Таблица 3

E_0	ξ		ξ_{180}/ξ_0
	Направление		
	0°	180°	
100 ТэВ	$0{,}0188 \pm 0{,}0001$	$0{,}0193 \pm 0{,}0001$	$1{,}028 \pm 0{,}010$
1000 ТэВ	$0{,}0505 \pm 0{,}0003$	$0{,}0554 \pm 0{,}0003$	$1{,}099 \pm 0{,}014$

Таким образом, в результате наших вычислений можно сделать вывод, что эффект имеет место, но он существенно меньше наблюдаемого в эксперименте.

Выводы

Проведенные расчеты показали, что наблюдаемое в эксперименте различие скоростей счета ШАЛ в северном и южном направлениях (в 2 раза) не может быть объяснено только влиянием геомагнитного поля на развитие ШАЛ. Требуются дальнейшие исследования для понимания причины явления. Возможно, использование распределения по временам прихода черенковских фотонов на уровень наблюдения поможет понять разницу между результатами расчета и экспериментальными данными. Например, если регистрирующая система телескопа преимущественно отбирает ливни с большими прицельными параметрами (длинными импульсами черенковского света), то это может привести к увеличению рассматриваемого эффекта.

Литература

1. *Бейсембаев Р.У., Вавилов Ю.Н., Вильданов Н.Г.* и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 1999. **63**, № 3. С. 554.
2. *Knapp J., Heck D.* // Extensive Air Shower Simulation with CORSIKA: A User's Manual. Kernforschungszentrum Karlsruhe KfK 5196 B (1993).
3. *Калмыков Н.Н., Остапченко С.С.* // Ядерная физика. 1993. **56**. С. 105.

Поступила в редакцию
10.12.99

РАДИОФИЗИКА

УДК 533.951

КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ НИЗКОЧАСТОТНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ГАЗОРАЗРЯДНОЙ ПЛАЗМЫ

О. В. Кудреватова*), Меонг-Хи Ри, А. А. Рухадзе

(*кафедра физической электроники*)

Исследована низкочастотная неустойчивость разряда с постоянным током в слабоионизованной плазме, обусловленная вынужденным черенковским излучением релаксационных «колебаний» температуры дрейфующими электронами. Исследование проведено на основе кинетического уравнения с модельным интегралом столкновений Батнагара–Гросса–Крука, учитывающим релаксацию плотности и температуры электронов.

1. Основные уравнения

В работе [1] была рассмотрена низкочастотная неустойчивость слабоионизованной плазмы во внешнем постоянном электрическом поле, которая, по мнению авторов, обусловлена вынужденным излучением апериодически затухающих в отсутствие тока релаксационных колебаний температуры дрейфующими электронами. При этом использовалась модель двухжидкостной гидродинамики плазмы с током. Инкремент развития неустойчивости оказался квадратичным по внешнему полю, что может вызвать сомнение в справедливости полученного результата. Дело в том, что гидродинамическая модель существенным образом опирается на малость отклонений состояния плазмы от термодинамического равновесия; при получении гидродинамических уравнений используется разложение по таким отклонениям [2].

В связи с этим в настоящей работе в рамках кинетической модели слабоионизованной плазмы получен результат, приведенный ранее в работе [1]. Ионы считаем холодными, причем их вклад в продольную диэлектрическую проницаемость берем в виде

$$\delta\varepsilon^{(i)} = i\frac{\omega_{Li}^2}{\omega\nu_{i0}}, \tag{1}$$

где ν_{i0} — частота упругих ион-нейтральных столкновений. Тем самым мы пренебрегаем ионизационно-рекомбинационными и прилипательно-отлипательными процессами. Для описания электронов в этом приближении исходим из кинетического уравнения с модельным интегралом столкновений Батнагара–Гросса–Крука (БГК), приведенным в работе [2]**):

*) Федеральное «Научно-производственное предприятие “Торий”», Москва.

**) Заметим, что анализ подобной низкочастотной неустойчивости разряда на основе кинетического уравнения с интегралом столкновений в форме Б. И. Давыдова впервые был проведен в работе [3]. Однако использование одномерного приближения не позволило автору этой работы адекватно раскрыть физическую природу неустойчивости.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v}\frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \frac{e}{m}\mathbf{E}\frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = -\nu_{e0}(f - N\varphi_n), \qquad (2)$$

где частота электрон-нейтральных столкновений ν_{e0} считается постоянной, а

$$\varphi_n = \frac{1}{(2\pi m T_{en})^{3/2}} \exp\Big(-\frac{mv^2}{2T_{en}}\Big),$$

$$N = \int d\mathbf{p} f, \quad N\mathbf{u} = \int d\mathbf{p}\mathbf{v} f, \quad NT_e = \frac{m}{3}\int d\mathbf{p} v^2 f,$$

$$T_{en} = \frac{mT_n + MT_e}{m+M} \cong (1-\delta_m)T_e + \delta_m T_n,$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \operatorname{div}(N\mathbf{u}) = 0.$$

Здесь $\delta_m = m/M$ — доля передаваемой энергии от электронов нейтральным частицам (массы которых соответственно m и M) при упругих столкновениях, T_e — температура электронов, а T_n — температура нейтральных частиц, $\mathbf{u}$ — средняя дрейфовая скорость электронов, обусловленная электрическим полем $\mathbf{E}$. Магнитным полем пренебрегаем, считая поле $\mathbf{E}$ потенциальным: $\mathbf{E} = -\nabla\Phi$.

Заметим, что обычно при кинетическом описании колебаний плазмы с использованием интеграла упругих столкновений БГК ограничиваются изотермической моделью (см., напр., [2]), в которой температура электронов считается постоянной. Нам для установления соответствия с результатами работы [1] необходимо наряду с релаксацией импульса учитывать и релаксацию температуры электронов, или, иными словами, эффекты, обусловленные конечностью отношения m/M.

2. Равновесное состояние плазмы в постоянном и однородном электрическом поле

Уравнение (2) для электронов плазмы в постоянном и однородном электрическом поле $\mathbf{E}_0$ записывается в виде

$$\frac{e\mathbf{E}_0}{m\nu_{e0}}\frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = -f_0 + N_0\varphi_{0n}, \qquad (3)$$

где

$$\begin{gathered} N_0 = \int d\mathbf{p}\, f_0, \quad N_0\mathbf{u}_0 = \int d\mathbf{p}\,\mathbf{v} f_0, \\ N_0 T_{0e} = \frac{m}{3}\int d\mathbf{p}\, v^2 f_0, \\ \varphi_{0n} = \frac{1}{(2\pi m T_{0n})^{3/2}}\exp\Big(-\frac{mv^2}{2T_{0n}}\Big), \\ T_{0n} = (1-\delta_m)T_{0e} + \delta_m T_n. \end{gathered} \qquad (4)$$

Здесь T_{0e} — равновесная температура электронов, а $\mathbf{u}_0$ — их равновесная дрейфовая скорость в поле $\mathbf{E}_0$.

Уравнение (3) с условием $f_0(v) \to 0$ при $v \to \infty$ решается точно. Но мы не будем находить явный вид $f_0(\mathbf{v})$, поскольку достаточно знать соотношения (4). Так, с учетом (3) легко находим равновесные температуру и дрейфовую скорость электронов:

$$T_{0e} = T_n + \frac{2}{3}\frac{mu^2}{\delta_m}, \quad \mathbf{u}_0 = \frac{e\mathbf{E}_0}{m\nu_{e0}}. \qquad (5)$$

В дальнейшем считается, что электроны разогреты, но не очень сильно. Пренебрежение ионной температурой при этом означает малость их тепловой скорости по сравнению с фазовыми скоростями исследуемых колебаний плазмы. Вместе с тем скорость u_0 мала по сравнению с тепловой скоростью электронов, что следует уже из (5).

3. Малые колебания. Диэлектрическая проницаемость электронной компоненты

Для малых отклонений от равновесия, $f = f_0 + \delta f$, в предположении зависимости $\delta f \sim \mathrm{e}^{-i\omega t + i\mathbf{kr}}$, из уравнения (2) получаем

$$\begin{gathered} -i\mathbf{\Omega}\delta f - \frac{ie}{m}\Phi\mathbf{k}\frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{v}} + \frac{e}{m}\mathbf{E}_0\frac{\partial \delta f}{\partial \mathbf{v}} = \\ = \nu_{e0}\varphi_{0n}\delta N + \nu_{e0}N_0\delta\varphi_n, \end{gathered} \qquad (6)$$

где $\mathbf{\Omega} = \omega - \mathbf{kv} + i\nu_{e0}$ — частота, нули которой соответствуют условию черенковского излучения, Φ — потенциал поля малых колебаний $\delta\mathbf{E} = -i\mathbf{k}\Phi$, а

$$\delta\varphi_n = \Big(\frac{mv^2}{2T_{0n}} - \frac{3}{2}\Big)\varphi_{0n}\frac{\delta T_e}{T_{0e}},$$

$$\frac{\delta T_e}{T_{0e}} + \frac{\delta N}{N_0} = \frac{m}{3N_0T_{0e}}\int d\mathbf{p}\, v^2\delta f, \quad \delta N = \int d\mathbf{p}\,\delta f.$$

Вследствие малости отношения u_0/v_{T_e} (где $v_{T_e} = \sqrt{T_e/m}$ — тепловая скорость электронов) последнее слагаемое в левой части уравнения (6) можно считать малым. Поэтому записываем

$$\delta f = \delta f^{(0)} + \delta f^{(1)},$$

$$\delta f^{(0)} = \frac{1}{\mathbf{\Omega}}\Big(-\frac{e}{m}\Phi\mathbf{k}\frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{v}} + i\nu_{e0}\varphi_{0n}\delta N + i\nu_{e0}N_0\delta\varphi_n\Big),$$

$$\delta f^{(1)} = \frac{1}{\mathbf{\Omega}}\Big(-i\nu_{e0}\mathbf{u}_0\frac{\partial\delta f^{(0)}}{\partial \mathbf{v}}\Big).$$

Дальнейшие вычисления $\delta f^{(0)}$ и $\delta f^{(1)}$ стандартны и подобны проведенным в [2] при вычислении продольной диэлектрической проницаемости

$$\delta\varepsilon^{(e)} = -\frac{4\pi e\delta N}{k^2\Phi}. \qquad (7)$$

Ввиду громоздкости вычислений мы их здесь опустим и приведем лишь окончательное выражение:

$$\begin{aligned} \delta\varepsilon^{(e)} = \frac{4\pi e^2}{mk^2}\Bigg\{&\Big(1 + \frac{i\nu_{e0}\mathbf{k}\mathbf{u}_0}{2}\frac{\partial^2}{\partial\omega^2}\Big)\int \mathbf{k}\frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{v}}\frac{d\mathbf{p}}{\mathbf{\Omega}} + \\ &+ \frac{i\nu_{e0}m}{3T_{0e}}\Big[\Big(1 + \frac{i\nu_{e0}\mathbf{k}\mathbf{u}_0}{2}\frac{\partial^2}{\partial\omega^2}\Big)\mathbf{I}_1\Big] \times \\ &\times \Big[1 - \frac{i\nu_{e0}m}{3T_{0e}}(\mathbf{I}_3 + i\nu_{e0}\mathbf{I}_5)\Big]^{-1} \times \end{aligned}$$

$$\times\int d\mathbf{p}\left[\mathbf{k}\frac{\partial f_0}{\partial\mathbf{v}}\frac{1}{\boldsymbol{\Omega}}\left(v^2+\frac{2i\nu_{e0}\mathbf{u}_0\mathbf{v}}{\boldsymbol{\Omega}}+\frac{i\nu_{e0}v^2\mathbf{k}\mathbf{u}_0}{\boldsymbol{\Omega}^2}\right)\right]\Bigg\}\times$$
$$\times\left\{1+i\nu_{e0}\left(1+\frac{i\nu_{e0}\mathbf{k}\mathbf{u}_0}{2}\frac{\partial^2}{\partial\omega^2}\right)(\mathbf{I}_1+\mathbf{I}_2)\times\right.$$
$$\left.\times\left[1-\frac{i\nu_{e0}m}{3T_{0e}}(\mathbf{I}_4+i\nu_{e0}\mathbf{I}_6)\right]\left[1-\frac{i\nu_{e0}m}{3T_{0e}}(\mathbf{I}_3+i\nu_{e0}\mathbf{I}_5)\right]^{-1}\right\}^{-1}. \tag{8}$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\mathbf{I}_1=\int\frac{d\mathbf{p}}{\boldsymbol{\Omega}}\left(\frac{mv^2}{2T_{0n}}-\frac{3}{2}\right)\varphi_{0n},\qquad \mathbf{I}_2=\int d\mathbf{p}\frac{\varphi_{0n}}{\boldsymbol{\Omega}},$$
$$\mathbf{I}_3=\int\frac{d\mathbf{p}}{\boldsymbol{\Omega}}v^2\left(\frac{mv^2}{2T_{0n}}-\frac{3}{2}\right)\varphi_{0n},\quad \mathbf{I}_4=\int d\mathbf{p}\frac{v^2\varphi_{0n}}{\boldsymbol{\Omega}},$$
$$\mathbf{I}_5=\int\frac{d\mathbf{p}}{\boldsymbol{\Omega}^2}\left(\frac{mv^2}{2T_{0n}}-\frac{3}{2}\right)\varphi_{0n}\left(2\mathbf{u}_0\mathbf{v}+\frac{v^2\mathbf{k}\mathbf{u}_0}{\boldsymbol{\Omega}}\right),$$
$$\mathbf{I}_6=\int d\mathbf{p}\frac{\varphi_{0n}}{\boldsymbol{\Omega}^2}\left(2\mathbf{u}_0\mathbf{v}+\frac{v^2\mathbf{k}\mathbf{u}_0}{\boldsymbol{\Omega}}\right). \tag{9}$$

Интегралы (9) вычисляются явно и выражаются через модифицированный интеграл ошибок — функцию $I_+(x)$ (см. [2]). Вычисление же диэлектрической проницаемости $\delta\varepsilon^{(e)}$ требует знания явного вида $f_0(\mathbf{v})$. Однако для сопоставления с результатами [1] достаточно знать выражение для $\delta\varepsilon^{(e)}$ в условиях слабой пространственной дисперсии, когда

$$\frac{\mathbf{k}\mathbf{v}}{\omega+i\nu_{e0}}\ll 1,\quad \omega\ll\nu_{e0}.$$

В этом пределе все интегралы в (8) вычисляются без использования явного вида $f_0(\mathbf{v})$.

4. Дисперсионное уравнение для низкочастотных колебаний. Инкремент развития неустойчивости

В работе [1] было показано, что неустойчивость имеет место при условиях $\delta_m\nu_{e0}\gg k^2v_{T_e}^2/\nu_{e0}$, $\delta_m\nu_{e0}\gg ku_0$, т.е. когда обратное время релаксации температуры $\delta_m\nu_{e0}$ больше обратного времени электронной диффузии и доплеровской частоты. Это позволяет считать пространственную дисперсию слабой, и тогда все интегралы (9) и (8) вычисляются без использования явного вида функции распределения $f_0(\mathbf{v})$; достаточно знание соотношений (4).

После простых вычислений с использованием формул (1) и (10) в этом пределе легко находим продольную диэлектрическую проницаемость плазмы, нули которой представляют собой искомое дисперсионное уравнение колебаний:

$$\varepsilon=1+\delta\varepsilon^{(i)}+\delta\varepsilon^{(e)}=$$
$$=1+i\frac{\omega_{Li}^2}{\omega\nu_{i0}}-i\frac{\omega_{Le}^2}{\nu_{e0}}\left(1-\frac{4}{3}i\frac{\mathbf{k}\mathbf{u}_0}{\delta_m\nu_{e0}}\right)\left(\mathbf{k}\mathbf{u}_0-i\frac{k^2T_{0e}}{m\nu_{e0}}\right)^{-1}=0. \tag{10}$$

При получении этого уравнения предполагалось выполненным условие черенковского излучения $\mathbf{k}\mathbf{u}_0>\omega$ и, так же как и в [1], в выражении для электронной части диэлектрической проницаемости было положено $\omega=0$.

Из уравнения (10) находим

$$\omega=\frac{m}{M}\frac{\nu_{e0}}{\nu_{i0}}\left(\mathbf{k}\mathbf{u}_0-i\frac{k^2T_{0e}}{m\nu_{e0}}\right)\left(1+\frac{4}{3}i\frac{\mathbf{k}\mathbf{u}_0}{\delta_m\nu_{e0}}\right)\approx$$
$$\approx\frac{m}{M}\frac{\nu_{e0}}{\nu_{i0}}\left(\mathbf{k}\mathbf{u}_0-i\frac{k^2T_{0e}}{m\nu_{e0}}+\frac{4}{3}i\frac{(\mathbf{k}\mathbf{u}_0)^2}{\delta_m\nu_{e0}}\right). \tag{11}$$

Мнимая часть ω определяет инкремент нарастания колебаний:

$$\operatorname{Im}\omega=\frac{m}{M}\frac{\nu_{e0}}{\nu_{i0}}\left(\frac{4}{3}\frac{(\mathbf{k}\mathbf{u}_0)^2}{\delta_m\nu_{e0}}-\frac{k^2T_{0e}}{m\nu_{e0}}\right). \tag{12}$$

Колебания неустойчивы (т.е. $\operatorname{Im}\omega>0$), если

$$\frac{4}{3}(\mathbf{k}\mathbf{u}_0)^2>\delta_m\nu_{e0}\frac{k^2T_{0e}}{m\nu_{e0}}. \tag{13}$$

Выражение (12) и условие неустойчивости (13) так же, как и выражение (11) и уравнение (10), совпадают с соответствующими выражениями, приведенными в работе [1], с точностью до величины δ_m, которая в рассматриваемой здесь модели равна $\delta_m=m/M$.

Теперь мы можем воспользоваться явным выражением для T_{0e} в виде (5). В результате, пренебрегая T_n, из (12) получим

$$\operatorname{Im}\omega=\frac{2}{3}\frac{m}{M}\frac{\nu_{e0}}{\nu_{i0}}\frac{(k_{\parallel}^2-k_{-}^2)u_0^2}{\delta_m\nu_{e0}}. \tag{14}$$

Условие же неустойчивости (13) сводится к требованию $k_{\parallel}^2>k_{-}^2$.

Наконец, заметим, что в одномерном приближении, т.е. при $k_{-}=0$, выражение (14) совпадает с полученным в работе [3].

Таким образом, кинетическая модель позволяет обосновать результаты, полученные в рамках двухжидкостной гидродинамики [1] и в приближении Б.И.Давыдова, как это сделано в работе [3].

Работа выполнена при поддержке Федеральной целевой программы «Интеграция» — проект «Фундаментальные основы высоких технологий и современных методов физики» (грант 24/97-и).

Литература

1. *Кудреватова О.В., Меонг-Хи Ри, Рухадзе А.А.* // Тез. докл. IX конф. по физике газового разряда. Ч. I. Рязань, 1998. С. 8.
2. *Гинзбург В.Д., Рухадзе А.А.* Волны в магнитоактивной плазме. 2-е изд. М.: Наука, 1975.
3. *Тимофеев А.В.* // ЖТФ. 1970. **40**. С. 192.

Поступила в редакцию
29.12.99