

# Очарование хаоса

<http://chaos.phys.msu.ru>

Александр Лоскутов

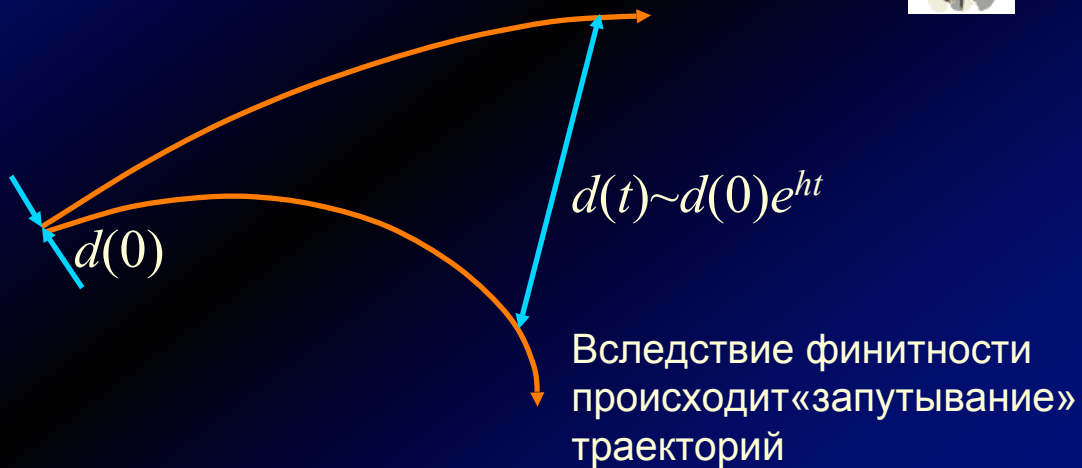
## Оглавление

1. Хаос: определение
2. Сложность и красота хаотических систем
  - 2.1. Связь хаоса и фракталов
  - 2.2. Красота фракталов
3. Хаос и демон Максвелла
4. Хаос и кодирование информации
5. Хаос и динамика биржевых индексов
6. Кардиопатологии и хаос
  - 6.1. Диагностика на основе кардиограмм
  - 6.2. Дефибрилляция
7. Динамика солнечной активности
8. Небесная механика и хаос
  - 8.1. Динамика астероидов и комет
  - 8.2. Планетные кольца
9. Хаос и геном

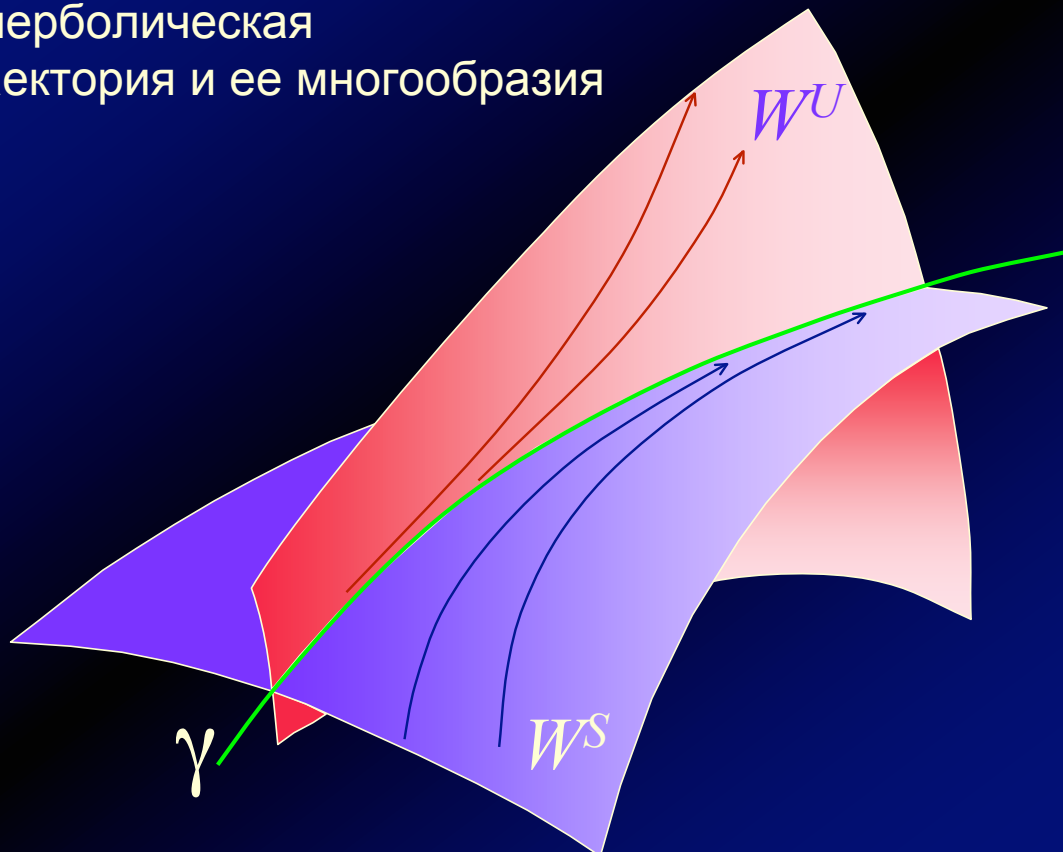
# 1. ΧΑΟΣ

Основное свойство – «эффект бабочки»

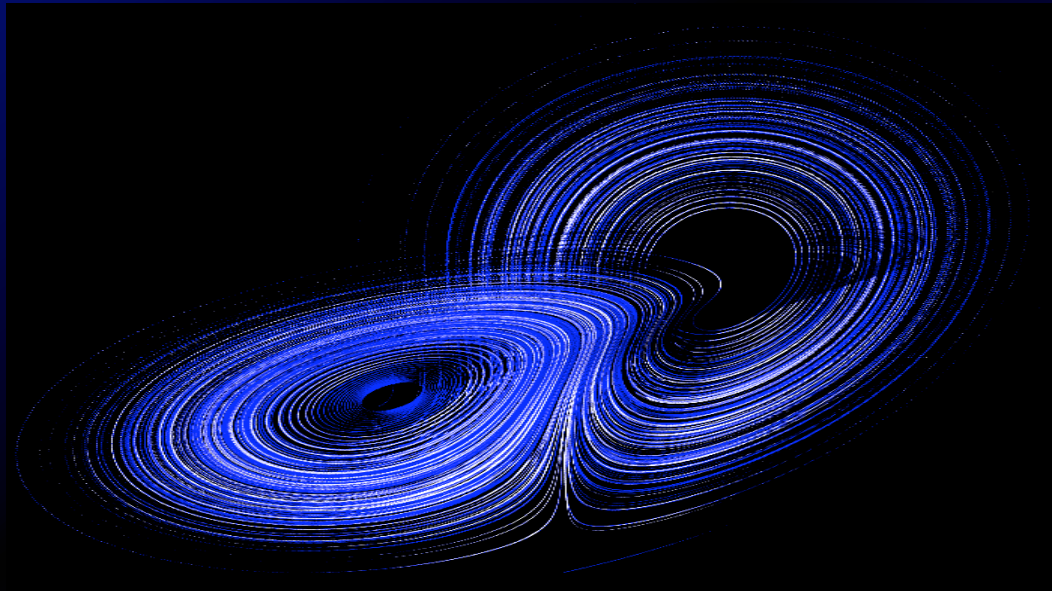
- чувствительная зависимость от малых возмущений



Гиперболическая траектория и ее многообразия

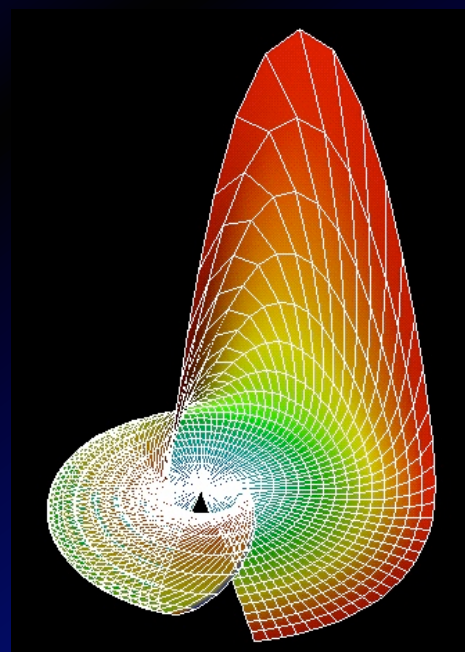
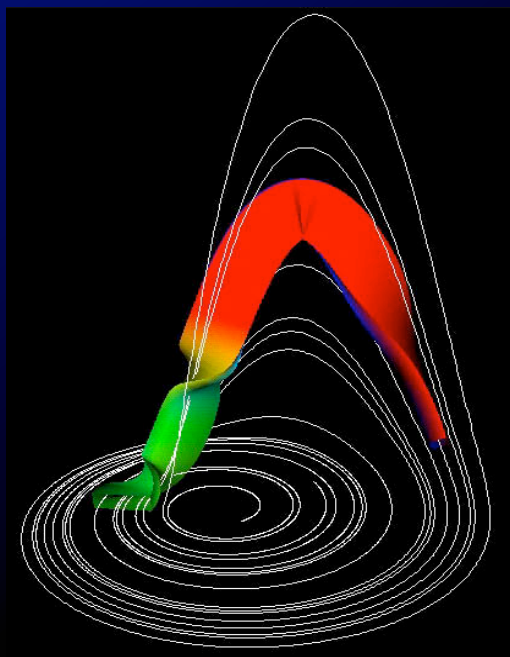


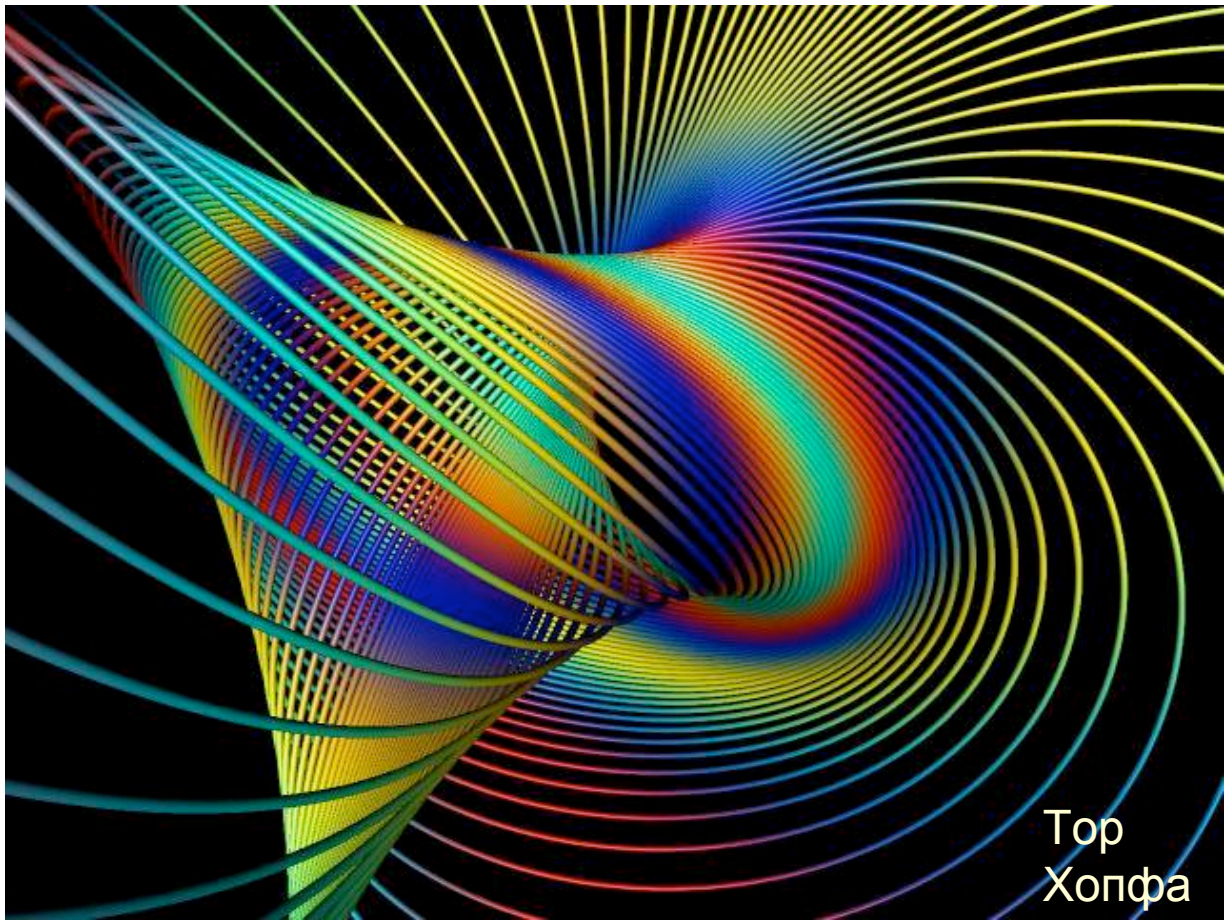
## 2. Сложность и красота хаотических систем



### 2.1 Хаотические траектории

«Спираль»



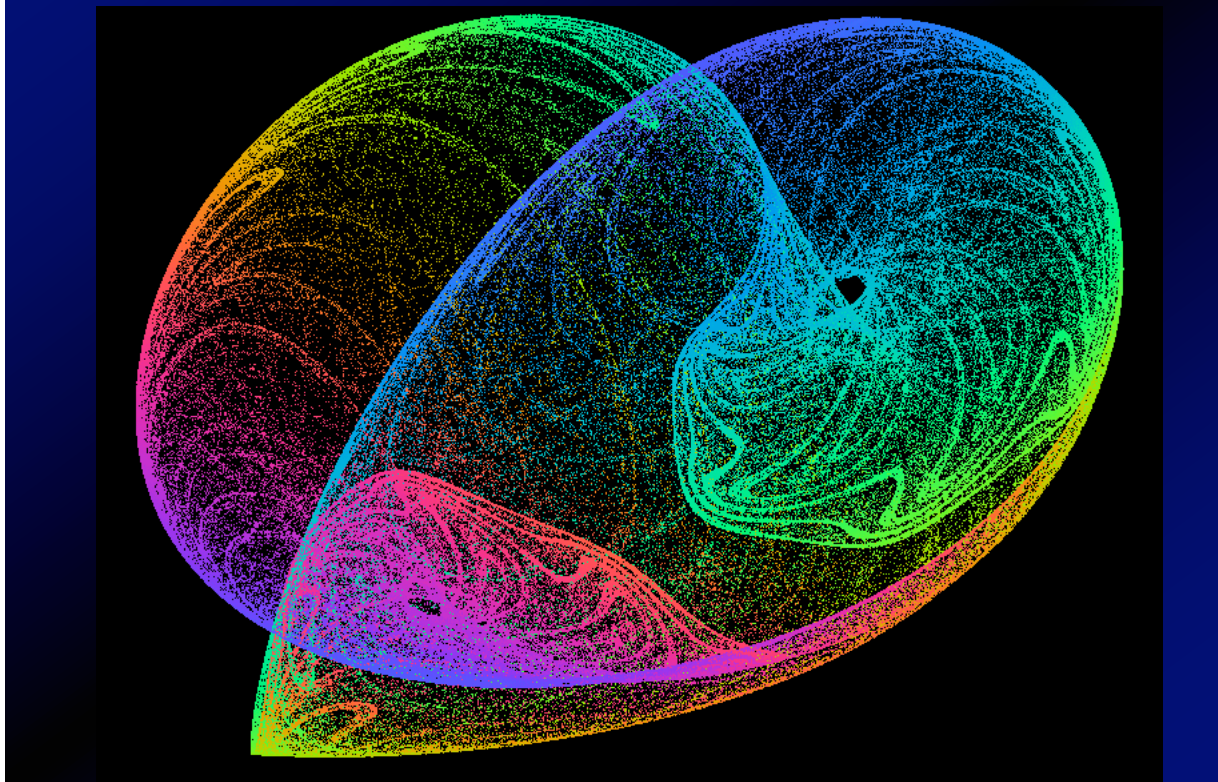


Тор  
Хопфа

Структура хаотических траекторий за  
достаточно большой промежуток времени



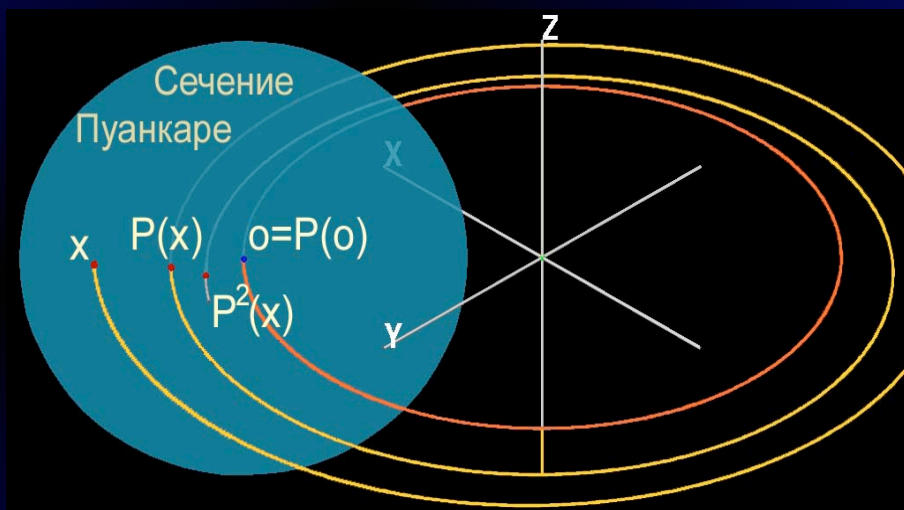
## «Улитка Клейна»



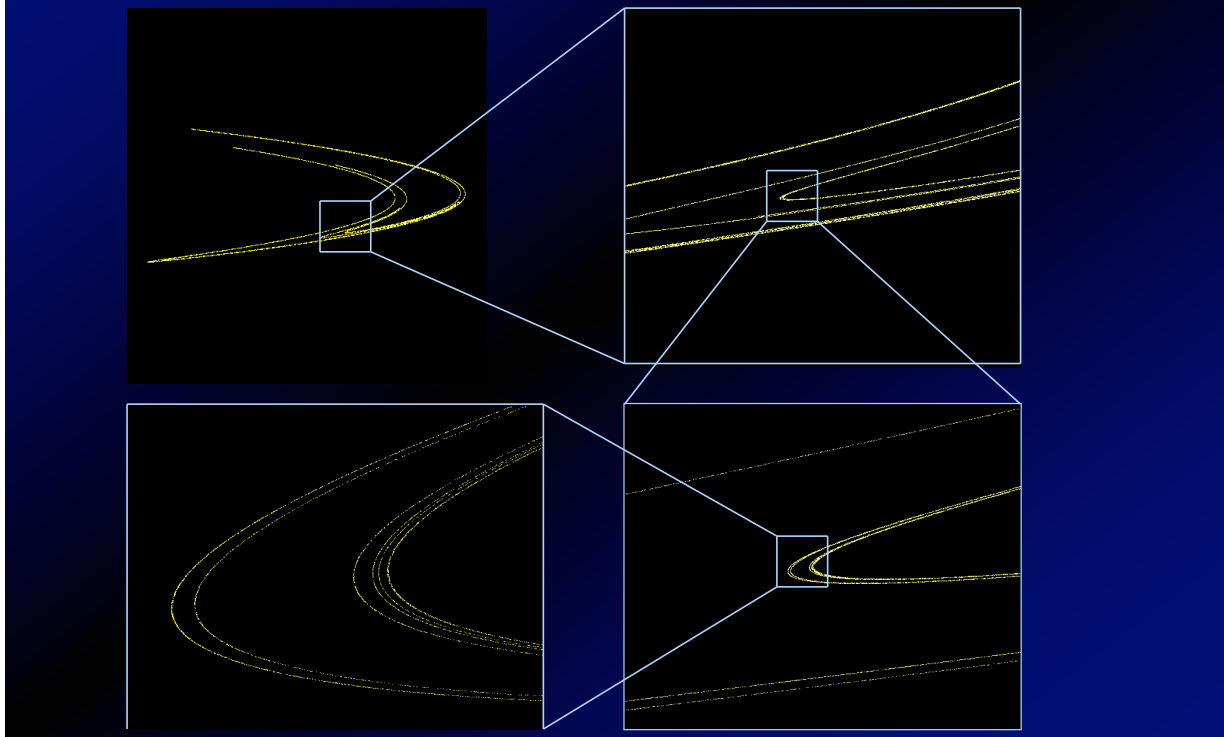
## 2.2 Фракталы

Как появляются фракталы в хаотических системах?

В сечении –  
набор точек

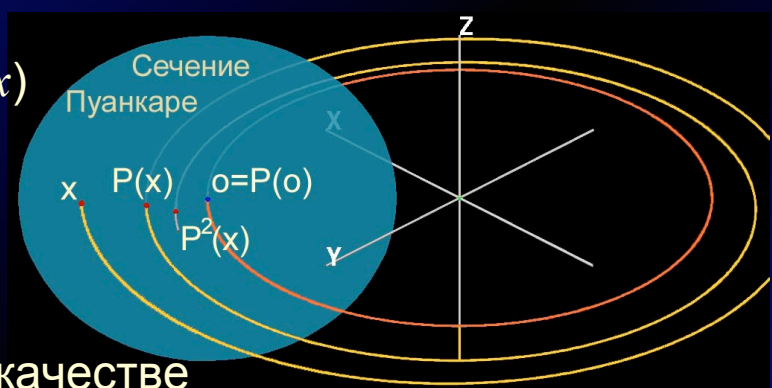


Основное свойство сечения – масштабная инвариантность (фрактальность)



Фракталы могут рождаться и вне связи с динамическими системами.

В сечении:  $x \rightarrow P(x)$   
 $\rightarrow P(P(x)) = P^2(x)$   
 $\rightarrow \dots \rightarrow P^n(x)$



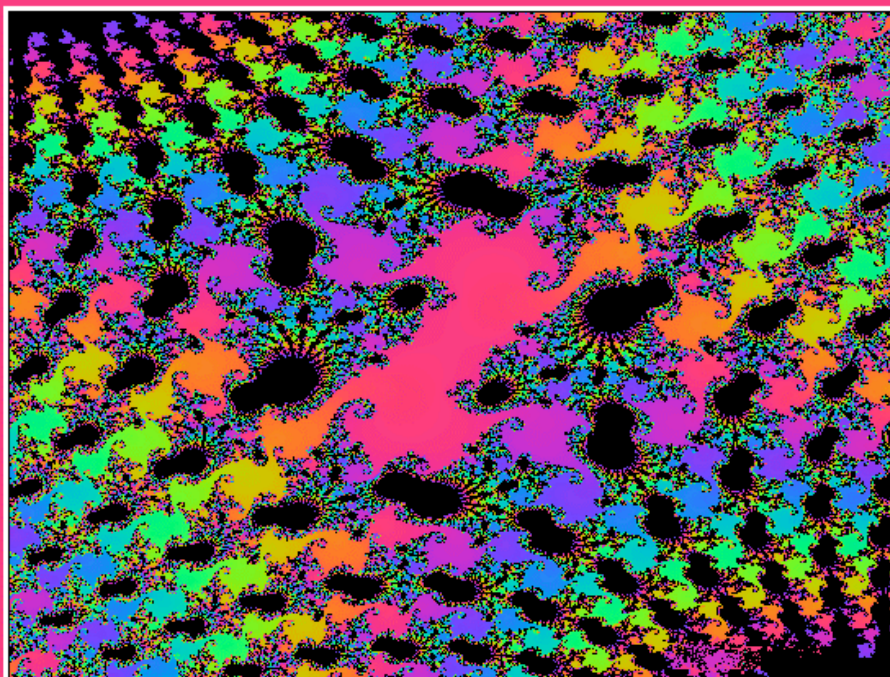
А если выбрать в качестве  $P$  другую функцию?

Множество  
Жюлиа

Множество  
Мандельброта

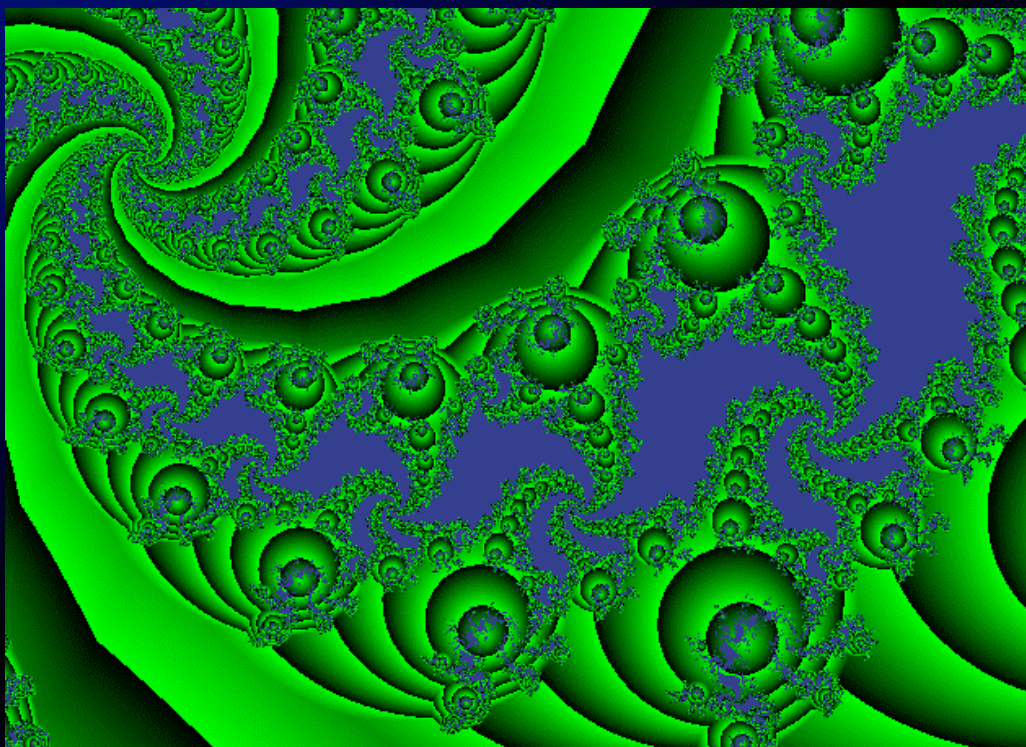
Множество  
Фату

## «Картина Эшера»

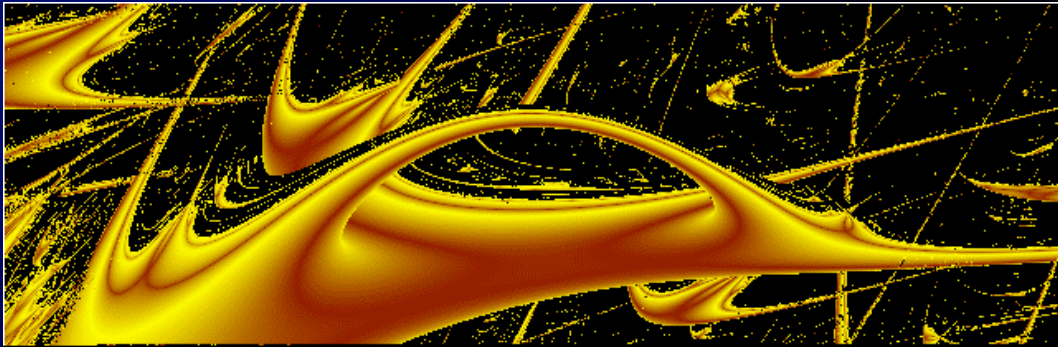


Julia Set  
GBMC1311

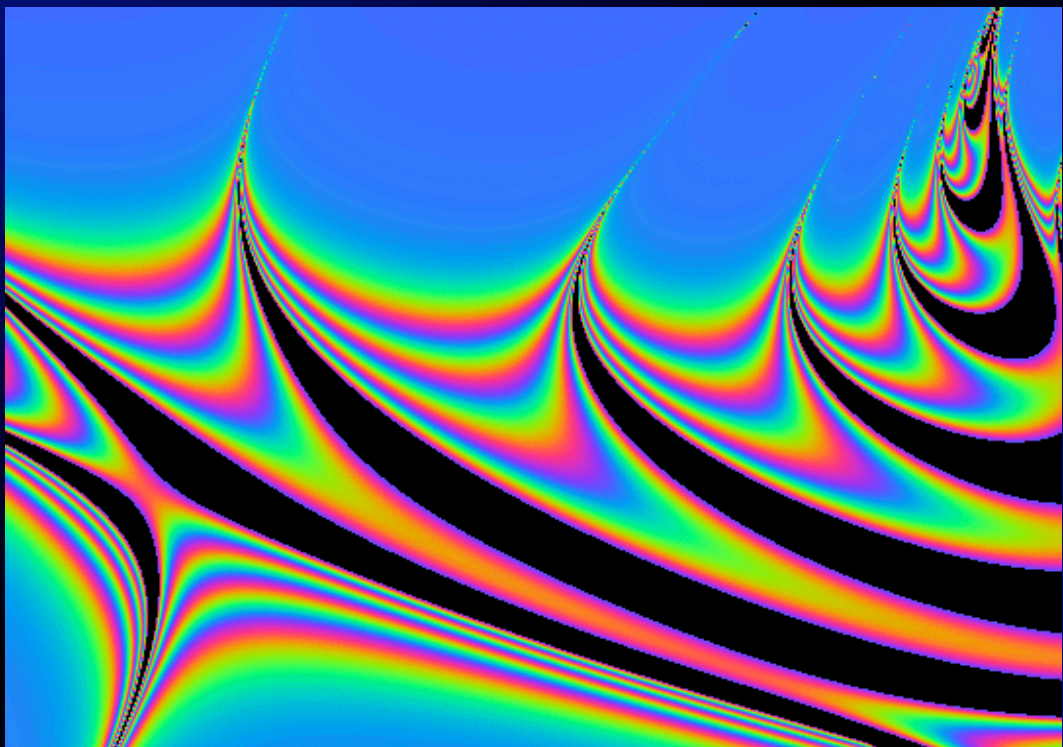
## «Струи воды»



## «Ветер»

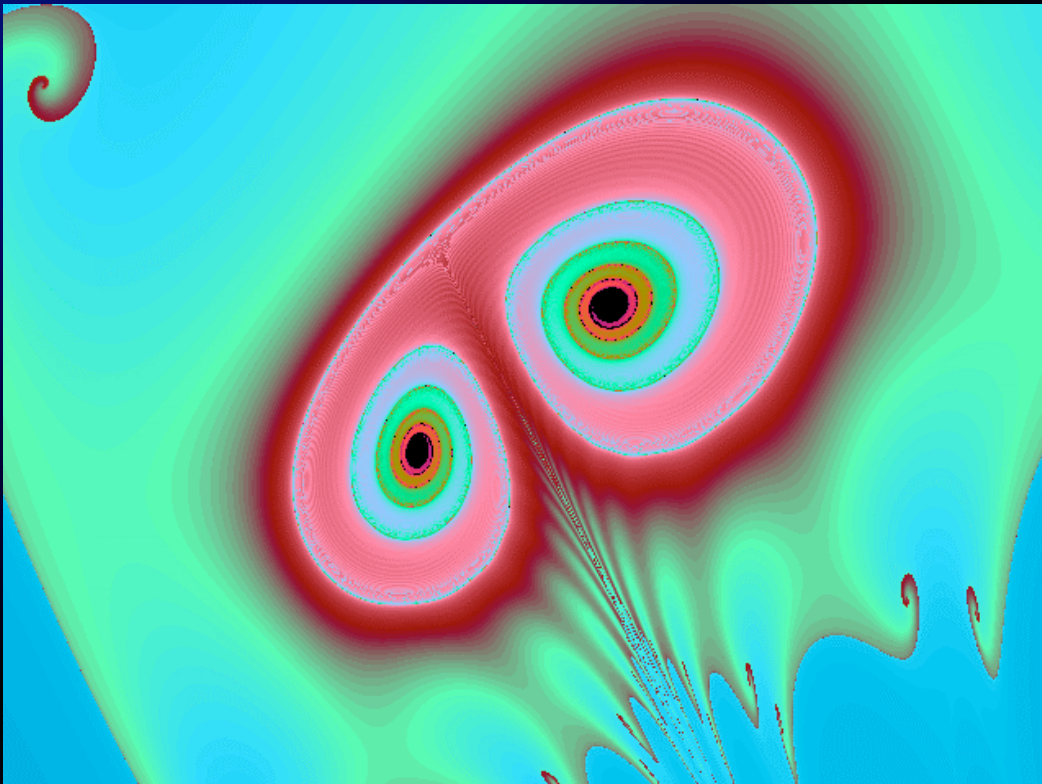


## «Волны»

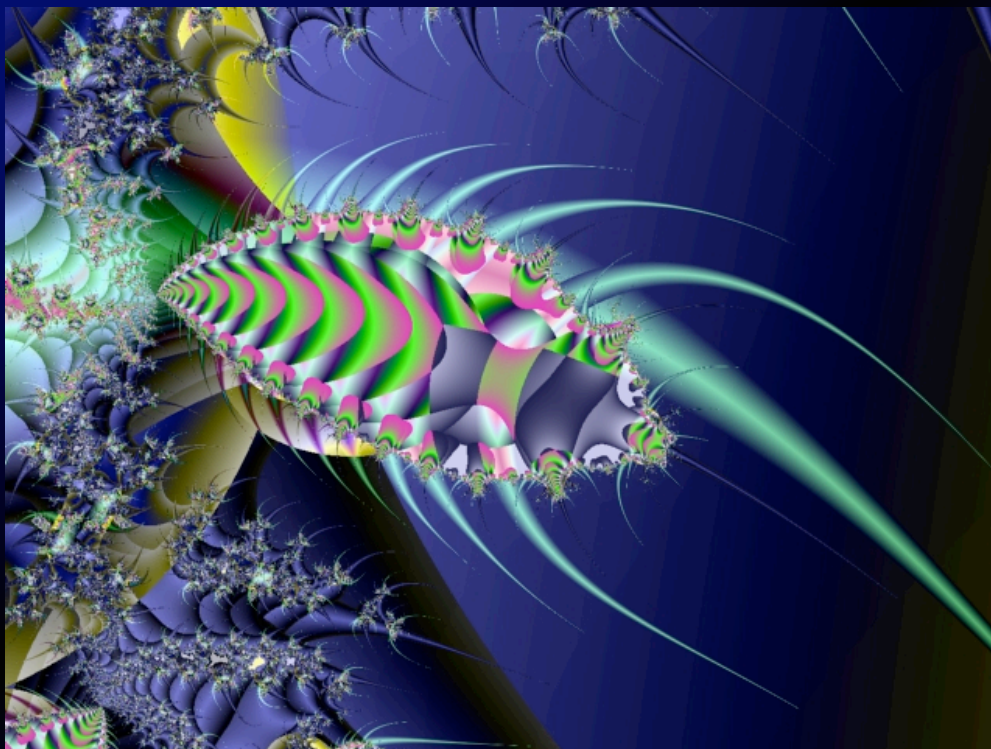




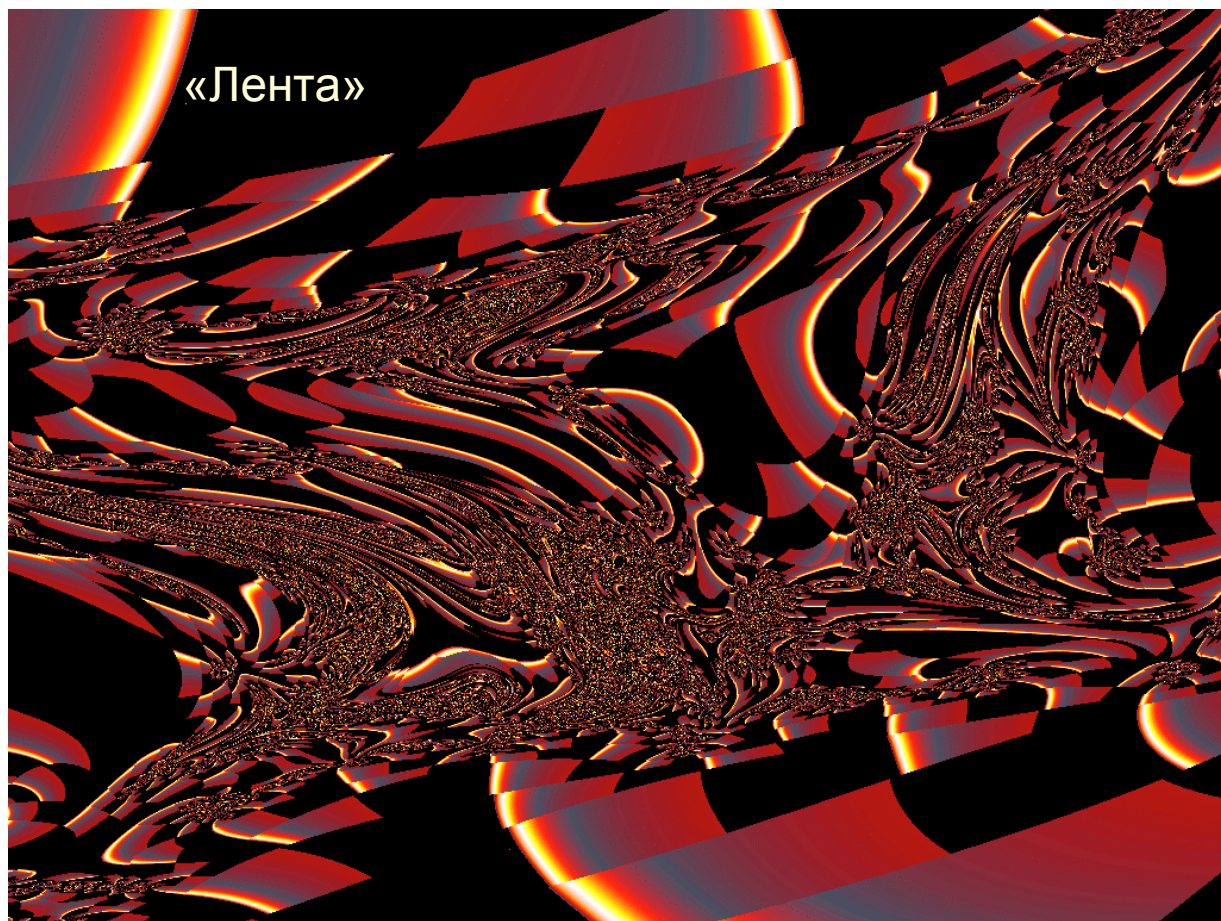
«Медуза»



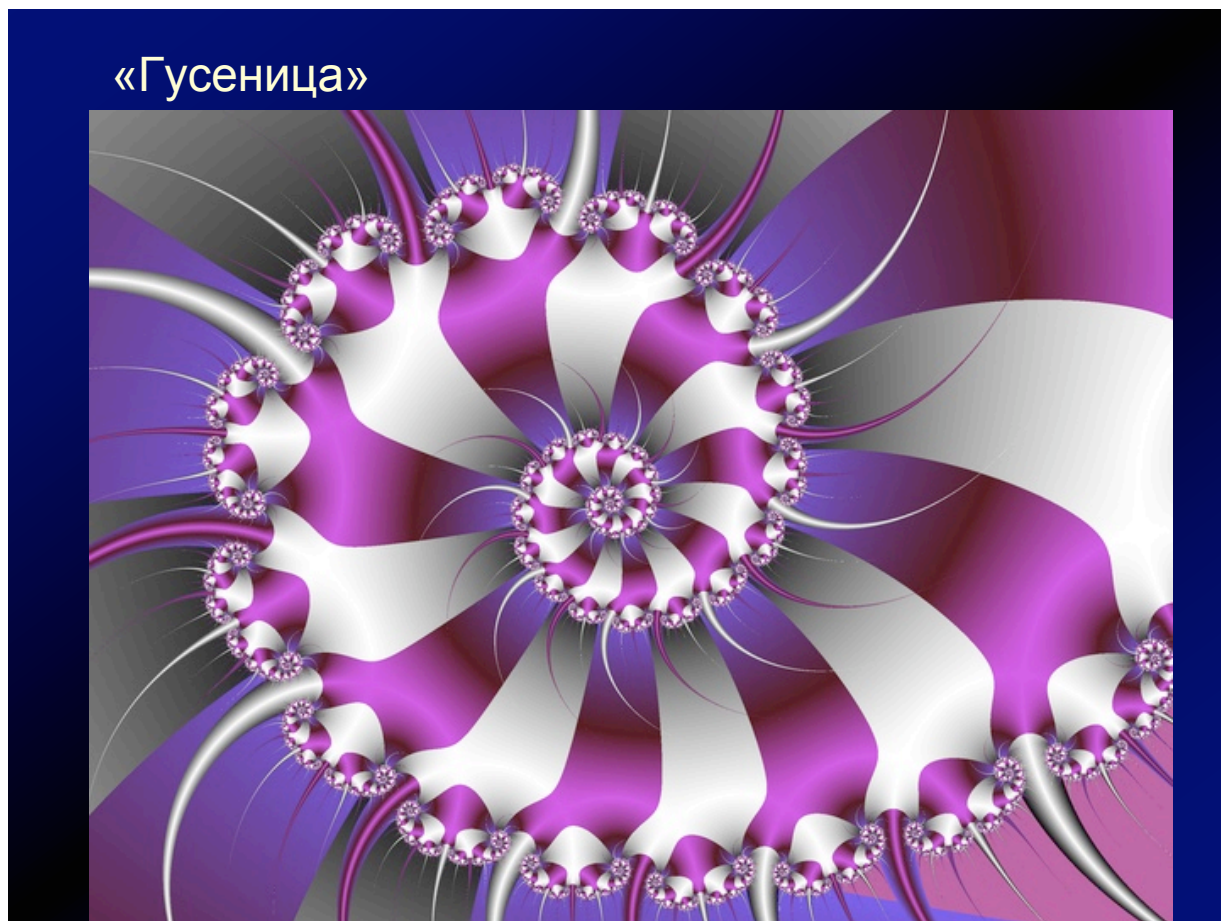
«Насекомое»



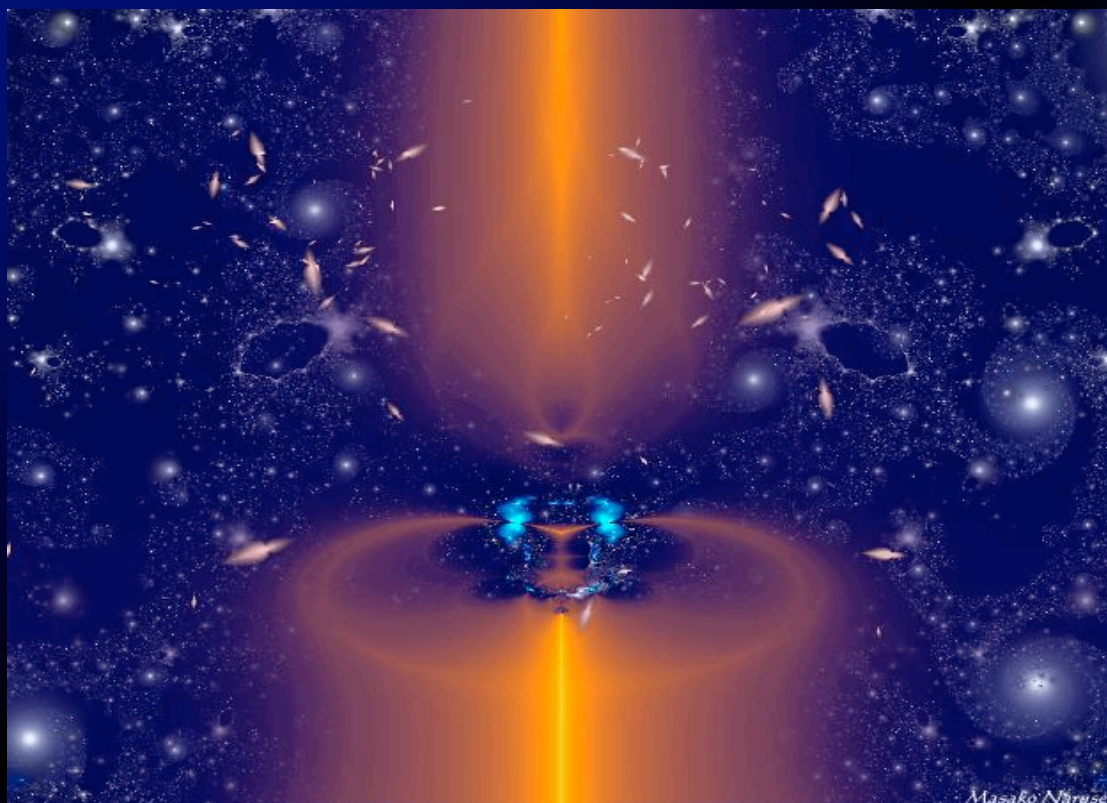
«Лента»



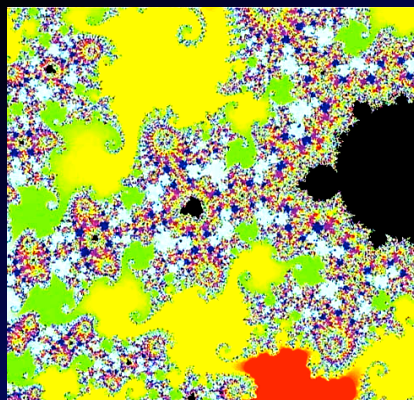
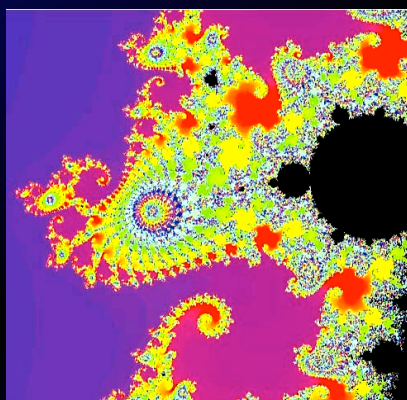
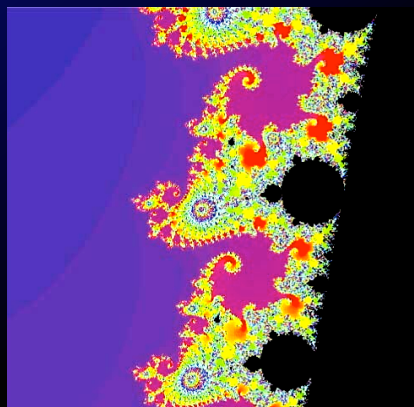
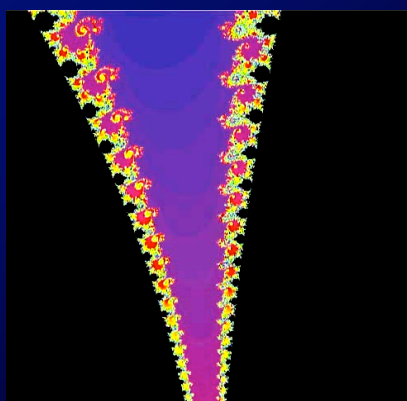
«Гусеница»



## «Свеча Фату»

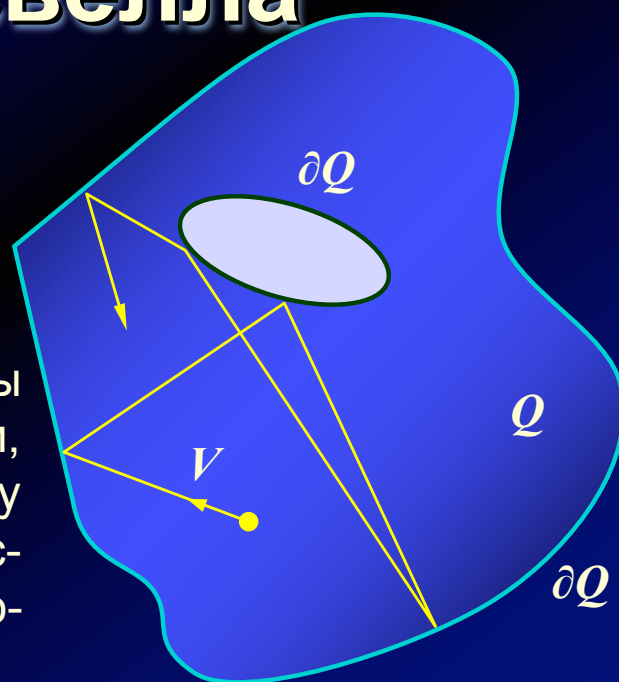


## Бесконечность множества Мандельброта



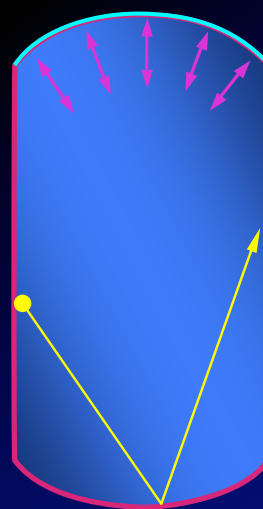
### 3. Хаос и демон Максвелла

Бильярды – системы статистической механики, отвечающие свободному движению точечных частиц в области с кусочно-гладкой границей.

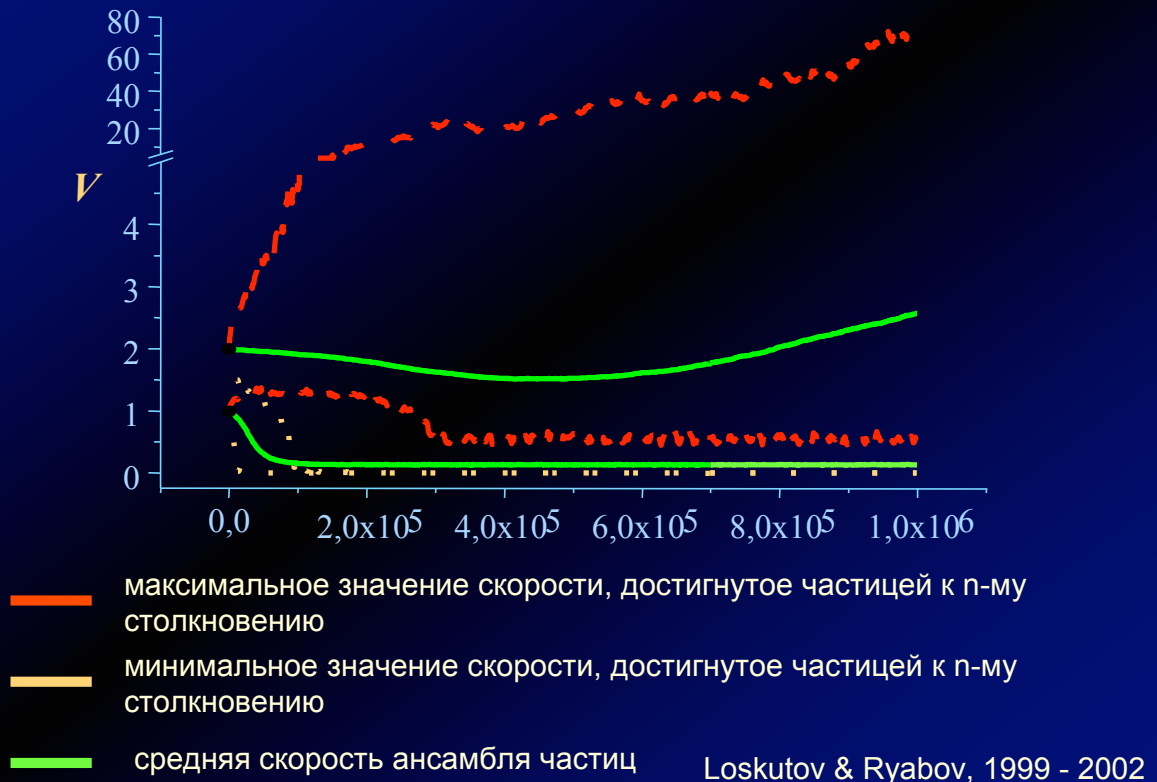


Рассматриваются бильярды с периодически осциллирующими границами  $\partial Q = \partial Q(t)$ .

Основной результат:  
*Происходит разделение частиц по скоростям!*



## Бильярд: разделение частиц



# 4. Хаос и кодирование информации

Использование «внутренней» структуры



Возмущения системы



Стабилизация циклов определенного периода



Кодирование при помощи устойчивых циклов

## Преимущества:

- В процессе трансляции сама информационная последовательность не передается, посылается лишь сигнал, необходимый для дальнейшей обработки информации.
- Передаваемый сигнал носит чисто случайный характер.
- Метод устойчив к наличию внешних шумов.
- Вариантов кодирования бесконечно много.

Лоскутов, Рыбалко & Чураев, 1999 - 2003

## *Анализ криптостойкости*

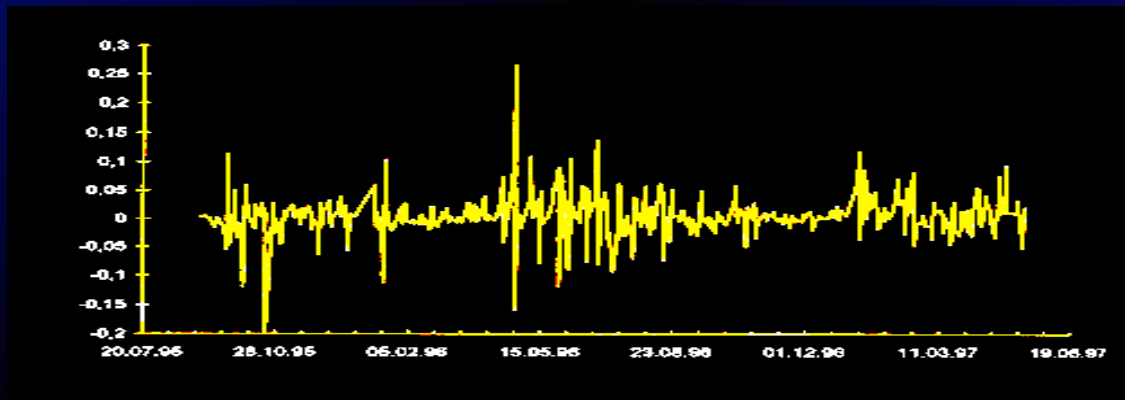
*(методом тотального опробования)*

Количество байт, отводимое для хранения каждого значения управляющего параметра	Пространство ключей	Матем. ожидание количества опробований, необходимых для вскрытия ключа (трудоемкость взлома)	Трудоемкость взлома в единицах времени работы современных суперкомпьютеров
1	$2^{27}$	$2^{26}$	67 с
2	$2^{51}$	$2^{50}$	30 лет
3	$2^{75}$	$2^{74}$	$6 \cdot 10^8$ лет
4	$2^{99}$	$2^{98}$	$10^{16}$ лет
5	$2^{123}$	$2^{122}$	$1,5 \cdot 10^{23}$ лет

*Для сравнения: время жизни Вселенной  $\sim 1,5 \cdot 10^{10}$  лет*

Лоскутов, Рыбалко & Чураев, 1999 - 2003

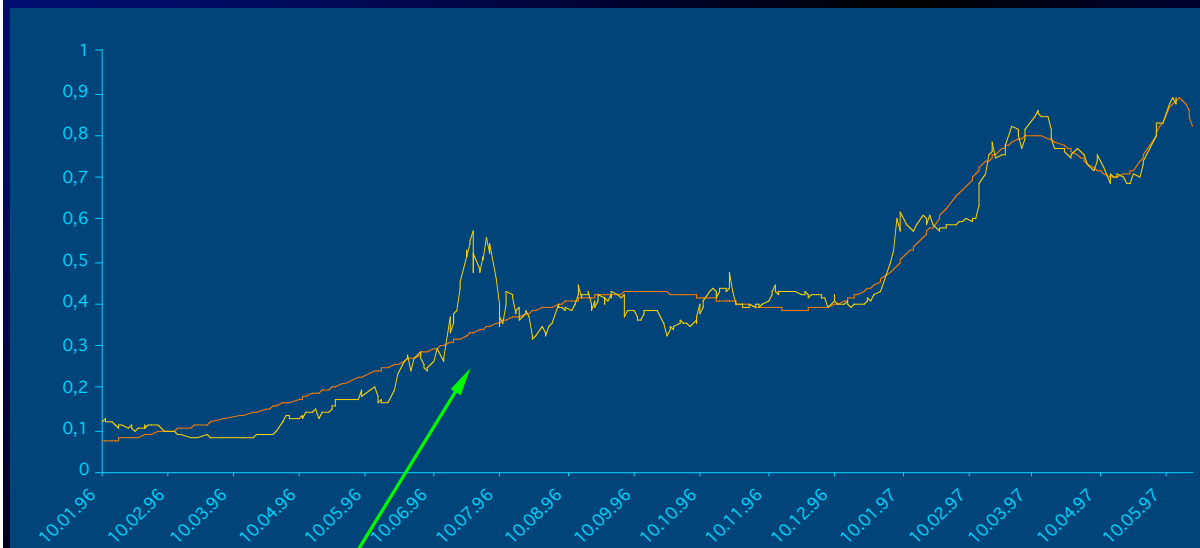
# 5. Хаос и динамика биржевых индексов



## Основные задачи

- Разделение шума и детерминированного сигнала
- Определение эффективного числа степеней свободы
- Выявление скрытой динамики системы (периодических и квазипериодических составляющих)
- Описание (создание модели)
- Предсказание

## Результат моделирования: динамика курса акций РАО ЕЭС



Президентские выборы

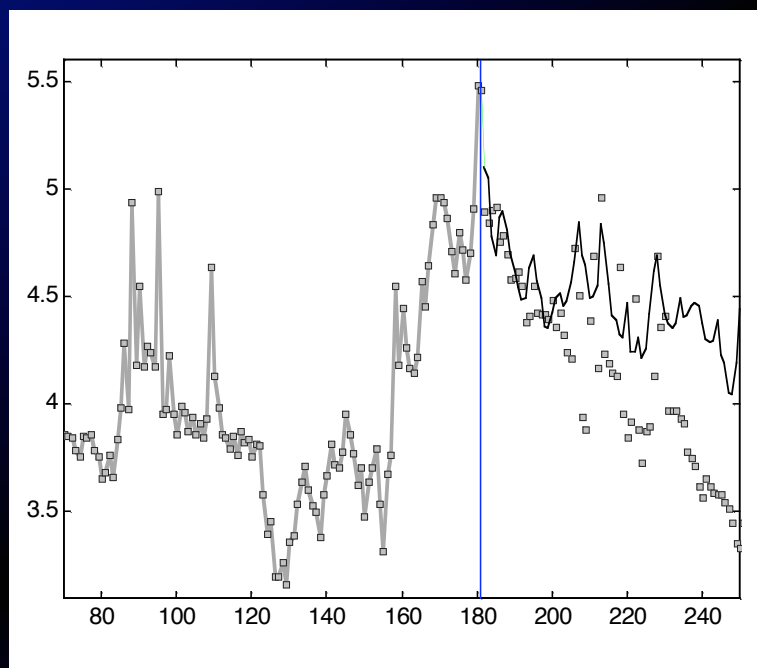
Бредихин & Лоскутов, 1999 – 2003

## Прогноз

- **Варианты предсказания**
  - SSA
  - SSA-фильтрация (исключение шума и тренда)
  - LA
- **Тесты на размерность, коэффициент автокорреляции и др.**

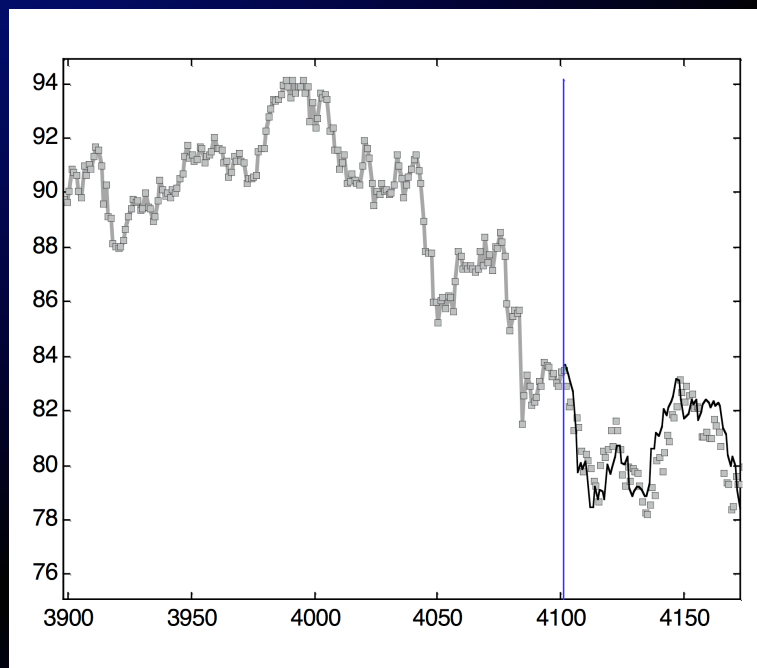


## Прогноз: использование SSA



Лоскутов & Котляров, 1999 - 2003

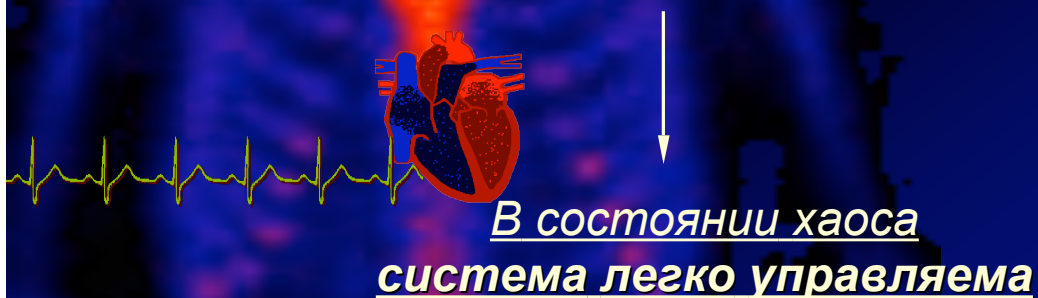
## Прогноз: использование LA



Лоскутов & Котляров, 1999 - 2003

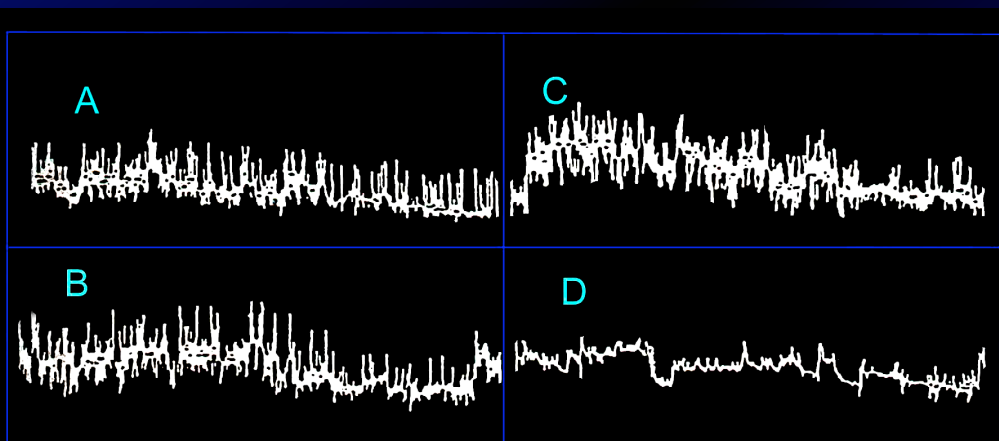
# 6. Кардиопатологии и хаос

В норме ритм сердца проявляет черты динамического хаоса. Однако он не может быть числом случайным. Почему?



## 6.1 Диагностика на основе кардиограмм

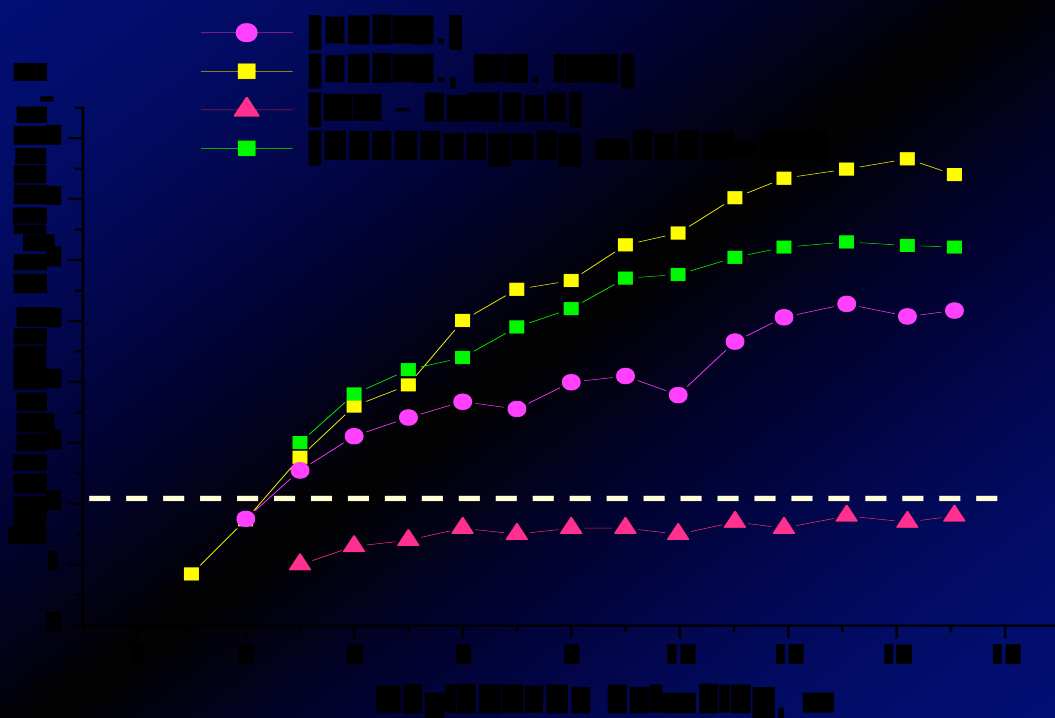
Кардиограмма как временной ряд.



A. Норма      B. Тревога  
C. Депрессия    D. Мания

Параметрами, позволяющими выявить сложность и качественное изменение во временном ряде (ЭКГ), являются размерность вложения и корреляционная размерность. При этом, чем больше размерность, тем ближе система к случайной.

Качественно размерность вложения – это минимальное число независимых переменных, однозначно задающих динамику рассматриваемой системы.



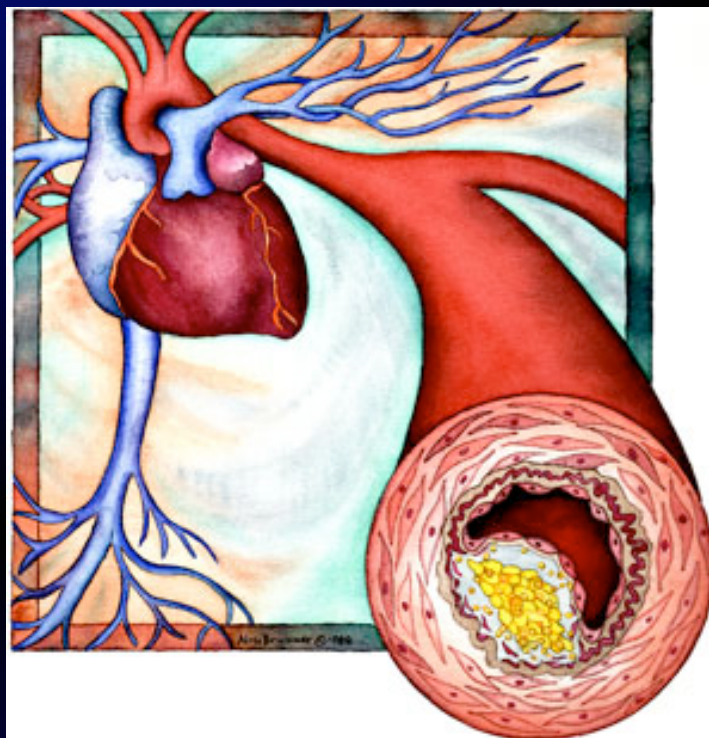
## 6.2 Дефибрилляция

Фибрилляция – некоординированное, неупорядоченное сокращение отделов сердечной ткани, при котором полностью нарушен сердечный ритм.

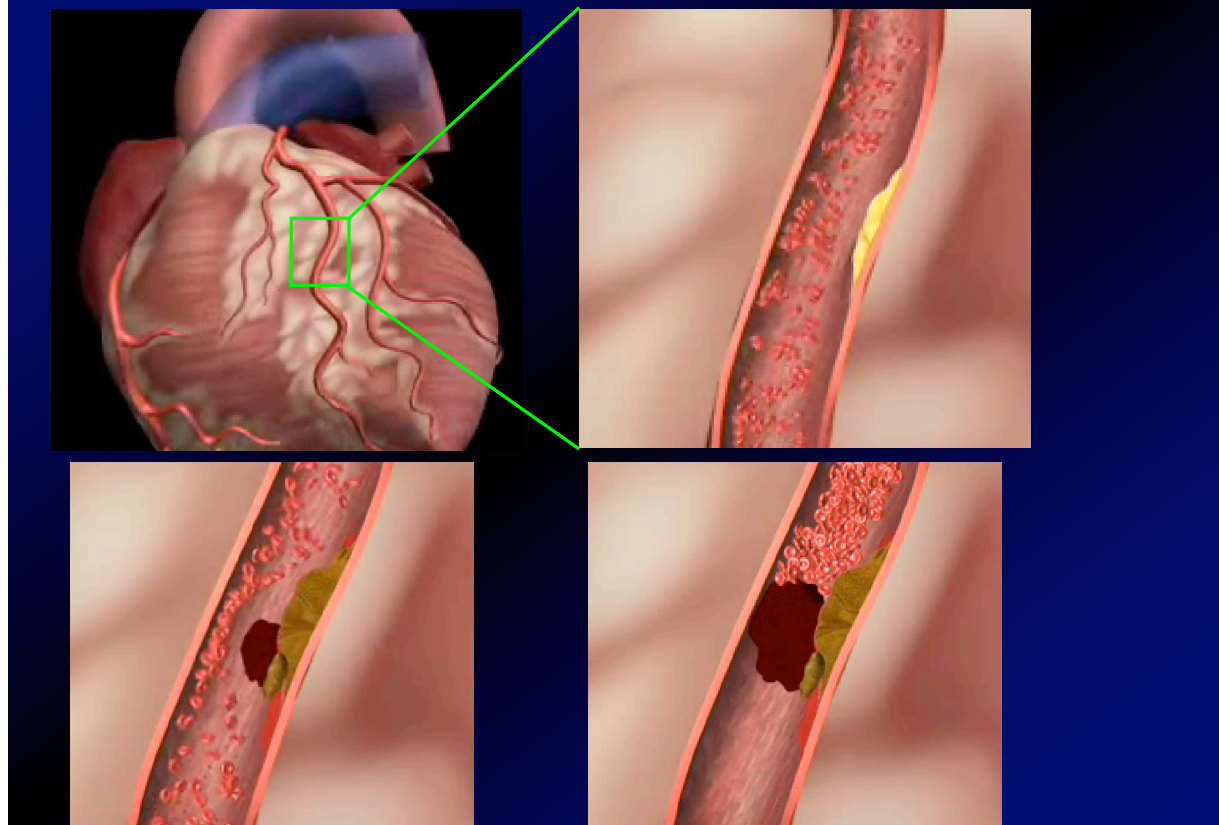
Фибрилляция  
предсердий

Фибрилляция  
желудочков

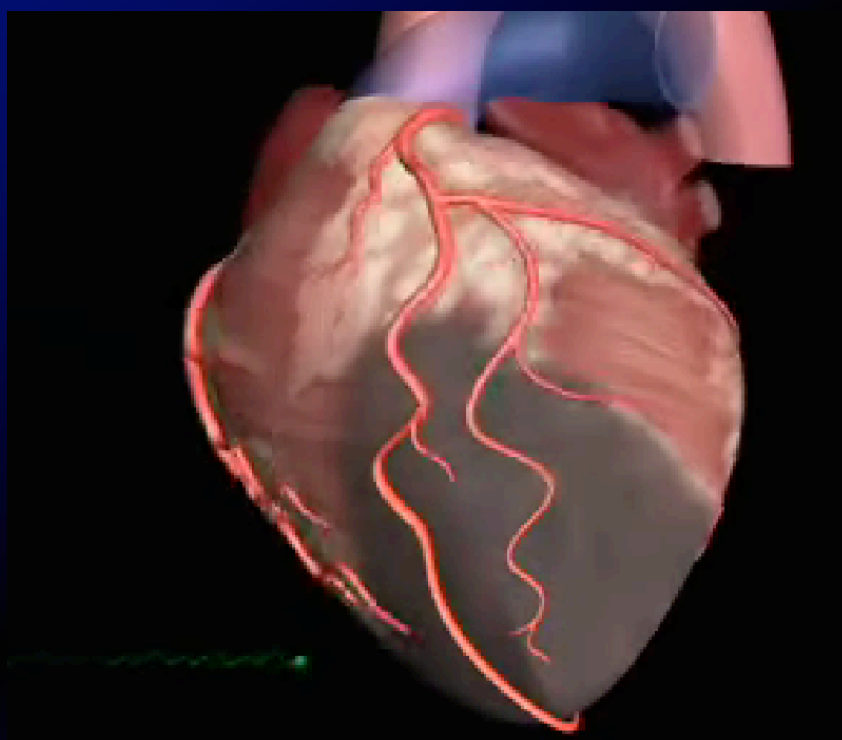
Одна из причин – некроз в результате закупорки сосудов (сосудистый некроз):



## Возникновение некроза:

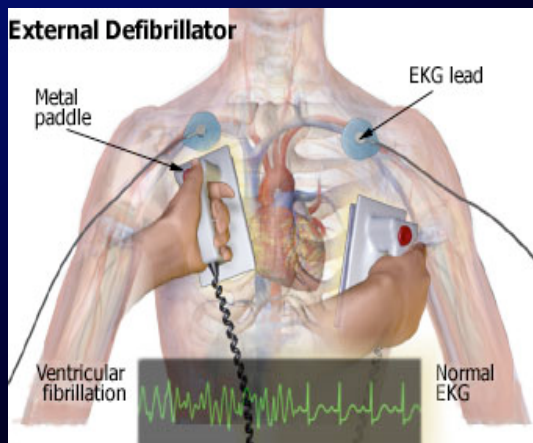


## Фибрилляция желудочков

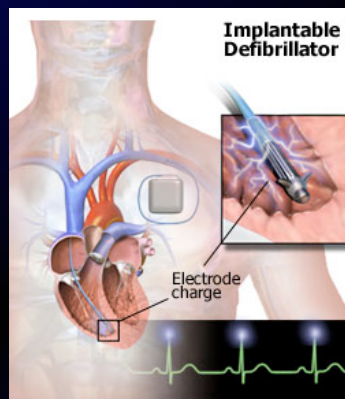


и внезапная смерть

# Дефибрилляция



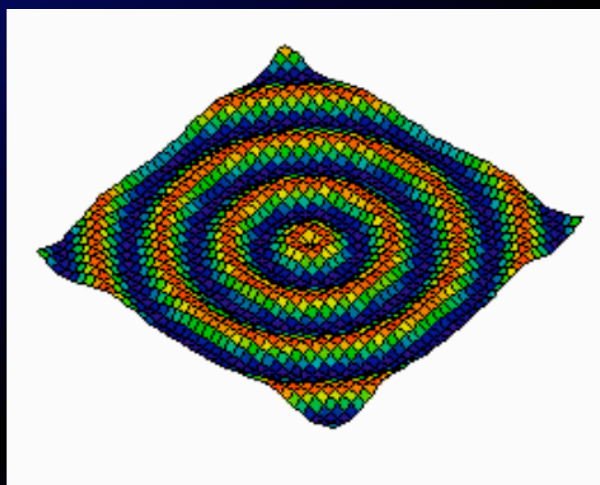
в клинических условиях



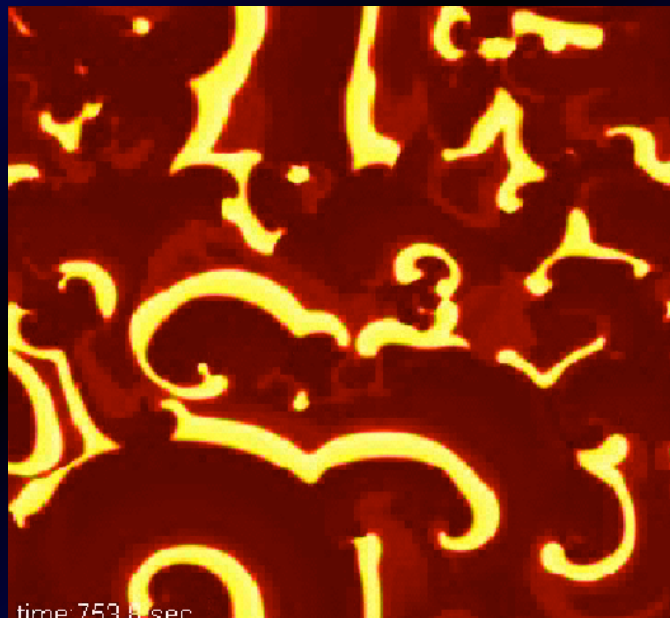
имплантируемый дефибриллятор



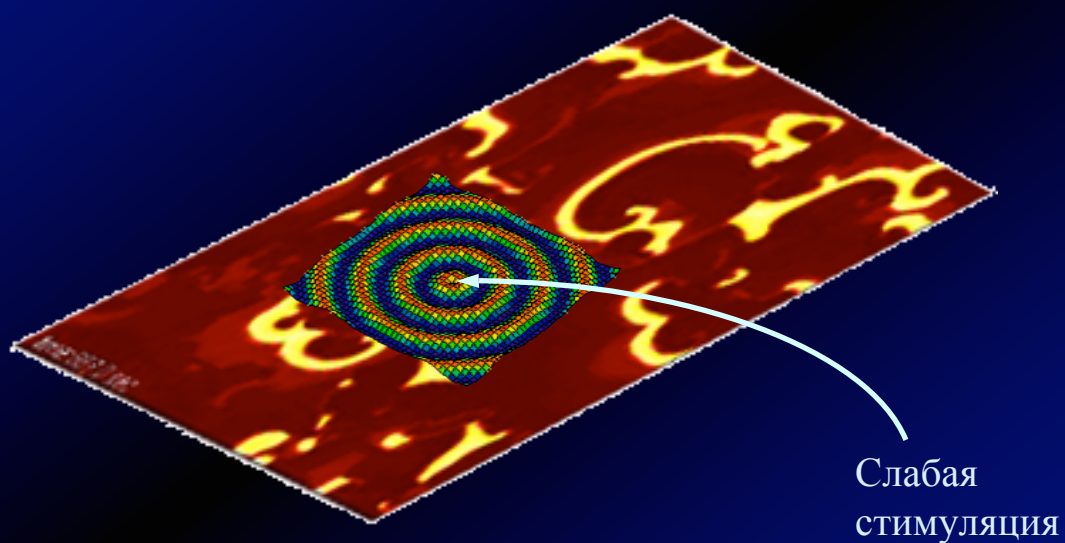
Волна возбуждения в нормальном сердце:



Возникновение фибрилляций – возникновение большого количества дополнительных источников возбуждения или пространственно-временного хаоса.



Почти точечное возбуждение:



Подавление  
спирально-волновой  
активности слабым  
периодическим  
воздействием:



**ВАЖНЫЙ РЕЗУЛЬТАТ:**

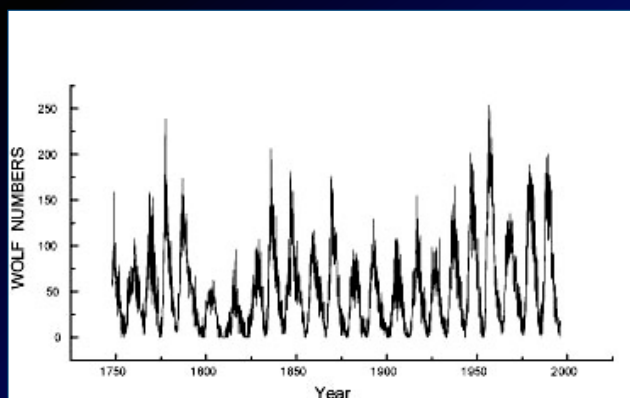
Пересчет в единицы реального времени: **~10 sec**

Loskutov & Vysotsky, 2004-2006; Zhuchkova, Radnayevev & Loskutov, 2006

## 7. Динамика солнечной активности

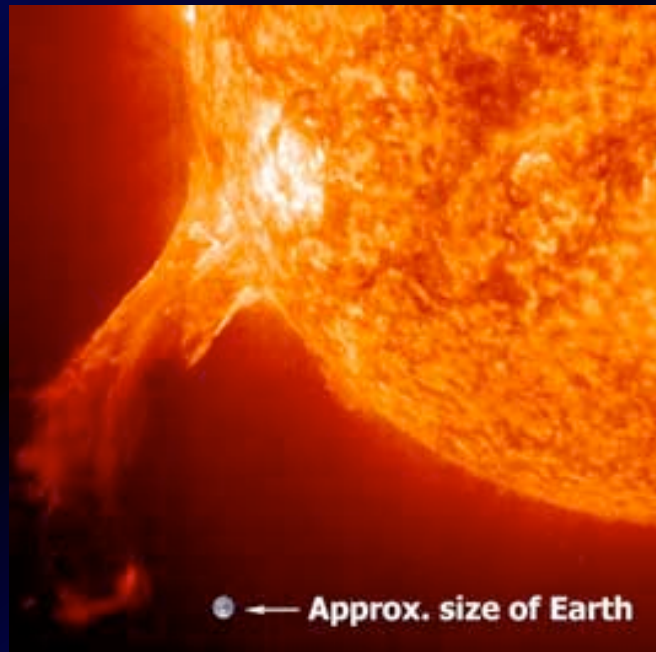
Активность солнца → количество пятен

↓  
число Вольфа

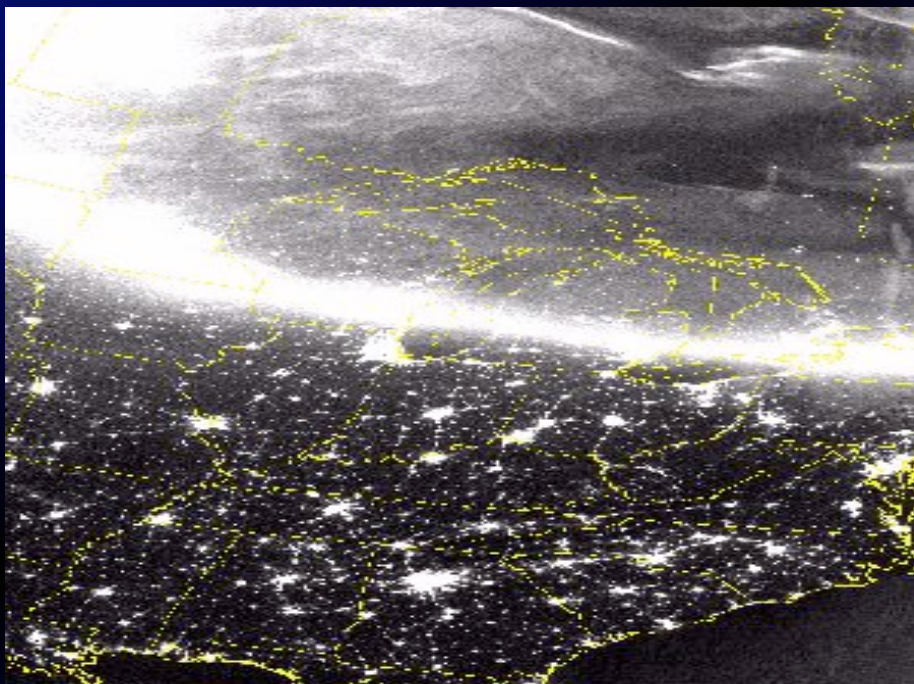




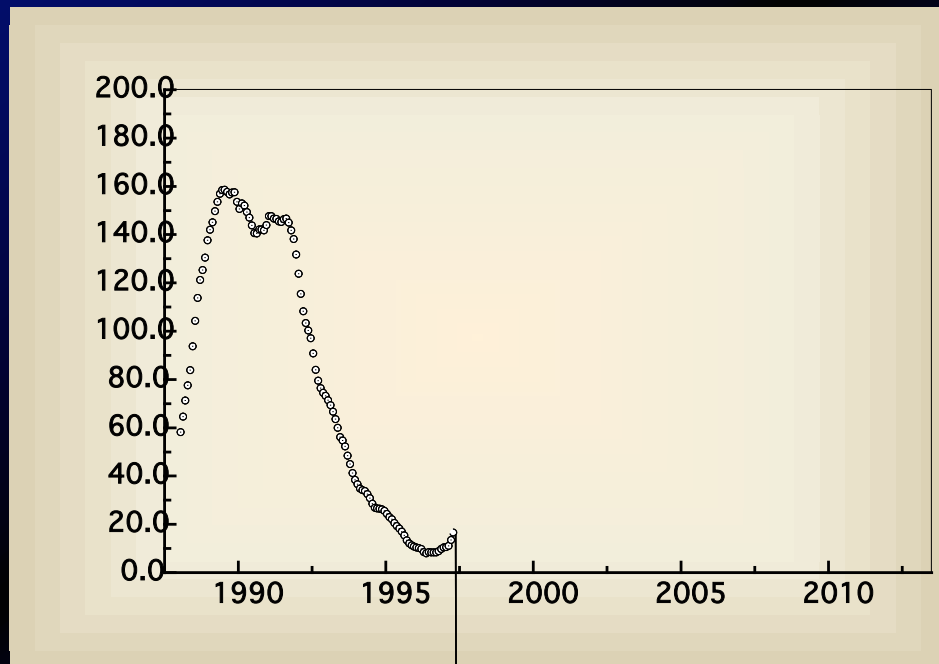
Солнечная  
вспышка.  
30 окт. 2003г.



Осень 2003г.  
Полярное сияние над США



## Прогноз солнечной активности



# 8. Небесная механика и хаос

Динамика небесных тел в Солнечной системе:

- планеты
- астероиды
- кометы
- спутники планет
- планетные кольца

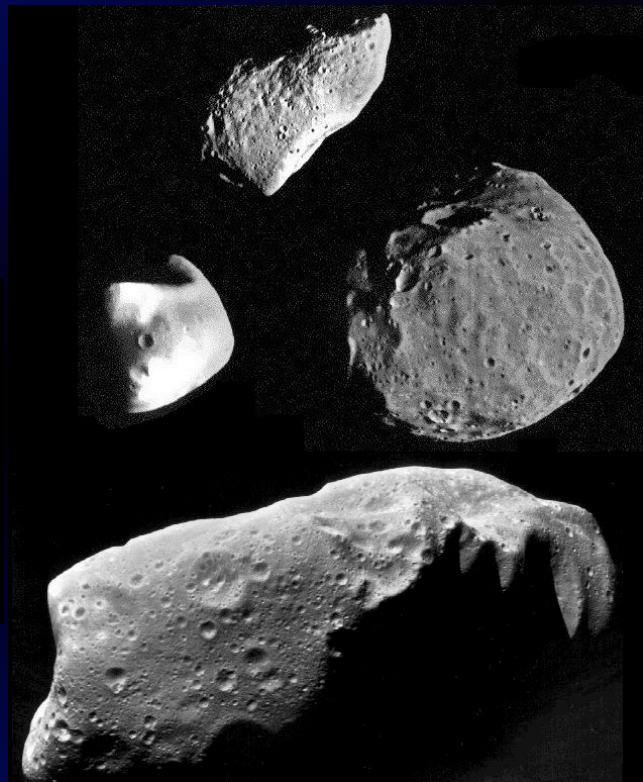
# 8.1 Динамика астероидов и комет

Гамильтонова механика



КАМ-теория → диффузионные траектории

Астероиды



## Кометы



Комета Веста



Комета Когоутека



Комета Хейла-Боппа

Диффузионные траектории – паутина Арнольда:  
хаотическое блуждание по пространству



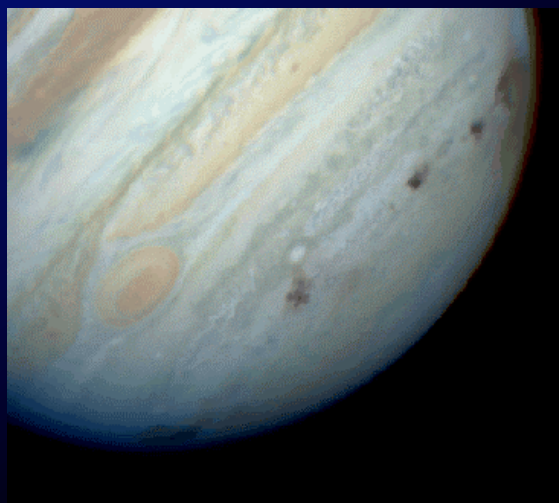
символическое  
представление диффузии

Столкновение  
кометы Шумейкера-  
Леви с Юпитером  
(июль 1994)

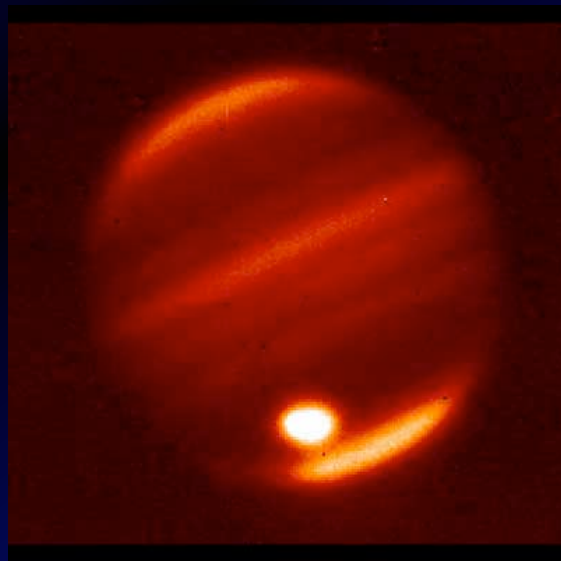
(1) распад



(2) результат столкновения

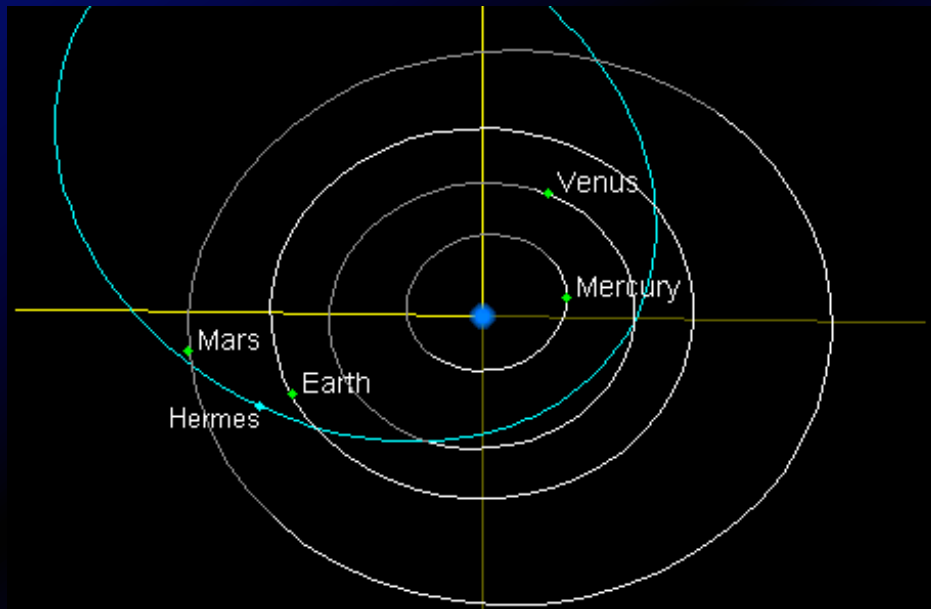


В видимых лучах



В инфракрасных лучах.  
Размер пятна 14000 км

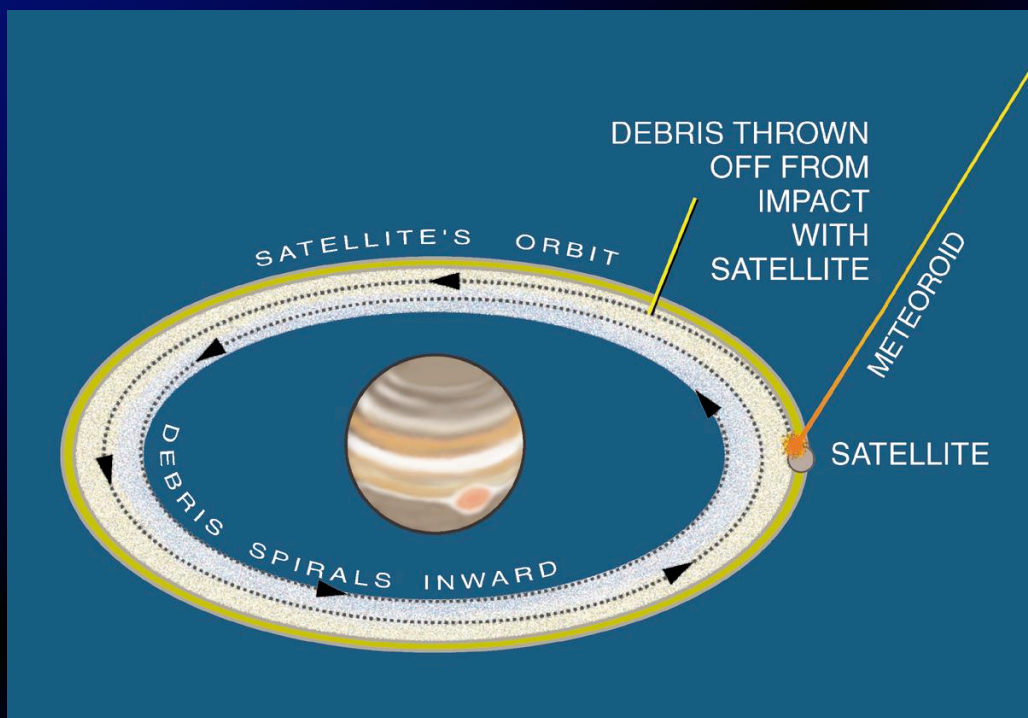
Возможное столкновение астероида с  
Землей (2012г.)



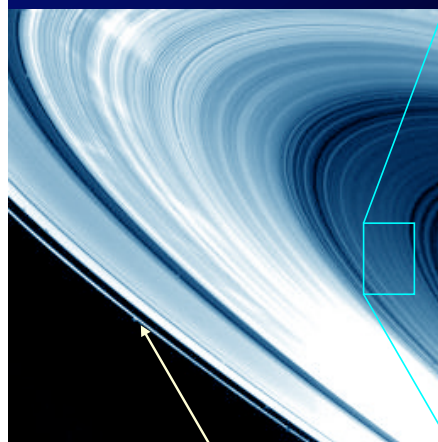
## 8.2 Планетные кольца

Одна из основных проблем –  
объяснение планетных колец и  
их конфигураций.

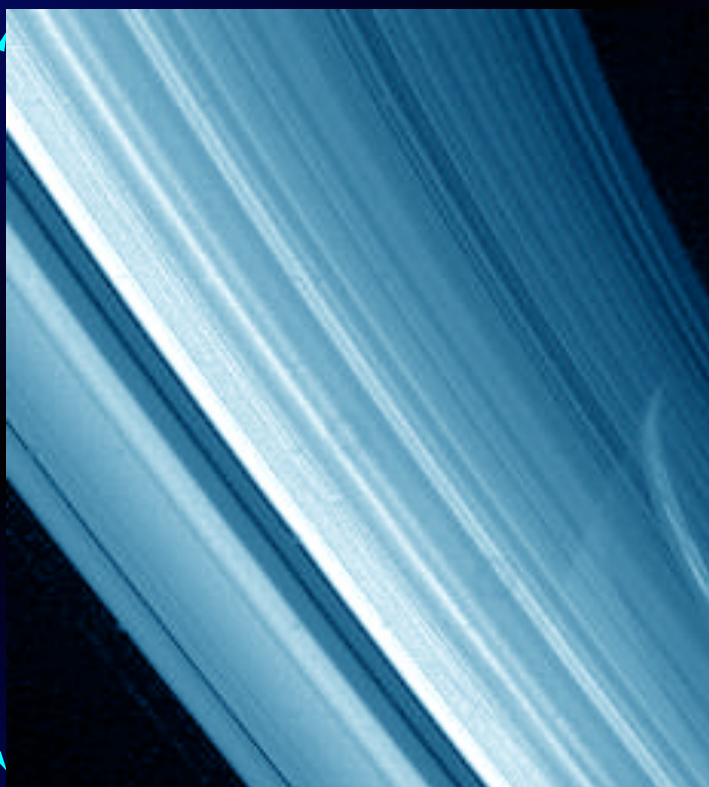
# Возможная причина возникновения планетных колец



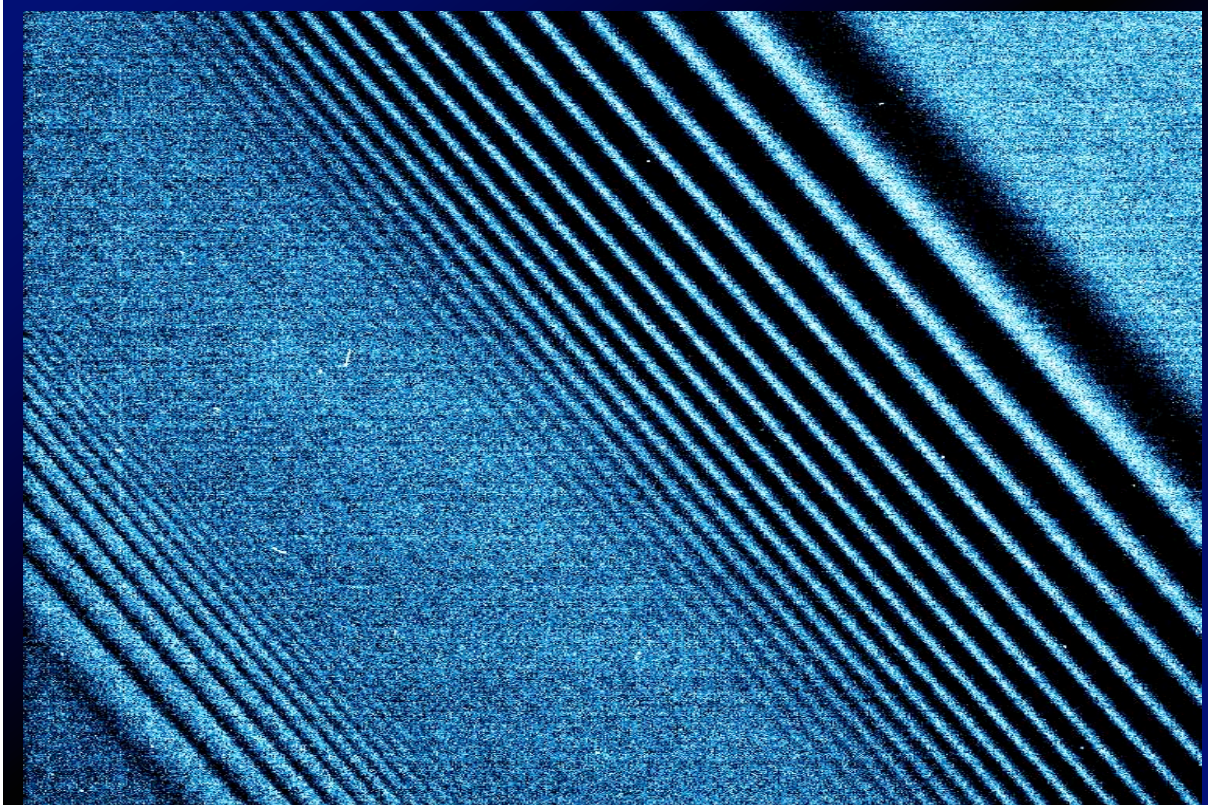
## Кольца Сатурна



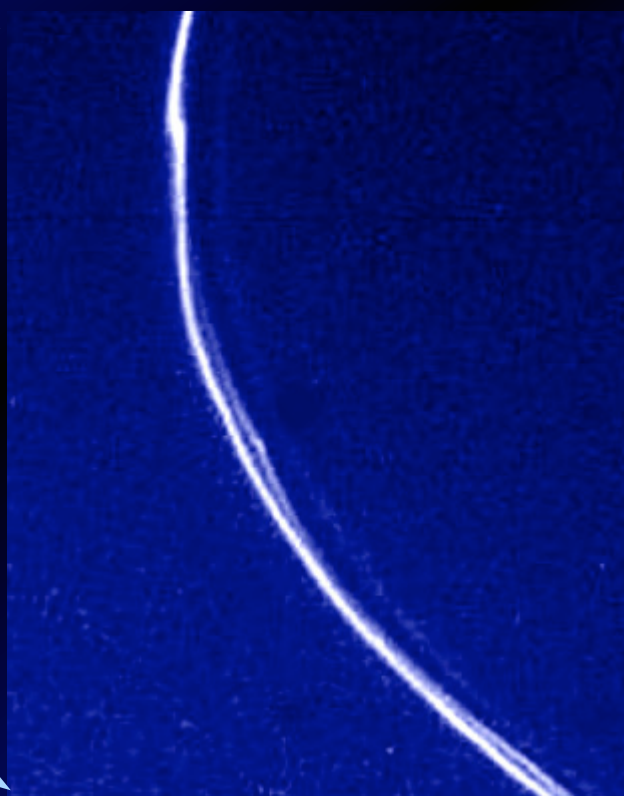
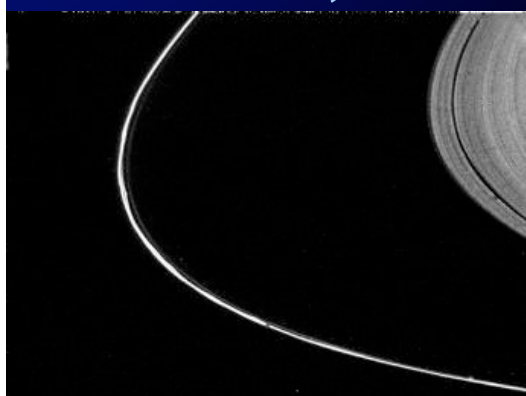
Кольцо F



Фрагмент кольца А

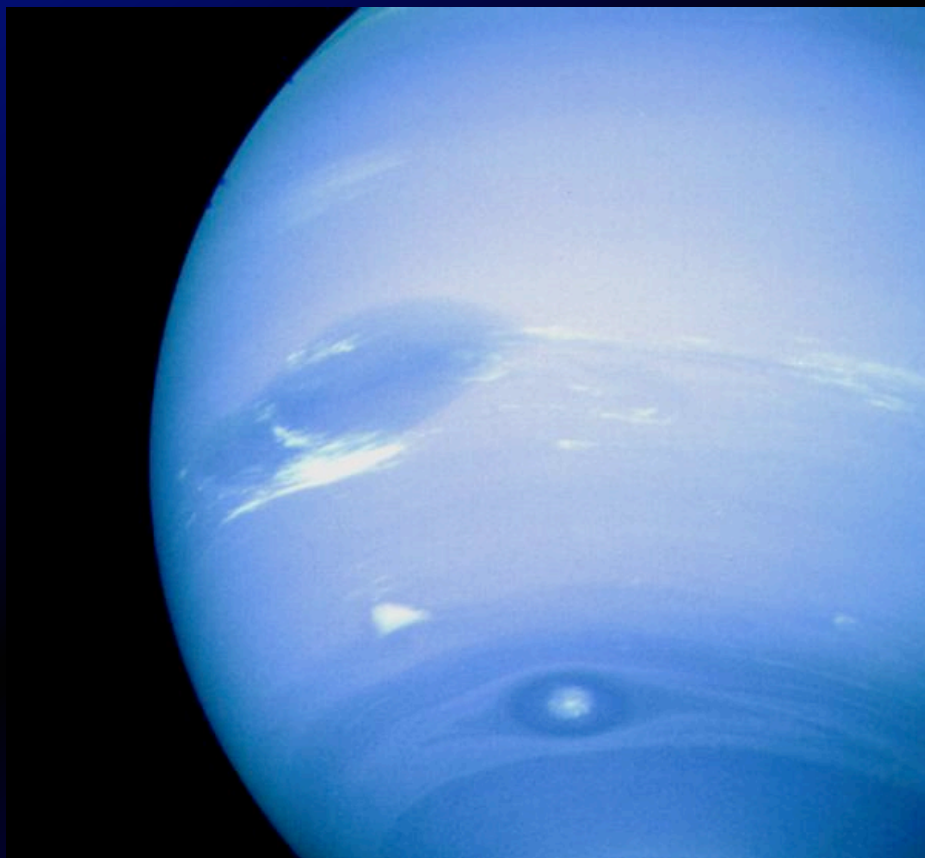


Переплетения в кольце F

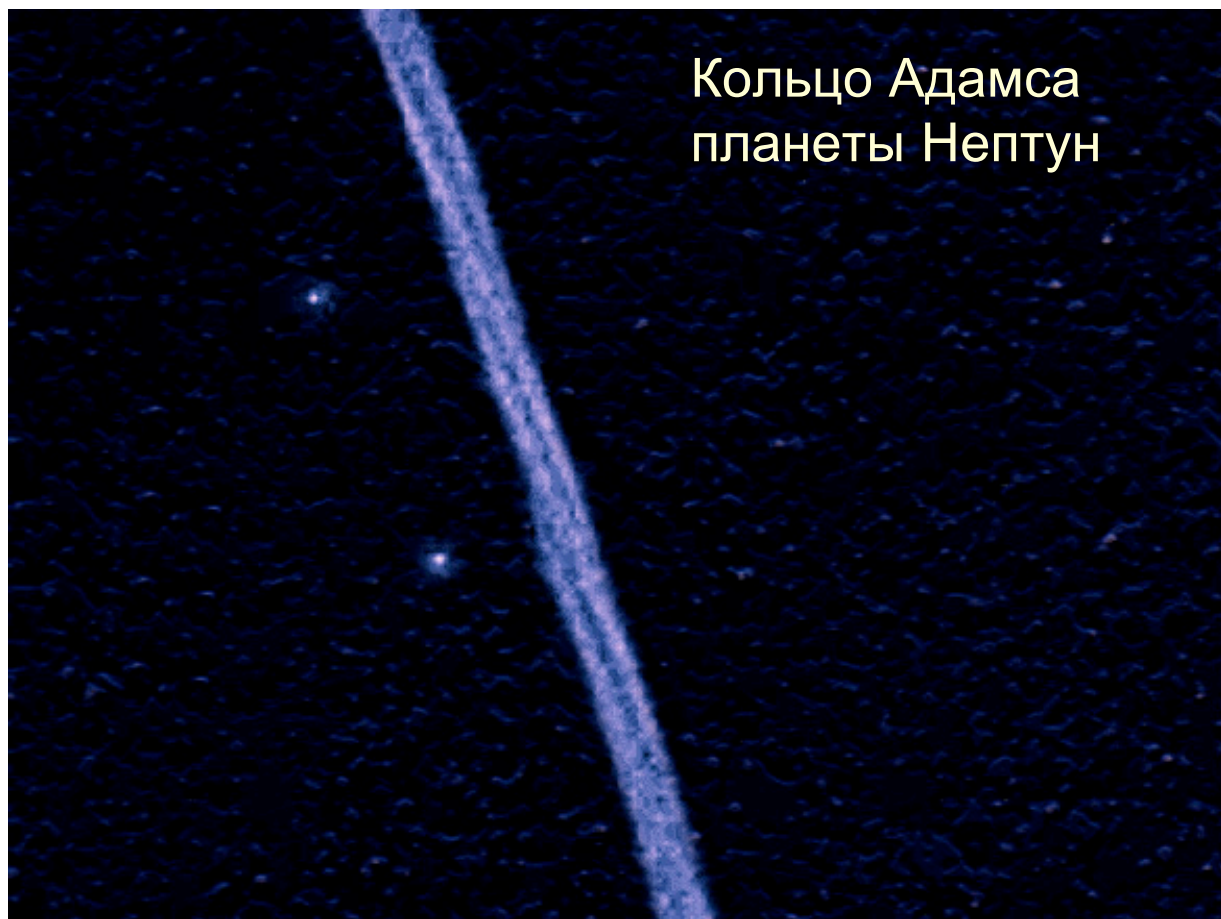




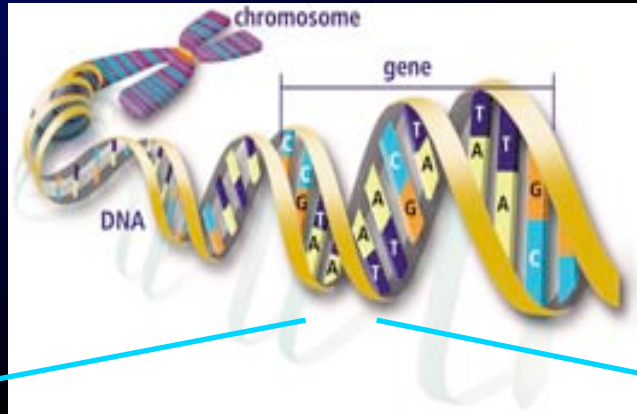
Нептун



Кольцо Адамса  
планеты Нептун



# 9. Хаос и геном



GTTGACAATTTGCCAGATGACACCGGATTGG  
GGGGGATATGCAGTATTTTTTGCGCATGCGA  
TGCAGATGGACGATGACGATGACAGTGACAG  
TGGGCCAGGGTAGTTTTAGCAGTGGACAGTG  
AAACCGATGGACAACGGTT

## Представление на комплексной плоскости

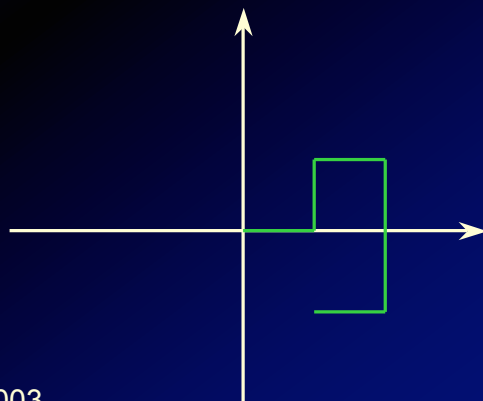
A →

T ←

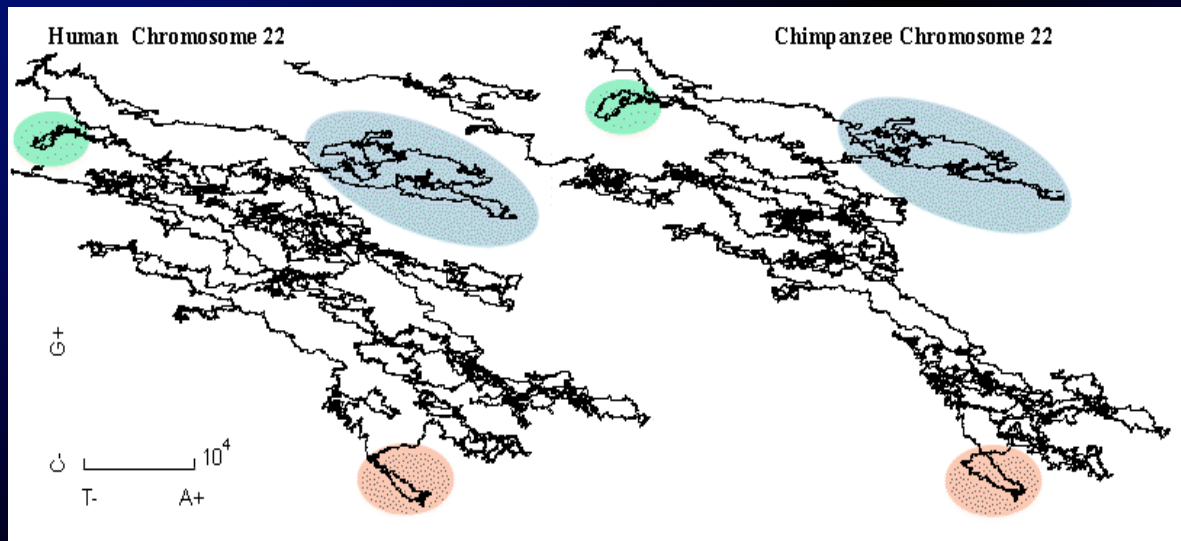
G ↑

C ↓

AGACCT

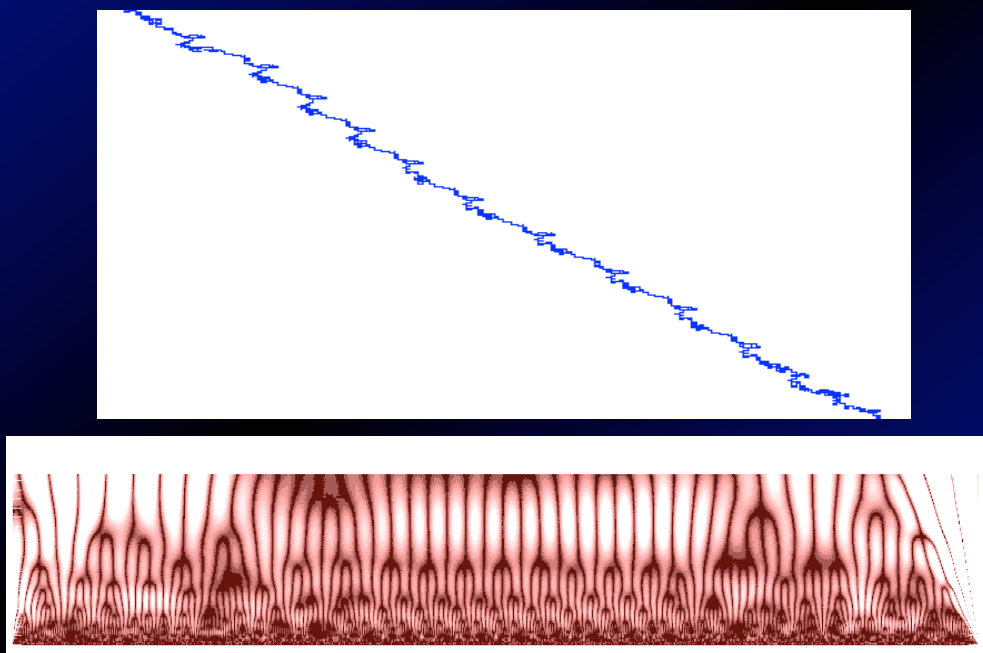


# ДНК – хаотическое блуждание



Larionov, Loskutov & Ryadchenko, 2005

# Масштабно-инвариантные свойства



Larionov, Loskutov & Ryadchenko, 2005

Спасибо за внимание!