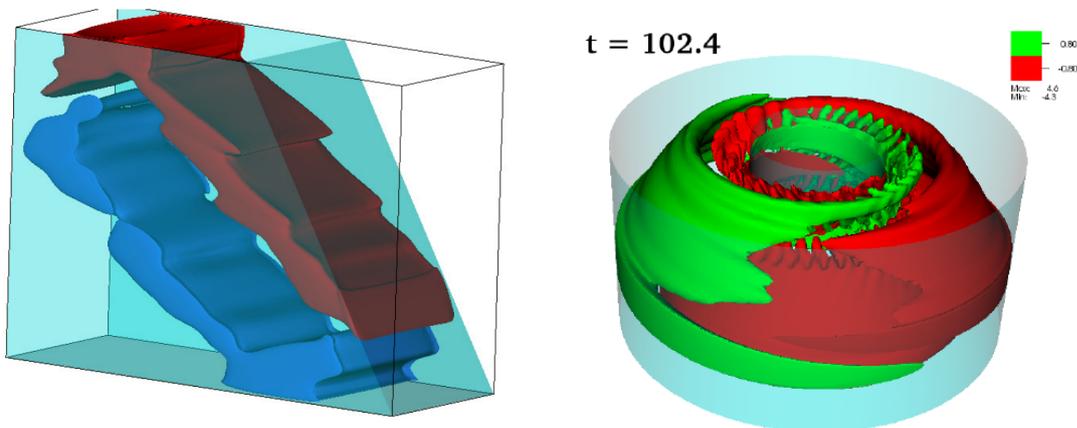


Рис. 2 Развитие неустойчивости в квазидвумерной постановке (слева) и в кольцевом слое с наклонной стенкой (справа)

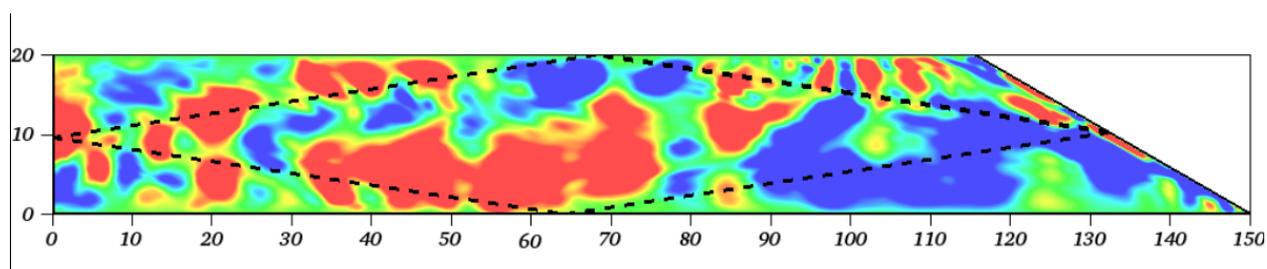


Рис. 3. Развитие турбулентного режима на фоне волнового аттрактора в трапециевидальной геометрии с большим соотношением горизонтального и вертикального масштабов.

Литература

1. Ilias Sibgatullin, Evgeny Ermanyuk, Leo Maas, Xu Xiulin, and Thierry Dauxois. Direct numerical simulation of three-dimensional inertial wave attractors. IEEE Conference Proceedings, 17526262, 2017. <http://dx.doi.org/10.1109/ispras.2017.00029>
2. F. Beckebanze, C. Brouzet, I. N. Sibgatullin, and L. R.M. Maas. Damping of quasi-two-dimensional internal wave attractors by rigid-wall friction. Journal of Fluid Mechanics, 841:614–635, 2018. <http://dx.doi.org/10.1017/jfm.2018.107>
3. G. Pillet, E. V. Ermanyuk, L. R.M. Maas, I. N. Sibgatullin, and T. Dauxois. Internal wave attractors in three-dimensional geometries: trapping by oblique reflection. Journal of Fluid Mechanics, 845:203–225, 2018, <http://dx.doi.org/10.1017/jfm.2018.236>.
4. C. Brouzet, I. N. Sibgatullin, E. V. Ermanyuk, S. Joubaud, and T. Dauxois. Scale effects in internal wave attractors. PHYSICAL REVIEW FLUIDS, 2(11):114803, 2017. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevFluids.2.114803>
5. C. Brouzet, E. V. Ermanyuk, S. Joubaud, I. Sibgatullin, and T. Dauxois. Energy cascade in internal-wave attractors. EPL (Europhysics Letters), 113(4):44001, 2016. <http://dx.doi.org/10.1209/0295-5075/113/44001>
6. C. Brouzet, I. N. Sibgatullin, H. Scolan, E. V. Ermanyuk, and T. Dauxois. Internal wave attractors examined using laboratory experiments and 3d numerical simulations. Journal of Fluid Mechanics, 793:109–131, 2016. <http://dx.doi.org/10.1017/jfm.2016.119>

ОСОБЕННОСТИ МЕХАНИЗМОВ ОЧАГА СИЛЬНЕЙШИХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ СРЕДИЗЕМНОМОРЬЯ.

Доц. *Воронина Е.В.*

Средиземное море – остаток древнего океана Тетис. Сейсмическая активность региона определяется конвергенцией африканской плиты и Евразии вдоль сложной границы со скоростью 4-10 мм/год (Рис.1).

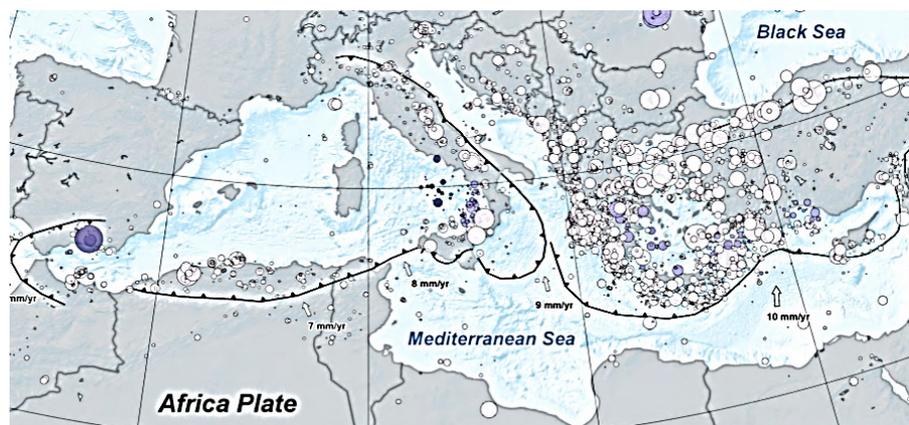


Рис.1. Сейсмичность и границы плит средиземноморского региона.

Самой активной частью региона является восточная, включающая в себя Северо-Анатолийский разлом и грабены западной Турции, Грецию, Эгейское море и субдукцию вдоль Эллинской дуги. Северо-Анатолийский разлом, по данным GPS, представляет собой правосторонний сдвиг, выталкивающий Турцию в юго-западном направлении. В западной части региона субдукция Калабрийской плиты определяет сейсмическую активность в районах Сицилии, Италии и северной Африке.

В настоящей работе исследовались механизмы очагов наиболее сильных ($M_w > 5.5$) землетрясений средиземноморского региона за период с 2000 года по настоящий момент.

Половина из этих событий оказалась очагами, силовой механизм которых отличается от общепринятой модели двойного диполя (double-couple, DC) и представляет собой компенсированный векторный диполь (CLVD). Это более сложный механизм, предполагающий либо развитие разрушения по разно ориентированным площадкам, либо наличие в области источника, дополнительных к сдвиговому механизму усилий, обеспечивающих поворот площадки разрыва.

Полный тензор сейсмического момента разлагается на 3 составляющих: изотропную часть (ISO), двойной диполь (DC) и компенсированный векторный диполь (CLVD) [1,3].

$$M_{ij} = M_{ISO} + M_{DC} + M_{CLVD} = M_1 e_1 e_1 + M_2 e_2 e_2 + M_3 e_3 e_3$$

где: $M_1 \geq M_2 \geq M_3$ – собственные значения тензора; e_1, e_2, e_3 – векторы ориентации оси растяжения T, промежуточной оси N и оси сжатия P в механизме очага землетрясения. Тогда:

$$M_{ISO} = \frac{1}{2} (M_1 + M_2 + M_3)$$

$$M_{CLVD} = \frac{2}{3} (M_1 + M_2 - 2M_3)$$

$$M_{DC} = \frac{1}{2} (M_1 - M_2 - |M_1 + M_2 - 2M_3|)$$

Элементарные тензоры:

$$M_{ISO} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; M_{DC} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}; M_{CLVD}^+ = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

при $(M_1 + M_3 - 2M_2) \geq 0$;

$$M_{CLVD}^- = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{vmatrix} \text{ при } (M_1 + M_3 - 2M_2) < 0.$$

Интерпретация разложения полного тензора сейсмического момента представлена на рис.2.

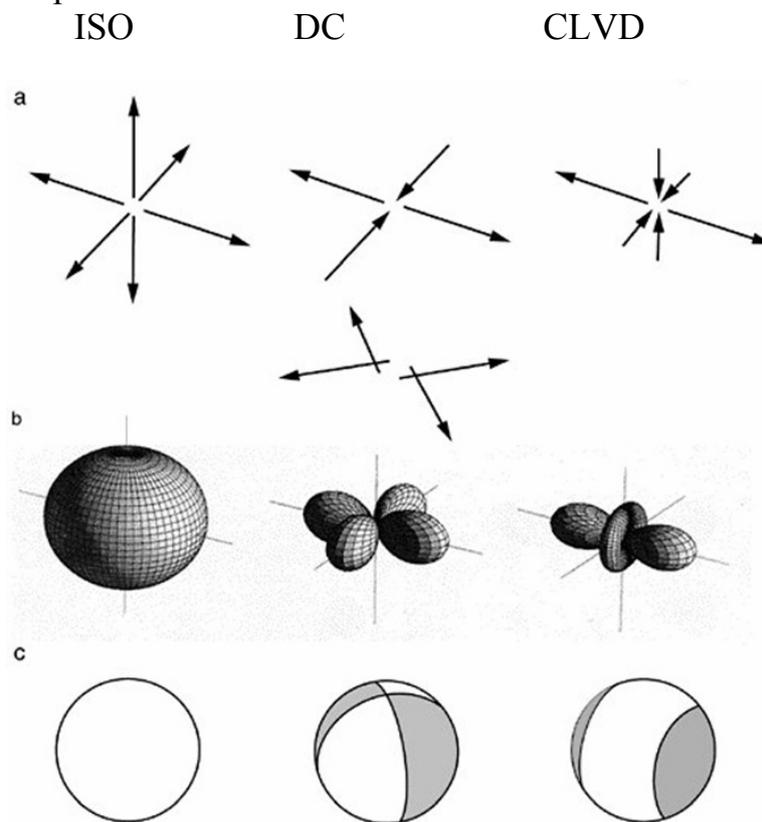


Рис 2. а) Силовая модель, б) функции направленности излучения Р волн, с) механизмы очага составляющих полного тензора сейсмического момента.

Взрыв является изотропным источником и, следовательно, он характеризуется:

$$M_{ISO} = \pm 1; M_{CLVD} = 0; M_{DC} = 0.$$

При сдвиге типа двойной пары сил:

$$M_{DC} = 1; M_{ISO} = 0; M_{CLVD} = 0.$$

Компоненты M_{ISO} и M_{CLVD} положительные при растяжении и отрицательные при сжатии.

В работе проведено разложение полного тензора сейсмического момента 57 землетрясений, содержащих компоненты линейного векторного диполя CLVD. Результаты в виде карты эпицентров с соответствующими значениями M_{CLVD} представлены на рис.3. Как видно из рисунка, структурам Эллинской и Калабрийской дуг соответствует режим сжатия, а Эгейского моря и западной Турции - режим растяжения. Это согласуется с результатами томографии Средиземного моря и его окрестностей [4].



Рис.3. Эпицентры исследованных землетрясений, не соответствующих модели двойного диполя. Синим цветом обозначены M_{CLVD} , красным - M_{NCLVD} .

Детальное исследование соотношений компонент полного тензора сейсмического момента позволяет определить изменение ориентации площадки разрыва в процессе динамического вспарывания и состояние среды в области источника. Это важно для более полного понимания физических явлений в областях вулканической и геотермической активности, при изучении глубокофокусных землетрясений и анизотропных свойств горных пород в сейсмически активных регионах [2].

Литература

1. Václav Vavryčuk. (2015) Moment tensor decompositions revisited J Seismol v.19, pp 231–252.
2. S. Yunga, A. Lutikov, and O. Molchanov. (2005) Non double couple seismic sources, faults interaction and hypothesis of self-organized criticality. Natural Hazards and Earth System Sciences v.5, pp 11–15.
3. Julian et al.: (1998) NON-DOUBLE-COUPLE EARTHQUAKES. Reviews of Geophysics, v.36, №4, pp 525–549.
4. C. P. Legendre, T. Meier, S. Lebedev, W. Friederich and L. Viereck-Gotte. (2012)

7. A shear wave velocity model of the European upper mantle from automated inversion of seismic shear and surface waveforms. *Geophys. J. Int.* 191, 282–304.

ПРОЯВЛЕНИЯ ДВИЖУЩЕГОСЯ КОНВЕКТИВНОГО ВИХРЯ В ИОНОСФЕРЕ ЗЕМЛИ

Аспирант *Пронин В.Е.*, доц. *Захаров В.И.*

Явление TCV (Travelling Convection Vortex или перемещающегося вихря конвекции – Движущегося Конвективного Вихря) характерно для дневной верхнеширотной ионосферы. Это проявление магнитосферно-ионосферного взаимодействия связано с появлением нитеообразных магнитосферных продольных токов, возникающих обычно в паре (нисходящий и восходящий).

Отмечаются также отдельные случаи одно- и трех- токовых систем. Связанные явлением TCV ионосферные токи представляют собой замкнутые ячейки, которые выстроены вокруг продольных токов и имеют масштаб около 1000 км. Возмущение формируется в районе ионосферного каспа и быстро движется в противо-солнечном направлении со скоростью от нескольких до десятков км/с. [1-3]

Проявления TCV обычно изучаются по данным наземных магнетометров, где они представляют собой импульсное возмущение на относительно спокойном фоне длительностью около 10-20 минут и с амплитудой до 100 нТ. [1-3]

Существующие в данное время модельные подходы к анализу системы ионосферных токов [1, 2], качественно описывая ситуацию "в целом", не дают адекватных количественных значений возмущения магнитного поля, наблюдаемых магнетометрами при заданном значении плотности продольных токов (около 1 μA , согласно [4]). Одновременное рассмотрение данных с большого числа магнитометрических станций позволило определить пространственную локализацию явления, его масштаб и скорость распространения. Однако, ионосферные проявления TCV до сих пор не изучались непосредственно в силу трудоемкости их поисков и анализа, в связи с относительно большим, по сравнению с магнетометрами, количеством данных.

В этой ситуации представляет интерес совместное изучение и сопоставление данных непосредственных наблюдений ионосферных и магнитных возмущений, связанных с TCV. В качестве основного источника данных для ионосферных возмущений, мы предлагаем рассматривать значение вариаций полного электронного содержания.

В работе [5] было показано, что для явления TCV существует возможность соотнесения наблюдаемых возмущений в магнитном поле и

возмущений ионосферного ПЭС. Так, было показано, что сопутствующие локальные возмущения ионосферного ПЭС во многом схожи с импульсными возмущениями, отмечаемыми на магнетометрах. Ионосферные возмущения, локализованные вблизи магнитной станции, показали высокую когерентность с соответствующим магнитным возмущением. Это позволило поставить задачу об автоматическом выделении характерных проявлений TCV в ионосфере в виде флуктуаций ионосферного ПЭС.

Ключевой особенностью проявлений TCV во временных рядах как магнитных, так и ионосферных данных, является резкое изменение амплитуды сигнала [10]. Однако, если для магнитного поля, это означает превышение фонового значения флуктуаций в несколько раз, то для ионосферного ПЭС – разница может быть не столь велика.

Также важно отметить, что в связи с быстрым перемещением TCV, ассоциированное возмущение фиксируется в течение малого промежутка времени – около 10 минут, что при частоте дискретизации 30 сек. для ионосферных данных, дает всего 20 отчетов для наблюдения. Таким образом, данная вариация кратковременная и изолированная, ее проблематично выделить с помощью спектрального анализа.

Для решения данной задачи был разработан специальный алгоритм, который в дальнейшем был протестирован на модельных и на реальных рядах данных. Он позволил автоматически выделять и картографировать соответствующие TCV ионосферные возмущения. Также стоит отметить, что в силу универсальности алгоритма, он также может быть использован для выделения иных структур во временных рядах геофизических данных различной природы.

Работа была выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №18-35-00649.

Литература

1. Friis Christensen E. Polar cap current systems //Magnetospheric currents. 1984. Т. 28. С. 86-95.
2. Glassmeier K. H., Hönisch M., Untiedt J. Ground-based and satellite observations of traveling magnetospheric convection twin vortices //Journal of Geophysical Research: Space Physics. 1989. Т. 94. No. A3. С. 2520-2528.
3. Glassmeier K. H., Heppner C. Traveling magnetospheric convection twin vortices: Another case study, global characteristics, and a model //Journal of Geophysical Research: Space Physics. 1992. Т. 97. No. A4. С. 3977-3992.
4. Vogelsang H. et al. An ionospheric travelling convection vortex event observed by ground-based magnetometers and by Viking //Geophysical research letters. 1993. Т. 20. No. 21. С. 2343-2346.

5. Пронин В.Е., Пилипенко В.А., Захаров В.И и др. Отклик полного электронного содержания ионосферы на конвективные вихри // КОСМИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ. 2019. Т. 57. N 2, с. 83–92

ИЗМЕНЕНИЕ ГИДРОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ВОДЫ НАД МЕТАНОВЫМ СИПОМ В БУХТЕ ЛАСПИ В ТЕЧЕНИЕ НЕПРЕРЫВНЫХ IN SITU ЭКСПЕРИМЕНТОВ

С.н.с. Будников А.А., с.н.с. Иванова И.Н., с.н.с. Малахова Т.В. (ФГБУН им. А. О. Ковалевского РАН», Севастополь)

За последнее десятилетие в прибрежной акватории Крыма было обнаружено множество новых площадок струйных метановых газовыделений (сипов) [0-3]. При изучении процессов, связанных с поступлением пузырькового и флюидного газов, важно учитывать гидрологические параметры в месте высачивания.

Целью данной работы являлось изучение динамики изменения гидрологических параметров воды над метановым сипом в б.Ласпи (44.420818 с.ш.; 33.706990 в.д.) (рис.1). Многолетние наблюдения [1] показывают, что эти пузырьковые газовыделения имеют постоянный характер. По данным изотопного и углеводородного состава выделяющийся там газ является термогенным ($\delta^{13}\text{CCH}_4 = -35.3 \text{ ‰ VPDB}$; $\text{C1/C2+} = 29$) [1].



Рис. 1. Спутниковая фотография района исследований в б. Ласпи (слева). Стрелками отмечены впадающий в бухту ручей (2018 год (фотография справа) и точка проведения измерений.

Измерения в районе сипа проводились в августе 2016 и июле 2018 г. С помощью зонда RCM 9 LW (Aanderaa), установленного на глубине 2 м в непосредственной близости от точки газовыделений, измерялись температура T , электропроводность воды S_k , концентрация растворенного

кислорода O_2 и концентрация взвеси. Точности измерений T , S , O_2 и Tu составляли 0.02°C , $0.02 \text{ мСм}\cdot\text{см}^{-1}$, 0.25 мг/л и 0.4 NTU (в международных единицах мутности).

В 2016 г. измерения проводились с 11 до 20 часов. Наблюдалась устойчивая жаркая, практически безветренная погода. Tu и S воды практически не изменялись и составляли $0,5 \text{ NTU}$ и $18,30 \text{ ‰}$. Температура воды в течение первых 8 часов росла от $25,4$ до $26,4^\circ\text{C}$, затем уменьшилась на $0,2 \text{ }^\circ\text{C}$ (рис. 2), что, по всей видимости, было вызвано суточным прогревом.

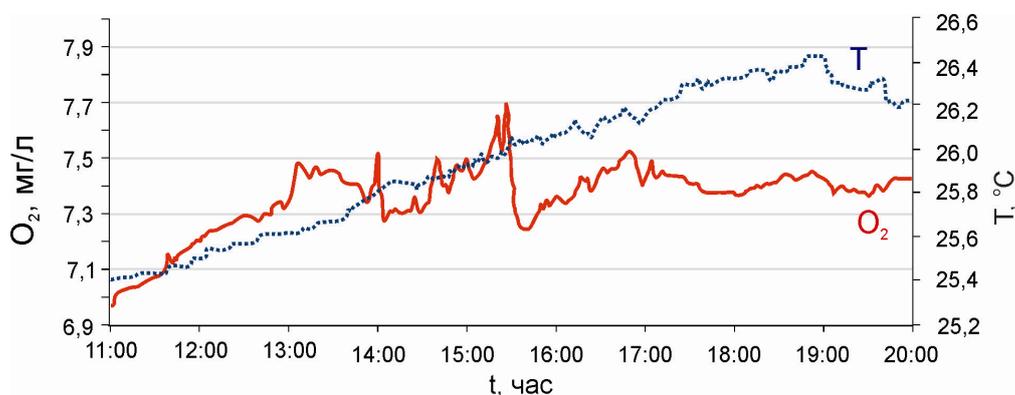


Рис.2. Изменение температуры и концентрации растворенного кислорода над метановым сипом в б. Ласпи в течение непрерывного эксперимента в августе 2016 г.

Концентрация кислорода O_2 изменялась скачкообразно с амплитудой колебаний $0,2$ и $0,4 \text{ мг/л}$. На фоне общей тенденции увеличения O_2 в первой половине эксперимента отмечено резкое снижение концентрации O_2 , соответствующее $14:00$ и $15:20$ часам. В обоих случаях значение O_2 опускалось до $7,3 \text{ мг/л}$. Во второй половине эксперимента величина O_2 флуктуировала в диапазоне $7,4\text{--}7,5 \text{ мг/л}$.

В июле 2018 г. гидрологические параметры над действующим сипом измерялись с 12 до 20 часов. Значения изменялись в следующих диапазонах: мутность Tu $3\text{--}5 \text{ NTU}$, кислород O_2 $7,5\text{--}8,6 \text{ мг/л}$, температура T $25\text{--}25,4 \text{ }^\circ\text{C}$, соленость S $18,24\text{--}18,30 \text{ ‰}$ (Рис. 3). Характерным в профилях распределения кислорода и мутности является наличие скачкообразных изменений в промежутке между $14:30$ и $16:30$ на фоне стационарных состояний в начале и конце эксперимента (рис. 3а, б). Коэффициент корреляции для O_2 и Tu составил $0,92$. Температура в течение периода наблюдений преимущественно росла (Рис. 3а), тогда как соленость после незначительных колебаний, наоборот, понизилась к концу измерений.

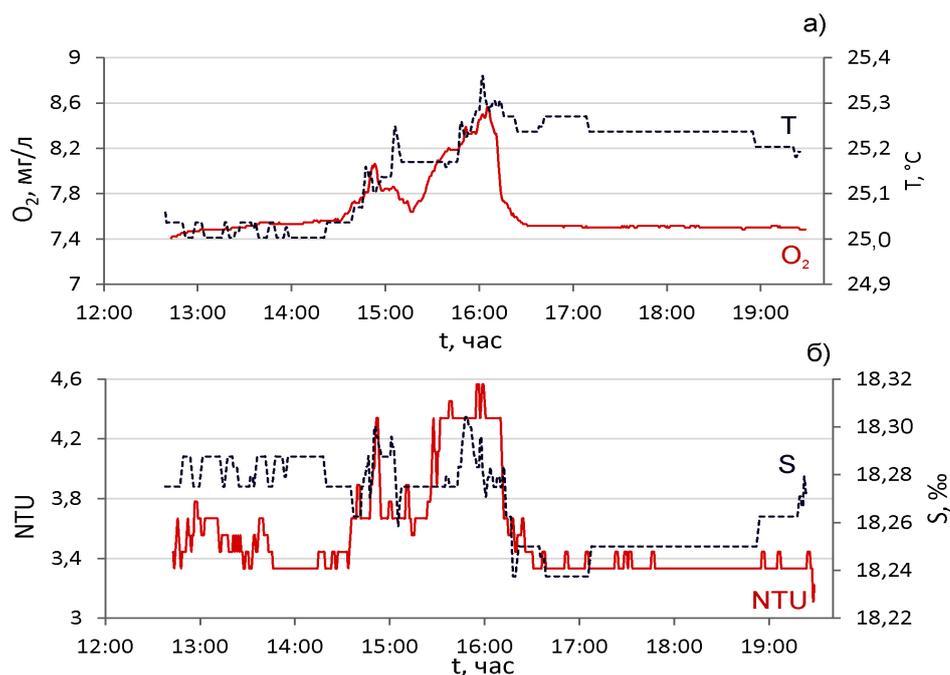


Рис. 3. Изменение параметров воды над метановым сипом в б. Ласпи в течение 8-часового эксперимента в июле 2018 г: а – концентрация растворенного кислорода и температура, б – мутность и соленость.

Характер распределения кислорода (наличие плато) указывает на то, что изменением является рост концентрации относительно среднего значения 7,5 мг/л, а снижение после максимумов - возвращение к равновесному состоянию. Проявление импульсной разгрузки субмаринных вод вероятно, привело бы к обратному эффекту, т.к. соленость и насыщенность таких вод кислородом обычно ниже по сравнению с морскими водами. В ночь перед измерениями в 2018 г. над бухтой проходил атмосферный фронт с сильным ливнем. Можно предположить, что всплеск мутности и повышение содержания кислорода связаны с попаданием мутной воды из ручья (Рис.1), сформированного ливнем, в область измерений. Следует отметить, что распространение мутной воды направлено вдоль берега по часовой стрелке, что, вероятно, связано с периодической прибрежной циркуляцией воды в бухте Ласпи, Данный феномен требует дальнейшего исследования.

Основные результаты:

Обнаружены всплески мутности и содержания растворенного кислорода непосредственно над действующим струйным выделением метана в б. Ласпи.

Сделано предположение, что наблюдаемый эффект может быть связан с периодической прибрежной циркуляцией воды в бухте Ласпи, направленной вдоль берега по часовой стрелке.

Работа частично финансировалась из средств гранта РФФИ №18-45-920057 p_a.

Список литературы

1. Malakhova T.V., Kanapatskii T.A., Egorov V.N., Malakhova L.V., Artemov Yu.G., Evtushenko D.B., Gulina S.B., Pimenov N.V. Microbial Processes and Genesis of Methane Gas Seeps in the Coastal Areas of the Crimean Peninsula // *Microbiology*. – 2015. – V.84, N.6. –P. 838–845

2. Pimenov N. V., Merkel A. Yu., Tarnovetskii I. Yu., [Malakhova T. V.](#), Samylnina O. S., Kanapatskii T.A., Tikhonova E.N., Vlasova M.A. [Structure of microbial mats in the Mramornaya Bay \(Crimea\) coastal areas](#) // *Microbiology*. 2018. Vol. 87, iss. 5. P. 681-691.

3. [Егоров В.Н.](#), Плугатарь Ю.В., [Малахова Т.В.](#), Садогурский С.Е., [Мосейченко И.Н.](#) [Обнаружение струйных газовыделений в акватории у мыса Мартыан](#) // Бюллетень Государственного Никитского ботанического сада. 2018. Вып. 126. С. 9–13.

АКУСТИЧЕСКАЯ ЭМИССИЯ В ОБВОДНЕННЫХ ОБРАЗЦАХ ГРАНИТА ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ТОКОМ

Аспирант *Хорев Н.Д.* (ИДГ РАН), проф. *Лапшин В.Б.*

В экспериментах по воздействию электрического тока на прочностные характеристики кернов горных пород в условиях одноосного сжатия обнаружен эффект активизации процесса акустической эмиссии флюидонасыщенных образцов гранита и песчаника. Зафиксированы значительное увеличение акустической активности при воздействии током и уменьшение при его отсутствии. Радиальная деформация усиливается в периоды воздействия тока, указывая на увеличение объема образца. Усиление акустической эмиссии сопровождается выделением тепла под воздействием электрического тока и, как следствие, расширением флюида в порах и трещинах керна.

В настоящей работе приведены результаты измерений акустической эмиссии при пропускании электрического тока через образцы гранита и песчаника при различной степени обводнённости.

Анализ результатов экспериментов позволяет сделать следующие выводы.

а) Воздействие электрического тока на образцы сопровождается увеличением акустической эмиссии, что указывает на увеличение интенсивности образования микротрещин и разупрочнение исследуемого образца.

б) Усиление акустической эмиссии, как правило, происходит практически одновременно с воздействием электрического тока на исследуемые образцы.

в) Усиление акустической эмиссии при воздействии на образцы электрическим током проявляется, как правило, наиболее явно в закритических областях процесса разупрочнения (неупругие, необратимые деформации)

Проводятся оценки влияния дисперсионных сил на процессы образования микротрещин в образцах природных и искусственных конструкционных материалов.

Литература

1. Инициация акустической эмиссии в обводненных образцах песчаника / Лапшин В.Б., Патонин А.В., Пономорев А.В., Потанина М.Г., Смирнов В.Б., Строганова С.М. / Доклады академии наук, 2016, том 469, №1, с. 97-101

2. Численные и лабораторные эксперименты по разрушению конструкционных материалов под воздействием электромагнитного поля / Лапшин В.Б., Смирнов В.Б., Скубачевский А.А., Пономарев А.В., Патонин А.В., Хромов А.А., Потанина А.Г. / Вестн. Моск. ун-та, Сер. 3. Физ. Астрон., 2018, №5, с. 90.

ИСТОРИЧЕСКАЯ БАЗА ДАННЫХ ПО МОРЕТЯСЕНИЯМ В МИРОВОМ ОКЕАНЕ

Вед. инж. *Большакова А.В.*, м.н.с. *Колесов С.В.*

Каждый день в разных частях планеты происходят подводные землетрясения. Сильные подводные землетрясения являются причиной образования волн цунами, приводящих к большим жертвам и разрушениям на берегу. При этом в районе эпицентра землетрясения наблюдаются локальные колебания водной поверхности. Еще во времена великих географических открытий испанские и португальские мореплаватели описывали такие явления, как «морская тряска» или «ужасное море». В настоящее время широко используется термин «моретрясение». Под моретрясением обычно понимают возмущение водной поверхности, вызванное подводным землетрясением в районе эпицентра сейсмического события. Размер области возмущения может составлять несколько десятков километров, а продолжительность явления – от нескольких секунд до десятков минут. Во время моретрясения на поверхности акватории образуются системы стоячих волн большой крутизны, возникают отдельные вертикальные столбы воды, формируются вихри, отмечаются сильные акустические эффекты. Может меняться цвет и

температура воды. Высота волн и выбросов воды в области моретрясения может превышать 10 м, а скорость движения поверхности достигает 10 м/с. Корабль, попавший в зону действия моретрясения, оказывается в окружении, стоячих волн, грохот и гул дополняются резкими ударами по днищу. Сильнейшие сотрясения судна приводят к повреждению палубных надстроек и представляют опасность для людей, находящихся на борту.

Информация для исторической базы данных по моретрясениям заимствовалась из каталогов цунами, записей судовых журналов, научных публикаций, средствах массовой информации. Целью данной работы является сбор фактической информации о моретрясениях, и верификация найденной информации о времени и месте события по данным сейсмического каталога (USGS).

К настоящему времени в базе собрано около 50 событий. Для каждого моретрясения указано время и место, когда и где это событие наблюдалось, приведены параметры землетрясения, которое вызвало это событие, приведены описания того, как событие ощущалось очевидцами.

Литература

1. Ambraseys N., Short communication a damaging seaquake, *Earthquake engineering and structural dynamics*, Vol. 13,421-424 (1985).
2. Birch F. S. An earthquake recorded at Sea, *Bulletin of the Seismological Society of America* (1966) 56 (2): 361-366
3. Levin B.W., Nosov M.A. *Physics of Tsunami*, 2nd edition. Springer, 2016, doi: 10.1007/978-3-319-24037-4
4. Quann J., Eberstein I., Curtis S. A possible shock effect associated with seaquakes. NASA-TM-X-66096, 1972
5. Seaquakes 1900s to 2015. Ships Report Seaquakes by Capt. David Williams <https://www.deafwhale.com/ships-report-seaquakes/>
6. The great Alaska earthquake of 1964. National Research Council (U.S.). Committee on the Alaska Earthquake. National Academy of sciences, 1972 .
7. The International Journal of The Tsunami Society Vol. 25, № 3, Published Electronically, 2006. <https://library.lanl.gov/tsunami/>
8. The United States Geological Survey (USGS) The Earthquake Hazards Program. <https://earthquake.usgs.gov/earthquakes/search/>
9. Uenishi, K., Sakurai, S. (2014). The Generation of Seaquakes and its Impact on Floating Bodies. *International Journal of Protective Structures*, 5(2), 207–218. doi:10.1260/2041-4196.5.2.207
10. Von Huene, R., Seaquakes, The Great Alaska Earthquake of 1964, *Oceanography & Coastal Engineering*, National Academy of Science 1972
11. Соловьев С.Л. , Го Ч.Н., Ким Х.Р., Соловьева О.Н. , Щетников Н.А. "Цунами в средиземном море 2000 г.до.н.э. – 1991г." М.: "Научный мир", 1997.
12. Соловьев С.Л., Го Ч. Н. Каталог цунами на западном побережье Тихого океана. Издательство «Наука», 1974.

13. Соловьев С.Л., Го Ч.Н. Каталог цунами на восточном побережье Тихого океана. Издательство «Наука», 1975.

НОВАЯ СХЕМА СВЯЗИ МОЛНИЕВОЙ АКТИВНОСТИ СО СТАТИСТИЧЕСКИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ АТМОСФЕРЫ В КЛИМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ИФА РАН

Студент *Плосков А.Н.*, в.н.с. *Елисеев А.В.* с.н.с. *Чернокульский А.В.* (ИФА им. А.М. Обухова РАН), зав. каф. физики атмосферы *Мохов И.И.* (г.н.с. ИФА им. А.М. Обухова РАН)

В настоящее время климатические модели дополняются параметризациями молниевой активности, связывающими частоту молний с характеристиками конвективной облачности [1, 2]. К примеру, в [1] частота молний (ЧМ) на единицу площади f связывается с высотой конвективных облаков h :

$$f = C h^{\alpha}, \quad (1)$$

причем показатель степени α и коэффициент C различны для облаков континентального и морского происхождения.

Однако подобные параметризации не могут быть использованы в климатических моделях промежуточной сложности (КМПС), шаг по времени которых составляет 10^5 - 10^6 с и шаг вычислительной сетки $\sim 10^8$ м [3]. Это на несколько порядков больше характерного времени жизни конвективных облачных систем (10^3 - 10^4 с) и их характерного пространственного масштаба (10^4 м). К числу КМПС относится климатическая модель Института физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН (КМ ИФА РАН) [4].

Цель данной работы - модификация схемы [1] для использования в КМПС, в том числе в КМ ИФА РАН.

В связи с этим предлагается схема вычисления ЧМ, основанная на рассмотрении статистических ансамблей конвективных систем. При этом необходимо ввести функцию распределения вероятности для h . По данным измерений над Европейской территорией СССР [5] эта функция может быть приближена гамма-распределением с параметром формы $a > 1$ и параметром масштаба b . Для такого распределения средняя высота облаков $H = a b$, стандартное отклонение высоты облаков $\sigma = a^{1/2} b$, а коэффициент вариации $k = \sigma / H = a^{-1/2}$. Из условия $a > 1$ следует, что $k < 1$.

При построении статистической выборки для различных $1 \text{ км} \leq H \leq 20 \text{ км}$ и $0 \leq k \leq 1$ с дополнительно предполагалось, что $h \leq h_{\max} = 20 \text{ км}$. По данным этой выборки вычислялось среднее по ансамблю $\langle f \rangle = C \langle h^{\alpha} \rangle$ (скобки означают осреднение по ансамблю). При каждом

значении k показатель степени α определялся с использованием линейной регрессии $\ln \langle f \rangle$ на $\ln \langle h \rangle = \ln H$.

Результаты проведённых расчётов показали монотонное уменьшение α при увеличении k как над сушей, так и на океаном (рис. 1). При узком распределении для h ($k \ll 1$) значения показателя степени в (1) близки к рекомендованным в [PriceRind1992_JGR]. При широком распределении ($k \rightarrow 1$) эти показатели уменьшаются до 2.6 над сушей и до 1.3 над океаном. При всех $0 \leq k \leq 1$ коэффициент корреляции регрессии $\ln \langle f \rangle$ на $\ln H$ превышает 0.96.

Схема, основанная на (1), была внедрена в КМ ИФА РАН. Дополнительно предполагалось, что молниевые вспышки возможны лишь в части ячейки, занятой конвективными облаками:

$$f = C h^\alpha n_{co}, \quad (2)$$

где n_{co} - количество конвективных облаков в вычислительной ячейке. Величина n_{co} вычислялась в соответствии с [6] с заданием высоты тропопаузы согласно [7].

С КМ ИФА РАН были проведены численные расчёты для периода 1700-2100 гг. при сценариях антропогенных воздействий с учётом изменения содержания парниковых газов (CO_2 , CH_4 и N_2O) в атмосфере, тропосферных и стратосферных вулканических сульфатных аэрозолей, изменения солнечной постоянной и изменения сельскохозяйственных площадей. Эти воздействия для 1700-2005 гг. задавались в соответствии с условиями "Historical simulations" проекта CMIP5 (Coupled Models Intercomparison Project, phase 5; <http://www.Pasa.ac.at/web-apps/tnt/RcpDb>). Для периода 2006-2100 гг. соответствующие воздействия задавались в соответствии со сценарием RCP 8.5.

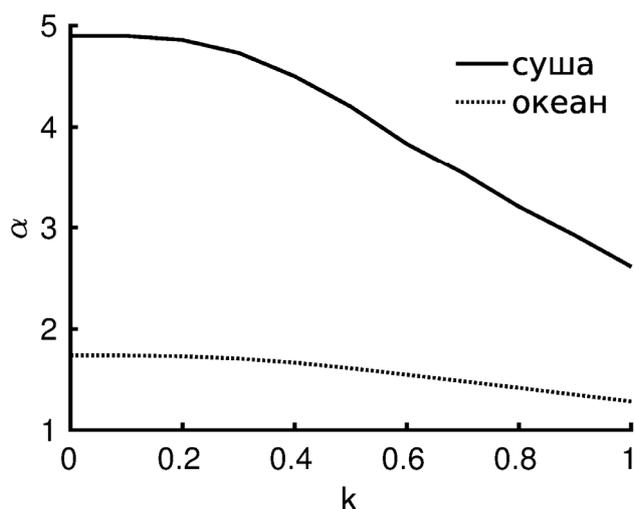


Рис. 1. Зависимость показателя степени α в соотношении (1) от коэффициента вариации k для функций распределения вероятности высоты конвективных облаков.

Все расчёты были проведены с версией модели, в которой показатели степени задавались в соответствии со значениями, полученными при коэффициенте вариации $k = 1$ (версия М), а также со значениями из [1] (версия О). В связи с учётом n_{co} в (2) были проведены расчёты как с полной схемой (2) (версия I), так и с её вариантом, в котором вместо изменяющегося от года к году n_{co} использовалась многолетнее среднее (с учётом годового хода) количество конвективных облаков для доиндустриального периода (версия Р). Далее введены обозначения X-Y, где X - либо I, либо Р, а Y - либо М, либо О.

На глобальном уровне для современного периода результаты расчётов со всеми версиями КМ ИФА РАН хорошо согласуются со спутниковыми данными LIS/OTD (Lightning Imaging Sensor/Optical Transient Detector) [8] для частоты молний. Если по этим данным для 1995-2014 гг. глобальная ЧМ $F_g = 46 \pm 5 \text{ с}^{-1}$, то в зависимости от версии КМ ИФА РАН для этого интервала времени F_g изменяется от 44 с^{-1} до 47 с^{-1} (рис. 2). Однако при выделении суши и океана видно, что версии I-М и Р-М гораздо лучше согласуются с данными LIS/OTD, чем версии I-О и Р-О. В частности, если в первых двух версиях для 1995-2014 гг. при осреднении над сушей $F_l = 35\text{-}37 \text{ с}^{-1}$ (в удовлетворительном согласии с данными LIS/OTD, в которых соответствующее значение равно $41 \pm 4 \text{ с}^{-1}$), то в последних двух версиях - $26\text{-}27 \text{ с}^{-1}$ (уже значительно меньше эмпирической оценки). При переходе от версий О к версиям М также существенно улучшается согласие осреднённой над океанами ЧМ со спутниковыми данными. Если в версиях I-М и Р-М соответствующее значение для периода 1995-2014 гг. равно $8\text{-}9 \text{ с}^{-1}$ (по данным LIS/OTD - $5 \pm 1 \text{ с}^{-1}$), то в версиях I-О и Р-О оно равно $18\text{-}20 \text{ с}^{-1}$.

Согласно полученным результатам, в XXI-XX веках климатические изменения не приводят к существенным изменениям частоты молниевых вспышек в КМ ИФА РАН как на глобальном (рис. 2), так и на региональном масштабах ($\leq 10\%$). Кратковременные похолодания после вулканических извержений приводят к общему уменьшению ЧМ. После извержения вулкана Тамбора (1815 г.) значение F_g уменьшилось от 44.1 с^{-1} до 39.6 с^{-1} , а после извержения вулкана Пинатубо (1991 г.) - от 45.1 с^{-1} до 43.6 с^{-1} . Уменьшение f при этом максимально по абсолютной величине в тропиках и субтропиках.

Потепление климата в XXI веке приводит к увеличению частоты молниевых вспышек. В версии I-М при сценарии RCP 8.5 величина F_g увеличивается к 2090-2100 гг. до 58 с^{-1} , т.е. чуть более чем на четверть относительно соответствующего значения для 1995-2014 гг. Частота молниевых вспышек на единицу площади изменяется во все сезоны не более чем на 10% в тропиках над океанами между 1995-2014 гг. и 2090-2100 гг. В регионах максимальной ЧМ в современный период (на юго-

востоке Азии, в центре Африки и в центральной Америке) f к концу XXI века увеличивается на 10-20%; абсолютные изменения частоты молний максимальны в этих регионах. Над континентами в средних широтах увеличение ЧВ к концу XXI века превышает двукратное относительно современного периода.

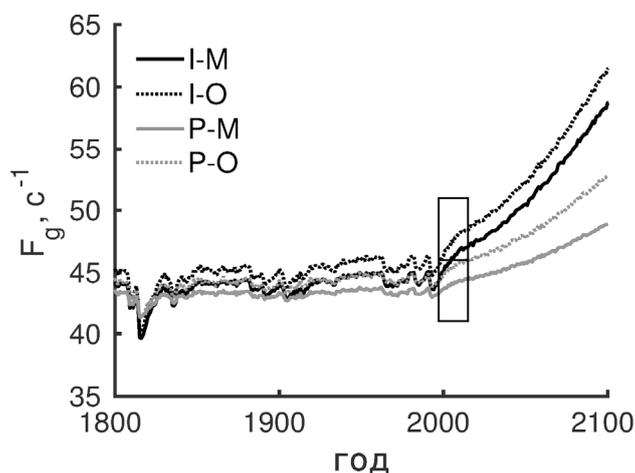


Рис. 2. Глобальная среднегодовая частота молниевых вспышек в численных экспериментах с КМ ИФА РАН. Приведены также соответствующие оценки по спутниковым данным LIS/OTD (среднее значение и интервал неопределённости).

Литература

1. Price, C. & Rind, D., 1992: A simple lightning parameterization for calculating global lightning distributions. *J. Geophys. Res.: Atmospheres* 97: 9919-9933.
2. Mareev, E.A. & Volodin, E.M., 2014. Variation of the global electric circuit and ionospheric potential in a general circulation model. *Geophys. Res. Lett.* 41: 9009-9016.
3. Claussen, M., et al., 2002. Earth system models of intermediate complexity: closing the gap in the spectrum of climate system models. *Clim. Dyn.* 18: 579-586
4. Мохов, И.И. & Елисеев, А.В., 2012. Моделирование глобальных климатических изменений в XX-XXIII веках при новых сценариях антропогенных воздействий RCP. *ДАН* 443: 732-736.
5. Мазин, И.П. & Хргиан, А.Х. Облака и облачная атмосфера. Л.: Гидрометиздат, 1989. 647 с.
6. Eliseev, A.V., et al., 2013. Scheme for calculation of multi-layer cloudiness and precipitation for climate models of intermediate complexity. *Geosci. Model Devel.* 6: 1745-1765.
7. Мохов, И.И. Диагностика структуры климатической системы СПб.: Гидрометиздат, 1993. 271 с.
8. Cecil, D.J., Buechler, D.E. & Blakeslee, R.J., 2014: Gridded lightning climatology from TRMM-LIS and OTD: Dataset description *Atmos. Res.* 35-136: 404-414.

ВЛИЯНИЕ РЕЛЬЕФА ДНА ВОДОЕМА И МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ НА СКОРОСТЬ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ВЕСЕННЕГО ТЕРМОБАРА

С.н.с. Блохина Н.С.

Формирование термических и динамических процессов в пресных водоемах весной и осенью связано с возникновением и развитием в них термобара (ТБ). Термобар представляет собой вертикальный фронтальный раздел от поверхности до дна с температурой максимальной плотности воды ($T_{\max}=4^{\circ}\text{C}$). Весенний термобар формируется у берега водоема при достижении поверхностных вод $T_{\max}=4^{\circ}\text{C}$. По мере прогрева водного объекта ТБ распространяется к его центру и исчезает при превышении температуры поверхности водоема 4°C . В глубоких озерах он может существовать несколько месяцев. Ограничивая обмен веществом и энергией между водами по разные стороны от ТБ, он определяет термодинамическое и экологическое состояние водного объекта, что указывает на важность изучения динамики распространения ТБ и необходимости прогнозирования его месторасположения в водоемах.

Многочисленные изменения на озерах показали, что на развитие термобара огромное влияние оказывает форма, размеры и рельеф дна озёрной котловины. Однако влияние морфологических особенностей дна водоема на распространение ТБ ранее не проводилось.

В работе с помощью математического моделирования [1,2] получены зависимости скорости распространения весеннего термобара в озере с учетом глубины и наклона его дна при различных метеорологических условиях. Используя эти зависимости и количественные характеристики подводного рельефа Ладожского озера [3] построены изолинии пространственно-временного местоположения термобара по акватории водоема.

Исследовалось движение вязкой несжимаемой жидкости в двумерной прямоугольной области с наклонной правой границей. Решались система уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска и уравнение теплопроводности в переменных функции тока ψ и вихря φ с учетом зависимости плотности пресной воды от температуры в районе 4°C :

$$\rho(T) = \rho_0(4^{\circ}\text{C}) - \rho_0(4^{\circ}\text{C})\gamma(T - 4^{\circ}\text{C})^2. \quad (1)$$

Здесь T – температура и ρ – плотность воды; ρ_0 – плотность воды при 4°C ; $\gamma = 0.000085^{\circ}\text{C}^{-2}$.

В безразмерном виде система уравнений (2-4) и уравнение замыкания (5) для вычисления коэффициента турбулентной вязкости имели вид:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \left(\frac{\partial \psi}{\partial x_3} \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} - \frac{\partial \psi}{\partial x_2} \frac{\partial \varphi}{\partial x_3} \right) = \mu \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_3^2} \right) - 2(T - T_4) \frac{\partial T}{\partial x_2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \left(\frac{\partial \psi}{\partial x_3} \frac{\partial T}{\partial x_2} - \frac{\partial \psi}{\partial x_2} \frac{\partial T}{\partial x_3} \right) = \mu \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x_3^2} \right) \quad (3)$$

$$\Delta \psi = \varphi. \quad (4)$$

$$\mu^2 = \frac{C^3}{s} \int_S \left[4 \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x_2 \partial x_3} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x_3^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_2^2} \right)^2 - (T - T_4) \frac{\partial T}{\partial x_3} \right] ds \quad (5)$$

Здесь $\mu = \nu_T / H \sqrt{gH}$ – безразмерный коэффициент турбулентной вязкости, T_4 – безразмерное значение температуры максимальной плотности пресной воды, g – ускорение свободного падения, γ – коэффициент в формуле (1), s – площадь области решения задачи, C – эмпирический коэффициент.

Граничные условия задавались следующим образом. На дне водоема и правой наклонной боковой границе – условия прилипания и непроницаемости для скорости и отсутствия потока тепла. На левой границе – условие симметрии для всех переменных. На верхней границе задавали условие свободной поверхности для скорости и тепловой поток, состоящий из явного и скрытого потоков тепла, прямой солнечной радиации, длинноволнового излучения. Задача решалась численно.

Рассматривались водоёмы глубиной H от 8 м до 192 м и шириной $L_1=4000$ м (половина водоёма). Угол наклона дна водоема α изменялся от 0.715° до 11.44° . Температура атмосферы принималась равной $T_a=20^\circ\text{C}$, а относительная влажность воздуха $f=60$ и 95 %. Поток прямой солнечной радиации равнялся $Q_R=700$ и 500 Вт/м^2 .

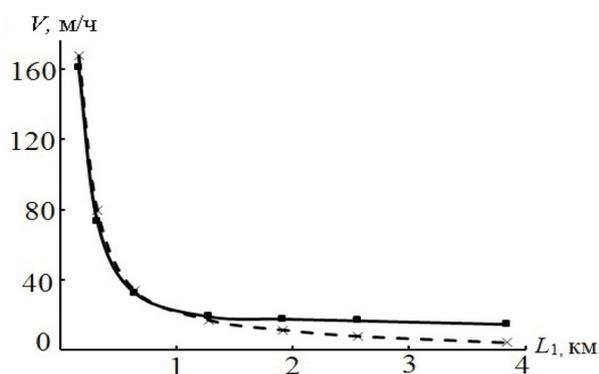


Рис.1. Скорость перемещения термобара V в зависимости от глубины водоема при углах наклона прибрежной зоны $\alpha = 0.715^\circ$ (сплошная линия) и 11.44° (пунктирная линия).

Результаты расчетов скоростей V перемещения термобара для разных глубин водоема и углов наклона прибрежной зоны $\alpha = 0.715^\circ$ и 11.44° (при $f=60$ %, $Q_R=700$ Вт/м^2) представлены на Рис.1.

Наблюдается три характерных интервала изменения скорости перемещения ТБ в зависимости от глубины водоема: (1) быстрая стадия – линейное увеличение скорости V до глубин 20 м; (2) квадратичная зависимость изменения V – от 20 до 64 м; (3) медленная стадия – линейная область изменения V в диапазоне глубин от

96 до 192 м. Получено, что в мелком водоеме ТБ быстрее перемещается при большем уклоне дна. С увеличением глубины водоема, скорости V распространения ТБ для разных углов α приближаются и при глубине $H=32$ м они становятся одинаковы. Дальнейшее увеличение H приводит к тому, что скорости движения ТБ больше при малых α .

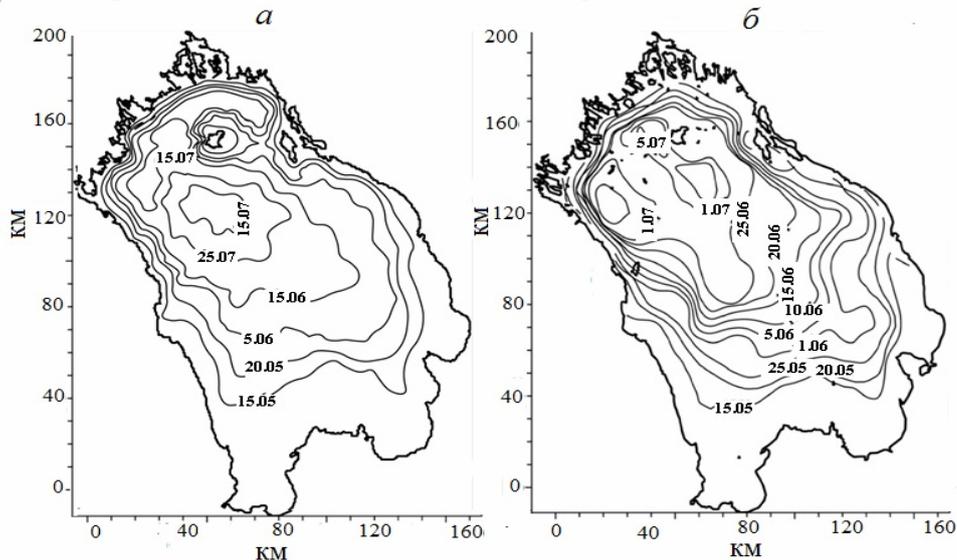


Рис.2. Пространственно-временное расположение термобара (изотермы 4°C) по акватории Ладожского озера по результатам расчетов (а) и среднемноголетнее расположение ТБ по данным натуральных наблюдений (б).

Используя результаты расчетов скорости перемещения ТБ и данные о распределении глубин и углов наклона дна Ладожского озера [3], построены изолинии положения зоны термобара (изотермы 4°C) на его поверхности в период с 15 мая по 15 июля. На Рис.2 представлено пространственно-временное расположение изотермы 4°C по акватории Ладожского озера по результатам расчетов (а) и натурным наблюдениям (б). Видно удовлетворительное согласие результатов моделирования и натуральных наблюдений. Расхождения в представленных картинах связаны: (1) с использованием осредненных глубин водоема и наклонов его дна; (2) с использованием при моделировании постоянных значения метеорологических параметров; (3) с не учётом ветрового воздействия на водоем; (4) с представлением на Рис.1,б карты среднемноголетних расположения ТБ. и др.

Литература

1. Блохина Н.С., Орданович А.Е., Савельева О.С. // Вод. ресурсы. 2001. **28**. № 2. С. 224 (Blokhina N.S., Ordanovich A.E., Savel'eva O.S.// Water Resources.2001. **28**, N 2. P. 201. DOI:10.1023/A:1010339919712).
2. Блохина Н.С., Овчинникова А.В., Орданович А.Е. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2002. № 2. С. 60 (Blokhina N.S., Ovchinnikova F.V., Ordanovich A.E.//Moscow University Phys. Bull. 2002. **57**, N 2. P. 73).

3. Науменко М.А. //Известия Российской академии наук. Серия географическая. 2013. №1. С.62.

ГОДИЧНЫЙ ОПЫТ ЭКСПЛУАТАЦИИ АВТОМАТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ОЦЕНКИ ЦУНАМИОПАСНОСТИ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ

М.н.с. Колесов С.В., проф. Носов М.А.

Ключевые слова: землетрясения, цунами, интенсивность цунами, численное моделирование

В январе 2018 года в опытную эксплуатацию была запущена автоматическая система оценки цунамиопасности землетрясения «Tsunami observer». По оперативным данным о механизме очага землетрясения (на данный момент используются данные Геофизической службы США (USGS) и Немецкого Центра наук о Земле (GEOFON)) система производит оценку интенсивности возможного цунами по шкале Соловьева-Имамуры. Для этого системой последовательно рассчитываются векторное поле косейсмической деформации дна, начальное возвышение воды в источнике цунами и потенциальная энергия начального возвышения. Для получения связи между потенциальной энергией начального возвышения и интенсивностью цунами было проанализировано более 200 исторических событий из баз данных по цунами HTDB/WLD и NGDC/WDS. Для событий с интенсивностью выше заданной пороговой производится гидродинамическое моделирование распространения волн цунами.

В докладе подводятся итоги работы системы за год: количество произошедших землетрясений с магнитудой $M_w \geq 6$ и выше, их цунамиопасность. Приводится сравнение оценок высот волн цунами, выполненных системой, и натурных измерений. Обсуждается качество и оперативность оценок механизма очага землетрясения, полученных от служб USGS и GEOFON.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект 19-05-00351.

ОКИСЛИТЕЛЬНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ПРИРОДНОМ ТИТАНОМАГНЕТИТЕ

М.н.с. Целебровский А.Н., проф. Максимочкин В.И., инженер Грачёв Р.А.

Палеомагнитные исследования основаны на анализе естественной остаточной намагниченности горных пород. Информацию о параметрах древнего магнитного поля несёт первичная термоостаточная намагниченность. В процессе эволюции горных пород могут возникать вторичные компоненты намагниченности, например, химической природы.

До сих пор не решена проблема идентификации этих видов намагниченности. Ошибочная интерпретация природы естественной намагниченности может существенно повлиять на результаты определения палеонапряжённости [1, 2]. Данная работа посвящена исследованию окисления природного титаномагнетита при повышенных температурах для определения свойств химической намагниченности и разработки критериев её идентификации в природной намагниченности.

Исследовались образцы базальтов рифтовой зоны Красного моря. Носителем остаточной намагниченности в этих породах является титаномагнетит со средним содержанием ульвошпинели 52 % и температурой Кюри 260 °С. Образцы подвергались температурной выдержке различной продолжительности (до 350 часов, при температуре 350 °С). На полученных состояниях, были проведены электроннозондовые исследования и рентгеновская микроскопия для определения изменений элементного состава и структуры кристаллов титаномагнетита.

Установлено, что с ростом времени отжига до 110 часов параметр решётки титаномагнетита уменьшается от 8.455 Å до 8.417 Å. При этом температура Кюри растёт от 260 °С до 490 °С. Такое поведение характерно для однофазного окисления [3]. В образце, отожжённом в течение 110 часов, были обнаружены отклонения от кубической сингонии. Последующая выдержка образца с этим состоянием в атмосфере чистого аргона (99,99%) в течение 40 минут при 610 °С показала на просвечивающей электронной микроскопии увеличение параметра решётки до начального значения и возвращение к кубической структуре. Одновременно значение температуры Кюри снизилось с 490 °С до 265 °С. На исследованных кристаллах титаномагнетита размером менее 10 микрометров электронная дифрактометрия и сканирующая электронная микроскопия не показали структурных или элементных неоднородностей, что также подтверждает однофазный характер окисления.

Литература

1. Максимочкин В. И., Целебровский А. Н. Влияние химической намагниченности океанических базальтов на определение палеоинтенсивности геомагнитного поля методом Телье // Вестник Московского университета. Серия 3: Физика, астрономия. — 2015. — № 6. — С. 136–143.
2. Грибов С. К. Экспериментальное исследование влияния химического намагничивания титаномагнетитсодержащих базальтов на результаты определения палеонапряжённости методом Телье // Геофизические исследования. 2017. Т. 18. № 1. С. 37-48.
3. Nishitani T., Kono M. Effect of Low-Temperature Oxidation on the Remanence Properties of Titanomagnetites // J. Geomagn. Geoelectr. 1989. V. 41. № 1. P. 19–38.

Подсекция:
**ГАЗОДИНАМИКА, ТЕРМОДИНАМИКА
И УДАРНЫЕ ВОЛНЫ**

Сопредседатели:
профессор Н.Н. Сысоев, профессор И.А. Знаменская,
профессор В.М. Шибков

КИНЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВОСПЛАМЕНЕНИЯ И ГОРЕНИЯ
УГЛЕРОДСОДЕРЖАЮЩЕГО ТОПЛИВА В УСЛОВИЯХ
НЕРАВНОВЕСНОЙ ПЛАЗМЫ КОМБИНИРОВАННОГО
МИКРОВОЛНОВОГО РАЗРЯДА

В.н.с. *Шибкова Л.В.*, проф. *Шибков В.М.*, м.н.с. *Константиновский Р.С.*,
физик *Логунов А.А.*

В работе проведено моделирование воспламенения газовых топливных смесей в условиях поверхностного СВЧ-разряда. Моделирование было выполнено на примере неподвижной пропан-воздушной смеси. Для определения влияния различных каналов на воспламенение горючей смеси была разработана кинетическая модель, включающая в себя 166 компонентов и 1168 прямых и обратных реакций. При моделировании принимались во внимание такие компоненты, как нейтральные частицы: H, H₂, N₂, N, NH, NH₂, NH₃, N₂H, N₂H₂, N₂H₃, N₂H₄, N₂O, NO, NO₂, NO₃, NHO, HNO, HNO₂, HNO₃, O, O₂, OH, H₂O, HO₂, H₂O₂, O₃, C, C₂, CH, CH₂, CH₃, CH₄, C₂H, C₂H₂, C₂H₃, C₂H₄, C₂H₅, C₂H₆, CO, CO₂, HCO, CH₂O, CH₃O, CH₂OH, CH₃OH, CH₃O₂, CH₃OOH, C₂HO, C₂H₂O, CH₂CO, CH₃CO, CH₃CHO, C₂H₅O, C₂H₅O₂, C₂H₅O₂H, CN, C₂N, C₂N₂, HCN, NCO, C₃H₄, C₃H₅, C₃H₆, н-С₃H₇, изо-С₃H₇, C₃H₈, C₃H₅O, C₃H₅O₂, C₃H₅O₂H, C₃H₆O, н-С₃H₇O, изо-С₃H₇O, н-С₃H₇O₂, изо-С₃H₇O₂, н-С₃H₇O₂H, изо-С₃H₇O₂H, C₄H, C₄H₂, C₄H₃, C₄H₆, C₄H₇, C₄H₈, н-С₄H₉, втор-С₄H₉, C₄H₁₀, электронно-возбуждённые состояния: H(2s+2p), H₂(c³Π_u), H₂(a³Σ_g⁺), H₂(e³Σ_u⁺), H₂(d³Π_u), N₂(A³Σ_u⁺), N₂(B³Π_g), N₂(C³Π_u), N₂(D³Σ_u), N₂(a¹Π_g), N₂(b¹Π_u), N₂(a¹Σ_g⁺), N₂(11.87), N₂(a¹σ_u⁻), N(²D), N(²P), O(¹D), O(¹S), O₂(a¹Δ_g), O₂(b¹Σ_g⁺), положительные ионы H₂⁺, H₃⁺, H₅⁺, N⁺, N₂⁺, HN₂⁺, N₃⁺, N₄⁺, O⁺, O₂⁺, OH⁺, H₂O⁺, HO₂⁺, C⁺, CH⁺, CH₂⁺, CH₃⁺, C₂⁺, C₂H⁺, C₂H₂⁺, C₂H₃⁺, C₂H₄⁺, C₂H₅⁺, C₂H₆⁺, C₃⁺, C₃H₂⁺, C₃H₃⁺, C₃H₄⁺, C₃H₅⁺, C₃H₆⁺, C₃H₇⁺, C₃H₈⁺, H⁺, CO⁺, CH₄⁺, O₃⁺, CO₂⁺, H₃O⁺, O₃H₂⁺, O₄⁺, O₂⁺·N₂, NO⁺·N₂, NO⁺·O₂, NO⁺·NO, отрицательные ионы O⁻, OH⁻, CH₄⁻, H⁻, O₂⁻, O₃⁻, O₄⁻, CH₂⁻, NO₃⁻, NO₃^{-*} и электроны.

В основу модели воспламенения топливных смесей была положена система уравнений, описывающая процессы окисления и включающая в себя уравнение баланса энергии, уравнение баланса плотности (концентрации) частиц и уравнение состояния:

$$\frac{d\gamma_i}{dt} = G_i - \gamma_i \sum_{j \in K} G_j, \quad G_i = \sum_{q \in \mathcal{M}} \frac{\alpha_{iq}^- - \alpha_{iq}^+}{N} [R_q^+ - R_q^-],$$

$$R_q^\pm = k_q^\pm \prod_{j \in K} (N \gamma_{n_j^\pm})^{\alpha_{jq}^\pm}, \quad \frac{dN}{dt} = N \sum_{k \in K} G_k, \quad p = NRT_0$$

Расчёт кинетических коэффициентов электронов проводился на основе решения уравнения Больцмана для сферически симметричной составляющей ФРЭЭ.

$$\begin{aligned} \frac{1}{n_e n_0} \sqrt{\frac{m\varepsilon}{2}} \frac{\partial(n_e f(\varepsilon, t))}{\partial t} = & \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left(\left(\frac{1}{3} \left(\frac{eE}{n_0} \right)^2 \frac{\varepsilon}{\sigma_c} + \delta k T_0 \varepsilon^2 \sigma_c \right) \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left((\delta \varepsilon^2 \sigma_c + 4 \varepsilon B_0 \sigma_{re}) f \right) - \begin{cases} \sum_{i \in \mathcal{R}_e} \gamma_i^+ \varepsilon \sigma_i(\varepsilon) f(\varepsilon), & \varepsilon \geq \varepsilon_i^{\text{nop}} \\ 0, & \varepsilon < \varepsilon_i^{\text{nop}} \end{cases} + \\ & + \sum_{i \in \mathcal{R}_n} \gamma_i^+ (\varepsilon + \varepsilon_i^{\text{nop}}) \sigma_i(\varepsilon + \varepsilon_i^{\text{nop}}) f(\varepsilon + \varepsilon_i^{\text{nop}}) + \\ & + \sum_{i \in \mathcal{R}_i} \gamma_i^+ (\varepsilon + \varepsilon_i^{\text{nop}}) \sigma_i(\varepsilon + \varepsilon_i^{\text{nop}}) f(\varepsilon + \varepsilon_i^{\text{nop}}) + \begin{cases} \sum_{i \in \mathcal{R}_{\text{оп}}} \gamma_i^- \varepsilon \sigma_i(\varepsilon) f(\varepsilon - \varepsilon_i^{\text{nop}}), & \varepsilon \geq \varepsilon_i^{\text{nop}} \\ 0, & \varepsilon < \varepsilon_i^{\text{nop}} \end{cases} + \\ & + 2\pi e^4 \gamma_e \ln \Lambda \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left(f(\varepsilon) \int_0^\varepsilon \varepsilon'^{1/2} f(\varepsilon') d\varepsilon' + \frac{2}{3} \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \left(\int_0^\varepsilon \varepsilon'^{3/2} f(\varepsilon') d\varepsilon' + \varepsilon^{3/2} \int_0^\varepsilon f(\varepsilon') d\varepsilon' \right) \right), \quad \ln \Lambda = \ln \left(\frac{T_e^3}{e^6 N \gamma_e} \right) \end{aligned}$$

Здесь $f(\varepsilon, t) \varepsilon^{1/2}$ – сферически симметричная составляющая функции распределения электронов по энергиям, $\sigma_{ci}(\varepsilon)$ – транспортное сечение i -ого компонента смеси, $\sigma_c(\varepsilon, t)$ – суммарное транспортное сечение смеси, γ_i – мольная доля соответствующего компонента, N – суммарная концентрация (моль/см³), E – электрическое поле (В/см), $C_{p,i}$ – молярная теплоемкость i -го компонента при постоянном давлении, α_{iq}^- и α_{iq}^+ – стехиометрические коэффициенты, $\ln \Lambda$ – Кулоновский логарифм.

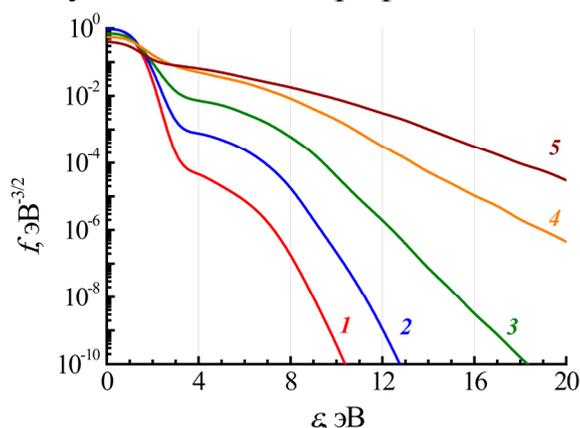


Рис. 1. Функция распределения электронов по энергиям в плазме разряда в пропан-воздушной смеси при E/N_0 : 1 – 20; 2 – 30; 3 – 50; 4 – 100; 5 – 150 Тд.

Моделирование процесса плазменно-стимулированного воспламенения топливных смесей проводилось на примере стехиометрической пропан-воздушной смеси $T_0 = 300$ К, $p_0 = 178$ Торр, начальной концентрации электронов 100 см^{-3} и при различных значениях электрического поля $E/N_0 = 100\text{--}200$ Тд, где N_0 – концентрация частиц

смеси при начальных условиях. Также принимался во внимание тот факт, что в эксперименте концентрация электронов не возрастает выше двух-трех критических концентраций, поэтому при расчете электрическое поле задавалось таким образом, чтобы концентрация электронов не возрастала выше $4.2 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$, а значение электрического поля не превышало начального. На рис. 1 представлены функции распределения электронов по энергиям в плазме разряда в пропан-воздушной смеси с составом $\text{C}_3\text{H}_8:\text{O}_2=1:5$ и $\text{O}_2:\text{N}_2=21:79$ для различных значений приведенного электрического поля при $T_v = 300 \text{ К}$.

Газовый разряд рассматривается только как источник тепловой энергии, вводимой в систему. Но различная степень ионизации газа достигается для различных типов газовых разрядов при одной и той же вкладываемой мощности. При этом вкладываемая электрическая энергия различным образом перераспределяется по внутренним степеням свободы молекулярного газа. Это перераспределение в очень сильной степени зависит от приведенного электрического поля, которое, в свою очередь, определяется электродинамикой разряда.

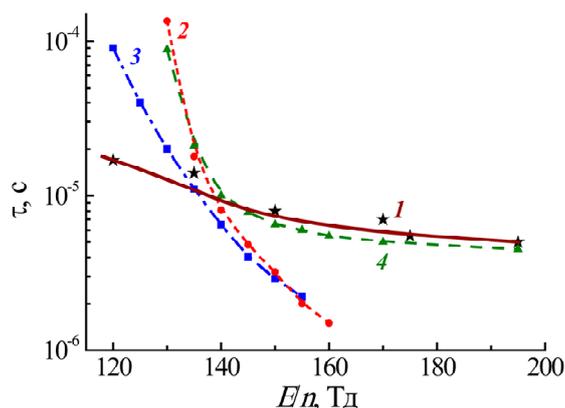


Рис. 2. Высокоскоростной пропан-воздушный поток с числом Маха потока $M=2$. Эксперимент – (1). Расчет (2) – самостоятельный поверхностный СВЧ-разряд, Расчет (3) – программированный СВЧ-разряд (инициация разряда осуществляется импульсом длительностью $\tau=2.8 \text{ мкс}$, при $E/N=150 \text{ Тд}$). Расчет (4) – с ограничением максимальной концентрации электронов значением $4.2 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$.

Различных результатов можно достигнуть при использовании одного и того же источника питания. Например, для воспламенения высокоскоростного пропан-воздушного потока с числом Маха $M=2$ мы использовали электродный разряд постоянного тока, импульсно-периодический поперечный электродный разряд, свободно локализованный безэлектродный СВЧ разряд и поверхностный СВЧ разряд. Получена зависимость (1) индукционного периода от приведенного электрического поля для сверхзвукового пропан-воздушного потока (см. рис. 2). Помимо данных эксперимента (1), на графике представлены результаты расчёта зависимости времени индукции пропан-воздушной

смеси от приведённого поля для нескольких случаев. Во-первых, производился расчёт разряда при неизменном значении амплитуды электрического поля. Во-вторых, производился аналогичный расчёт в случае предварительного пробоя газа СВЧ-импульсом с приведённым полем 150 Td, при этом длительность импульса задавалась 1.3 мкс, что приводило к увеличению концентрации электронов до 10^{12} см^{-3} . В-третьих, производился расчёт разряда с постоянной амплитудой электрического поля с ограничением концентрации электронов значением $4.2 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$. Из рисунка видно, что такое ограничение влияет на времена поджига при больших значениях приведенного электрического поля и дает зависимость, лучше согласующуюся с экспериментом, где похожее ограничение максимальной концентрации электронов возникает за счет электродинамических эффектов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (грант № 18-02-00336-а).

ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ПЛАМЕНИ И СТЕПЕНИ ИОНИЗАЦИИ ГАЗА ПРИ ПЛАЗМЕННО-СТИМУЛИРОВАННОМ ГОРЕНИИ ЖИДКИХ И ГАЗООБРАЗНЫХ ТОПЛИВ

Физик *Логунов А.А.*, студент *Корнев К.Н.*, студент *Долбня Д.С.*,
в.н.с. *Шибкова Л.В.*, проф. *Шибков В.М.*

В настоящей статье изучается возможность использования неравновесного нестационарного продольно-поперечного пульсирующего разряда, создаваемого с помощью стационарного источника питания, для повышения эффективности плазменно-стимулированного воспламенения и управления процессом горения пропана внутри гладкого расширяющегося аэродинамического канала, а также для стабилизации горения в условиях сверхзвукового потока без использования специальных застойных зон. Исследования быстрого объемного воспламенения и стабилизации горения углеводородного топлива проводились на стенде, созданном в лаборатории сверхзвуковой плазменной аэродинамики на физическом факультете МГУ им. М.В. Ломоносова. Экспериментальная установка состоит из вакуумной барокамеры объемом три кубических метра, двух камер высокого давления для воздуха и пропана, устройства для смешивания пропана с воздухом, системы для создания сверхзвукового потока, прямоугольных расширяющихся аэродинамических каналов, высоковольтного источника питания, системы синхронизации и диагностической аппаратуры.

Условия проведения экспериментов: разряд создавался в расширяющихся аэродинамических каналах с присоединенными гибкими

воздуховодами и сменными соплами Лавалья; род газа – воздух, пропан, пропан-воздушная смесь; давление воздуха в ресивере компрессора – 1-6 атм; давление пропана в ресивере – 2-6 атм; температура воздуха в потоке изменялась от 250 до 168 К; скорость сверхзвуковых потоков $v = 300\text{--}520$ м/с. Эксперименты проводились при массовых расходах воздуха $dm_1/dt = 60\text{--}120$ г/с и пропана $dm_2/dt = 2.5\text{--}5.5$ г/с. Для создания разряда использовался стационарный источник питания с выходным напряжением от 1 до 4.5 кВ, обеспечивающий в течение 2 с существование поперечно-продольного пульсирующего разряда при токе от 2 до 20 А. Процесс плазменно-стимулированного воспламенения и горения пропан-воздушной смеси в сверхзвуковых потоках изучался при различных составах горючей смеси. Эквивалентное отношение для пропана менялось от 0.3 до 0.9, т.е. изучался процесс горения обедненных по отношению к пропану топливных смесей. Вкладываемая в разряд электрическая мощность не превышала 2–4% от выделяемой при горении тепловой мощности. Давление p_0 неподвижного воздуха в барокамере изменялось в диапазоне 100–760 Торр.

Диагностический комплекс позволяет в масштабах реального времени получать данные о нескольких параметрах, характеризующих процесс сверхзвукового горения углеводородного топлива, различными подтверждающими друг друга методами, например, о температуре пламени, степени ионизации, полноте сгорания и др. Это дает уверенность

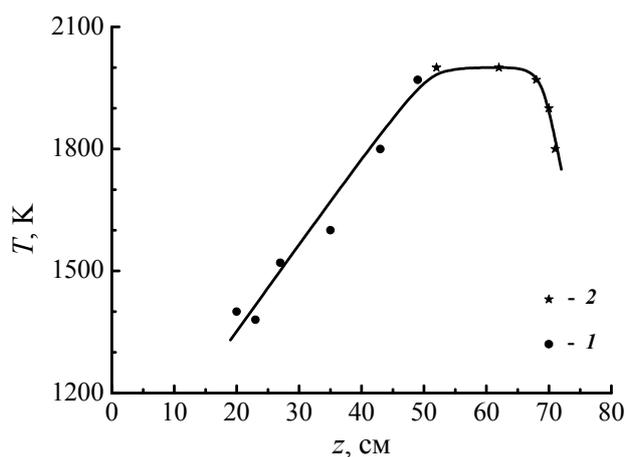


Рис. 1.

в надежности проводимых измерений.

Основные эксперименты по стабилизации сверхзвукового горения пропана были выполнены с использованием расширяющегося аэродинамического канала прямоугольного сечения длиной 50 см с $S_2/S_1 = 12.7$, оснащенного четырьмя датчиками давления, расположенными равномерно по его длине на боковой стенке на одинаковых

расстояниях друг от друга. Это позволяло фиксировать распределение газодинамических характеристик потока вдоль канала без горения и в условиях плазменно-стимулированного горения углеводородного топлива.

Низкотемпературная плазма создается в области, расположенной на расстоянии $z_{ch} = 10\text{--}20$ см от входного сечения аэродинамического канала.

Разряд существует в сверхзвуковом потоке и газоразрядная плазма не касается внутренних стенок канала. Воздух нагревается в области существования канального разряда до 1000 К. Нагрев внешней поверхности стенки обусловлен теплопередачей энергии через диэлектрические стенки из внутренних зон аэродинамического канала, где выделяется тепловая энергия. Показано что в области существования разряда начинают нагреваться стенки канала. Причем повышение температуры внешней поверхности стенок на расстоянии $z_{ch} = 20$ см от входного сечения аэродинамического канала не превышает двух градусов. Вниз по потоку температура стенок остается неизменной вплоть до $z_{ch} = 40$ см, где реализуется интенсивное сверхзвуковое горение пропан-воздушной смеси, что приводит к резкому изменению температуры внешней поверхности аэродинамического канала. Такое распределение температуры указывает на то, что интенсивное горение по всему поперечному сечению канала начинается на расстоянии $z_{el} = 20-25$ см вниз по потоку от области существования низкотемпературной газоразрядной плазмы, которая осуществляет воспламенение и стабилизацию сверхзвукового горения пропан-воздушной смеси. При скорости потока 500 м/с, продольном расстоянии $z = 25$ см и расстоянии от оси канала до стенки $x = 2.5$ см получаем скорость распространения фронта пламени в пропан-воздушной смеси порядка 50 м/с, что, несомненно, является положительным фактором для практического применения плазменно-стимулированного горения.

Зависимость температуры пламени при сверхзвуковом горении пропана от продольной координаты, определенная различными методами внутри аэродинамического канала и на выходе из него, представлена на рис. 1. Из полученных результатов следует, что, во-первых, температура

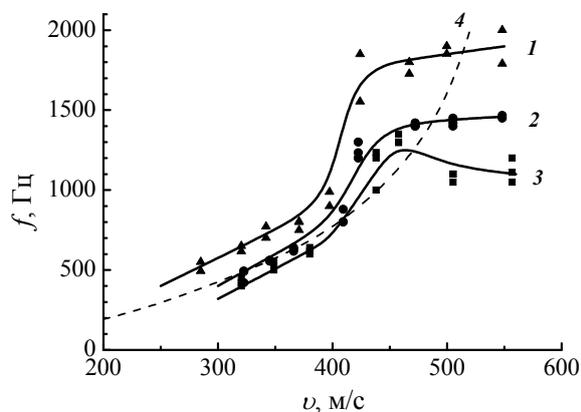


Рис. 2.

горения в течение пуска в любом сечении аэродинамического канала остается практически постоянной во времени, а во-вторых, температура нарастает при движении пламени по аэродинамическому каналу вниз по потоку. По мере сноса воздушно-углеводородного потока и дальнейшего догорания топлива температура линейно повышается от 1400 К вблизи

электродов до 1950 К на выходе из аэродинамического канала. Показано, что температура электронов, измеренная по тормозному спектру,

увеличивается от 10 000 К до 15 000 К с ростом разрядного тока от 2 до 16 А, а с увеличением расстояния от электродов от 0 до 5 см температура электронов уменьшается от 15 000 К до 8 000 К. При добавлении в воздушный поток пропана температура электронов резко уменьшается до 5000 К. Показано, что исследуемая плазма является неравновесной с температурой электронов намного превышающей температуру газа. Получено, что концентрация электронов при фиксированной скорости потока увеличивается с ростом разрядного тока, причем в течение пуска нестабильность концентрации не превышает 5-10 %. Показано, что на расстоянии 1 см от электродов при увеличении скорости потока от 150 м/с до 500 м/с концентрация электронов возрастает от 10^{15} см⁻³ до $3.7 \cdot 10^{16}$ см⁻³. С увеличением расстояния до $z = 3$ см электронная концентрация при всех скоростях потока уменьшается приблизительно в 2-3 раза, но также, как и при $z = 1$ см линейно нарастает с увеличением скорости. На рис. 2 представлена зависимость частоты пульсаций разряда от скорости потока в воздухе (кривая 4) и в пропан-воздушной смеси при различных величинах разрядного тока i : 1 – 5; 2 – 12, 3 – 16 А..

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 18-02-00336).

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТНОГО СКОЛЬЗЯЩЕГО РАЗРЯДА В ПОТОКЕ С УДАРНОЙ ВОЛНОЙ

Асп. *Кузнецов А.Ю.*, доц. *Мурсенкова И.В.*, проф. *Знаменская И.А.*

Изучение взаимодействия ударных волн с газоразрядной плазмой связано с задачами плазменной аэродинамики и остается актуальным на протяжении последних десятилетий [1-3]. Для осуществления эффективного управления высокоскоростными потоками с помощью плазмы необходимо знать механизмы взаимодействия ударных волн с плазменными образованиями. Целью работы было экспериментальное исследование динамики тока и излучения поверхностного скользящего разряда наносекундной длительности (плазменного листа) в неподвижном воздухе и в высокоскоростных потоках воздуха с плоской ударной волной.

Эксперименты проводились на установке, состоящей из ударной трубы и разрядной камеры [3, 4]. Регистрировались 9-кадровые изображения, развертки свечения и фотоизображения поверхностного разряда, ток разряда и спектр излучения при давлении воздуха 2-185 Торр, напряжении на разряде 25 кВ. Высокоскоростные электронно-оптические камеры БИФО К008/К011 и фотоаппараты устанавливались под углом к плоскости разряда в конце разрядного промежутка (по ходу движения ударной волны).

При 9-кадровой регистрации экспозиция составляла 100 нс, пауза между кадрами 100/200 нс. Длительность разверток свечения составляла 2 мкс. Ток разряда регистрировался малоиндуктивным шунтом, спектр излучения – спектрометром AvaSpec-2048FT. Числа Маха ударных волн в экспериментах составляли 2.8-3.3 при давлении 10-20 Торр перед фронтом ударной волны. Разряд инициировался при различных положениях фронта ударной волны относительно разрядного промежутка.

На фотоизображении разряда в неподвижном воздухе (рис. 1 а) наблюдается слабое диффузное свечение плазменного слоя и интенсивное свечение ярких каналов. Однородно светящийся плазменный слой состоит из диффузных каналов близкой интенсивности. На развертке свечения (рис. 1 б) видно, что длительность свечения ярких каналов значительно больше, чем диффузных. На 9-кадровом изображении (рис. 1 в) на первом кадре наблюдается слабое диффузное свечение и свечение двух ярких каналов разряда, постепенно затухающее на последующих кадрах. На рис. 2 а показаны временные зависимости интенсивности свечения ярких и диффузных каналов разряда.

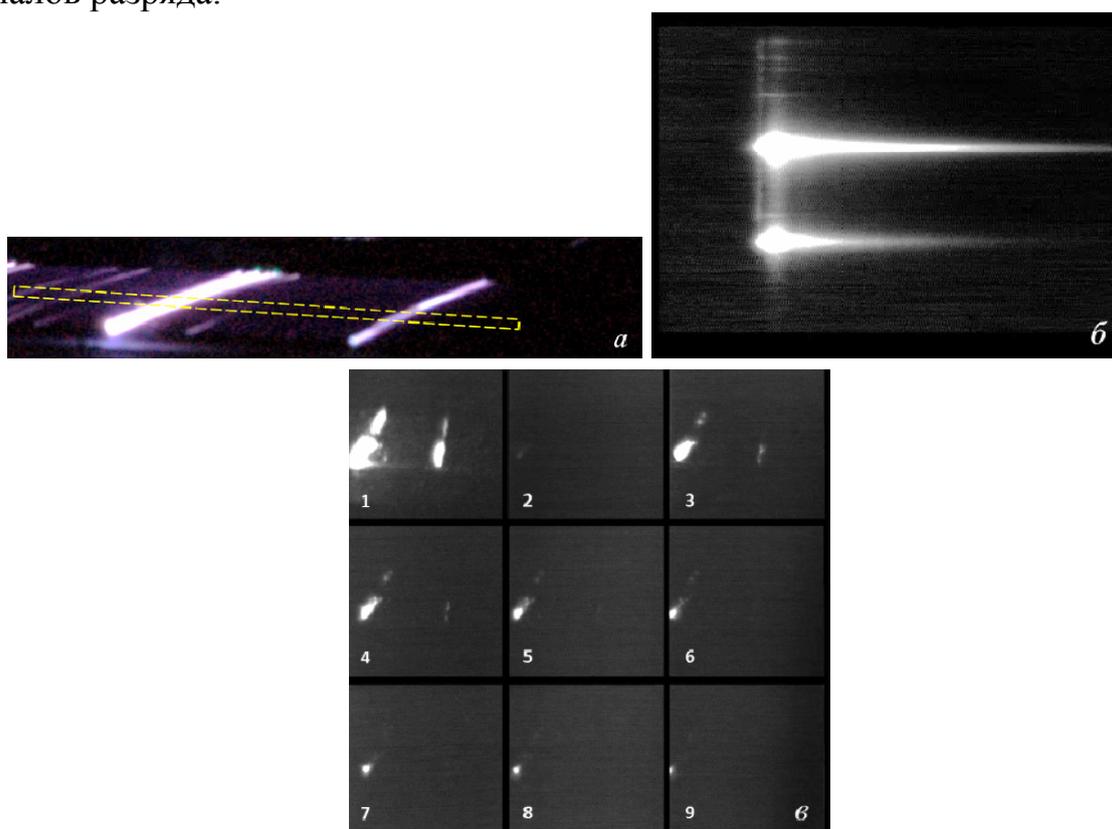


Рис.1. Фотоизображение (а), развертка (б) и 9-кадровое изображение (в) излучения поверхностного разряда в неподвижном воздухе при давлении 150 Торр. Положение щели камеры К008 показано пунктиром.

Полная длительность диффузного свечения разряда не превышает 200 нс, длительность свечения ярких каналов может превышать 2500 нс. Пуль-

сации свечения ярких каналов (рис. 2 а) коррелируют с осцилляциями тока разряда (рис. 2 б), как отмечалось в работах [2, 5]. Экспериментальные развертки и 9-кадровые изображения свечения обрабатывались для получения времени затухания излучения, связанного с временами жизни излучающих состояний возбужденных молекул в плазме разряда. Полученные времена затухания излучения ярких каналов в неподвижном воздухе показаны на рис. 2 в, где видно их увеличение в пределах 100-400 нс с ростом давления. Эти значения выше времени затухания диффузного свечения, которое при давлениях до 100 Торр (20-100 нс) близко к времени жизни возбужденного уровня $C^3\Pi_u$ молекулы азота [4, 5]. Большее время затухания излучения ярких каналов разряда может быть связано с заселением излучающих состояний $C^3\Pi_u$ и $V^3\Pi_g$ которые образуются при столкновениях молекул азота в метастабильном состоянии $A^3\Sigma_u^+$ [5, 6].

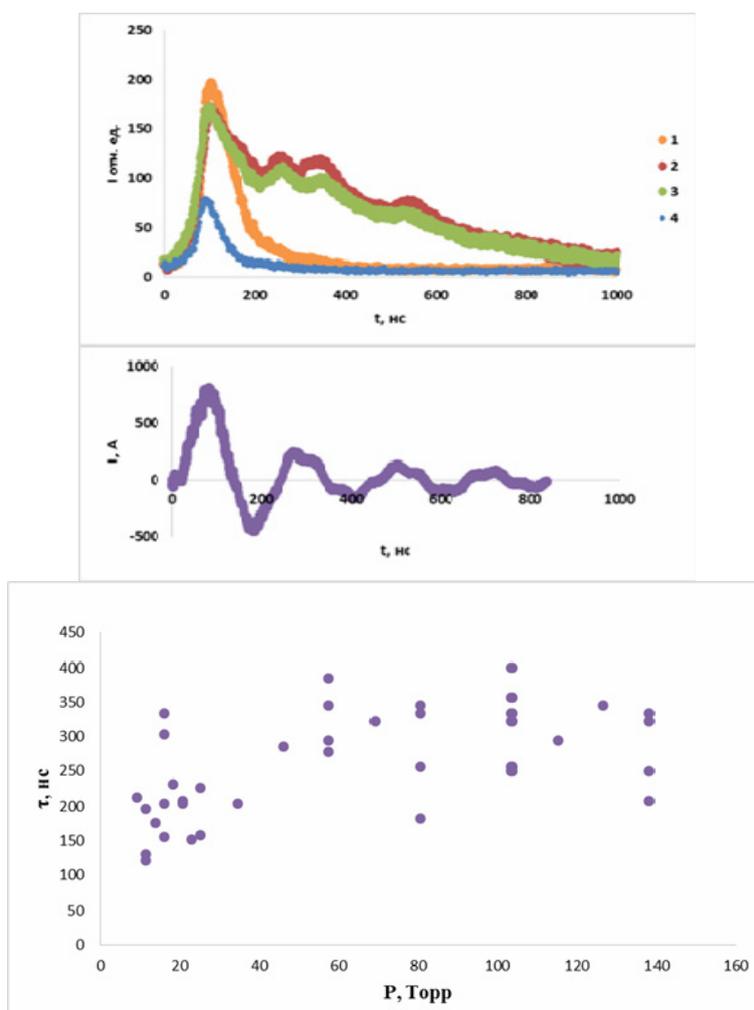


Рис. 2. а) Временные зависимости интенсивности свечения ярких (1-3) и диффузных (4) каналов; б) ток разряда (давление 25 Торр); в) время затухания излучения ярких каналов разряда в зависимости от давления.

При инициировании разряда в потоке с плоской ударной волной ток разряда протекает перед фронтом ударной волны в области низкой плотности [4, 5]. Линия пересечения фронта с плазменным слоем представляет собой узкую область интенсивного излучения (рис. 3 а). На соответствующем 9-кадровом изображении (рис. 3 б) свечение этой области на 1-3 кадрах пульсирует из-за осцилляций тока разряда, а на следующих постепенно затухает. Полная длительность свечения этой зоны превышает 2500 нс.

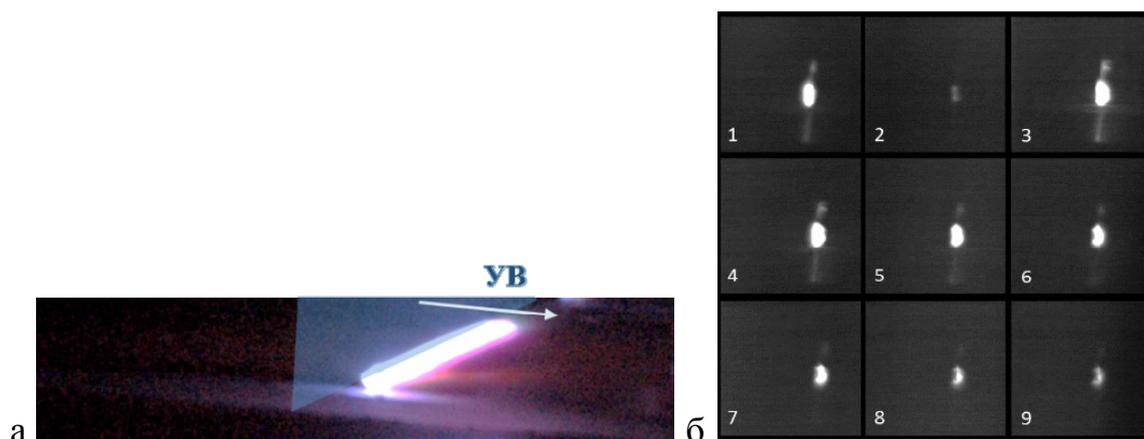


Рис. 3. Фотоизображение (а) и 9-кадровое изображение (б) излучения поверхностного разряда в присутствии ударной волны (эксп./пауза – 100/200 нс). Число Маха ударной волны 3.0, давление перед фронтом 17 Торр. Фронт на конце разрядного промежутка.

Эксперименты показали, что время затухания излучения зоны скользящего поверхностного разряда, взаимодействующего с ударной волной, зависит от положения фронта относительно разрядного промежутка и составляет 600-2500 нс, что значительно больше времени затухания ярких каналов в неподвижном воздухе. Длительное послесвечение в таких условиях может быть обусловлено дополнительным заселением излучающих состояний азота в условиях повышенной после ударного сжатия концентрации молекул азота в метастабильном состоянии $A^3\Sigma_u^+$ в области релаксирующей плазмы [5].

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 19-08-00661 и Программы развития МГУ до 2020 года.

Литература

1. Bayoda D., Benard N., and Moreau E. // J. Appl. Phys. 2015. V. 118. 063301.
2. Cicala G., Bruno D., Capitelli M., Longo S. and Rain`o A.C. // Eur. Phys. J. D. 2010. V. 57. P. 375-385.
3. Mursenkova I.V., Znamenskaya I.A. and Lutsky A.E. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2018. V. 51. 105201.

4. Дорощенко И.А., Знаменская И.А., Кузнецов А.Ю., Мурсенкова И.В., Сысоев Н.Н. // ЖТФ. 2018. № 5. С. 684–691.
5. Кузнецов А.Ю., Мурсенкова И.В. // Прикладная физика. 2016. № 5. С. 16-21.
6. Shkurenkov I., Burnette D., Lempert W.R. and Adamovich I.V. // Plasma Sources Sci. Technol. 2014. V. 23. 065003.

НОВЫЕ МЕТОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗУЧЕНИЯ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ЖИДКОСТИ

Асп. *Шагиянова А.М.*, с.н.с. *Коротеева Е.Ю.*, проф. *Знаменская И.А.*, проф. *Сысоев Н.Н.*

Исследование взаимодействия струйных затопленных течений жидкости с твердой стенкой является актуальным для задач тепло и массопереноса. Знание механизма ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое жидкости и газа позволяет достигать максимальной эффективности в решении прикладных задач. В связи с развитием цифровой техники, появилось большое количество новых экспериментальных методов визуализации и анализа течений. Однако различие основных характеристик, таких как толщина слоя и сама структура [1] ламинарного, турбулентного и переходного течения делает изучение пограничного слоя жидкости трудоемкой задачей. Методы визуализации, основанные на засевах частицами пограничного слоя воды, могут не позволить на больших числах Рейнольдса разрешать мелкие вихревые структуры.

Инфракрасная термография сегодня является мощным оптическим инструментом для бесконтактной регистрации двумерных нестационарных тепловых полей с хорошим временным и пространственным разрешением. Большинство работ по термографии направлены на изучение конвективных тепловых потоков на твердых поверхностях или поверхностных течений жидкости [2, 3].

В данной работе на основе высокоскоростной ИК-термографии быстропротекающих процессов предложены методы исследования [4, 5], позволяющие в одном эксперименте одновременно измерять в тонком приповерхностном слое воды нестационарные поля локальных пульсаций температуры жидкости (метод ТВПЖ) и соответствующие векторные поля скорости, как мгновенные, так и усредненные по времени (метод ТТТ) [6]. Исследования проводились с использованием камеры FLIR SC7700 со спектральным диапазоном 3.7-4.8 мкм и частотой кадров до 400 Гц.

Основную информацию о характере взаимодействия импактной струи с твердой стенкой несет непосредственно пристеночный слой течения, состоящий из области торможения потока $R < 2D$, переходной области и области отрыва потока. При наличии разности температуры между жидкостью и обтекаемой стенкой в пристеночной области образуется тепловой пограничный слой. Для чисел Прандтля в воде при температурах 20-30°C, равных $Pr = 5-7$ тепловое поле течения служит хорошим индикатором движения жидкости и структур турбулентного потока [3]. В исследованном диапазоне параметров число Фруда $Fr = V^2/g >> 1$, инерционная составляющая преобладает над конвективной и гравитационной.

Влияние теплопроводности стенки и других внешних факторов оценивается с помощью измерений температуры невозмущенной жидкости, регистрируемой через материалы с различной достаточно высокой пропускающей способностью: фторид кальция (более 90%), селенид цинка (до 70%), стекло (рис 1а). Результаты, полученные через окно из фторида кальция, наиболее близки к измерениям термодпары непосредственно в жидкости.

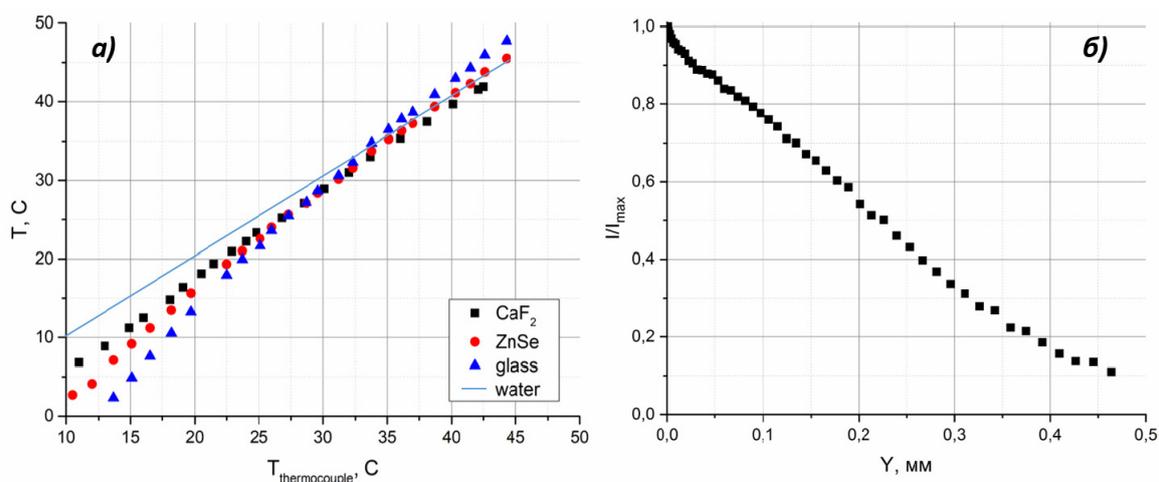


Рис. 1. а) корреляция значений температур, измеренных бесконтактно с помощью тепловизора через материалы, с различной пропускающей способностью, и измерений термодпары в жидкости (линия); б) график изменения интенсивности ИК-излучения от толщины слоя воды, полученные экспериментально.

Проведена экспериментальная оценка регистрируемой толщины жидкости в данном ИК-диапазоне (рис.1б). Согласно закону Бугера в воде 99% интенсивности ИК излучения поглощается на глубине $x = 0,42$ мм.

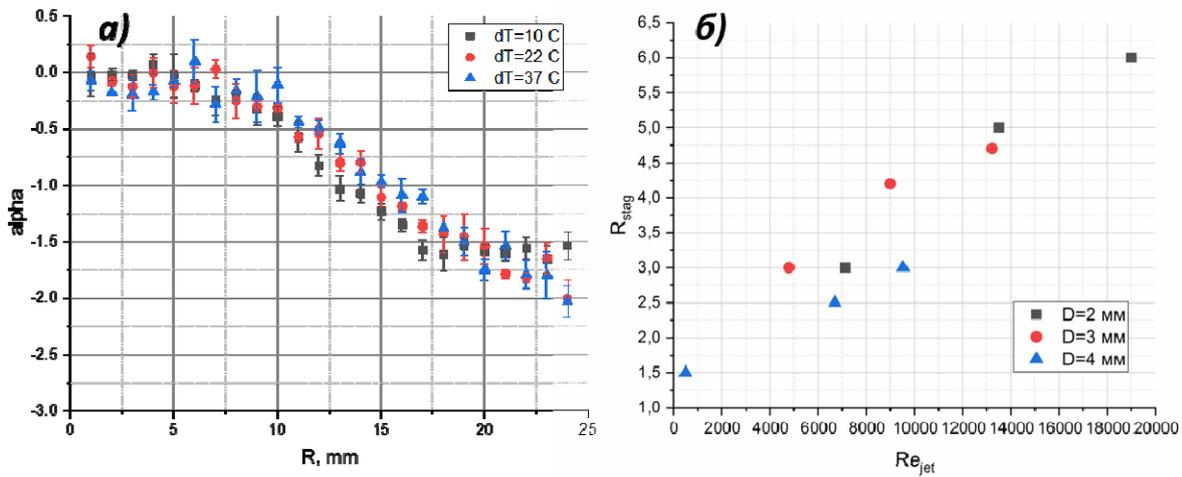


Рис. 2. а) изменение спектрального закона для тепловых пульсаций от радиального расстояния для $v=3.4$ м/с $D=3$ мм при $H/d=2$ при разных dT ; б) график размера области с «плоским» спектром в относительных диаметрах от Re_{jet} для $H/d=2$.

Расположение области ламинарно-турбулентного перехода для импактной струи зависит от чисел Рейнольдса, расстояний до сопла, характеристик поверхности и сопла. В данной работе эксперименты проводились для расстояний от среза сопла до поверхности соударения $H/D = 1-4$ в диапазоне $Re_{jet} = 5 \cdot 10^2 - 2 \cdot 10^4$.

Исследование тепловых пульсаций в пограничном слое воды проводится с помощью анализа зависимостей интенсивности от времени в каждой точке на термограммах и построения энергетических спектров. Получены графики изменения наклона спектра от расстояния до точки торможения потока. Показано, что разность температур между струей и окружающей жидкостью ($dT=10-37^\circ\text{C}$) практически не влияет на картину течения в области $R < 6D$ (рис. 2а). Спектральное представление области импакта коррелирует с характерными зонами течения в погранслое. Вблизи точки торможения потока ($R < 2D$) спектр мощности тепловых пульсаций практически не зависит от частоты. График изменения размера области с «плоским» спектром в относительных диаметрах от чисел Рейнольдса представлена на рис. 2 б). Для затопленных импактных ($H/D=2$) струй жидкости с $Re = 4 \cdot 10^3 - 10^4$ область перехода лежит в диапазоне $R=2.5-4.2D$, для $Re > 1.3 \cdot 10^4$ $R = 4,5-6D$. Изменение характера спектрального закона можно объяснить окончанием ламинарной области и переходом к турбулентным пульсациям. Далее в области 3-6 относительных диаметров от места соударения становится возможным выделить участок с наклоном $-5/3$, соответствующий появлению инерционного интервала. Далее по потоку наклон спектров увеличивается, а показатель степени, в основном, находится в интервале от -1.8 до -3.5.

Рассмотрены новые принципы изучения турбулентного пограничного слоя жидкости, основанные на современных достижениях в

области цифровых технологий анализа быстропротекающих процессов. Проведена верификация метода на модельных течениях. Проведены исследования струйных затопленных неизотермических течений методами, основанными на использовании высокоскоростной термографии быстропротекающих процессов в пограничном слое с частотой съемки 100-400 кадров в секунду для чисел Рейнольдса $Re_{jet} = 5 \cdot 10^2 - 3 \cdot 10^4$. Исследованы количественные параметры полей турбулентных пульсаций воды (1-40 Гц) и параметры ламинарно-турбулентного перехода для затопленной импактной струи.

Литература

1. Г. Шлихтинг. Теория пограничного слоя. М., «Наука». 1974. С.712.
2. G.M. Carlomagno, A. Ianiro // Thermo-fluid-dynamics of submerged jets impinging at short nozzle-to-plate distance: a review. Exp. Thermal Fluid Sci. 2014. №58. P. 15–35.
3. K.P. Judd, G.B. Smith, R.A. Handler, A.Sisodia // The thermal signature of a low Reynolds number submerged turbulent jet impacting a free surface. Phys. Fluids. 2008. №20.
4. I. Znamenskaya., E. Koroteeva., A. Shagiyanova // Thermographic analysis of turbulent non-isothermal water boundary layer. Journal of Flow Visualization and Image Processing. 2019. Vol. 26, no. 1. P. 49–56.
5. М.А. Большухин, И.А. Знаменская, В.И. Фомичев // Метод количественного анализа быстропротекающих тепловых процессов через стенки сосудов при неизотермическом течении жидкости. ДАН, Наука М. 2015. том 465. № 1. С. 38—42.
6. И.А. Знаменская, Е.Ю. Коротеева, А.М. Новинская, П.А. Рязанов // Исследование пограничного неизотермического слоя жидкости на основе высокоскоростной термографии. РНКТ-7. 2018.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ РЕЖИМА СОЗДАНИЯ ПОВЕРХНОСТНОГО СВЧ-РАЗРЯДА НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ГОРЕНИЯ ЖИДКОГО ТОПЛИВА

В.н.с. *Шибкова Л.В.*, проф. *Шибков В.М.*, м.н.с. *Копыл П.В.*,
физик *Логунов А.А.*

Работа посвящена экспериментальному исследованию физических процессов, протекающих в движущейся неравновесной низкотемпературной плазме, создаваемой в многокомпонентных смесях химически активных молекулярных газов. В целях достижения оптимальных параметров плазменных устройств часто приходится идти по пути усложнения химического состава рабочей среды. В химически активных смесях возникают нехарактерные для инертных газов процессы,

приводящие к частичному или полному качественному изменению состава смеси. Так разряды, создаваемые в молекулярных газах, приводят к эффективной диссоциации молекул, наработке активных радикалов и нагреву рабочей среды. А эти процессы в разрядах в горючих воздушно-углеводородных смесях могут привести к полному изменению первоначального состава, что связано, в частности, с процессами воспламенения и горения. Исследование влияния различных типов газовых разрядов на эти процессы актуально с точки зрения необходимости в условиях высокоскоростных потоков обеспечить быстрое объемное воспламенение углеводородного топлива, что актуально для развития современной авиации. Возникла задача поиска оптимальных способов создания низкотемпературной плазмы в высокоскоростных потоках газа и изучения влияния газового разряда на газодинамические характеристики потока вблизи обтекаемого тела.

В экспериментах использовался широкий набор методов исследования с применением следующего диагностического оборудования: монохроматоры и спектрографы с цифровой регистрацией спектра; блок зондовой диагностики с цифровой регистрацией вольт-амперных характеристик двойного и одиночного зондов; высокоскоростная камера; установка теневой диагностики; рефракционные лазерные датчики; система измерения проводимости пламени; цифровые фотоаппараты и видеокамеры; цифровые осциллографы; компьютеры. Общий вид поверхностного СВЧ-разряда и динамика его развития фиксировались с использованием скоростной цифровой фотокамеры. Теневое фотографирование использовалось для визуализации газодинамических возмущений (ударные волны, каверны плотности), возникающих при создании поверхностного СВЧ-разряда. Температура газа определялась спектроскопическим методом, основанным на регистрации распределения интенсивностей линий вращательной структуры полос двухатомных молекул N_2 , CN , H_2 и C_2 . Концентрация электронов в плазме поверхностного СВЧ-разряда в воздухе измерялась спектроскопическим методом по регистрации штарковского уширения спектральной линии H_β с длиной волны $\lambda=486,1$ нм с учетом всех уширяющих факторов. Период индукции определялся несколькими способами, а именно: по минимальной длительности СВЧ-импульса, приводящего к появлению характерного свечения пламени; по резкому возрастанию интенсивности свечения молекулярной полосы возбужденного радикала CN с длиной волны канта 431,5 нм (полоса $(0;0)$ перехода $A^2\Delta \rightarrow X^2\Pi$); по времени появления сигнала с двойного зонда; по времени возникновения тока через плоский конденсатор. Воспламенение высокоскоростного потока детектировалось также по резкому изменению общего вида спектра излучения плазмы и по резкому увеличению температуры газа.

В настоящее время в различных лабораториях изучаются электродные разряды постоянного тока, импульсно-периодические и высокочастотные разряды, а также скользящие по поверхности диэлектрика разряды и свободно локализованные СВЧ-разряды в высокоскоростном потоке воздуха. Что касается электродных разрядов, то такие разряды приводят к сильной эрозии электродов и поверхности модели и надежно не воспроизводятся в различных экспериментах. В нашей лаборатории для этой цели была предложена новая разновидность СВЧ-разряда, создаваемого на диэлектрической антенне поверхностной волной. Этот разряд может быть очень эффективным средством для воспламенения углеводородного топлива и воздействия на погранслоное течение.



Рис. 1. Общий вид поверхностного СВЧ-разряда при средних давлениях воздуха.

На рис. 1 вверху представлена фотография антенны без разряда (толщина антенны равна 9 мм), а внизу – общий вид поверхностного СВЧ-разряда при давлениях воздуха 40 Торр и импульсной СВЧ-мощности 50 кВт. Видно, что разряд представляет собой плазменное образование толщиной не более 1 мм, равномерно покрывающее в данных условиях всю поверхность антенны. Этот факт очень важен с точки зрения уменьшения поверхностного трения при использовании поверхностного СВЧ-разряда для ввода энергии в пограничный слой, существующий вблизи тела, обтекаемого сверхзвуковым потоком газа. Экспериментально показано, что мощность используемого магнетронного генератора достаточна для создания поверхностного СВЧ-разряда на тефлоновой антенне в широком диапазоне давлений от 1 мТорр до 760 Торр. Воспламенение с помощью поверхностного СВЧ-разряда жидкого углеводорода в условиях высокоскоростных воздушных потоков изучалось на примере спирта и керосина, которые наносились тонким слоем на верхнюю и нижнюю поверхности кварцевой антенны. На рис. 2 представлены фотографии воспламенения спирта в дозвуковом (верхняя фотография, скорость потока $v_{\text{пот}} \sim 200$ м/с) и сверхзвуковом (нижняя фотография, $v_{\text{пот}} \sim 400$ м/с) потоках. Аналогичные результаты в условиях высокоскоростных воздушных потоках получены и при воспламенении керосина поверхностным СВЧ-разрядом. При подводимой импульсной СВЧ-мощности 70 кВт период индукции в керосине составляет величину

порядка 10 мкс, а скорость распространения передней границы области горения в этих условиях достигает 100 м/с. Измеренный за время СВЧ-импульса временной ход температуры показывает, что воспламенение керосина происходит при 1200 К и температура быстро увеличивается до 3200 К. У поверхности антенны наблюдается развитие режима близкого к детонационному горению (рис. 3). Однако, из-за того факта, что активная среда в условиях данного эксперимента находится только около антенны, детонационный режим быстро затухает.

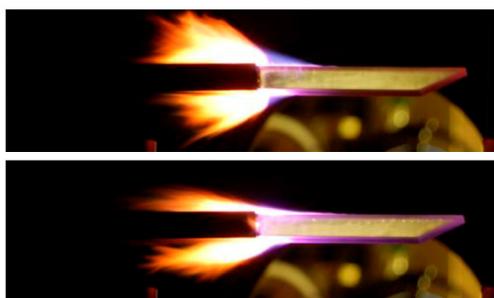


Рис. 2. Воспламенение спирта в высокоскоростных воздушных потоках.

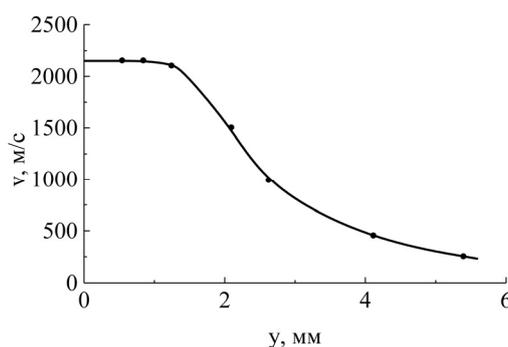


Рис. 3. Скорость поперечного развития детонационного горения при $\tau = 120$ мкс, $W = 65$ кВт, скорость воздушного потока $v_{\text{пот}} = 190$ м/с.

Экспериментально реализована стабилизация на поверхности пластины горения дозвукового спирт-пропан-воздушного потока в условиях комбинированного разряда, создаваемого на тефлоновой пластине. Программированный разряд представлял собой комбинацию самостоятельного импульсно-периодического поверхностного СВЧ-разряда и маломощного разряда постоянного тока. Показано, что в дозвуковом потоке в условиях комбинированного разряда происходит полное сгорание жидких и газообразных углеводородов. Тепловой поток при горении спирта возрастает в приблизительно 7 раз, а при горении пропана в 15 раз по сравнению с потоком тепла от разряда. Концентрация электронов, измеренная на расстоянии 10 см от электродов вниз по потоку, при создании разряда в воздушном потоке меньше 10^9 см⁻³, при горении спирта достигает величины $2 \cdot 10^{11}$ см⁻³, а при горении пропана равна $3 \cdot 10^{11}$ см⁻³. Температура пламени $T = 2000$ -2500 К.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (грант № 18-02-00336-а).

ИЗМЕРЕНИЯ МИКРОННЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ С ПОМОЩЬЮ ТЕНЕВОГО ФОНОВОГО МЕТОДА С РЕГИСТРАЦИЕЙ ОТРАЖЕННОГО СВЕТА

*С.н.с. Винниченко Н.А., асп. Пуштаев А.В., асс. Плаксина Ю.Ю.,
проф. Уваров А.В.*

Измерение мгновенной топографии возмущенной свободной поверхности жидкости необходимо во многих задачах. Регистрация длины волны и коэффициента затухания возбуждаемых поверхностных волн позволяет изучить поверхностные свойства жидкости, как чистой, так и покрытой слоем ПАВ. При охлаждении нагретой пластины стекающей по ней пленкой жидкости знание локальной толщины пленки нужно для определения коэффициента теплопередачи. Наконец, в течениях со свободной поверхностью, характеризующихся малым числом Фруда, изменение высоты поверхности пропорционально изменению давления, что позволяет по рельефу поверхности найти распределение давления в горизонтальной плоскости. Для измерения карты рельефа поверхности часто используются бесконтактные оптические методы. В последние годы большую популярность приобрел вариант теневого фонового метода [1], в котором изображения фонового экрана, размещенного на дне, получают с помощью камеры, расположенной над поверхностью жидкости и направленной вниз. Из-за преломления лучей на границе раздела жидкость-газ рабочий снимок, сделанный при возмущенной поверхности, искажен по сравнению с опорным снимком, снятым в отсутствие возмущений. Векторное поле смещений, которое можно определить кросс-корреляционным методом, пропорционально распределению углов наклона поверхности, что позволяет затем решить уравнение Пуассона и восстановить карту рельефа поверхности. Недостатком этого метода является съемка через исследуемую жидкость, что не позволяет использовать его для непрозрачных жидкостей и при наличии оптических неоднородностей в объеме жидкости (например, пузырьков в кипящих пленках). Также, расстояние от фонового экрана до поверхности жидкости, которое определяет чувствительность измерений, нельзя сделать меньше толщины слоя жидкости, что зачастую ограничивает область применимости очень тонкими слоями жидкости.

В настоящей работе предложен вариант теневого фонового метода для измерения рельефа свободной поверхности жидкости с помощью

отраженного света. Оптическая схема метода представлена на рис. 1. Камера и фоновый экран расположены над поверхностью жидкости и установлены под углом к горизонту, камера регистрирует отражение фона в жидкости. При наличии возмущений на поверхности происходит отклонение отраженных лучей на угол, равный удвоенному углу наклона поверхности α . Видимое смещение деталей фона

$$\xi = 2L\alpha, \quad (1)$$

$$\alpha = \partial h / \partial x \quad (2)$$

Здесь L — расстояние от фонового экрана до поверхности жидкости, определяющее чувствительность измерений. Определение обеих компонент смещения путем кросс-корреляционного сравнения рабочего и опорного снимков позволяет получать мгновенные карты рельефа поверхности для возмущений порядка нескольких микрон.

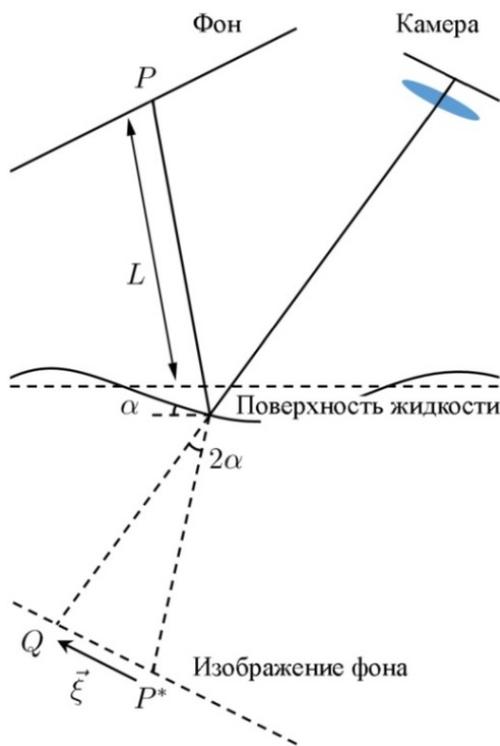


Рис. 1. Ход лучей в теновом фоновом методе с регистрацией отраженного света.

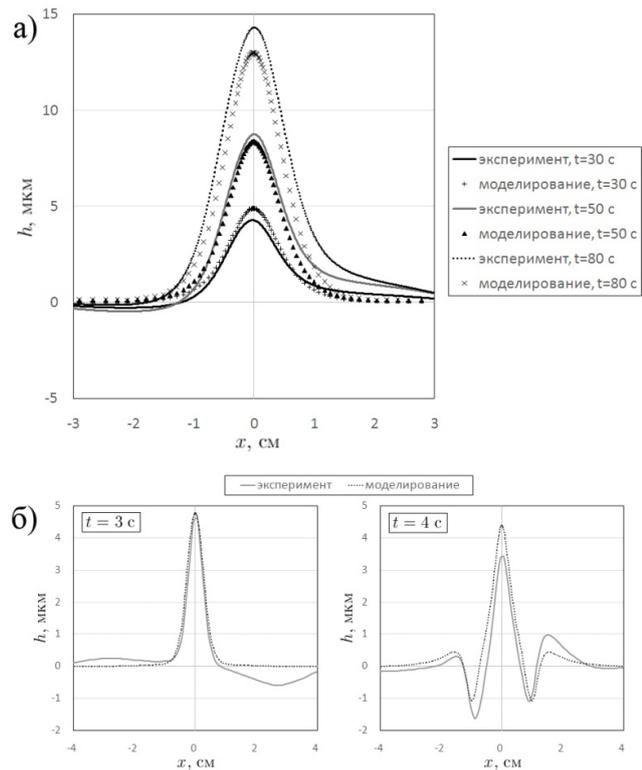


Рис. 2. Мгновенные профили возмущения поверхности жидкости над горизонтальной нагреваемой проволокой в а) глицерине, б) силиконовом масле ПМС-5.

Отметим, что предложенный метод отличается от метода [2], в котором регистрируются возмущения порядка 1 мм, тем, что используется зеркальное, а не диффузионное отражение света, поэтому в нашем методе

не требуется добавлять в жидкость красители, которые усиливают диффузионное отражение, но могут изменить поверхностные свойства.

С помощью предложенного метода в работе проведены измерения круговых гравитационно-капиллярных волн, рельефа свободной поверхности различных жидкостей над горизонтальной нагреваемой проволокой и при конвекции, связанной с испарением. В последнем случае одновременно проводились измерения поля температуры поверхности с помощью инфракрасной камеры FLIR SC7700-M. Сравнение полей температуры и рельефа поверхности показало, что в дистиллированной воде пики высоты поверхности совпадают с максимумами температуры, а в силиконовом масле ПМС-5 пики высоты, напротив, наблюдаются на границах конвективных ячеек, где температура понижена. На рис. 2 показаны результаты экспериментов с нагревом проволоки в жидкости — мгновенные распределения возмущения высоты поверхности поперек проволоки для экспериментов в глицерине и в силиконовом масле ПМС-5. В глицерине поверхностный слой ведет себя как неподвижная эластичная пленка, и столкновение конвективной струи с поверхностью приводит к образованию единого пика. В ПМС-5 распространение тепла вдоль поверхности происходит также за счет конвекции Марангони, что приводит к распространению поверхностных волн, содержащих как пики, так и впадины. Измеренная экспериментально форма поверхности подтверждается численным моделированием с различными граничными условиями: условием прилипания для глицерина и условием для касательного напряжения с учетом конвекции Марангони в случае ПМС-5. Эти условия соответствуют предельным случаям поведения поверхностного слоя в разных жидкостях.

Работа была выполнена с использованием оборудования, приобретенного за счет средств Программы развития Московского университета.

Литература

1. Moisy F., Rabaud M., Salsac K. A synthetic schlieren method for the measurement of the topography of a liquid interface // *Exp. Fluids*. 2009. Vol. 46. № 6. P. 1021-1036.

2. Zhang K., Wei T., Hu H. An experimental investigation on the surface water transport process over an airfoil by using a digital image projection technique // *Exp. Fluids*. 2015. Vol. 56. № 9. 173.

СОДЕРЖАНИЕ

ОПТИКА И ЛАЗЕРНАЯ ФИЗИКА

СВЕТОВЫЕ ПУЛИ В КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕДАХ И АТМОСФЕРЕ..... 5
 Проф. *Кандидов В.П.*, доцент *Шленов С.А.*, с. н. с. *Дормидонов А.Е.* (ИСАН), с. н. с. *Компанец В.О.* (ИСАН), г. н. с. *Чекалин С.В.* (ИСАН)

СИСТЕМЫ ОПТИЧЕСКОЙ СВЯЗИ НА ВИНТОВЫХ ПУЧКАХ 9
 Проф. *Короленко П.В.*, асп. *Аверченко А.В.*, с. н. с. *Зотов А.М.*, Асп. *Павлов Н.Н.*, в. н. с. *Рыжикова Ю.В.*

СТРУКТУРНЫЕ И ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПОРИСТЫХ КРЕМНИЕВЫХ НАНОНИТЕЙ, ПОЛУЧЕННЫХ МЕТОДОМ МСХТ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РАЗЛИЧНЫХ КОНЦЕНТРАЦИЙ H_2O_2 12
 М. н. с. *Гончар К.А.*, студент *Моисеев Д.В.*, асп. *Божьев И.В.*, с. н. с. *Осминкина Л.А.*

РАДИОФИЗИКА, ФИЗИЧЕСКАЯ ЭЛЕКТРОНИКА И АКУСТИКА

ОТРАЖЕНИЕ УПРУГИХ ВОЛН ОТ СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЫ В НЕВЗАИМНОЙ КОНФИГУРАЦИИ 17
 Доц. *Поликарпова Н.В.*, доц. *Волошинов В.Б.*

ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ КОЭФФИЦИЕНТА ЗАТУХАНИЯ И ФАЗОВОЙ СКОРОСТИ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛАХ 20
 Механик *Соколовская Ю.Г.*, ст. преп. *Подымова Н.Б.*, проф. *Карабутов А.А.*

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКОГО ТОКА, НЕОБХОДИМОГО ДЛЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ РАЗРЯДА ПРИ ЭЛЕКТРОВИХРЕВОМ ТЕЧЕНИИ В ЖИДКОМ МЕТАЛЛЕ..... 23
 Асс. *Михайлов Е.А.*, с.н с. (ОИВТ РАН) *Тепляков И.О.*, студент *Федотов И.А.*

ВЛИЯНИЕ ВЫСОТЫ НАД УРОВНЕМ ПОДСТИЛАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛЯ В ЛАБИРИНТНОЙ СТРУКТУРЕ 26
 Асп. *Сорокин Б.С.*, зав. каф. фотоники и физики микроволн *Королёв А.Ф.*, вед. инженер *Турчанинов А.В.*

ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

ВНЕШНЯЯ И ВНУТРЕННЯЯ АРХИТЕКТУРА МАРТЕНСИТНЫХ КРИСТАЛЛОВ В СПЛАВАХ С ЭФФЕКТАМИ ПАМЯТИ ФОРМЫ 31
 Доц. *Бровкина Е.А.*, проф. *Хунджуга А.Г.*, вед. электроник *Птицын А.Г.*, доц. *Володин Б.А.*

СРАВНЕНИЕ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НЕЛИНЕЙНО-ОПТИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛОВ $ZnGeP_2$ и $CdSiP_2$ В ТЕРАГЕРЦОВОМ ДИАПАЗОНЕ ЧАСТОТ 33
 М. н. с. *Чучупал С.В.*, ИОФ РАН; асп. *Васин А.А.*, ИОФ РАН; студент *Кузнецов А.А.*, МГТУ имени Н.Э. Баумана

РАЗДЕЛЕНИЕ АНОМАЛЬНОЙ И ФОНОВОЙ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ СЕГНЕТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛОВ 36
 Доц. *Шнайдитейн И.В.*

ВЛИЯНИЕ СТРУКТУРНОГО СОСТОЯНИЯ НА ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТИТАНОВЫХ ПОКРЫТИЙ, ПОЛУЧЕННЫХ В АТМОСФЕРЕ АЦЕТИЛЕНА И АЗОТА	38
<i>Доц. Авдюхина В.М., в.н.с. Хрущов М.М., н.с. Левин И.С., студент Каширкин Е.В.</i>	
ЭПР-СПЕКТРОСКОПИЯ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ НАНОМАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ ДИОКСИДА ТИТАНА.....	40
<i>Проф. Константинова Е.А.</i>	
ИССЛЕДОВАНИЕ ПРИРОДЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ ПРИМЕСЕЙ В ИЗДЕЛИЯХ АДДИТИВНОГО ПРОИЗВОДСТВА.....	43
<i>Доц. Павликов А.В., ст. преп. Мартышов М.Н., проф. Константинова Е.А.</i>	
ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНОЙ МОНОКЛИННОЙ СТРУКТУРЫ VO ₂	46
<i>Студент Сукк Д.В. МАИ НИУ имени С. Орджоникидзе, к.ф.-м.н. Бажанов Д.И.</i>	
РЕЗОНАНСНОЕ РАССЕЙЯНИЕ РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В УСЛОВИЯХ ЗЕРКАЛЬНОГО ОТРАЖЕНИЯ.....	47
<i>В.н.с. Андреева М.А., асп. Баулин Р.А.</i>	

БИОХИМИЧЕСКАЯ И МЕДИЦИНСКАЯ ФИЗИКА

СНИЖЕНИЕ ПОРОГОВ КАВИТАЦИИ В СУСПЕНЗИЯХ АМФИФИЛЬНЫХ КРЕМНИЕВЫХ НАНОЧАСТИЦ ДЛЯ ЛЕЧЕНИЯ ОНКОЛОГИЧЕСКИХ ЗАБОЛЕВАНИЙ	53
<i>Н.с. Гонгальский М.Б., м. н. с. Свиридов А.П., студент Егошина В., студент Гвинджилия Г.З., в.н.с Кудрявцев А.А., доц. Андреев В.Г., с. н. с. Осминкина Л.А.</i>	
ОПТИЧЕСКАЯ ДИАГНОСТИКА БИОДЕГРАДАЦИИ НАНОЧАСТИЦ ПОРИСТОГО КРЕМНИЯ В ЖИВЫХ КЛЕТКАХ И МОДЕЛЬНЫХ ЖИДКОСТЯХ	54
<i>Асп. Наташина У.А., н. с. Гонгальский М.Б., в.н.с. Кудрявцев А.А. (ИТЭБ РАН), с.н.с. Осминкина Л.А.</i>	
МИКРОКОПИЧЕСКИЕ МЕХАНИЗМЫ, ЛЕЖАЩИЕ В ОСНОВЕ ПРОЦЕССА ОБРАЗОВАНИЯ БЕЛКАМИ ФИБРИЛЛЯРНЫХ НАНОСТРУКТУР	56
<i>Асп. Ровнягина Н.Р., м.н.с., (МЛЦ МГУ) Тихонова Т.Н., н.с., (НИУ ВШЭ) Будылин Г.С., с.н.с. Шишин Е.А.</i>	
ВОЗМОЖНОСТИ ФЛУОРЕСЦЕНТНОЙ СПЕКТРОСКОПИИ В ДИАГНОСТИКЕ ПРОЦЕССОВ С УЧАСТИЕМ ЛЕЙКОЦИТОВ.	58
<i>Асп. Якимов Б.П., асп. Гоголева М.А., асп. Семенов А.Н., н.с. (ЦИТО имени Н.Н. Приорова) Родионов С.А., с.н.с. Шишин Е.А.</i>	
МЕХАНИЗМЫ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ В СЕТИ ВНУТРИКЛЕТОЧНОЙ СИГНАЛИЗАЦИИ ТРОМБОЦИТА.....	59
<i>С.н.с. Свешникова А.Н.</i>	
РОЛЬ АДЕНИЛАТЦИКЛАЗНОГО СИГНАЛЬНОГО КАСКАДА В ИЗМЕНЕНИИ МИКРОМЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ЭРИТРОЦИТОВ	67
<i>Асп. Семенов А.Н., с.н.с. Шишин Е.А., м.н.с. (ЦИТО им. Н.Н. Приорова) Родионов С.А. врач-эндокринолог (МНОЦ МГУ) Фабричнова А.А., м.н.с. (ВМК МГУ) Устинов В.Д. проф. (ЯГПУ им. К.Д. Ушинского) Муравьев А.В., доц. Приезжев А.В.</i>	
МЕТОД ТЕРАГЕРЦОВОЙ ДИАГНОСТИКИ ПСИХОЭМОЦИОНАЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ ЧЕЛОВЕКА	70
<i>С.н.с. Берловская Е.Е., д.б.н. (ИЛФ СО РАН, НТУ) Черкасова О.П., ст. преп. Ожередов</i>	

И.А., асп. психфак МГУ *Адамович Т.В.*, психфак МГУ *Исайчев Е.С.*, доц. психфак МГУ *Исайчев С.А.*, доц. *Макуренок А.М.*, д.т.н. (НИЦ РО) *Вараксин А.Н.*, зав. лаб. (НИЦ РО) *Гатилов С.Б.*, (НИЦ РО) *Куренок Н.И.*, зав. каф. психфак МГУ *Черноризов А.М.*, проф. *Шкуринов А.П.*

КРЕМНИЕВЫЕ НАНОЧАСТИЦЫ С РАЗЛИЧНЫМ ИЗОТОПНЫМ СОСТАВОМ ДЛЯ БИОМЕДИЦИНСКИХ ПРИМЕНЕНИЙ 72

м.н.с. *Каргина Ю.В.*, магистрант *Журенко С.В.*, н.с. (ИХФ им. Н.Н. Семенова РАН) *Борунова А.Б.*, н.с. (ИХФ им. Н.Н. Семенова РАН) *Дегтярев Е.Н.*, н.с. (МФТИ) *Перепухов А.М.*, доц. *Зверева Е.А.*, д.х.н., зав. лаб. (ИХВВ им. Г.Г. Девярых РАН) *Сенников П.Г.*, проф. *Пирогов Ю.А.*, проф. *Гиппиус А.А.*, проф. *Тимошенко В.Ю.*

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ НАНОСТРУКТУРЫ КРЕМНИЯ ДЛЯ СЕНСОРИКИ ВИРУСОВ 75

С.н.с. *Осминкина Л.А.*, асп., м.н.с. *Наташина У.А.*, асп., м.н.с. *Шевченко С.Н.*, м.н.с. *Гончар К.А.*, м.н.с. *Саушкин Н.Ю.*, н.с. *Гонгальский М.Б.*, н.с. *Кропоткина Е.А.*, в.н.с. *Кудрявцев А.А.*, в.н.с. *Гамбарян А.С.*, с.н.с. *Самсонова Ж.В.*

ВОЗДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОНОВ С ЭНЕРГИЕЙ 1 МЭВ НА ОБСЕМЕНЕННОСТЬ И ОРГАНОЛЕПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ОХЛАЖДЁННОЙ ФОРЕЛИ 76

Ст. преп. *У.А. Близнюк*, асс. *П.Ю. Борщеговская*, асп. *Ф.Р. Студеникин*, проф. *А.П. Черняев*, н.с. (НИИЯФ МГУ) *Д.С. Юров*, доц. *В.М. Авдюхина*, студент *В.С. Ипатова*, студент *В.А. Леонтьев*, студент *М.Н. Семенова*, г.н.с. (ФГБНУ ВИЛАР) *З.К. Никитина*, в.н.с. (ФГБНУ ВИЛАР) *И.К. Гордонова*

НАНОСТРУКТУРИРОВАННЫЙ КРЕМНИЙ ДЛЯ ПРИМЕНЕНИЯ В БИОСЕНСОРИКЕ 80

М. н. с., *Агафилушкина С.Н.*, зав. лаб. *Осминкина Л.А.*

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

СВОБОДНАЯ ЭНЕРГИЯ И УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ДВУМЕРНЫХ СИСТЕМ ТВЕРДЫХ СФЕР ДЛЯ ОДНОРОДНЫХ СТАБИЛЬНЫХ И МЕТАСТАБИЛЬНЫХ ФАЗ 85

Проф. *Николаев П.Н.*

ЛИНИЯ МАКСИМУМОВ ФЛУКТУАЦИЙ И ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ СОГЛАСОВАННОСТЬ УРАВНЕНИЙ СОСТОЯНИЯ 86

Проф. *Николаев П.Н.*

ГИПЕРБРАНЫ СО СКАЛЯРНЫМИ ВОЛОСАМИ 89

Асп. *Богущ И.А.*, проф. *Гальцов Д.В.*

ЭФФЕКТЫ НЕНУЛЕВОГО МАГНИТНОГО МОМЕНТА В КОЛЛЕКТИВНЫХ ОСЦИЛЛЯЦИЯХ НЕЙТРИНО ПРИ ВЗРЫВАХ СВЕРХНОВЫХ 92

Асс. *Харланов О.Г.*, магистрант *Шустов П.И.*

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ РЕАКЦИЯ-ДИФфуЗИЯ-АДВЕКЦИЯ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ТЕПЛО И МАССОПЕРЕНОСА 97

Ст. н. с. *Давыдова М.А.*

ОБ ИТЕРАЦИОННОМ СПОСОБЕ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ БЫСТРЫХ И МЕДЛЕННЫХ УРАВНЕНИЙ 100

Доц. *Е. Е. Букжалёв*

- Контрастные структуры с ДРОБНЫМИ СТЕПЕНЯМИ КОРНЕЙ ВЫРОЖДЕННОГО УРАВНЕНИЯ В НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ 102
Проф. *Быков А.А.*
- ВОПРОС СУЩЕСТВОВАНИЯ РЕШЕНИЯ С ВНУТРЕННИМ ПЕРЕХОДНЫМ СЛОЕМ В СИСТЕМАХ ТИПА АКТИВАТОР-ИНГИБИТОР 106
Асс. *Мельникова А.А.*
- УРАВНЕНИЕ ПОЛУПРОВОДНИКА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ: ГЛОБАЛЬНАЯ РАЗРЕШИМОСТЬ, ЛОКАЛЬНАЯ РАЗРЕШИМОСТЬ, РАЗРУШЕНИЕ ЗА КОНЕЧНОЕ ВРЕМЯ И МГНОВЕННОЕ РАЗРУШЕНИЕ РЕШЕНИЯ 108
Проф. *Корпусов М. О.*, доц. *Панин А. А.*
- СУЩЕСТВОВАНИЕ И ЕДИНСТВЕННОСТЬ УСТОЙЧИВЫХ СТАЦИОНАРНЫХ РЕШЕНИЙ В ЗАДАЧАХ РЕАКЦИЯ–ДИФфуЗИЯ–АДВЕКЦИЯ С МАЛОЙ АДВЕКЦИЕЙ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ В МОДЕЛИРОВАНИИ АТМОСФЕРНЫХ ПЕРЕНОСОВ 110
Асп. *С.А. Захарова*, доц. *М.А. Давыдова*
- АСИМПТОТИКА И УСТОЙЧИВОСТЬ ПОГРАНСЛОЙНОГО РЕШЕНИЯ ЧАСТИЧНО ДИССИПАТИВНОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ 113
Проф. *Бутузов В.Ф.*
- АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ РЕШЕНИЙ С ВНУТРЕННИМ ПЕРЕХОДНЫМ СЛОЕМ В ЗАДАЧАХ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ 116
Доц., *Левашова, Н.Т.*, проф., *Нефедов, Н.Н.*, проф., *Ни М.К.*
- ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА
И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**
- МОДЕЛИРОВАНИЕ МАГНИТНЫХ ДИПОЛИЗАЦИЙ В ХВОСТЕ МАГНИТОСФЕРЫ ЗЕМЛИ КАК ФАКТОРОВ УСКОРЕНИЯ И ПЕРЕНОСА ПЛАЗМЫ 121
Асп., *Пархоменко Е.И.* (ИКИ РАН), проф. *Попов В.Ю.*, с.н.с. *Малова Х.В.* (НИИЯФ МГУ, ИКИ РАН), академик РАН *Зеленый Л.М.* (ИКИ РАН)
- МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ИОНОВ КИСЛОРОДА НА СТРУКТУРУ ТОКОВЫХ СЛОЕВ В КОСМИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЕ 124
С. н. с. *Домрин В.И.* (НИИЯФ МГУ), с. н. с. *Малова Х.В.* (НИИЯФ МГУ, ИКИ РАН), проф. *Попов В.Ю.*, в. н. с. *Григоренко Е.Е.* (ИКИ РАН).
- ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ НА ТЕЛАХ С КУСОЧНО-ГЛАДКОЙ ГРАНИЦЕЙ 127
Проф. *Боголюбова А.Н.*, доц. *Могилевский И.Е.*, асп. *Светкина М.И.*, асп. *Ровенко В.В.*
- МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ДИФРАКЦИИ С КУСОЧНО-ГЛАДКОЙ ГРАНИЦЕЙ 131
Проф. *Боголюбов А.Н.*, доц. *Могилевский И.Е.*, асп. *Светкин М.И.*, асп. *Ровенко В.В.*
- МОДЕЛИРОВАНИЕ ИМПЕДАНСНЫХ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ВОЛНОВОДОВ 134
Проф. *Боголюбов А.Н.*, н. с. *Ерохин А.И.*, асп. *Светкин М.И.*, асп. *Ровенко В.В.*
- АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ КВАНТОВОГО ЭФФЕКТА НЕЛОКАЛЬНОСТИ В ПЛАЗМОНИКЕ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА ДИСКРЕТНЫХ ИСТОЧНИКОВ 136
В. н. с. *Еремин Ю. А.*, ВМК МГУ Техник второй кат. *Лопушенко И. В.*

МЕТОД ГОМОТОПИИ ДЛЯ РАСЧЕТА СОБСТВЕННЫХ ВОЛН ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДА С ИМПЕДАНСНОЙ ГРАНИЦЕЙ	140
Проф. <i>Быков А.А.</i>	
СУЩЕСТВОВАНИЕ И ЕДИНСТВЕННОСТЬ УСТОЙЧИВЫХ СТАЦИОНАРНЫХ РЕШЕНИЙ В МНОГОМЕРНЫХ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА	144
Доц. <i>Давыдова М.А.</i> , асп. <i>Захарова С.А.</i>	
СУБЪЕКТИВНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, АНАЛИЗ И ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ФОРМЫ СИГНАЛОВ	147
Проф. <i>Чуличков А.И.</i> , проф. <i>Пытьев Ю.П.</i> , н. с. <i>Фаломкина О.В.</i> , м. н. с. <i>Зубюк А.В.</i> , физик <i>Шишкин С.А.</i>	
ЗАДАЧИ ЛОКАЛИЗАЦИИ ВИХРЕВЫХ ОБРАЗОВАНИЙ И ОБЪЕКТОВ В ИЗОБРАЖЕНИЯХ	149
Ст. преп. <i>Терентьев Е.Н.</i> , асп. <i>Приходько И.Н.</i> , студент <i>Фаршакова И.И.</i> , студент <i>Кузнецов И.Д.</i> , lead developer (Google SA) <i>Shilin-Terentyev N.E.</i> ,	
ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБСТОЯТЕЛЬСТВ В ОБРАТНЫХ ПРОБЛЕМАХ	153
Ст. преп. <i>Терентьев Е.Н.</i> , асп. <i>Приходько И.Н.</i> , студент <i>Фаршакова И.И.</i> , lead developer (Google SA) <i>Shilin-Terentyev N.E.</i>	
МАГНИТНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭВОЛЮЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ПЛАЗМЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ ПЛАЗМОЙ В ТОКАМАКЕ	157
Физик <i>Корнев П.С.</i> , проф. <i>Митришкин Ю.В.</i>	
ОБЛАСТИ УПРАВЛЯЕМОСТИ И ДОСТИЖИМОСТИ ПОЛОЖЕНИЯ И ФОРМЫ ПЛАЗМЫ В СФЕРИЧЕСКОМ ТОКАМАКЕ	160
Проф. <i>Митришкин Ю.В.</i> , студент <i>Кружков В.И.</i> , н. с. <i>Патров М.И.</i> (ФТИ им. А.Ф. Иоффе, г. С-Петербург)	
СОГЛАСОВАННАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ПОЛОЖЕНИЕМ И ФОРМОЙ ПЛАЗМЫ В ТОКАМАКЕ ГЛОБУС-М	165
Проф. <i>Митришкин Ю.В.</i> , физик <i>Прохоров А.А.</i> , н. с. <i>Патров М.И.</i> (ФТИ им. А.Ф. Иоффе, г. С-Петербург)	
СИНТЕЗ МАТРИЧНЫХ ПИД-РЕГУЛЯТОРОВ ДЛЯ МНОГОСВЯЗНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПОЛОЖЕНИЕМ И ФОРМОЙ ПЛАЗМЫ В ТОКАМАКЕ МЕТОДОМ ЛИНЕЙНЫХ МАТРИЧНЫХ НЕРАВЕНСТВ	168
Асп. <i>Коньков А.Е.</i> , Проф. <i>Митришкин Ю.В.</i>	
ИДЕНТИФИКАЦИЯ ТИРИСТОРНОГО АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНОГО ИНВЕРТОРА ТОКА В КОНТУРЕ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ КАК ИСПОЛНИТЕЛЬНОГО УСТРОЙСТВА ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ПОЛОЖЕНИЕМ ПЛАЗМЫ В ТОКАМАКЕ	172
С.н.с. (ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН) <i>Карцев Н.М.</i> , зам. зав. лаб. (ТРИНИТИ, г. Троицк) <i>Кузнецов Е.А.</i> , проф. <i>Митришкин Ю.В.</i>	
ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ В ПАРАЛЛЕЛЬНУЮ В ЗАДАЧАХ БОЛЬШИХ ДАННЫХ	176
Проф. <i>Голубцов П.В.</i>	
ОЦЕНКА РАДИАЦИОННОЙ ОБСТАНОВКИ СПУТНИКА ЮПИТЕРА ЕВРОПЫ... 180	
инж. <i>Царева О.О.</i> (ИКИ РАН), в.н.с. <i>Попова Е. П.</i> (ИФЗ РАН, НИИЯФ МГУ), проф. <i>Попов В. Ю.</i> , в.н.с. <i>Малова Х. В.</i> (НИИЯФ МГУ, ИКИ РАН), академик <i>Зеленый Л. М.</i> (ИКИ РАН)	

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАХОЖДЕНИЯ ДВУХПОЗИЦИОННОЙ ЭПР ПО ЗНАЧЕНИЯМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ НА УЧАСТКЕ СФЕРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ	184
<i>Балабуха Н.П. (ИТПЭ РАН), Коняев Д.А. (ИТПЭ РАН, МГУ), Шапкина Н.Е. (ИТПЭ РАН, МГУ)</i>	
СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КВАНТОВЫХ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ СОСТОЯНИЙ, ФОРМИРУЕМЫХ В СРЕДАХ С КУБИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ	188
<i>В.н.с. Белинский А.В., физик Сингх Р.</i>	
МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ	
ЧТО ТАКОЕ ЖИДКОСТЬ?	193
<i>Проф. Николаев П.Н.</i>	
О ВОЗМОЖНОСТИ ПОСТРОЕНИЯ ДИСТАНЦИОННОГО УЧЕБНОГО КУРСА ПО ФИЗИКЕ НА ОСНОВЕ ЛОКАЛИЗАЦИИ ЭЛЕМЕНТОВ ЗНАНИЙ И УМЕНИЙ	196
<i>Доц. Якута А.А.</i>	
МАЯТНИК КАПИЦЫ: ШВЕЙНАЯ МАШИНКА, ЭЛЕКТРОЛОБЗИК ИЛИ КОНСТРУКТОР LEGO?	199
<i>Проф. Кротов С.С., доц. Шнайдитейн И.В., с.н.с. Шутеев С.А.</i>	
КОМПЬЮТЕРНОЕ ОБУЧЕНИЕ ФИЗИКЕ: ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ	202
<i>Доц. В.Ю.Иванов, ст. препод. И.Б.Иванова, с.н.с. М.А.Терентьев</i>	
НОВЫЕ ПОДХОДЫ К ПРЕПОДАВАНИЮ ТЕМЫ «ОПТИЧЕСКИЕ ИЛЛЮЗИИ» ...	205
<i>Д.п.н., доц., Рыжиков С.Б., к. ф-м. н., в.н.с. Рыжикова Ю. В.</i>	
О ДИНАМИКЕ УСПЕВАЕМОСТИ СТУДЕНТОВ ФИЗИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА МГУ В ВЕСЕННЕМ СЕМЕСТРЕ 2017/2018 Г. С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ТЕСТИРОВАНИЙ	207
<i>с.н.с. Терентьев М.А.</i>	
ТЕСТИРОВАНИЕ ПО ОБЩЕЙ ФИЗИКЕ В БАКИНСКОМ ФИЛИАЛЕ МГУ: ЦЕЛИ, ФОРМЫ, СОДЕРЖАНИЕ	210
<i>Ст.преп. Бушина Т.А., проф. Слепков А.И., ст. преп. Селиверстов А.В.</i>	
РАЗВИТИЕ И СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДИК ОБУЧЕНИЯ В ФИЗИЧЕСКИХ ЛАБОРАТОРНЫХ ПРАКТИКУМАХ ОТ ВТОРОЙ ПОЛОВИНЫ XIX ВЕКА ДО НАСТОЯЩЕГО ВРЕМЕНИ	213
<i>Асс. Кузнецова И.В. (СУНЦ МГУ)</i>	
МАЛОИЗВЕСТНАЯ СТРАНИЦА ИСТОРИИ КАФЕДРЫ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ ФИЗИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА МГУ	214
<i>С.н.с. Якута Е.В., доц. Якута А.А.</i>	
МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ УЧЕБНЫХ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ ПО ФИЗИКЕ, РАЗРАБАТЫВАЕМЫХ НА БАЗЕ ОТКРЫТЫХ НАУЧНЫХ ДАННЫХ	218
<i>Асс. Кузнецова И.В. (СУНЦ МГУ), проф. Прохоров М.Е.</i>	
ЯВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ И ЛОВУШКА ВОЛЬФГАНГА ПОЛЯ: МЕХАНИЧЕСКИЙ АНАЛОГ	220
<i>Проф. Кротов С.С., с.н.с. Шутеев С.А., с.н.с. Еленский В.Г.</i>	

КАК МЫ ПРЕПОДАЕМ? АСПИРАНТЫ ФИЗИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА — О ПРЕПОДАВАНИИ И ПРЕПОДАВАТЕЛЯХ	223
Ст. преп. <i>Бушина Т.А.</i> , проф. <i>Слепков А.И.</i>	

НАУКИ О ЗЕМЛЕ

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТОВ ВОЗДЕЙСТВИЯ ЦУНАМИ НА БЕРЕГА И СООРУЖЕНИЯ	227
--	-----

Г.н.с. *Пелиновский Е.Н.* (ИПФ РАН, Нижний Новгород, University of Southern Queensland, Toowoomba, Australia), *Зайцев А.И.* (НГТУ им. Р.Е. Алексеева, Нижний Новгород), *Куркин А.А.* (НГТУ им. Р.Е. Алексеева, Нижний Новгород), *Ялчинер А.* (A. Yalciner, Middle East Technical University, Ankara, Turkey)

ПАРАМЕТРЫ СЕЙСМИЧЕСКОГО РЕЖИМА В СЕЗОННЫХ ВАРИАЦИЯХ НАВЕДЕННОЙ СЕЙСМИЧНОСТИ В ОБЛАСТИ КОЙНА-ВАРНА, ЗАПАДНАЯ ИНДИЯ	228
---	-----

Асс. *Потанина М.Г.*, доц. *Смирнов В.Б.*, г.н.с. *Пономарев А.В.* (ИФЗ РАН), проф. *Чадда Р.* (NGRI), проф. *Михайлов В.О.* (ИФЗ РАН), в.н.с. *Патонин А.В.* (ИФЗ РАН), студент *Бондаренко Н.Б.*, студентка *Карцева Т.И.*

МОДЕЛЬ ГЕНЕРАЦИИ ВОЛН В ОКЕАНЕ СЕЙСМИЧЕСКИМИ ДВИЖЕНИЯМИ ДНА В СИГМА-КООРДИНАТАХ	231
--	-----

Физик 1-й категории *Семенов К.А.*, м. н. с. *Колесов С.В.*

УСТОЙЧИВОСТЬ ДВУМЕРНЫХ И ТРЕХМЕРНЫХ ВОЛНОВЫХ АТТРАКТОРОВ	233
---	-----

С.н.с. *Сибгатуллин И.Н.*, аспирант *Сюй С.*

ОСОБЕННОСТИ МЕХАНИЗМОВ ОЧАГА СИЛЬНЕЙШИХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ СРЕДИЗЕМНОМОРЬЯ	235
--	-----

Доц. *Воронина Е.В.*

ПРОЯВЛЕНИЯ ДВИЖУЩЕГОСЯ КОНВЕКТИВНОГО ВИХРЯ В ИОНОСФЕРЕ ЗЕМЛИ	239
---	-----

Аспирант *Пронин В.Е.*, доц. *Захаров В.И.*

ИЗМЕНЕНИЕ ГИДРОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ВОДЫ НАД МЕТАНОВЫМ СИПОМ В БУХТЕ ЛАСПИ В ТЕЧЕНИЕ НЕПРЕРЫВНЫХ IN SITU ЭКСПЕРИМЕНТОВ	241
---	-----

С.н.с. *Будников А.А.*, с.н.с. *Иванова И.Н.*, с.н.с. *Малахова Т.В.* (ФГБУН им. А.О.Ковалевского РАН), Севастополь)

АКУСТИЧЕСКАЯ ЭМИССИЯ В ОБВОДНЕННЫХ ОБРАЗЦАХ ГРАНИТА ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ТОКОМ	244
--	-----

Аспирант *Хорев Н.Д.* (ИДГ РАН), проф. *Латишин В.Б.*

ИСТОРИЧЕСКАЯ БАЗА ДАННЫХ ПО МОРЕТРАСЕНИЯМ В МИРОВОМ ОКЕАНЕ	245
---	-----

Вед. инж. *Большакова А.В.*, м.н.с. *Колесов С.В.*

НОВАЯ СХЕМА СВЯЗИ МОЛНИЕВОЙ АКТИВНОСТИ СО СТАТИСТИЧЕСКИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ АТМОСФЕРЫ В КЛИМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ИФА РАН	247
---	-----

ВЛИЯНИЕ РЕЛЬЕФА ДНА ВОДОЕМА И МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ
НА СКОРОСТЬ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ВЕСЕННЕГО ТЕРМОБАРА..... 251
С.н.с. *Блохина Н.С.*

ГОДИЧНЫЙ ОПЫТ ЭКСПЛУАТАЦИИ АВТОМАТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ОЦЕНКИ
ЦУНАМИОПАСНОСТИ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ..... 254
М.н.с. *Колесов С.В.*, проф. *Носов М.А.*

ОКИСЛИТЕЛЬНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ПРИРОДНОМ ТИТАНОМАГНЕТИТЕ..... 254
М.н.с. *Целебровский А. Н.*, проф. *Максимочкин В. И.*, инженер *Грачёв Р. А.*

ГАЗОДИНАМИКА, ТЕРМОДИНАМИКА И УДАРНЫЕ ВОЛНЫ

КИНЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВОСПЛАМЕНЕНИЯ И ГОРЕНИЯ
УГЛЕРОДСОДЕРЖАЩЕГО ТОПЛИВА В УСЛОВИЯХ НЕРАВНОВЕСНОЙ
ПЛАЗМЫ КОМБИНИРОВАННОГО МИКРОВОЛНОВОГО РАЗРЯДА 257
В.н.с. *Шибкова Л.В.*, проф. *Шибков В.М.*, м.н.с. *Константиновский Р.С.*,
физик *Логунов А.А.*

ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ
ПЛАМЕНИ И СТЕПЕНИ ИОНИЗАЦИИ ГАЗА ПРИ ПЛАЗМЕННО-
СТИМУЛИРОВАННОМ ГОРЕНИИ ЖИДКИХ И ГАЗООБРАЗНЫХ ТОПЛИВ..... 260
Физик *Логунов А.А.*, студент *Корнев К.Н.*, студент *Долбня Д.С.*, в.н.с. *Шибкова Л.В.*,
проф. *Шибков В.М.*

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТНОГО СКОЛЬЗЯЩЕГО РАЗРЯДА В ПОТОКЕ С
УДАРНОЙ ВОЛНОЙ..... 263
Асп. *Кузнецов А.Ю.*, доц. *Мурсенкова И.В.*, проф. *Знаменская И.А.*

НОВЫЕ МЕТОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗУЧЕНИЯ ТУРБУЛЕНТНОГО
ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ЖИДКОСТИ..... 267
Асп. *Шагиянова А.М.*, с.н.с. *Коротеева Е.Ю.*, проф. *Знаменская И.А.*, проф. *Сысоев Н.Н.*

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ РЕЖИМА СОЗДАНИЯ ПОВЕРХНОСТНОГО СВЧ-
РАЗРЯДА НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ГОРЕНИЯ ЖИДКОГО ТОПЛИВА..... 270
В.н.с. *Шибкова Л.В.*, проф. *Шибков В.М.*, м.н.с. *Копыл П.В.*, физик *Логунов А.А.*

ИЗМЕРЕНИЯ МИКРОННЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ С
ПОМОЩЬЮ ТЕНЕВОГО ФОНОВОГО МЕТОДА С РЕГИСТРАЦИЕЙ
ОТРАЖЕННОГО СВЕТА 274
С.н.с. *Винниченко Н.А.*, асп. *Пуштаев А.В.*, асс. *Плаксина Ю.Ю.*, проф. *Уваров А.В.*

Оригинал-макет: Издательский отдел физического факультета МГУ

Подписано к печати 10.04.2019 г.

Объем 18,25 п.л. Тираж 100 экз. Заказ №

Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова
119991 Москва, ГСП-1, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.

Отпечатано в отделе оперативной печати
Физического факультета МГУ