Литература

1. *Ferrara S., Zumino B.* // Nucl. Phys. 1975. **B87**. P. 207.
2. *Clark T.E., Piquet O., Sibold K.* // Nucl. Phys. 1978. **B143**. P. 445.
3. *Piquet O., Sibold K.* // Nucl. Phys. 1982. **B196**. P. 428.
4. *Piquet O., Sibold K.* // Nucl. Phys. 1982. **B196**. P. 447.
5. *Adler S.L., Bardeen W.A.* // Phys. Rev. 1969. **182**. P. 1517.
6. *Adler S.L., Collins J.C., Duncan A.* // Phys. Rev. 1977. **D15**. P. 1712.
7. *Novikov V.A., Shifman M.A., Vainstein A.I., Zakharov V.I.* // Phys. Lett. 1985. **B157**. P. 169.
8. *Tarasov O.V., Vladimirov V.A.* // Phys. Lett. 1980. **B96**. P. 94.
9. *Grisaru M.T., Rocek M., Siegel W.* // Phys. Rev. Lett. 1980. **45**. P. 1063.
10. *Caswell W., Zanon D.* // Phys. Lett. 1980. **B100**. P. 152.
11. *Казаков Д.И.* // Письма в ЖЭТФ. 1985. **41**. С. 272.
12. *Shifman M., Vainstein A.* // Nucl. Phys. 1986. **B277**. P. 456.
13. *Konishi K.* // Phys. Lett. 1984. **B135**. P. 439.
14. *Clark T.E., Piquet O., Sibold K.* // Nucl. Phys. 1979. **B159**. P. 1.
15. *Novikov V., Shifman M., Vainstein A., Zakharov V.* // Phys. Lett. 1985. **B166**. P. 329.
16. *Jack I., Jones D.R.T., North C.G.* // Nucl. Phys. 1997. **B486**. P. 479.
17. *Jack I., Jones D.R.T.* // E-print hep-ph/9707278.
18. *Arkani-Hamed N., Mirayama H.* // JHEP. 2000. **0006**. P. 030.
19. *Soloshenko A., Stepanyantz K.* // E-print hep-th/0203118.
20. *Славнов А.А.* // ТМФ. 1975. **23**. С. 3.
21. *Bakeyev T., Slavnov A.A.* // Mod. Phys. Lett. 1996. **A11**. P. 1539.
22. *Pronin P.I., Stepanyantz K.* // Phys. Lett. 1977. **B414**. P. 117.
23. *Stepanyantz K.* // E-print hep-th/0301167.
24. *Siegel W.* // Phys. Lett. 1979. **B84**. P. 193.
25. *Siegel W.* // Phys. Lett. 1980. **B94**. P. 37.
26. *t'Hooft G., Veltman M.* // Nucl. Phys. 1972. **B44**. P. 189.
27. *Slavnov A.* // Phys. Lett. 2001. **B518**. P. 195.
28. *Slavnov A.A., Stepanyantz K.* // E-print hep-th/0208006.
29. *Пронин П., Розентул Б., Степаньянц К.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2003. № 3. С. 7 (Moscow University Phys. Bull. 2003. No. 3. P. 7).

Поступила в редакцию
18.04.03

УДК 537.611.3

МАКРОСКОПИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ПРИСУТСТВИИ МАГНЕТИКА

Л. И. Антонов

(*кафедра общей физики*)

E-mail: lev@genphys.phys.msu.ru

На основании модели точечных магнитных моментов получены выражения для параметров макроскопического поля вектора намагниченности. Показано, что поле вектора намагниченности состоит из вихревой и потенциальной частей. Вид полученного разложения зависит от выбранной системы единиц. Проведено сравнение магнитного поля вектора намагниченности с электрическим полем вектора поляризации и показана их эквивалентность. По обсуждаемым проблемам сформулированы методические положения преподавания раздела «Электричество и магнетизм» в курсе физики.

Введение

В разделе «Электричество и магнетизм» курса физики традиционно рассматривается множество практических задач, которые с той или иной степенью успеха описываются различными идеализированными моделями. Важное место среди таких задач занимает макроскопическая магнитодинамика, в которой изучаются магнитные поля в пространстве, заполненном веществом. Вид уравнений магнитодинамики, а также смысл входящих в них величин, зависят от физической природы материальной среды. Однако имеется одно уравнение, которое справедливо для любой достаточно плотной среды. В рамках дипольной модели это уравнение связывает намагниченность $\mathbf{M}$, индукцию $\mathbf{B}$ и напряженность $\mathbf{H}$ магнитного поля в веществе. В гауссовой системе единиц (СГС) и в системе Хевисайда–Лоренца (Кона) оно имеет вид соответственно:

$$\begin{aligned} &\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M} \quad [1,\ \text{c. } 84], \\ &\mathbf{B} = \mathbf{H} + \mathbf{M} \qquad [2,\ \text{c. } 76]. \end{aligned} \tag{1}$$

В системе СИ в различных учебниках оно записывается по-разному:

$$\begin{aligned} &\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad [3,\ \text{c. } 269], \\ &\mathbf{B} = \mathbf{H} + \mu_0\mathbf{M} \qquad [4,\ \text{c. } 142], \\ &\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{H} + \mathbf{M} \qquad [5,\ \text{c. } 260], \end{aligned} \tag{2}$$

где μ_0 — магнитная постоянная. Проблема заключается не только в том, что существующие методические требования, предложенные Международным союзом чистой и прикладной физики IUPAP [6], рекомендуют использовать в учебниках единую форму записи уравнений, но, главное, в неоднозначности определения физических величин, входящих в (1), (2).

В частности, при микроскопическом обосновании уравнений Максвелла в веществе в [7, с. 280] сказано: «...среднее значение напряженности микроскопического поля $\bar{\mathbf{H}}_{\text{micro}}$ называют магнитной индукцией и обозначают буквой $\mathbf{B}=\bar{\mathbf{H}}_{\text{micro}}$» и далее «...напряженность макроскопического поля $\mathbf{H}$ в магнетиках определяется соотношением $\mathbf{H}=\mathbf{B}-4\pi\mathbf{M}$...» Аналогичное говорится и в [8, с. 152]. В то же время в [9, с. 210] сообщается: «...магнитная индукция в магнетике равна среднему по объему от микроскопического значения магнитной индукции внутри магнетика, $\mathbf{B}=<\mathbf{B}_{\text{micro}}>$» и «...$<\mathbf{B}_{\text{micro}}>$ складывается из индукции $\mu_0\mathbf{H}$, создаваемой намагничивающей катушкой, и индукции, создаваемой поверхностными токами магнетика $\mu_0\mathbf{I}$...», т. е. $\mathbf{B}=\mu_0(\mathbf{H}+\mathbf{I})$.

Любопытные замечания приведены в [10, с. 387]: «Мы считаем $\mathbf{B}$ фундаментальной величиной магнитного поля, так как отсутствие магнитного заряда означает, что $\operatorname{div}\mathbf{B}=0$. Из условия $\operatorname{div}\mathbf{B}=0$ следует, что среднее макроскопическое поле внутри вещества равно $\mathbf{B}$, а не $\mathbf{H}$... В некоторых старых книгах $\mathbf{H}$ трактуется как первичное магнитное поле, а $\mathbf{B}$ определяется выражением $\mathbf{H}+4\pi\mathbf{M}$ и называется магнитной индукцией. Даже некоторые современные авторы, считающие $\mathbf{B}$ первичным полем, чувствуют себя обязанными называть его магнитной индукцией. ...Мы предлагаем для $\mathbf{B}$ сохранить название магнитное поле, а $\mathbf{H}$ будем называть полем $\mathbf{H}$, или даже магнитным полем $\mathbf{H}$».

Аналогичные замечания в [3, с. 269] сводятся к следующему: «...$\mathbf{H}$ не является чисто полевой величиной, поскольку включает в себя вектор $\mathbf{M}$, характеризующий намагниченность среды», в то же время в [11, с. 254] сказано: «...из $\mathbf{H}$ выпадают токи намагничивания, остаются только токи проводимости...», а в [12, с. 294] и в [13, с. 222] соотношение (2) используется для определения вектора намагниченности.

Нет единства мнений и для единиц измерения полей $\mathbf{B}$ и $\mathbf{H}$. Так, в [4, с. 143] говорится: «...я думаю, что $\mathbf{H}$ удобно измерять в тех же единицах, что и $\mathbf{B}$, а не в единицах $\mathbf{M}$... На самом деле это одна и та же единица, равная 10^{-4} единиц СИ». Аналогичное говорится в [11, с. 254]: «...между гауссом и эрстедом абсолютно нет никакой разницы. Это — разные названия одной и той же единицы. Следовало бы сохранить только одно из этих названий либо гаусс, либо эрстед». То же самое отмечается и в [10, с. 387]: «Нет никакой необходимости в другом названии единицы $\mathbf{H}$. Тем не менее люди, которые любят давать названия вещам, дали единице $\mathbf{H}$ ее собственное название — эрстед». Однако авторы [13] и [14] имеют противоположное мнение. Так, в [13, с. 222] утверждается: «...Различие размерностей напряженностей и индукций в системе единиц СИ отражает различие физического смысла этих величин, несущественное в случае вакуума, но не учитываемое в гауссовой системе также и в применении к материальным средам, когда его следует постоянно иметь в виду».

Для того чтобы как-то выделить те или иные свойства полей $\mathbf{B}$ и $\mathbf{H}$, во многих учебниках проводят их сравнения с соответствующими электрическими полями напряженности $\mathbf{E}$ и индукции $\mathbf{D}$ в материальной среде. Так, в [7, с. 287] сказано: «...при формальном сравнении уравнений электрического и магнитного полей

$$\mathbf{D}=\mathbf{E}+4\pi\mathbf{P} \quad \text{и} \quad \mathbf{B}=\mathbf{H}+4\pi\mathbf{M}$$

создается впечатление о сходстве величин $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ с одной стороны, и $\mathbf{D}$ и $\mathbf{B}$ с другой, тогда как, по существу, аналогом напряженности макроскопического электрического поля $\mathbf{E}$ является магнитная индукция $\mathbf{B}$, а аналогом электрической индукции $\mathbf{D}$ — напряженность макроскопического магнитного поля $\mathbf{H}$». Коротко это соответствие записывается в форме

$$\mathbf{H}\leftrightarrow\mathbf{D}, \quad \mathbf{B}\leftrightarrow\mathbf{E}. \tag{3}$$

Подобное утверждение впервые делается в учебнике [14], написанном по материалу лекций, прочитанных еще в начале прошлого века. В частности, указав на соответствие между $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ и назвав их «силовыми» величинами, а также $\mathbf{D}$ и $\mathbf{H}$, назвав их «количественными» величинами на с. 69 приводятся указанные выше аналогии (3). Далее же автор учебника [14] говорит о том, что такая аналогия (3) не имеет места для произвольного случая. В частности, в § 13 говорится «...займемся поведением произвольных тел во внешнем магнитном поле... Действующие здесь законы аналогичны законам электростатики, при этом

$$\mathbf{H}\leftrightarrow\mathbf{E}, \quad \mathbf{B}\leftrightarrow\mathbf{D}\text{»}. \tag{4}$$

Замечание, аналогичное (4), делается и в работе [7]. Отметим, что в учебниках, написанных в более позднее время, это замечание (4) в большинстве случаев уже не приводится, а указанные выше аналогии (3) рассматриваются как имеющие общий характер.

Можно и далее приводить несоответствия, которые имеют место в различных учебниках. Однако уже приведенных достаточно, чтобы запутать читателя. Отметим, что записанные здесь выдержки из различных учебников в большинстве своем физически обоснованны и не вызывают сомнений. Методическое изложение, однако, построено по внутренней логике каждого учебника, которая не соединяется с логикой других учебников, что и приводит к подобному результату. Эти несоответствия чрезвычайно затрудняют преподавание курса физики. Их можно исключить, если соотношение типа (1), (2) получить, опираясь на теорему о разложении поля вектора намагниченности на вихревую и потенциальную части с небольшим анализом полученного результата.

1. Макроскопическое представление поля вектора намагниченности

В соответствии с определением вектор намагниченности $\mathbf{M}$ определяется соотношением [15, с. 8]

$$\mathbf{M} = \frac{d\mathbf{m}}{d\tau},$$

где $d\mathbf{m}$ — суммарный магнитный момент атомов магнетика в предельно малом, но макроскопическом объеме $d\tau$ [16]:

$$d\mathbf{m} = \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{\mu}_{ami},$$

а N — число частиц в объеме $d\tau$ с магнитными моментами $\boldsymbol{\mu}_{ami}$.

Описание поля вектора намагниченности опирается на дипольную модель, когда магнитный момент $d\mathbf{m} = \mathbf{M}d\tau$ (как и атомные магнитные моменты $\boldsymbol{\mu}_{ami}$) рассматривается как точечный. В этом случае магнитное поле можно описать [17, с. 32] с помощью скалярного магнитного потенциала $d\varphi_m$:

$$d\varphi_m = \frac{1}{4\pi}\frac{(d\mathbf{m}, \mathbf{r})}{r^3},$$

или с помощью векторного магнитного потенциала $d\mathbf{A}_m$:

$$d\mathbf{A}_m = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{[d\mathbf{m}, \mathbf{r}]}{r^3}.$$

Вне магнетика объема τ потенциалы магнитного поля распределения вектора намагниченности равны:

$$\varphi_m = \frac{1}{4\pi}\int\limits_{\tau}\frac{(\mathbf{M}, \mathbf{r})}{r^3}d\tau, \tag{5}$$

$$\mathbf{A}_m = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\limits_{\tau}\frac{[\mathbf{M}, \mathbf{r}]}{r^3}d\tau. \tag{6}$$

Для напряженности $\mathbf{H}_m = -\operatorname{grad}\varphi_m$ и индукции $\mathbf{B}_m = \operatorname{rot}\mathbf{A}_m$ имеем

$$\mathbf{B}_m = \mu_0\mathbf{H}_m = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\limits_{\tau}\left[\frac{3(\mathbf{M}, \mathbf{r})\mathbf{r}}{r^5} - \frac{\mathbf{M}}{r^3}\right]d\tau. \tag{7}$$

Записанные выше интегралы (5)–(7) внутри магнетика не сходятся в силу нарушения условия регулярности для этих функций на бесконечности [18, с. 335]. Поэтому эти выражения преобразуют с целью понижения показателя степени у r в знаменателе функций (5)–(7) на единицу. Преобразованные интегралы имеют вид [15, с. 27]:

$$\begin{aligned} \varphi_m &= \frac{1}{4\pi}\int\limits_{\tau}\frac{\rho_m}{r}d\tau + \frac{1}{4\pi}\oint\limits_{S}\frac{\sigma_m}{r}dS, \\ \mathbf{H}_m &= \frac{1}{4\pi}\int\limits_{\tau}\rho_m\frac{\mathbf{r}}{r^3}d\tau + \frac{1}{4\pi}\oint\limits_{S}\sigma_m\frac{\mathbf{r}}{r^3}dS, \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_m &= \frac{\mu_0}{4\pi}\int\limits_{\tau}\frac{\mathbf{j}_m}{r}d\tau + \frac{\mu_0}{4\pi}\oint\limits_{S}\frac{\mathbf{k}_m}{r}dS, \\ \mathbf{B}_m &= \frac{\mu_0}{4\pi}\int\limits_{\tau}\frac{[\mathbf{j}_m, \mathbf{r}]}{r^3}d\tau + \frac{\mu_0}{4\pi}\oint\limits_{S}\frac{[\mathbf{k}_m, \mathbf{M}]}{r^3}dS, \end{aligned} \tag{9}$$

где $\rho_m = -\operatorname{div}\mathbf{M}$ и $\sigma_m = (\mathbf{n}, \mathbf{M})$ — объемные и поверхностные истоки, а $\mathbf{j}_m = \operatorname{rot}\mathbf{M}$ и $\mathbf{k}_m = -[\mathbf{n}, \mathbf{M}]$ — объемные и поверхностные вихри вектора намагниченности. На поверхности S с внешней нормалью $\mathbf{n}$ величины φ_m, $\mathbf{H}_m$, $\mathbf{A}_m$ и $\mathbf{B}_m$ удовлетворяют условиям:

$$\begin{aligned} &\left(\mathbf{n}, \left(\mathbf{H}_m^{\text{ex}} - \mathbf{H}_m^{\text{in}}\right)\right) = (\mathbf{n}, \mathbf{M}), \\ &\left[\mathbf{n}, \left(\mathbf{H}_m^{\text{ex}} - \mathbf{H}_m^{\text{in}}\right)\right] = 0, \\ &\varphi_m^{\text{ex}} = \varphi_m^{\text{in}} \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} &\left(\mathbf{n}, \left(\mathbf{B}_m^{\text{ex}} - \mathbf{B}_m^{\text{in}}\right)\right) = 0, \\ &\left[\mathbf{n}, \left(\mathbf{B}_m^{\text{ex}} - \mathbf{B}_m^{\text{in}}\right)\right] = -\mu_0[\mathbf{n}, \mathbf{M}], \\ &\mathbf{A}_m^{\text{ex}} = \mathbf{A}_m^{\text{in}}, \end{aligned}$$

где индексами «ex» и «in» обозначены соответствующие величины вблизи поверхности раздела с внешней («ex») с учетом направления нормали $\mathbf{n}$ и внутренней («in») стороны.

2. Потенциал Герца поля вектора намагниченности

Для описания поля вектора намагниченности используется также векторный магнитный потенциал Герца $\mathbf{Z}_m$ (или просто вектор Герца), который в дипольной модели имеет вид [15, с. 28]

$$\mathbf{Z}_m = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\limits_{\tau}\frac{\mathbf{M}}{r}d\tau.$$

Выражение для вектора Герца является результатом решения уравнения Пуассона

$$\nabla^2\mathbf{Z}_m = -\mu_0\mathbf{M}$$

или с использованием векторного тождества $\operatorname{rot}(\operatorname{rot}\mathbf{Z}_m) = \operatorname{grad}(\operatorname{div}\mathbf{Z}_m) - \nabla^2\mathbf{Z}_m$

$$\operatorname{grad}(\operatorname{div}\mathbf{Z}_m) - \operatorname{rot}(\operatorname{rot}\mathbf{Z}_m) = -\mu_0\mathbf{M}. \tag{10}$$

Смысл вектора Герца заключается в том, что его истоки определяют скалярный магнитный потенциал

$$\varphi_m = -\frac{1}{\mu_0}\operatorname{div}\mathbf{Z}_m, \tag{11}$$

а вихри — векторный магнитный потенциал

$$\mathbf{A}_m = \operatorname{rot}\mathbf{Z}_m. \tag{12}$$

3. Разложение поля вектора намагниченности

Для напряженности $\mathbf{H}_m$ и индукции $\mathbf{B}_m$ магнитного поля намагниченного магнетика в соответствии с (11) и (12) будем иметь

$$\mathbf{H}_m = \frac{1}{\mu_0}\,\mathrm{grad}(\mathrm{div}\,\mathbf{Z}_m), \quad \mathbf{B}_m = \mathrm{rot}(\mathrm{rot}\,\mathbf{Z}_m).$$

Подставляя эти уравнения в (10), получим соотношение

$$\mathbf{M} = \frac{1}{\mu_0}\mathbf{B}_m - \mathbf{H}_m,$$

которое представляет теорему Гельмгольца о разложении поля вектора намагниченности на вихревую $\frac{1}{\mu_0}\mathbf{B}_m$ и потенциальную $-\mathbf{H}_m$ части.

Если обозначить вихревую и потенциальную части поля вектора намагниченности через $\mathbf{M}_v$ и $\mathbf{M}_p$ соответственно, то можно записать

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_v + \mathbf{M}_p,$$

где $\mathbf{M}_v = \frac{1}{\mu_0}\mathbf{B}_m$ и $\mathbf{M}_p = -\mathbf{H}_m$.

Разложение поля вектора намагниченности можно выполнить и в других системах единиц. В частности,

в системе единиц СГС:

$$\text{при } \mathbf{Z}_m = \int\limits_\tau \frac{\mathbf{M}}{r}d\tau \quad \mathbf{M}_v = \frac{1}{4\pi}\mathbf{B}_m, \ \mathbf{M}_p = -\frac{1}{4\pi}\mathbf{H}_m$$
$$\text{и } \mathbf{M} = \frac{1}{4\pi}\mathbf{B}_m - \frac{1}{4\pi}\mathbf{H}_m; \tag{13}$$

в системе Хевисайда–Лоренца (или Кона):

$$\text{при } \mathbf{Z}_m = \frac{1}{4\pi}\int\limits_\tau \frac{\mathbf{M}}{r}d\tau \quad \mathbf{M}_v = \mathbf{B}_m, \ \mathbf{M}_p = -\mathbf{H}_m$$
$$\text{и } \mathbf{M} = \mathbf{B}_m - \mathbf{H}_m; \tag{14}$$

в системе единиц СИ:

$$\text{при } \mathbf{Z}_m = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\limits_\tau \frac{\mathbf{M}}{r}d\tau \quad \mathbf{M}_v = \frac{1}{\mu_0}\mathbf{B}_m, \ \mathbf{M}_p = -\mathbf{H}_m$$
$$\text{и } \mathbf{M} = \frac{1}{\mu_0}\mathbf{B}_m - \mathbf{H}_m. \tag{15}$$

Такое подробное описание поля вектора намагниченности обусловлено тем, что как в учебной, так и научной литературе отсутствует последовательное изложение этих вопросов, особенно в единицах системы СИ.

4. Самосогласованные уравнения для определения $\mathbf{B}_m$ и $\mathbf{H}_m$

В п. 1 было отмечено, что с помощью тождественных преобразований и теорем о роторе и дивергенции [15, с. 26–27] можно составляющие вектора намагниченности — векторы $\mathbf{B}_m$ и $\mathbf{H}_m$ (или векторы $\mathbf{M}_v = \frac{1}{\mu_0}\mathbf{B}_m$ и $\mathbf{M}_p = -\mathbf{H}_m$) представить в виде, подобном (8) и (9):

$$\mathbf{B}_m = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\limits_\tau \frac{[(\mathrm{rot}\,\mathbf{M}), \mathbf{r}]}{r^3}d\tau + \frac{\mu_0}{4\pi}\int\limits_S \frac{[\mathbf{r}, [\mathbf{n}, \mathbf{M}]]}{r^3}dS,$$

$$\mathbf{H}_m = \frac{1}{4\pi}\int\limits_\tau (-\,\mathrm{div}\,\mathbf{M})\frac{\mathbf{r}}{r^3}d\tau + \frac{\mu_0}{4\pi}\int\limits_S (\mathbf{n}, \mathbf{M})\frac{\mathbf{r}}{r^3}dS.$$

Такого рода соотношения обычно называют самосогласованными, так как для определения $\mathbf{B}_m$ и $\mathbf{H}_m$ (или $\mathbf{M}_v$ и $\mathbf{M}_p$) необходимо знать пространственное распределение величин $\mathbf{B}_m$ и $\mathbf{H}_m$ (или $\mathbf{M}_v$ и $\mathbf{M}_p$).

Очень часто такие соотношения используют в качестве определения полей $\mathbf{B}_m$ и $\mathbf{H}_m$. При этом значение производных $\mathrm{rot}\,\mathbf{M}$ и $-\,\mathrm{div}\,\mathbf{M}$, а также величин $-[\mathbf{n}, \mathbf{M}]$ и $(\mathbf{n}, \mathbf{M})$ постулируются, как это делается, например, для случая однородной намагниченности [15, с. 32]. В других случаях величина намагниченности, как и ее пространственные производные определяются независимо, как результат внешнего воздействия магнитным полем, напряжением, радиацией и т. п. или являются эффектом спонтанной поляризации и требуют численного решения [18].

5. Поле электрических токов и намагниченного магнетика

Обычно соотношения (13)–(15) записываются в форме, когда кроме поля вектора намагниченности присутствует поле сторонних вихрей: «свободных» электрических токов $\mathbf{j}_0$ или токов смещения $\mathbf{j}_{\mathrm{dc}} = \varepsilon_0\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}$, или тока поляризации $\mathbf{j}_p = \frac{\partial\mathbf{P}}{\partial t}$ и при этом, в соответствии с уравнением Максвелла, записанным в форме Д'Аламбера [15, с. 133] для поля токов, имеем

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{B}_0 = \mu_0\,\mathrm{rot}\,\mathbf{H}_0 = \mathbf{j}_0 + \mathbf{j}_{\mathrm{dc}} + \mathbf{j}_p.$$

Поэтому вектор $\mathbf{H}_0$ следовало бы называть не напряженностью, а индукцией магнитного поля макроскопических токов, так как вектор $\mathbf{H}_0$ по смыслу является переобозначением вектора $\mathbf{B}_0$ или, как это имеет место в системе СИ, перенормированным значением вектора $\mathbf{B}_0$. Однако использование вектора напряженности $\mathbf{H}_0$ для описания вихревого поля токов имеет исторические корни [7, с. 280–287] и широко используется в учебной литературе.

Вместе с тем «истинным» вектором напряженности может быть только потенциальный вектор, как это, например, имеет место в электростатике, где потенциальный вектор $\mathbf{E}_0$ называют напряженностью электрического поля макроскопических свободных зарядов.

В магнетизме при использовании модели «магнитных зарядов» их поле описывается потенциальным вектором $\mathbf{H}_m$ и в соответствии с законом Кулона его можно записать в форме

$$\mathbf{H}_m = \frac{1}{4\pi} \int_\delta \frac{\mathbf{r}}{r^3} dq_m,$$

где $dq_m = \rho\, d\tau$ и (или) $dq_m = \sigma_m\, dS$, а ρ_m и σ_m — объемная и поверхностная плотности «магнитных зарядов».

Таким образом, в пространстве, где одновременно существуют поле макроскопических токов, характеризуемое вектором $\mathbf{B}_0$ (или в единицах системы СИ $\mathbf{H}_0 = \frac{1}{\mu_0}\mathbf{B}_0$), и поле намагниченных магнетиков, состоящее из вихревой $\mathbf{B}_m$ и потенциальной $\mathbf{H}_m$ частей, поле $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_m$ — всегда вихревое, а поле $\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0}\mathbf{B}_0 + \mathbf{H}_m$ (или в СГС $\mathbf{H} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{H}_m$) — сложное поле. Оно состоит из вихревой $\mathbf{H}_0$ ($\operatorname{div}\mathbf{H}_0 = 0$) и потенциальной $\mathbf{H}_m$ ($\operatorname{rot}\mathbf{H}_m = 0$) частей.

Поле $\mathbf{B}$ не имеет истоков, например, «магнитных зарядов», и определяется вихревыми макроскопическими токами и вихревой частью вектора намагниченности. Поле $\mathbf{H}$ в свою очередь определяется вихревыми макроскопическими токами и потенциальной частью вектора намагниченности. Попытки придать полю $\mathbf{B}$ или составляющим его полям $\mathbf{B}_0$ и $\mathbf{B}_m$ также, как полю $\mathbf{H}$ или составляющим его полям $\mathbf{H}_0$ и $\mathbf{H}_m$, иной смысл, лишены оснований и только запутывают читателя.

Так, например, использование условия $\operatorname{div}\mathbf{B} = 0$ для оправдания отсутствия «магнитных зарядов» [10, с. 354] некорректно.

Соотношения, аналогичные (15), имеются в электростатике диэлектриков, когда поле вектора поляризации $\mathbf{P}$ представляется в виде суперпозиции составляющих его индукции $\mathbf{D}_e$ и напряженности $\mathbf{E}_e$ [19]:

$$\mathbf{P} = \mathbf{D}_e - \varepsilon_0 \mathbf{E}_e,$$

а для внешнего (стороннего) поля, как правило, поля свободных электрических зарядов:

$$\mathbf{D}_0 = \varepsilon_0 \mathbf{E}_0,$$

где ε_0 — электрическая постоянная. Индукция $\mathbf{D}_0$ (или напряженность $\mathbf{E}_0$) стороннего поля является чисто потенциальным вектором ($\operatorname{rot}\mathbf{E}_0 = \operatorname{rot}\mathbf{D}_0 = 0$, за исключением случая, когда присутствует электромагнитная индукция $\operatorname{rot}\mathbf{E}_u = -\partial\mathbf{B}/\partial t$). Поэтому в уравнении

$$\mathbf{P} = \mathbf{D} - \varepsilon_0 \mathbf{E},$$

где $\mathbf{D} = \mathbf{D}_0 + \mathbf{D}_e$ и $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_e$, поле вектора $\mathbf{D}$ — сложное поле, состоящее из вихревой $\mathbf{D}$ и потенциальной $\mathbf{D}_0$ частей, а поле вектора $\mathbf{E}$ всегда потенциальное с вихревой компонентой $\mathbf{E}_u$.

Записанные выше условия для векторов $\mathbf{B}$, $\mathbf{H}$ и $\mathbf{D}$, $\mathbf{E}$ показывают, что их сравнение (т. е. установление их эквивалентности) в форме (3) или (4) невозможно в силу того, что они имеют различные составляющие. Например, сравнивать поля $\mathbf{B} \leftrightarrow \mathbf{E}$ нельзя, так как $\mathbf{B}$ — чисто вихревое поле, а $\mathbf{E}$ — сложное поле. Можно говорить лишь об эквивалентности полей, составляющих вектор поляризации $\mathbf{D}_e$ и $\mathbf{E}_e$ и вектор намагниченности $\mathbf{B}_m$ и $\mathbf{H}_m$, когда

$$\mathbf{P} \leftrightarrow \mathbf{M}, \text{ то } \mathbf{D}_e \leftrightarrow \frac{1}{\mu_0}\mathbf{B}_m \text{ и } \varepsilon_0\mathbf{E} \leftrightarrow \mathbf{H}_m,$$

так как они являются результатом решения эквивалентных уравнений [19]:

$$\mathbf{D}_e = \varepsilon_0 \operatorname{rot}(\operatorname{rot}\mathbf{Z}_e), \quad \mathbf{E}_e = \operatorname{grad}(\operatorname{div}\mathbf{Z}_e),$$

$$\mathbf{Z}_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_\tau \frac{\mathbf{P}}{r} d\tau,$$

$$\mathbf{B}_m = \operatorname{rot}(\operatorname{rot}\mathbf{Z}_m), \quad \mathbf{H}_m = \frac{1}{\mu_0}\operatorname{grad}(\operatorname{div}\mathbf{Z}_m),$$

$$\mathbf{Z}_m = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_\tau \frac{\mathbf{M}}{r} d\tau,$$

где $\mathbf{Z}_e$ — электрический потенциал Герца.

Введение полей $\mathbf{B}$ и $\mathbf{H}$ имеет смысл только при описании поля вектора намагниченности в среде, когда $\mathbf{M} \neq 0$, ибо когда в какой-то области $\mathbf{M} = 0$, поля $\mathbf{B}$ и $\mathbf{H}$ в этой области полностью эквивалентны. Можно показать также, что поля $\mathbf{B}$ и $\mathbf{H}$ при анализе свойств магнетиков имеют альтернативный смысл [20, 21], позволяющий применять в описании либо поле вектора $\mathbf{B}$, либо поле вектора $\mathbf{H}$.

6. Теорема о разложении для однородной намагниченности

При использовании приведенной здесь теоремы о разложении поля вектора намагниченности на вихревую и потенциальную части в педагогическом процессе удобно рассматривать частный случай разложения, когда намагниченность магнетика однородна. При этом так как $\mathbf{M} = \mathrm{const}$, имеем [15]

$$\mathbf{Z}_m = \mu_0\mathbf{M}\Psi, \quad \mathbf{A}_m = \mu_0[\mathbf{M},\mathbf{h}], \quad \varphi_m = (\mathbf{M},\mathbf{h}),$$
$$\mathbf{B}_m = \mu_0\operatorname{rot}[\mathbf{M},\mathbf{h}], \quad \mathbf{H}_m = -(\mathbf{M},\nabla)\mathbf{h}, \tag{16}$$

где

$$\Psi = \frac{1}{4\pi}\int_\tau \frac{1}{r} d\tau \text{ и } \mathbf{h} = -\operatorname{grad}\Psi = \frac{1}{4\pi}\int_\tau \frac{\mathbf{r}}{r^3} d\tau.$$

Учитывая, что $\operatorname{rot}[\mathbf{M},\mathbf{h}] = -(\mathbf{M},\nabla)\mathbf{h} + \mathbf{M}\operatorname{div}\mathbf{h}$, а также, что $\operatorname{div}\mathbf{h} = 1$, получим (10).

7. Единицы измерения параметров магнитного поля

Отметим, что составляющие поля одного и того же вектора $\mathbf{M}$, т. е. величины $\mathbf{B}_m$ и $\mathbf{H}_m$, целесообразно измерять единицами одинаковой размерности, а называть их можно и по-разному, так как это, например, делается в гауссовой системе единиц. В единицах системы СИ, которую мы здесь используем, размерность величины $\mathbf{Z}_m$ не определена в рекомендациях IUPAP [6]. Это, а также введение в формулы (6) размерной постоянной μ_0, приводит к произволу в выборе единиц измерения величин $\mathbf{Z}_m$, φ_m, $\mathbf{A}_m$, $\mathbf{H}_m$ и $\mathbf{B}_m$, как это отмечено в формулах (1), (2). Аналогичное обстоятельство имеет место и при описании поля поляризованного диэлектрика. Таким образом, в педагогическом процессе в разделе «Электричество и магнетизм» курса физики применение системы СИ ограничивает логическое восприятие студентами физических моделей по сравнению с системами Гаусса или Хевисайда–Лоренца.

Детальное обсуждение представленных здесь научно-методических проблем выполнено в работах [15] и [19] (в более сжатом виде статья опубликована в журнале УФН. **173**, № 11. С. 1241).

Литература

1. *Терлецкий Я.П., Рыбаков Ю.П.* Электродинамика. М., 1990.
2. *Можен Ж.* Механика электромагнитных сред. М., 1991.
3. *Матвеев А.Н.* Электричество и магнетизм. М., 1983.
4. *Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М.* Фейнмановские лекции по физике. Т. 7. М., 1977.
5. *Телеснин Р.В., Яковлев В.Ф.* Курс физики. Электричество. М., 1969.
6. Обозначения, единицы измерения и терминология в физике (документ UIP 20, 1978) // УФН. 1979. **129**, № 2. С. 328.
7. *Тамм И.Е.* Основы теории электричества. М., 1989.
8. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. Т. 8. М., 1982.
9. *Калашников С.Г.* Электричество и магнетизм. М., 1985.
10. *Парселл Э.* Электричество и магнетизм. М., 1983.
11. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т. 3. Электричество. М., 2002.
12. *Зильберман Г.Е.* Электричество и магнетизм. М., 1976.
13. *Новожилов Ю.В., Яппа Ю.А.* Электродинамика. М., 1978.
14. *Зоммерфельд А.* Электродинамика. М., 1958.
15. *Антонов Л.И., Лукашева Е.В., Миронова Г.А., Скачков Д.Г.* // Препринт физ. ф-та МГУ № 3/2002.
16. Магнетизм и магнитные материалы: Терминологический справочник / Под ред. Ф.В. Лисовского, Л.И. Антонова. М., 1997.
17. *Антонов Л.И., Больных И.К., Лукашева Е.В.* и др. // Препринт физ. ф-та МГУ № 1/2002.
18. *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. М., 1999.
19. *Антонов Л.И., Больных И.К., Лукашева Е.В.* и др. // Препринт физ. ф-та МГУ № 3/2001.
20. *Антонов Л.И., Миронова Г.А., Лукашева Е.В., Селиверстов А.В.* // Препринт физ. ф-та МГУ № 6/1999.
21. *Антонов Л.И., Лукашева Е.В., Миронова Г.А., Малова Т.И.* // Препринт физ. ф-та МГУ № 5/1999.

Поступила в редакцию
03.03.03

УДК 530.12

ДВИЖЕНИЕ МАССИВНЫХ ЧАСТИЦ В СТАТИЧЕСКОЙ СФЕРИЧЕСКИ СИММЕТРИЧНОЙ МЕТРИКЕ В СКАЛЯРНО-ТЕНЗОРНОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

Х. Х. Эрнандес

(*кафедра квантовой теории и физики высоких энергий*)

E-mail: denisov@srd.sinp.msu.ru

Проведено исследование влияния скалярного заряда на траекторию движения массивных частиц в случае сферически симметричной модели. Показано как действует гравитационное поле скалярной звезды на смещение перицентра траектории массивных тел и согласованность данной теории с предсказаниями ОТО при отсутствии скалярного источника в пределах Солнечной системы.

Как показано в предыдущих работах [1, 2], гравитационному полю скалярной звезды соответствуют компоненты метрического тензора, разложение которых в случае $\xi \sim r_g^2$ и $wsQ^2/r^4 \sim \xi/r^2$ имеет вид:

$$\widetilde{g}_{00} = 1 - \frac{r_g}{r} + \frac{r_g^2}{2r^2} - \frac{r_g\sqrt{\xi}}{2r^2} - \frac{wsQ^2}{r^4},$$
$$\widetilde{g}_{rr} = -\Big[1 + \frac{r_g}{r} + \frac{r_g^2}{2r^2} + \frac{r_g\sqrt{\xi}}{2r^2} - \frac{Q^2}{r^4}(b + ws)\Big], \qquad (1)$$
$$\widetilde{g}_{\varphi\varphi} = -r^2\Big[1+\frac{r_g}{r} - \frac{\sqrt{\xi}}{r} + \frac{r_g^2}{2r^2} - \frac{r_g\sqrt{\xi}}{2r^2} - \frac{wsQ^2}{r^4}\Big],$$

где r_g — гравитационный радиус центра тяготения (скалярной звезды зарядом Q), $\xi = 32\pi\lambda Q^2$, а b, p, s, w и λ — постоянные величины нашей теории.

Прежде чем приступать к изучению новых эффектов, которые будут проявляться в движении массивных пробных частиц из-за наличия скалярного гравитационного заряда, сделаем следующее замечание: так как переменная r псевдориманова пространства-времени (1) является координатной величиной, представляющей определенный выбор деления радиальной оси, то мы можем, не ограничивая общности,