ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 530.12: 550.831

# ГРАВИТАЦИОННЫЙ ДЕФЕКТ МАССЫ

**Ю. М. Лоскутов**

(*кафедра квантовой теории и физики высоких энергий*)

**Предложен ковариантный подход к определению гравитационного дефекта массы. Система уравнений гравитационного поля дополняется при этом уравнением для массы тела. На примере сферически-симметричной статической задачи островного типа показано, что в силу гравитационного дефекта массы удвоенная масса тела в объеме с произвольным радиусом (в стандартных координатах) всегда оказывается меньшей этого радиуса. Рассмотрены другие следствия.**

## Введение

В общем случае гравитационный дефект массы (ГДМ) можно идентифицировать с эффектом уменьшения общей массы вещества (здесь и далее для удобства под веществом будут подразумеваться все формы материи, за исключением гравитационного поля) за счет его собственного гравитационного взаимодействия. В случае слабых гравитационных полей (в ньютоновском пределе) ГДМ двух «точечных» тел с массами $m_1$ и $m_2$ после их сближения на расстояние $a$ будет даваться значением*)

$$\Delta M = -m_1 m_2/a, \quad M = m_1 + m_2 + \Delta M, \tag{1}$$

а для уединенного однородного шара с массой вещества $M_s$ и радиусом $a$

$$\Delta M = -3M_s^2/5a, \quad M = M_s + \Delta M. \tag{2}$$

Приведенные выражения показывают, что с уменьшением $a$ роль ГДМ может стать весьма существенной. Однако аппроксимировать (1), (2) на случай очень малых $a$ нельзя, так как при этом собственные гравитационные поля тел становятся большими и ньютоновский предел — неприменимым. Правда, еще в 1962 г. Я.Б. Зельдович [1] высказал утверждение, что при достаточно большой плотности вещества можно создать такую его конфигурацию, «масса которой сколь угодно близка к нулю». Это было продемонстрировано на примере специально построенной модели, допускающей стягивание вещества в точку. Другая попытка доказать возможность обращения (за счет ГДМ) массы тела конечных размеров в нуль была предпринята в книге [2]. Однако с приведенным в [2] доказательством трудно согласиться, так как оно базируется на использовании ньютоновских представлений там, где они несправедливы, — в области больших гравитационных потенциалов.

*) Выбрана система единиц, в которой $c = \hbar = G = 1$.

Вообще отдельные частные построения не могут дать полного описания ГДМ в случае произвольных полей. Между тем без него мы не в состоянии правильно судить о структуре звезд и звездных скоплений, да и самой Вселенной. Ниже в п. 1 предложен общий ковариантный подход к определению ГДМ. В п. 2 на примере статической сферически-симметричной задачи островного типа показано, к каким качественно новым следствиям приводит учет ГДМ.

## 1. Ковариантное определение гравитационного дефекта массы

Уравнения Гильберта–Эйнштейна, записанные в гармонических координатах $x^\alpha$, тождественными преобразованиями приводятся к виду

$$g^{\alpha\beta}\partial_\alpha\partial_\beta\tilde{g}^{\varepsilon\lambda} = 16\pi(T^{\varepsilon\lambda} + \tau^{\varepsilon\lambda}). \tag{3}$$

Здесь $g_{\alpha\beta}$ — метрические коэффициенты риманова пространства, $\tilde{g}^{\varepsilon\lambda} \equiv \sqrt{-g}\, g^{\varepsilon\lambda}$, $T^{\varepsilon\lambda}$ — плотность тензора энергии-импульса вещества в этом пространстве, а

$$\begin{aligned}
\tau^{\varepsilon\lambda} \equiv \frac{1}{16\pi\sqrt{-g}}\times&\\
\times\Bigg[\frac{1}{2}\Big(g^{\varepsilon\alpha}g^{\lambda\beta} - \frac{1}{2}g^{\varepsilon\lambda}g^{\alpha\beta}\Big)\times&\\
\times\Big(g_{\nu\sigma}g_{\tau\varkappa} - \frac{1}{2}g_{\tau\sigma}g_{\nu\varkappa}\Big)\partial_\alpha\tilde{g}^{\tau\sigma}\partial_\beta\tilde{g}^{\nu\varkappa} +&\\
+g^{\alpha\beta}g_{\tau\sigma}\partial_\alpha\tilde{g}^{\varepsilon\tau}\partial_\beta\tilde{g}^{\lambda\sigma} - g^{\varepsilon\beta}g_{\tau\sigma}\partial_\alpha\tilde{g}^{\lambda\sigma}\partial_\beta\tilde{g}^{\alpha\tau} -&\\
-g^{\lambda\alpha}g_{\tau\sigma}\partial_\alpha\tilde{g}^{\beta\sigma}\partial_\beta\tilde{g}^{\varepsilon\tau} +&\\
+\frac{1}{2}g^{\varepsilon\lambda}g_{\tau\sigma}\partial_\alpha\tilde{g}^{\sigma\beta}\partial_\beta\tilde{g}^{\alpha\tau} + \partial_\alpha\tilde{g}^{\varepsilon\beta}\partial_\beta\tilde{g}^{\lambda\alpha}\Bigg].&
\end{aligned} \tag{4}$$

При этом $T^{\varepsilon\lambda}$ подчиняется уравнению

$$\nabla_\varepsilon T^{\varepsilon\lambda} = 0, \tag{5}$$

где $\nabla_\varepsilon$ — ковариантная производная в метрике $g_{\alpha\beta}$. Использованное при переходе к форме (3) условие гармоничности

$$\partial_\alpha \tilde{g}^{\alpha\beta} = 0 \tag{6}$$

записывалось в галилеевых координатах: $(x^1)^2 + (x^2)^2 + (x^3)^2 = r^2$. На особый смысл галилеевых координат (среди всех прочих) впервые, по-видимому, обратил внимание В.А. Фок [3]. Интерпретируя их как *инерциальную* систему, В.А. Фок фактически отошел от общей теории относительности, в которой все координаты считаются равноправными. Такая интерпретация, если придерживаться логики, влечет за собой признание фундаментальности пространства Минковского. Возникновение же тензоров $g_{\alpha\beta}$ следует тогда объяснять наличием в пространстве Минковского с метрикой $\gamma_{\alpha\beta}$ тензорного гравитационного поля второго ранга. Если в (3) плотность тензора $\tilde{g}^{\varepsilon\lambda}$ связать с плотностью тензора гравитационного поля $\tilde{\Phi}^{\varepsilon\lambda} \equiv \sqrt{-\gamma}\Phi^{\varepsilon\lambda}$ и плотностью тензора $\tilde{\gamma}^{\varepsilon\lambda} \equiv \sqrt{-\gamma}\gamma^{\varepsilon\lambda}$, в которую должна трансформироваться $\tilde{g}^{\varepsilon\lambda}$ при выключении поля, соотношением

$$\tilde{g}^{\varepsilon\lambda} \equiv \tilde{\Phi}^{\varepsilon\lambda} + \tilde{\gamma}^{\varepsilon\lambda}, \tag{7}$$

то уравнения (3) будут тогда представлять собой уравнения для гравитационного поля, индуцируемого в пространстве Минковского материальным источником $T^{\varepsilon\lambda}$.

От галилеевых координат в (3), (6) можно перейти к произвольным координатам $x^\alpha$ пространства Минковского, если производные $\partial_\alpha$ в (3), (6) заменить ковариантными производными $D_\alpha$ в метрике $\gamma_{\alpha\beta}(x)$:

$$g^{\alpha\beta} D_\alpha D_\beta \tilde{\Phi}^{\varepsilon\lambda} = 16\pi(T^{\varepsilon\lambda} + \tau^{\varepsilon\lambda}), \tag{8}$$

$$D_\alpha \tilde{\Phi}^{\alpha\beta} = 0, \tag{9}$$

где $\tau^{\varepsilon\lambda}$ определяется выражением (4) с заменой $\partial_\alpha \to D_\alpha$. Уравнения (9) исключают из неприводимых представлений поля состояния со спинами $S = 1$ и $0'$ и оставляют лишь состояния с $S = 2$ и $0$. В этом можно убедиться, разложив тензор $\Phi^{\alpha\beta}$ в соответствии с [4, 5] по неприводимым представлениям со спинами $S = 2, 1, 0$ и $0'$.

Умножив (8) на $\sqrt{-g}$ и учтя (7), приведем (8) к виду

$$\gamma^{\alpha\beta} D_\alpha D_\beta \tilde{\Phi}^{\varepsilon\lambda} = 16\pi t^{\varepsilon\lambda}, \tag{10}$$

где

$$t^{\varepsilon\lambda} \equiv \sqrt{\frac{g}{\gamma}}(T^{\varepsilon\lambda} + \tau^{\varepsilon\lambda}) - \frac{1}{16\pi}\Phi^{\alpha\beta} D_\alpha D_\beta \tilde{\Phi}^{\varepsilon\lambda}. \tag{11}$$

К системе уравнений (10) при условии (9) можно прийти, формулируя теорию гравитации с самого начала на основе фундаментальности пространства Минковского и понятия гравитационного поля как физического поля в этом пространстве. Такой путь последовательно был осуществлен в книге [6] (см. также [7, 8]); при построении теории принималось, что масса покоя ($\mu$) гравитона отлична от нуля (об особой роли введения $\mu$ см. также [9]).

Важно отметить, что все входящие в уравнения (8)–(11) величины являются с математической точки зрения истинными тензорными величинами. Это гарантирует ковариантность как самих уравнений, так и любых физических характеристик, получаемых с их помощью. В (10) величина $t^{\varepsilon\lambda}$ будет иметь смысл удовлетворяющей закону сохранения

$$D_\varepsilon t^{\varepsilon\lambda} = 0 \tag{12}$$

плотности тензора энергии-импульса вещества и гравитационного поля вместе взятых в пространстве Минковского. Уравнение (12) адекватно уравнению (5) в римановом пространстве, и поэтому они взаимозаменимы.

Согласно (12) изменение энергии материи в объеме $V$ пространства Минковского оказывается равным потоку энергии через поверхность $S$, окружающую этот объем:

$$\frac{d}{dt}\int\limits_V t^{00} d^3x = -\oint\limits_S t^{0k} ds_k. \tag{13}$$

Ковариантно определенная инертная масса $M$ материи в объеме $V$ будет даваться, следовательно, выражением

$$M = \int\limits_V t^{00} d^3x. \tag{14}$$

Плотность потока энергии (например, гравитационного излучения — см. [10]) также будет определяться тензорной структурой (11), а не псевдотензорными величинами, как это по необходимости делается в ОТО. Величина ГДМ определяется разностью значений $M$ при включенном ($G \neq 0$) и выключенном ($G = 0$) гравитационном поле:

$$\Delta M \equiv M - M_s, \tag{15}$$

где $M_s$ можно назвать массой вещества, гравитационно не взаимодействующего. Чтобы найти $\Delta M$, необходимо еще раскрыть содержание плотности тензора энергии-импульса $T^{\varepsilon\lambda}$ в римановом пространстве.

Следуя широко принятому соглашению, аппроксимируем $T^{\varepsilon\lambda}$ плотностью тензора идеальной жидкости:

$$T^{\varepsilon\lambda} \equiv \sqrt{-g}[(\rho + p)u^\varepsilon u^\lambda - p g^{\varepsilon\lambda}]. \tag{16}$$

Здесь $u^\varepsilon \equiv dx^\varepsilon/ds$ — гидродинамические 4-скорости элементов материи ($u^\varepsilon u^\lambda g_{\varepsilon\lambda} = 1$), $p$ — давление, а

$\rho$ формируется за счет различных видов энергии вещества, в том числе и за счет его *гравитационного взаимодействия!**) Задача состоит в том, чтобы эту последнюю часть выделить из всех остальных — только тогда можно осуществить необходимую для определения $\Delta M$ процедуру выключения и включения гравитационного поля.

Наводящие соображения дает электродинамика. Для идеальной заряженной жидкости плотность ее тензора энергии-импульса имеет аналогичный (16) вид. Составной частью в $\rho$ войдет и энергия электромагнитного взаимодействия элементов жидкости. В электродинамике ее можно заменить энергией собственного электромагнитного поля жидкости. Например, в случае однородного заряженного шара энергию кулоновского взаимодействия зарядов можно заменить энергией собственного электрического поля *внутри и вне* шара. Сказанное дает основание выдвинуть *гипотезу*, что в (16) ту часть $\rho$, которая формируется за счет гравитационного взаимодействия, можно отождествить с частью, формирующейся за счет собственного гравитационного поля материи. В свою очередь, это позволяет представить $\rho$ как сумму двух составляющих, одна из которых обязана всем формам энергии вещества, за исключением гравитационного взаимодействия, а другая — целиком и полностью гравитационному полю:

$$\rho \equiv \rho|_{G=0} + (\rho - \rho|_{G=0}) \equiv \rho_s + \rho_g. \tag{17}$$

Остается найти $\rho_g$. Поскольку $T^{\varepsilon\lambda}$ является плотностью тензора второго ранга, то входящая в нее величина $\sqrt{-g}\,\rho$ будет представлять собой скалярную плотность. Тензорная размерность не изменится и при выключении гравитационного поля. Следовательно, $\sqrt{-g}\,\rho_g$ тоже будет скалярной плотностью. Одновременно надо учесть факт полной геометризации $T^{\varepsilon\lambda}$ в метрике $g_{\alpha\beta}$ риманова пространства**). Единственной скалярной плотностью, удовлетворяющей принципу геометризации и в то же время обязанной исключительно гравитационному полю, является свертка плотности тензора $\tau^{\varepsilon\lambda}$ из (8) с метрическим тензором $g_{\alpha\beta}$. Таким образом, можно постулировать, что

$$\sqrt{-g}\rho_g \equiv \tau^{\varepsilon\lambda} g_{\varepsilon\lambda}. \tag{18}$$

*) Несложные вычисления (в случае слабых гравитационных потенциалов) показывают, что если бы величина $\rho$ не содержала вклада от собственного гравитационного взаимодействия (т. е. от собственного гравитационного поля), то инертная и гравитационная массы однородного шара во втором порядке по гравитационному потенциалу были бы в отличие от (2) равными $M = M_s + 3M_s^2/a$. Физически этот результат не может быть оправдан.

**) С физической точки зрения это означает эквивалентность законов движения вещества в пространстве Минковского под действием гравитационного поля законам его свободного движения в римановом пространстве, т. е. по сути уточняет формулировку принципа эквивалентности.

Подставляя сюда $\tau^{\varepsilon\lambda}$ из (4) при замене $\partial_\alpha$ на $D_\alpha$, получим

$$16\pi(-g)\rho_g = \frac{1}{2} g^{\alpha\beta}\left(g_{\varepsilon\sigma}g_{\lambda\tau} + \frac{1}{2} g_{\tau\sigma}g_{\varepsilon\lambda}\right)\times \\ \times D_\alpha \tilde{\Phi}^{\tau\sigma} D_\beta \tilde{\Phi}^{\varepsilon\lambda} + g_{\varepsilon\lambda} D_\alpha \tilde{\Phi}^{\varepsilon\beta} D_\beta \tilde{\Phi}^{\lambda\alpha}. \tag{19}$$

Как видно, зависимость $\rho_g$ от первых производных поля $\Phi^{\alpha\beta}$ оказывается не ниже квадратичной.

Учтя (17), (18) в (14), мы придем к интегральному уравнению относительно $M$, так как $M$ войдет и в подынтегральное выражение. При заданном функциональном значении скаляра $\rho_s$ это уравнение дополняет систему (8), (9) до полной системы, что дает (в принципе) возможность найти все пятнадцать физических характеристик материи $(\rho, p, u^k, \Phi^{\varepsilon\lambda})$. Иначе говоря, все физические свойства рассматриваемого материального объекта всегда и целиком будут определяться распределением вещества ($\rho_s$). Вычислив по ходу решения полной системы значение $M$, далее легко найти и $\Delta M$ из (15). Если более простым оказывается способ вычисления гравитационной массы (как известно, гравитационная масса равна инертной), то соответствующие расчеты также следует проводить с учетом (17), (18). Это будет продемонстрировано ниже в п. 2.

## 2. Статическая задача островного типа

Рассмотрим статическое тело конечных размеров*) со сферически-симметричным распределением вещества. В такой модели квадрат интервала $ds^2$ риманова пространства можно взять в виде

$$ds^2 \equiv B dt^2 - A^{-1} Z'^2 dr^2 - Z^2(r)(d\Theta^2 + \sin^2\Theta d\varphi^2), \tag{20}$$

где $Z' \equiv dZ/dr$, а $r^2 = (x^1)^2 + (x^2)^2 + (x^3)^2$. Для неизвестных $B$, $A$, $p$ и $r(Z)$ или $Z(r)$ из (8) и (9) или (5) получим уравнения

$$\frac{d(AZ)}{dZ} = 1 - 8\pi\rho Z^2, \quad \frac{d}{dZ}\ln BZ = \frac{1 + 8\pi p Z^2}{AZ}, \tag{21}$$

$$AZ^2 Z'' - Z'^2[Z + AZ - 2rZ' - 4\pi(\rho - p)Z^3] = 0, \tag{22}$$

$$\frac{dp}{dZ} = -\frac{1}{2}(\rho + p)\frac{d}{dZ}\ln B. \tag{23}$$

Решения этих уравнений подчиняют граничным условиям:

$$B|_{r\to\infty} = 1, \quad A|_{r\to\infty} = 1, \quad p|_{r\to\infty} = 0, \\ \left.\frac{Z}{r}\right|_{r\to\infty} = 1, \quad \left.\frac{rZ'}{Z}\right|_{r\to 0} = 1. \tag{24}$$

*) Предполагается, что вне тела (звезды) атмосфера отсутствует.

Из (21) с учетом (24) находим

$$A = 1 - \frac{2M}{Z}, \quad B = \left(1 - \frac{2M}{Z}\right) \mathrm{e}^{-2\varepsilon}, \tag{25}$$

$$M = 4\pi \int_0^Z \rho Z^2 dZ, \tag{26}$$

где

$$\varepsilon = 4\pi \int_Z^\infty \frac{(\rho + p)Z^2}{Z - 2M} dZ. \tag{27}$$

Фигурирующая во всех уравнениях и решениях величина $Z$ играет роль стандартной координаты риманова пространства; с точки же зрения пространства Минковского отличие $Z$ от $r$ объясняется наличием в $Z(r)$ примеси собственного гравитационного поля рассматриваемого тела. Объявление $Z$ координатой означает с последней точки зрения переход к такой *неинерциальной* системе, в которой вклад гравитационного поля в $Z(r)$ компенсируется этой неинерциальностью в каждой точке. Отсюда следует, что апеллировать к обычным законам сохранения энергии-импульса в системе с координатой $Z$ уже нельзя (хотя в модифицированном виде они будут существовать).

В полученных уравнениях и решениях необходимо еще учесть связи (17), (19). Это приводит к двум важным следствиям. Во-первых, из-за того, что вне тела $\rho_g \neq 0$, а значит, и $\rho \neq 0$, величины $\varepsilon$ и $p$ окажутся отличными от нуля всюду (за исключением бесконечности); решение $Z(r)$ или $r(Z)$ станет зависящим от $\rho$ и $p$ не только внутри, но и вне тела. Во-вторых, определенная выражением (26) гравитационная масса $M$ тела при $Z > Z_0$, где $Z_0$ — значение $Z$ на границе тела, не будет постоянной*). В математическом смысле соотношение (26) будет представлять собой интегральное уравнение относительно $M$, которое лучше преобразовать к дифференциальной форме:

$$\begin{aligned}\frac{dM}{dZ} &= 4\pi\rho_s Z^2 \Theta(Z - Z_0) - \\ &- \frac{Z^2}{4g}\left[\frac{1}{2} g^{\alpha\beta}\left(g_{\varepsilon\sigma} g_{\lambda\tau} + \frac{1}{2} g_{\tau\sigma} g_{\varepsilon\lambda}\right) D_\alpha \tilde{\Phi}^{\tau\sigma} D_\beta \tilde{\Phi}^{\varepsilon\lambda} + \right. \\ &\left. + g_{\varepsilon\lambda} D_\alpha \tilde{\Phi}^{\varepsilon\beta} D_\beta \tilde{\Phi}^{\lambda\alpha}\right],\end{aligned} \tag{28}$$

где $\Theta(Z - Z_0) = 1$ при $Z \leqslant Z_0$ и $\Theta(Z - Z_0) = 0$ при $Z > Z_0$.

Учитывая (25) в выражениях (22) и (23), их легко привести к виду

$$Z(Z - 2M) = 2Z' \mathrm{e}^{\varepsilon} \int_0^Z \mathrm{e}^{-\varepsilon} r dZ, \tag{29}$$

$$x\frac{dp}{dx} = -(\rho + p)\frac{y + 4\pi p Z_0^2 x^2}{1 - 2y}, \tag{30}$$

где $y \equiv M/Z$, а $x \equiv Z/Z_0$. Следует заметить, что давление $p$ на сферической поверхности радиуса $Z$ должно определяться интегрированием уравнения устойчивости (30) по внешней от поверхности области пространства. Вести интегрирование от центра тела (где давление определяется интегралом по всему пространству) можно только в том случае, когда давление в центре тела точно известно (даже малые отклонения от точного значения могут сильно исказить все решения). В известной степени это осложняет программирование вычислений на компьютере.

Не решая еще полной (при задании $\rho_s$) системы уравнений (28)–(30) для $M(Z)$, $p(Z)$ и $r(Z)$, уже на основании (29) можно сделать один важный вывод. Если $Z$ и $r$ рассматривать как координаты, то $Z'$ и $r'$ будут иметь смысл якобианов перехода от одной координаты к другой. Для того чтобы во всей области определения координат $0 \leqslant r \leqslant \infty$, $0 \leqslant Z \leqslant \infty$ их взаимное отображение было однозначным, якобиан перехода нигде не должен обращаться в нуль. Это значит, что в силу граничных условий $Z'$ и $r'$ всюду строго положительны. Следовательно, и интеграл в правой части (29) строго положителен, а значит, во всей области определения $0 \leqslant Z \leqslant \infty$ величина $2M$ будет оставаться строго меньшей $Z$. С физической точки зрения это объясняется ГДМ, что будет видно из дальнейшего. Этот вывод чрезвычайно важен, так как он указывает на невозможность существования статических черных дыр. Из последующего можно будет заключить, что и нестатические объекты не могут коллапсировать в состояние черной дыры, так как это привело бы к нарушению закона сохранения энергии замкнутой системы.

Остановимся на решениях полученной системы уравнений. Пользуясь (25), получим

$$g_{00} = A\,\mathrm{e}^{-2\varepsilon}, \quad g^{00} = A^{-1}\,\mathrm{e}^{2\varepsilon}, \quad \sqrt{-g} = (Z^2/r^2) Z'\,\mathrm{e}^{-\varepsilon},$$

*) Если внешнее гравитационное поле является физической реальностью, то оно обязано удовлетворять условию устойчивости. В случае слабых гравитационных полей условие устойчивости адекватно условию обращения в нуль суммы сил действия на гравитационное поле в точке, связанных с градиентами гравитационного потенциала и давления. Именно это (но для произвольных статических полей) отражено в уравнениях (5) и (23), отнесенных к внешней области. Следовательно, вне тела $\rho$ и $p$ нельзя считать равными нулю, так как при физической реальности гравитационного поля условие его устойчивости требует их наличия. Отсюда вытекает также, что и во внутренней области величина $\rho$ должна содержать вклад $\rho_g$ от гравитационного поля. Более того, можно убедиться, что в случае двух неподвижных сферически-симметричных тел только гипотеза (17), (18) приводит согласно (14) к правильному значению энергии ньютоновского взаимодействия (1); без (17), (18) выражение (1) из (14) не последует — вместо ньютоновского притяжения тел возникнет их отталкивание!

$$g_{kn} = \frac{Z^2}{r^2}\left[\gamma_{kn} + \left(1 - \frac{r^2 Z'^2}{Z^2 A}\right)\frac{x_k x_n}{r^2}\right], \qquad (31)$$
$$g^{kn} = \frac{r^2}{Z^2}\left[\gamma^{kn} + \left(1 - \frac{Z^2 A}{r^2 Z'^2}\right)\frac{x^k x^n}{r^2}\right].$$

Подставляя (31) в (19) и учитывая (22), найдем:

$$4\pi\rho_g Z^2 = -\frac{1}{1-2y}\times$$
$$\times\left[2 - 12y + 17y^2 + 16\pi p Z^2(1 - \tfrac{3}{2}y - q) + 16\pi^2 p^2 Z^4 - \right.$$
$$\left. -4q(2-3y) + 6q^2 + 4(1-2y)^2\frac{1-q}{q^2}\right], \qquad (32)$$

где $q \equiv rZ'/Z$. Для искомых $y \equiv M/Z$, $q$ и $\tilde{p} \equiv 4\pi p Z_0^2$ получим в итоге систему уравнений:

$$xy' = -y + 3\alpha x^2\Theta(1-x) - \frac{1}{1-2y}\times$$
$$\times\left[2 - 12y + 17y^2 + 4\tilde{p}x^2(1 - \tfrac{3}{2}y - q) + \tilde{p}^2x^4 - \right. \qquad (33)$$
$$\left. -4q(2-3y) + 6q^2 + 4(1-2y)^2\frac{1-q}{q^2}\right],$$
$$(1-2y)xq' - (1 - xy' - y + \tilde{p}x^2 - 2q)q = 1 - 2y, \qquad (34)$$
$$(1-2y)x^3\tilde{p}' = -(y + x^2\tilde{p})(xy' + y + x^2\tilde{p}), \qquad (35)$$

где штрих означает производную по $x \equiv Z/Z_0$, а $\alpha \equiv (4\pi/3)\rho_s Z_0^2$. При $x \to \infty$ на решения налагаются условия: $y \to 0$, $q \to 1$, $\tilde{p} \to 0$; при $x \to 0$: $q \to 1$ и $y \to 0$.

Рассмотрим случай $\rho_s = \mathrm{const}$. Хотя такое распределение в звездах малореалистично, оно позволяет все-таки сделать некоторые качественно правильные выводы. При $\rho_s = \mathrm{const}$ значение $\alpha$ в (33) будет иметь смысл гравитационного «потенциала» $y_0 = M_0/Z_0$ вещества на границе тела, не учитывающего ГДМ. Ограничимся (из-за сложности уравнений) анализом двух крайних случаев: 1) $\alpha \ll 1$, 2) $\alpha \gg 1$.

1. При $\alpha \ll 1$ потенциал $y$ и обезразмеренное давление $\tilde{p}$ во всей области $0 \leqslant r \leqslant \infty$ будут малыми, причем порядок малости $\tilde{p}$ будет не ниже $\alpha^2$ внутри тела и не ниже $\alpha^3$ вне его; порядок малости разности $1-q$ будет не ниже $\alpha$. Удерживая в уравнениях (33)–(35) основные и следующего порядка по $\alpha$ члены, получим*)

$$y_{\text{in}} = \alpha x^2(1 - \frac{3}{5}\alpha x^2), \quad M_{\text{in}} = M_0 x^3(1 - \frac{3}{5}\alpha x^2),$$
$$r_{\text{in}} = Z_{\text{in}}\left[1 - \frac{3}{2}\alpha(1 - \frac{5}{3}\alpha) + \frac{1}{2}(1 - \frac{9}{5}\alpha)\alpha x^2 + \frac{27}{70}\alpha^2 x^4\right],$$
$$\tilde{p}_{\text{in}} = \frac{3}{2}\alpha^2(1+2\alpha)(1-x^2) - \frac{6}{5}\alpha^3(1-x^4) - \frac{3}{5}\alpha^3,$$

*) Фактически эти решения соответствуют аппроксимации $4\pi\rho_g Z^2 \simeq -3y^2/(1-2y)$.

$$y_{\text{ext}} = \frac{M_0}{Z}\Big(1 - \frac{18}{5}\frac{M_0}{Z_0} + 3\frac{M_0}{Z}\Big), \qquad (36)$$
$$M_{\text{ext}} \equiv M = M_0\Big(1 - \frac{18}{5}\frac{M_0}{Z_0} + 3\frac{M_0}{Z}\Big),$$
$$r_{\text{ext}} \equiv r = Z - M + \frac{3}{2}\frac{M^2}{Z} - \frac{4}{35}\frac{M^2 Z_0}{Z^2},$$
$$p_{\text{ext}} = -\frac{3M^3}{20\pi Z^5}, \quad M_0 \equiv \frac{4\pi}{3}\rho_s Z_0^3, \quad Z \equiv Z_{\text{ext}}.$$

В стандартных координатах метрические коэффициенты $g_{00}$ и $g_{11}$ (при $dZ^2$) окажутся соответственно равными

$$g_{00}^{\text{in}} = 1 - 3\alpha(1 - \frac{7}{4}\alpha) + (1 - \frac{3}{2}\alpha)\alpha x^2 + \frac{9}{20}\alpha^2 x^4,$$
$$-g_{11}^{\text{in}} = 1 + 2\alpha x^2(1 + \frac{7}{5}\alpha x^2), \qquad (37)$$
$$g_{00}^{\text{ext}} = 1 - \frac{2\tilde{M}}{Z}, \quad \tilde{M} \equiv M_0\Big(1 - \frac{18}{5}\frac{M_0}{Z_0} + \frac{3}{2}\frac{M_0}{Z}\Big),$$
$$-g_{11}^{\text{ext}} = 1 + \frac{2\tilde{M}}{Z} + 7\frac{\tilde{M}^2}{Z^2}.$$

В пространстве Минковского основные решения будут иметь вид

$$y_{\text{in}} = (1 + 3y_s)y_s\tilde{x}^2 - \frac{8}{5}y_s^2\tilde{x}^4,$$
$$M_{\text{in}} = M_s\tilde{x}^3(1 + \frac{9}{2}y_s - \frac{21}{10}y_s\tilde{x}^2),$$
$$Z_{\text{in}} = r_0\tilde{x}\left[1 + \frac{3}{2}y_s(1 + \frac{11}{6}y_s) - \right.$$
$$\left. -\frac{1}{2}(1 + \frac{21}{5}y_s)y_s\tilde{x}^2 + \frac{51}{140}y_s^2\tilde{x}^4\right],$$
$$p_{\text{in}} = \frac{3M_s^2}{8\pi r_0^4}(1 + 5y_s)(1 - \tilde{x}^2) - \frac{27M_s^3}{40\pi r_0^5}(1 - \tilde{x}^4) - \frac{3M_s^3}{20\pi r_0^5}, \qquad (38)$$
$$y_{\text{ext}} = \frac{M_s}{r}\Big(1 - \frac{3}{5}\frac{M_s}{r_0} + 2\frac{M_s}{r}\Big),$$
$$M_{\text{ext}} \equiv M = M_s\Big(1 - \frac{3}{5}\frac{M_s}{r_0} + 3\frac{M_s}{r}\Big),$$
$$Z_{\text{ext}} = r\left[1 + \Big(1 - \frac{3}{5}y_s\Big)\frac{M_s}{r} + \frac{3}{2}\frac{M_s^2}{r^2} + \frac{4}{35}\frac{M_s^2 r_0}{r^3}\right],$$
$$p_{\text{ext}} = -\frac{3M_s^3}{20\pi r^5}, \quad M_s \equiv \frac{4\pi}{3}\rho_s r_0^3, \quad r_{\text{ext}} \equiv r.$$

Здесь $\tilde{x} \equiv r_{\text{in}}/r_0$, $y_s \equiv (4\pi/3)\rho_s r_0^2 \equiv M_s/r_0$, $r_0$ — значение $r$ на границе тела. Метрические коэффициенты $g_{00}$ и $g_{11}$ (при $dr^2$) примут вид

$$g_{00}^{\text{in}} = 1 - 3y_s(1 + \frac{1}{4}y_s) + (1 + \frac{3}{2}y_s)y_s\tilde{x}^2 - \frac{11}{20}y_s^2\tilde{x}^4,$$

$$-g_{11}^{\rm in}=1+3y_s(1+\frac{31}{12}y_s)-(1+\frac{51}{10}y_s)y_s\tilde{x}^2+\frac{97}{140}y_s^2\tilde{x}^4, \tag{39}$$
$$g_{00}^{\rm ext}=1-\frac{2M_s}{r}(1-\frac{3}{5}y_s)-\frac{M_s^2}{r^2},$$
$$-g_{11}^{\rm ext}=1+\frac{2M_s}{r}(1-\frac{3}{5}y_s)+5\frac{M_s^2}{r^2}-\frac{16}{35}\frac{M_s^2r_0}{r^3}.$$

Полная энергия тела окажется равной

$$E=4\pi\int\limits_0^\infty \rho Z^2dZ=M_s\Big(1-\frac{3}{5}\frac{M_s}{r_0}\Big), \tag{40}$$

что естественно совпадает с ньютоновским результатом (2). Если бы все вычисления велись без учета вклада гравитационного поля в $\rho$ (см. (17), (18)), то вместо численного коэффициента $-3/5$ в (40) мы получили бы $+3$. Это подтверждает правильность сделанной гипотезы (17), (18) и уже с уверенностью позволяет исследовать случай сильных гравитационных полей. Прежде чем перейти к нему, приведем еще определенные в (7) гравитационные потенциалы $\Phi^{\varepsilon\lambda}$, вытекающие из решений (38), (39):

$$\Phi_{\rm in}^{00}=6y_s(1+\frac{17}{4}y_s)-2(1+9y_s)y_s\tilde{x}^2+\frac{31}{10}y_s^2\tilde{x}^4,$$
$$\Phi_{\rm in}^{kn}=-\gamma^{kn}y_s^2(1-\frac{6}{5}\tilde{x}^2+\frac{3}{7}\tilde{x}^4)+\frac{3}{5}\frac{x^kx^n}{r_0^2}y_s^2(1-\frac{10}{21}\tilde{x}^2), \tag{41}$$
$$\Phi_{\rm ext}^{00}=\frac{4M_s}{r}(1-\frac{3}{5}y_s)+13\frac{M_s^2}{r^2},$$
$$\Phi_{\rm ext}^{kn}=-\gamma^{kn}\frac{8M_s^2r_0}{35r^3}+\frac{M_s^2x^kx^n}{r^4}(1-\frac{24r_0}{35r}).$$

Все они удовлетворяют также условиям (9). Следует заметить, что эти решения можно получить (и они были получены независимо) и из уравнений (9), (10), воспользовавшись методом возмущений; а для полной энергии $E$ тела, определяемой интегралом (14) от $t^{00}$ по всему пространству, снова получается выражение (40). С одной стороны, это доказывает идентичность уравнений, записанных в полевой форме и в форме Гильберта–Эйнштейна с галилеевыми координатами, а с другой — демонстрирует равенство гравитационной и инертной масс.

2. При $\alpha\gg 1$ аналитически решить систему уравнений (33)–(35) или (9), (10) не удается. Однако из их общего анализа можно сделать некоторые качественно важные выводы.

Учитывая, что давление $p$ на сфере радиуса $Z$ определяется интегралом по внешней области, преобразуем уравнение (35) к виду

$$p=\sqrt{1-2y}\,{\rm e}^J\int\limits_x^\infty {\rm e}^{-J}\,\frac{y\rho}{(1-2y)^{3/2}}\frac{dx}{x},$$

$$J\equiv\int\limits_x^\infty\frac{2y+\tilde{p}x^2}{1-2y}\frac{dx}{x}. \tag{42}$$

Так как при $x>1$ $\rho=\rho_g<0$, то во внешней области давление всюду будет отрицательным. Это значит, что с удалением от центра тела $\tilde{p}$ будет падать (достигая нуля на некоторой внутренней сфере) вплоть до какого-то отрицательного значения на границе. Для того чтобы при $x\to\infty$ давление стремилось к нулю, как того требует граничное условие, производная $\tilde{p}'$ в области $x>1$ должна быть положительной. Такое возможно, лишь если на границе тела $\tilde{p}$ окажется хотя бы на малую величину выше, чем $-y$. Действительно, поскольку при $x>1$ $xy'<0$, то при $\tilde{p}(Z_0)<-y$ всюду будет $\tilde{p}'<0$, а значит, с ростом $x$ значение $\tilde{p}$ будет неограниченно уменьшаться, что противоречит граничному условию; если же $\tilde{p}(Z_0)>-y$, то $\tilde{p}'>0$ и при $x\to\infty$ $\tilde{p}\to 0$. Более того, неограниченное уменьшение $\tilde{p}$ вызвало бы и неограниченное уменьшение $y$, что видно из (33), т. е. нарушилось бы и граничное условие для $y$.

Итак, если при $\alpha\gg 1$ удовлетворяющие граничным условиям решения существуют, то наименьшее значение $\tilde{p}$, достигаемое на границе тела, должно оставаться выше, чем $-y$, а производная $\tilde{p}'$ при переходе через границу должна менять знак с отрицательного на положительный. При выполнении сказанного значение $y$, возрастающее с ростом $x$ от нуля (см. (33)), из-за наличия в $\rho_g$ знаменателя $(1-2y)$ окажется при $x\to 1$ ограниченным величиной, строго меньшей $1/2$. В области $x>1$ значение $y$ будет уменьшаться, стремясь при $x\to\infty$ к нулю. Следовательно, благодаря ГДМ удвоенная масса тела *всюду* должна оставаться строго меньшей стандартной координаты:

$$2M<Z. \tag{43}$$

Стало быть, статические черные дыры из-за ГДМ реализоваться не могут. Ранее к такому выводу не приходили потому, что механизм ГДМ, сказывающийся на структуре $\rho$, оставался нераскрытым.

Приведенные выше качественные выводы подтверждаются предварительными расчетами на компьютере*). Это ведет к двум возможным следствиям: или при больших $\alpha$ удовлетворяющие поставленным граничным условиям решения уравнений (33)–(35) не существуют, а значит, не существуют и соответствующие тела; или если решения при $\alpha\gg 1$ существуют, то на границе тела

$$2y=1-\delta_1,\quad \tilde{p}=-y+\delta_2,\quad \delta_{1,2}>0. \tag{44}$$

*) Автор приносит глубокую благодарность П.К. Силаеву за предварительную обработку уравнений на компьютере.

В последнем случае при «стягивании» вещества в точку ($r_0 \to 0$, $M_s = \mathrm{const}$) полная масса $M$ тела будет стремиться к нулю, что согласуется с выводами [1]. Однако такое статическое состояние ничем не будет отличаться от вакуумного состояния, так как масса $M$ окажется равной нулю всюду. Более того, при $\alpha \gg 1$ статические решения оказываются неустойчивыми: при небольшом изменении давления в центре тела они разрушаются. Из этого следует, что если аккреция вещества приводит к росту параметра $\alpha$ тела, то в конце концов тело взорвется, а сбросив лишнюю массу, вновь вернется к устойчивому состоянию. Возможно, именно такой процесс и был причиной рождения сверхновой 1972 г.

Из полученных выводов следует также, что и нестатические объекты конечных размеров и ненулевой массы не могут коллапсировать в состояние черной дыры, так как это приводило бы к нарушению закона сохранения полной массы. Справедливость сказанного можно продемонстрировать следующими качественными рассуждениями.

Пусть две материальные «точки» равных масс $m$ разнесены на достаточно большое расстояние $a$ и отпущены. Тогда их исходная полная масса $M$ будет определяться в ньютоновском приближении величиной (1) с $m_1 = m_2 = m$. Ускоряясь вследствие гравитационного взаимодействия, «точки» приобретут релятивистские скорости, а их массы дополнятся релятивистским фактором $\gamma$: $m \to m^* \equiv m\gamma$, где $\gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}$. Так как сумма гравитационно не взаимодействующих масс зависит от $\gamma$ линейно, а их гравитационное взаимодействие — квадратично (да к тому же и расстояние между «точками» стремительно уменьшается), то предположение о неограниченном сближении «точек» (гравитационным излучением здесь пренебрегается) окажется в противоречии с законом сохранения массы ($M^* = M$). Выход из затруднения заключается в отказе от точечности и предположении, что на очень малых расстояниях тела образуют единое целое с преобразованием кинетической энергии поступательного движения во внутреннюю энергию смеси; одновременно от ньютоновского представления о ГДМ нужно перейти к ковариантно определенному его учету. Характер последующего разлета вещества будет зависеть от внутренней структуры сталкивающихся тел (при учете излучений процесс разлета и схлопывания станет затухающим).

Остается проверить, согласуются ли с наблюдениями вытекающие из решений (37) или (39) результаты для других гравитационных эффектов. Очевидно, что для тех из них, которые в основном приближении обязаны лишь первому порядку потенциалов $y$ в $g_{00}$ и $g_{11}$, теоретические результаты останутся прежними. К таковым относятся эффекты отклонения лучей полем Солнца, гравитационной задержки сигнала, прецессии гироскопа, гравитационного сдвига частоты. Иначе обстоит дело с эффектом смещения перигелия, так как уже в основном приближении вклад в него дает также и второй порядок по потенциалу $y$ в $g_{00}$ (но не в $g_{11}$). А во втором порядке полученное выражение $g_{00}$ (37) отличается от $g_{00}$ в ОТО; совпадение было бы, если бы $\widetilde{M}$ в (37) было постоянным. Непостоянство $\widetilde{M}$ явилось следствием учета ГДМ в $\rho$, без чего нельзя было бы получить из (14) и (40) известные результаты (1) и (2), а также условие устойчивости внешнего гравитационного поля. Если согласиться с тем, что тензорный скаляр $\rho$ в $T^{\varepsilon\lambda}$ должен содержать вклад от собственного гравитационного поля, то придется согласиться и с модификацией $g_{00}$. Тогда, пользуясь стандартными методами, для смещения перигелия какой-либо планеты Солнечной системы легко получить в основном приближении выражение

$$\delta\varphi = 9\pi M_{\odot}/p, \tag{45}$$

где $p$ — фокальный параметр эллипса, по которому движется (в ньютоновском пределе) планета. Этот результат в $3/2$ раза выше того, который дает ОТО. Для Земли отсюда имеем $\delta\varphi_e \simeq 5.7''$ за столетие, а для Меркурия $\delta\varphi_m = 64.5''$ за столетие. В случае Земли полученное значение лучше согласуется с наблюдаемым $\delta\varphi_e^{\exp} \simeq (5.0 \pm 1.2)''$ за столетие, чем значение ОТО, равное $3.8''$ за столетие. В случае же Меркурия полученный результат заметно расходится как с результатом ОТО ($\sim 43''$), так и с тем, который приравнивают (см. [11–13]) разности полного наблюдаемого смещения ($\sim 5600''$) и теоретически вычисленных (в ньютоновском пределе) смещений, обязанных влиянию других планет и прецессии астрономической системы координат, привязанной к Земле (в сумме $\sim 5557''$). Утверждается, что эта разность составляет $\sim 43.11''$ с точностью $\pm 0.45''$. Возникшее расхождение обязано учету ГДМ в $\rho$. Если бы величина $\rho$ не содержала вклада от собственного гравитационного поля вещества, то масса $\widetilde{M}$ в (37) была бы постоянной и тогда смещение $\delta\varphi_m$ осталось бы прежним*). Но отказ от наличия в $\rho$ примеси от гравитационного поля означал бы отказ от реальности существования собственного гравитационного взаимодействия вещества, что физически неприемлемо. Это заставляет вернуться к вопросу о точности экспериментальных данных. А основания для сомнений здесь есть. Остановимся хотя бы на некоторых аспектах проблемы точности астрофизических измерений.

*) И наоборот, если бы в ОТО величина $\rho$ раскрывалась по правилу (17), (18), то результат ОТО для $\delta\varphi_m$ совпал бы с (37). По существу это означало бы трансформацию ОТО в теорию гравитационного поля в пространстве Минковского.

Общерелятивистское смещение перигелия, даваемое той или иной теорией гравитации, является *чистым* смещением в том смысле, что оно не содержит побочных примесей, с которыми неизбежно сталкивается эксперимент. В основе экспериментального определения смещения лежат данные о *видимых* с Земли характеристиках траектории Меркурия. Видимые характеристики из-за разных факторов не совпадают с истинными. Остановимся на трех факторах, оказывающих влияние на точность измерения полного смещения перигелия.

1. Смещение — понятие относительное. Оно определяется *разностью* положений, отнесенных к конечному и начальному моментам наблюдений. А абсолютная ошибка разности, как известно, определяется суммой ошибок, с которыми начальное и конечное положения были получены. Если начальное положение принять за нулевую точку отсчета, как это сделано в работах [11, 12], то само положение нуля окажется *выбранным* с той точностью, которая была достигнута на тот момент наблюдений. Следовательно, итоговая ошибка в смещении будет определяться не только и не столько достигнутой в конце наблюдений точностью, сколько начальной ошибкой в выборе отсчета.

Орбита Меркурия устанавливается путем обработки отдельных кратковременных (из-за вращения Земли и близости Меркурия к Солнцу) наблюдений за ее отдельными элементами. К 1850 г., от которого велся в [11, 12] отсчет углового положения перигелия, массив данных о его орбите был еще невелик, да и технические возможности были несравнимы с достигнутыми спустя сто лет. По сведениям, полученным в отделе ГАИШа, занимающемся изучением динамики планет Солнечной системы, ошибка в определении начального углового положения большой полуоси из-за совокупности искажающих факторов*) могла достигать нескольких десятков угловых секунд.

2. Из-за того что на разных участках траектории Меркурий виден с вращающейся Земли под разными углами к ее поверхности, искривления приходящих от Меркурия лучей (астрономическая рефракция) в разных позициях наблюдателя и источника тоже будут разными. Вносимые этим искажения истинной траектории будут зависеть еще и от атмосферных условий. Относительные изменения давления атмосферы (т. е. и ее плотности, с которой связан коэффициент преломления) могут достигать нескольких сотых долей единицы. Если Меркурий наблюдается вблизи горизонта, то обусловленные этими флуктуациями плотности изменения в отклонении лучей могут достигать, как показывают расчеты, десятков угловых секунд. Все это следовало бы учесть как при обработке наблюдательных данных, так и при определении ошибки их сопоставления с истинной траекторией. Каким образом это учитывалось и учитывалось ли вообще (особенно в период до 1850 г.), — в работах [11, 12] сведений нет. Судя по всему, флуктуационные изменения атмосферных условий (по крайней мере в период от 1750 до 1850 г.) не принимались во внимание. А это могло привести к заметной ошибке в выборе нулевой точки отсчета (в 1850 г.).

3. Вследствие поперечного эффекта Доплера должна возникнуть относительная аберрация Меркурия и Земли. Зная разность компонент скоростей, перпендикулярных прямой, соединяющей источник с приемником, легко найти, что величины аберрационных смещений лежат в интервале от $-16''$ до $+56''$. Вызванные поперечным эффектом Доплера отклонения видимых точек орбиты от истинных не могли учитываться на ранних этапах наблюдений, а это ведет к росту ошибки в фиксации точки отсчета смещения перигелия. В работах [11, 12] не упомянуто, принимался ли во внимание этот эффект на поздних этапах.

Суммируя сказанное, приходится признать, что ошибка в экспериментальном определении углового положения перигелия Меркурия по крайней мере к середине XIX столетия не могла быть меньше нескольких десятков угловых секунд. Эта ошибка должна войти и в ошибку искомого общерелятивистского смещения перигелия, определяемого разностью конечного и исходного (заданного с большой ошибкой) положений. Следовательно, общие итоги обработки всего массива наблюдательных данных могут свидетельствовать только о том, что результат ОТО, как и результат (45), лишь не противоречит результатам набюдений, но не подтверждается ими.

Иная ситуация имеет место в случае наблюдений за смещением перигелия Земли. Экспериментально его положение можно определить с высокой точностью по эффекту аберрации звезд (в зените). Основные ошибки здесь возникают из-за неточности учета вкладов в смещение, вызываемых влиянием других планет. В настоящее время есть все возможности учесть их с высокой точностью. Поэтому было бы полезным составить соответствующую программу наблюдений; ее выполнение внесло бы бóльшую ясность в вопрос о справедливости той или иной теории гравитации.

## Заключение

Предложен ковариантный подход к определению гравитационного дефекта массы (ГДМ). В его основе лежит гипотеза (17), (18) о структуре тензорного скаляра $\rho$, входящего в плотность тензора $T^{\varepsilon\lambda}$ энергии-импульса материи в римановом пространстве. В случае слабых гравитационных полей эта

*) Автор благодарен сотрудникам физического факультета МГУ и ГАИШа за подробные обсуждения проблем, связанных с астрофизическими измерениями.

гипотеза приводит к давно известным выражениям для ГДМ. В случае сильных полей ее следствием является то, что удвоенная масса сферически-симметричного тела, заключенная под поверхностью произвольного радиуса (в стандартных координатах), всегда оказывается строго меньше этого радиуса.

При $\alpha \equiv (4\pi/3)\rho_s Z_0^2 \ll 1$, где $\rho_s = \text{const}$ — плотность вещества (без учета гравитационного поля), а $Z_0$ — радиус тела, решения (36)–(38) исходных уравнений (33)–(35) оказываются устойчивыми, т. е. устойчивыми будут и равновесные состояния тел. При $\alpha \gg 1$ статические решения, удовлетворяющие обычным условиям на бесконечности, будут существовать, только если обезразмеренное давление $\tilde{p} \equiv 4\pi p Z_0^2$ на границе тела окажется чуть большим, чем $-1/2$, — см. (44). Незначительное изменение давления в центре тела приводит к разрушению статических решений, т.е. тела с $\alpha \gg 1$ будут неустойчивыми. Если, сохраняя равновесное состояние, тело стягивать в точку, то его масса будет за счет ГДМ стремиться к нулю; однако такое состояние окажется сильно неустойчивым. Остается пока открытым вопрос о наличии решений, указывающих на существование тел конечных размеров, но с нулевой массой.

Предложенное ковариантное введение ГДМ не сказывается на основном приближении гравитационных эффектов, определяемых первым порядком гравитационных потенциалов $y$ в метрических коэффициентах $g_{00}$ и $g_{11}$. Однако на эффекте смещения перигелия, вклад в который дает и второй порядок по гравитационному потенциалу в $g_{00}$, учет гравитационного поля в $\rho$ сказывается: смещение (45) получается в $3/2$ раза выше предсказываемого ОТО. Для Земли (45) дает $\delta\varphi_e \simeq 5.7''$ за столетие, а в ОТО $\delta\varphi_e \simeq 3.8''$ за столетие. Результат (45) для Земли лучше согласуется с наблюдаемым $\delta\varphi_e^{\exp} \simeq (5 \pm 1.2)''$ за столетие. В случае же Меркурия расхождение с ОТО и приводимым обычно результатом обработки наблюдений оказывается заметным. Однако судить по экспериментальным данным здесь не приходится, так как *полная* ошибка экспериментально определяемого смещения, как показано в конце раздела 2, в действительности составляет величину, сравнимую с самим общерелятивистским смещением.

Для экспериментальной проверки справедливости той или иной теории гравитации предлагается составить новую программу наблюдений за смещением перигелия Земли, которые будут свободны от искажающих факторов, неизбежных при наблюдениях за другими планетами (астрономическая рефракция, изменения атмосферных условий, относительный поперечный эффект Доплера). Современные возможности позволяют с высокой точностью задать начальное положение перигелия Земли и определить его положение в конечный момент наблюдений, а также с высокой точностью учесть влияние других планет.

Предложенный подход к определению ГДМ должен сказаться на картине эволюции Вселенной (в модели Фридмана), так как в силу (18) часть $\rho$ будет содержать члены с производными от масштабного фактора по времени. Скажется он и на рассмотренном в работе [14] эффекте гравитационного вращения плоскости поляризации электромагнитного излучения далеких галактик.

**Литература**


1. *Зельдович Я.Б.* // ЖЭТФ. 1962. **42**, №2. С. 641.
2. *Долгов А.Д., Зельдович Я.Б., Сажин М.В.* Космология ранней Вселенной. М.: Изд-во МГУ, 1988.
3. *Фок В.А.* // ЖЭТФ. 1939. **9**, №4. С. 375.
4. *Fronsdal C.* // Suppl. Nuovo Cimento. 1958. **9**. P. 416.
5. *Barnes K.J.* // J. Math. Phys. 1965. **6**. P. 788.
6. *Логунов А.А., Мествиришвили М.А.* Релятивистская теория гравитации. М.: Наука, 1989.
7. *Логунов А.А., Лоскутов Ю.М., Мествиришвили М.А.* // УФН. 1988. **155**, №3. С. 369; *Logunov A.A., Loskutov Yu.M., Mestvirishvili M.A.* // Intern. J. Mod. Phys. A. 1988. **3**, No. 9. P. 2067.
8. *Логунов А.А.* Теория гравитационного поля. М.: Наука, 2000.
9. *Логунов А.А., Лоскутов Ю.М.* // ДАН СССР. 1989. **305**, №4. С. 848.
10. *Лоскутов Ю.М.* // ТМФ. 1996. **107**, №2. С. 329; *Loskutov Yu.M.* // Proc. VI Marcel Grossman Meeting on Gen. Rel. Part B. Kyoto, Japan, 1991. P. 1658.
11. *Clemence G.M.* // Rev. Mod. Phys. 1947. **19**. P. 361.
12. *Duncombe R.L.* // Astron. J. 1956. **61**. P. 174.
13. *Вайнберг С.* Гравитация и космология. М.: Мир, 1975.
14. *Лоскутов Ю.М.* // ЖЭТФ. 1998. **113**, №6. С. 1921.


Поступила в редакцию
30.03.01