

На правах рукописи

Спирин Павел Алексеевич

РАДИАЦИОННОЕ ТРЕНИЕ И ПЕРЕНОРМИРОВКИ  
В ИСКРИВЛЕННОМ ПРОСТРАНСТВЕ ПРОИЗВОЛЬНОЙ  
РАЗМЕРНОСТИ

Специальность 01.04.02 - теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва 2008

Работа выполнена на кафедре теоретической физики Физического факультета Московского Государственного Университета имени М.В. Ломоносова.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор  
Гальцов Дмитрий Владимирович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,  
профессор Хуснутдинов Наиль Рустамович

кандидат физико-математических наук,  
н.с. Шаракин Сергей Александрович

Ведущая организация: Российский Университет Дружбы Народов,  
г. Москва

Защита состоится 9 октября 2008 г. в 16 час. 30 мин. на заседании диссертационного совета Д 501.002.10 при Московском Государственном Университете им. М.В. Ломоносова по адресу: 119992, г. Москва, Воробьевы горы, дом 1, стр.2, Физический факультет, ауд. СФА .

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Физического факультета МГУ.

Автореферат разослан " \_\_\_\_ " сентября 2008г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета Д 501.002.10  
доктор физико-математических наук  
профессор

Ю.В. Грац

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Диссертация посвящена развитию теории излучения и радиационного трения точечных частиц в искривленном пространстве-времени в присутствии не малых дополнительных измерений. Работа, с одной стороны, нацелена на выявление особенностей излучения в пространстве-времени размерности, отличной от четырех, с другой – на исследование принципиальных вопросов теории гравитации (в том числе многомерной), касающихся движения тел с учетом гравитационного радиационного трения. Разработка теории излучения в многомерных пространствах началась относительно недавно, и в ней еще остается много нерешенных вопросов, в особенности это касается случая нечетномерных пространств. В диссертации предложен новый подход для этого случая, основанный на технике дробного дифференцирования. Это позволило впервые получить замкнутые формулы для интенсивности излучения в нечетномерном случае, когда в силу отсутствия принципа Гюйгенса излучение обнаруживает новые черты нелокальности по сравнению четномерным случаем даже в пренебрежении гравитационным взаимодействием. Разработан общий метод построения запаздывающих функций Грина безмассовых полей целого спина в искривленном пространстве-времени произвольной размерности на основе рекуррентных разложений в терминах мировой функции Синга, а также разработана техника разложения двухточечных тензорных функций локализованных на мировой линии частицы, включая анализ сингулярностей. На этой основе развит новый квазилокальный метод расчета излучения, классических перенормировок и реакции излучения в искривленном пространстве произвольной размерности, основанный на разложениях величин, локализованных на мировой линии. С помощью нового метода исследована задача о гравитационном радиационном трении и выяснены условия, при которых она допускает одночастичную трактовку. Вычислено излучение полей различного спина при рассеянии релятивистских частиц, взаимодействующих посредством сил различной природы, в том числе, гравитационных, в пространстве-времени произвольной размерности. Показано, что с увеличением размерности мощность излучения растет степенным образом по релятивистскому фактору. Рассмотрено массивное скалярное тормозное

излучение и тормозное излучение в теории Калуцы-Клейна, оценен радиус компактификации, исходя из данных современных экспериментов. В работе также исследованы классические перенормировки в теории струн, взаимодействующих посредством поля антисимметричного тензора второго ранга, дилатона и гравитации.

**Актуальность проблемы.** Актуальность работы, с одной стороны, обусловлена развитием космологических моделей с большими дополнительными размерностями и возможностью их проверки на адронном коллайдере ЦЕРН. Это сделало актуальным исследование излучения в многомерных пространствах различной геометрии. С другой стороны, актуальность теории гравитационного излучения обусловлена вводом в эксплуатацию лазерных гравитационно-волновых детекторов и разработкой новых проектов гравитационно-волновой физики. В настоящее время работают лазерные интерферометры первого поколения, которые в основном нацелены на детектирование гравитационных волн при падении массивных звезд в черные дыры в центрах галактик. При этом решающее значение приобретает задача о движении с учетом реакции гравитационного излучения. Гравитационное излучение является востребованным и интенсивно развиваемым направлением исследований в области астрофизики и космологии, интерес к которым в настоящее время непрерывно возрастает. Кроме того, исследования в данном направлении представляют интерес в общетеоретическом плане для углубления понимания многомерных моделей, широко используемых в последние годы в теории суперструн и космологии.

**Целью диссертационного исследования** является анализ излучения и радиационного трения точечных частиц в искривленном пространстве-времени с учетом возможности не малых дополнительных измерений, развитие нового метода классических перенормировок и расчета излучения в искривленном пространстве произвольной размерности, основанного на разложениях величин, локализованных на мировой линии. В рамках этого метода ставилась задача получения уравнений для частиц, излучающих безмассовые поля спина нуль, единица и два в искривленном пространстве-времени различной размерности, и

указание возможных приложений теории.

**Научная новизна** работы состоит в том, что в ней впервые:

1) Развита общий метод построения запаздывающих функций Грина безмассовых полей различного спина в искривленном пространстве-времени произвольной размерности на основе рекуррентных разложений в терминах мировой функции Синга. Разработана техника разложения двухточечных тензорных функций, локализованных на мировой линии частицы, включая анализ сингулярностей. Развита квазилокальный метод вычислений применительно к теориям безмассовых полей различного спина в искривленном пространстве с дополнительными некомпактифицированными измерениями.

2) Получено уравнение движения нейтральной массивной частицы в четырехмерном Риччи-неплоском фоновом пространстве с учетом реакции гравитационного излучения. Показано, что для самосогласованности уравнений необходим учет возмущения фонового поля того же порядка, что и исследуемое линейное собственное гравитационное поле.

3) Показана принципиальная возможность выделения излучаемой части поля в тензоре энергии-импульса электромагнитного поля в нечетномерном пространстве Минковского исходя из свойств функций Грина и структуры излучаемой части тензора энергии-импульса в плоском пространстве четной размерности. Доказано, что, хотя полное поле может распространяться с произвольной скоростью (меньшей или равной скорости света), излученная энергия распространяется со скоростью света, при этом амплитуда носит интегральный характер.

4) Решена двухчастичная задача о тормозном излучении массивных ультрарелятивистских частиц при гравитационном рассеянии в пространстве произвольной размерности, когда одна из частиц имеет скалярный или электромагнитный заряд. Получены формулы для общей мощности излучения и спектрально-углового распределения. Показано, что с увеличением размерности мощность излучения растет степенным образом по релятивистскому фактору.

**Научная и практическая ценность работы.** Обнаруженные в работе закономерности открывают новые возможности обнаружения

дополнительных измерений в существенно релятивистской области энергий. Излучение релятивистских частиц в принципе позволяет дискриминировать различные модели многомерной гравитации, которые в последнее время активно изучаются. Результаты, касающиеся реакции гравитационного излучения, могут быть использованы при анализе и планировании экспериментов по поиску гравитационных волн. Разработанные в диссертации новые методы исследования волновых процессов в многомерных теориях могут найти применение в дальнейшей разработке космологических моделей, а также в теории суперструн.

**Научная достоверность** результатов работы определяется использованием корректных теоретических методов, строгостью применяемого математического аппарата и внутренней согласованностью результатов.

Результаты могут быть использованы в НИИЯФ МГУ, ИЯИ, ЛТФ ОИЯИ, ФИАН, ИТЭФ, МИАН, ТГУ и других научных центрах.

**Апробация работы.** Основные результаты, вошедшие в диссертацию, докладывались и обсуждались на следующих конференциях: Научная конференция "Ломоносовские чтения" (Москва, 2005); XII международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых "Ломоносов-2005" (Москва, 2005); 12-я Российская гравитационная конференция - Международная конференция по гравитации, космологии и астрофизике (Казань, 2005); Конференция секции ЯФ ОФН РАН "Физика фундаментальных взаимодействий" (ИТЭФ, Москва, 2005), Школа-семинар по гравитации и космологии "GRACOS-2007" (Казань-Яльчик, 2007), 11-th CAPRA-meeting on radiation reaction (Orleans, 2008), 13-я Российская гравитационная конференция - Международная конференция по гравитации, космологии и астрофизике (RUSGRAV-13, РУДН, Москва, 2008), а также на семинарах кафедры теоретической физики МГУ.

**Публикации.** Основные результаты диссертации изложены в 9 опубликованных работах, список которых приводится в конце автореферата.

**Структура диссертации.** Диссертация состоит из введения, шести глав основного текста, заключения, приложений и списка цитированной

литературы.

Текст диссертации набран в издательской системе L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В **главе I "Введение"** дан обзор имеющейся литературы, посвященной излучению безмассовых полей в пространствах различных размерностей. В связи с созданием теории суперструн и возникновением космологических моделей с "большими" дополнительными измерениями стала актуальной задача обобщения теории излучения на пространство-время размерности, отличной от четырех. Особый интерес представляет изучение гравитационного излучения. В настоящее время работают лазерные интерферометры первого поколения, которые в основном нацелены на детектирование гравитационных волн при падении массивных звезд в черные дыры в центрах галактик. При этом решающее значение приобретает задача о движении с учетом реакции гравитационного излучения. В разделе 1.2 диссертации обсуждается проблема самодействия (излучения и радиационного трения) полей с сингулярным источником, проведен исторический обзор проблемы и имеющихся результатов. В разделе 1.3 обоснована актуальность исследуемых проблем и сформулирована постановка цели и задач диссертационной работы.

Во **второй главе "Реакция излучения частиц в искривленном пространстве-времени"** рассматривается четырехмерное пространство, предполагаемое имеющим фоновую риманову кривизну. Раздел 2.1 посвящен самодействию точечного источника скалярного и (или) электромагнитного поля, получено уравнение движения в рамках развиваемого квазилокального метода вычислений. Будучи подставленной в уравнение движения, функция Грина собственного поля частицы сингулярна на мировой линии, что, как известно, приводит к дираковской перенормировке массы. В данной задаче рассматривается массивная частица, могущая обладать как скалярным, так и электромагнитным зарядом. Представлены необходимые битензорные разложения, в результате показано, что если выполнено следующее условие

$$m|q| = |e|, \quad (1)$$

модель становится свободной от сингулярностей. Раздел 2.2 посвящен линейному гравитационному самодействию точечного источника в искривленном пространстве. Функция Грина уравнения для линеаризованных гравитационных возмущений аналогична функции Грина безмассового скалярного и электромагнитного полей. Соответственно, точечная массивная частица должна получать аналогичную бесконечную добавку к массе. Уравнение движения становится интегро-дифференциальным, поскольку деформация поля в окрестности точечного источника внешним искривленным пространством приводит к делокализации источника, и система приобретает память, описываемую интегралом по всей предыстории. Хотя для Риччи-плоского фонового пространства задача была формально решена в работе Мино и Сасаки методом де Витта-Бреме, в этом подходе остается ряд нерешенных вопросов. В результате применения развитого квазилокального метода вычислений удалось решить задачу более последовательно, при этом возникающая расходимость устраняется перенормировкой лагранжева множителя (монады Полякова), служащей вспомогательным инструментом в вычислении, не определяемой однозначно и не несущей самостоятельного физического смысла. При наличии внешней фоновой материи одночастичное уравнение движения можно получить лишь для ограниченного класса фоновых римановых пространств. В более общем случае необходим учет возмущения фонового поля того же порядка, что и исследуемое линейное собственное гравитационное поле, в результате чего одночастичное решение становится невозможным.

### **Глава III** *"Излучение в пространствах нечетных размерностей"*

посвящена динамике движения заряда в пространстве-времени нечетной размерности, которая имеет сходства с динамикой частицы в искривленном пространстве, поскольку в уравнение движения входят интегральные слагаемые, соответствующие истории частицы. Такая система с памятью моделирует некоторые процессы и в четырехмерном пространстве. Качественно происхождение эффекта памяти описывает вид функций Грина. В разделе 3.1. выведены функции Грина уравнения д'Аламбера в пространстве Минковского произвольной размерности: показано, что

выполнены рекуррентные соотношения

$$G_{\text{ret}}^D(X) = \frac{1}{2\pi^{(D-2)/2}} d^{(D-2)/2} \theta(y) = \frac{\theta(X^0)}{2\pi^{(D-2)/2}} \frac{y_+^{(2-D)/2}}{\Gamma((4-D)/2)}, \quad (2)$$

где  $y = X^2$ .

Раздел 3.2 посвящен выделению локально излучаемой (emitted) части поля через тензор энергии-импульса. На основе свойств скалярного и электромагнитного полей в четных измерениях выведен препотенциал. Показана принципиальная возможность выделения излучаемой части поля в тензоре энергии-импульса электромагнитного поля в нечетномерном пространстве Минковского, исходя из свойств функций Грина и структуры излучаемой части тензора энергии-импульса и препотенциалов в плоском пространстве четной размерности:

$$T_{\text{emit}}^{\mu\nu}(x) = V_e^2 c^\mu c^\nu = \frac{I_e^2 c^\mu c^\nu}{\rho^{D-2}}, \quad (3)$$

где  $\rho = (x - z^{\text{ret}}) \cdot \dot{z}_{\text{ret}}$  – инвариантное расстояние,  $c = (x - z^{\text{ret}})/\rho$  – нормированный изотропный вектор вдоль светового конуса, составленный из суммы единичных времениподобного и пространственноподобного векторов. Препотенциал  $V_e$ , играющий роль амплитуды излучения, является вектором в случае электромагнитного поля и скаляром – для скалярного. Доказано, что, хотя полное поле может распространяться с различной скоростью, излученная энергия распространяется со скоростью света, при этом амплитуда носит интегральный характер:

$$V_e^D = \frac{e\Omega_{D-2}}{2(2\pi\rho)^{(D-2)/2}} \int_0^\infty \frac{\tau_+^{-D/2}}{\Gamma([2-D]/2)} \frac{v^\mu(\tau)}{\zeta^{D/2}} d\tau \quad (4)$$

(где  $\zeta(\tau) = \tau^{-1} c \cdot [z_{\text{ret}} - z(\tau)]$ ) для электромагнитного поля, а для скалярного получается формальной заменой  $v^\mu \rightarrow 1$ .

Разработана методика операторов дробного дифференцирования  $\bar{d}$ ,  $\hat{d}$ ,  $\rho^{-1}\hat{d}$ , и  $\bar{d}\rho^{-1}$ . Доказано свойство повторного дифференцирования:  $p^k p^l = p^{k+l}$ , где  $p$  – любой из этих операторов. Определены произвольные степени этих операторов, выведены формулы для препотенциалов:

$$V_e^D = \frac{e\Omega_{D-2}}{2(2\pi)^{(D-2)/2}} (\bar{d}\rho^{-1})^{(D-2)/2} \hat{v}^\mu = \frac{e\pi^{1/2}}{2^{(D-2)/2} \Gamma([D-1]/2)} (\bar{d}\rho^{-1})^{(D-2)/2} \hat{v}^\mu$$

( $\hat{v}^\mu$  – запаздывающая скорость) и формулы редукции. Показано, что равномерно движущийся электрон не излучает только в случае, если за всю предысторию он также двигался прямолинейно и равномерно. Рассмотрены модельные случаи движения заряда по заданной траектории в трехмерном пространстве, показана эквивалентность различных способов расчета излучения для движения по окружности, гиперболического движения и других примеров. Доказана стационарность синхротронного излучения и излучения при гиперболическом движении аналогично четномерному случаю. В разделе 3.3 показана общая структура расходимостей действия и перенормировок для скалярного и векторного полей в произвольной размерности при регуляризации с помощью раздвижки точек, показана связь между ними в терминах полуцелых степеней оператора  $-\partial/\partial\epsilon^2$ . В разделе 3.4 рассматривается электродинамика с членом Черна-Саймонса в трехмерном пространстве. Показана классическая неперенормируемость теории с точечным источником.

В главе IV "*Самодействие безмассовых полей в многомерных теориях*" рассматриваются искривленные пространства четных размерностей. Дан вывод адамаровских, фейнмановских, собственных, запаздывающих, опережающих и радиационных функций Грина. Особое внимание уделено радиационному трению для скалярного и электромагнитного зарядов в шестимерном искривленном пространстве-времени. Получено уравнение движения и найдены контрчлены: кубический контрчлен соответствует перенормировке массы, а линейный приводит к модели жесткой частицы и может быть получен вариацией контрчлена к действию следующего вида (скалярный случай):

$$S_{\text{scal}} = \frac{\kappa_0}{72} \int \left[ \frac{3}{2} D^2 z \cdot D^2 z + (R - R_{\mu\nu} D z^\mu D z^\nu) \right] \sqrt{-\dot{z}^2} d\tau \quad (5)$$

с последующей перенормировкой константы связи  $\kappa = \kappa_0 + m^2 q^2 / \epsilon$ . Примечательно, что, в отличие от плоского случая, в него вошли слагаемые с тензором Риччи фонового поля.

В главе V "*Тормозное излучение ультрарелятивистских частиц при гравитационном взаимодействии*" рассмотрена задача о взаимодействии двух гравитирующих частиц в пространстве Минковского. Это

существенно отличается от предыдущих случаев тем, что фоновое пространство для каждой из частиц не предполагается фиксированным, а определяется динамически исходя из гравитационного взаимодействия между ними. В случае ультрарелятивистских частиц можно ограничиваться лидирующей степенью релятивистского параметра  $\gamma \gg 1$ , что существенно упрощает вычисления. В разделе 5.1 дан вывод формул для излучения, построены многомерные поляризации, удобные для решения задачи. В разделах 5.3-5.4 вычислено тормозное скалярное и электромагнитное излучение массивных ультрарелятивистских частиц в некомпактифицированном плоском пространстве-времени размерности, большей трех, при скалярном и электромагнитном взаимодействии, соответственно. Показано, что основной вклад в излучение дают частоты до  $\gamma^2/\rho$ , где  $\rho$  – прицельный параметр. Разделы 5.5-5.7 посвящены излучению при гравитационном взаимодействии. Наличие гравитационного поля в первом порядке теории возмущений приводит к эффективной нелокальности источника, что проявляется в появлении интегрального слагаемого (тока натяжений), линейного по излучаемому и гравитационному полям. В связи с этим, часть слагаемых тока натяжений сокращается с динамической частью (соответствующим током), что существенно изменяет спектр: в любой размерности основной вклад в излучение дают частоты от 0 до  $\gamma/\rho$ , а излучение анизотропно, но имеет резкий максимум не в направлении вперед, как при отсутствии гравитационного взаимодействия, а в направлении образующих конуса (вокруг направления движущейся частицы) с раствором углов  $\theta_{\text{ср}} = \arccos v$ . Итоговую формулу для мощности излучения поля спина  $s = 0, 1, 2$  можно записать в виде

$$I_D^s = C_D^s \frac{\kappa_D^2 m m'}{\rho^{3D-9}} \gamma^{D-1} \quad (6)$$

где  $\kappa_D$  –  $D$ -мерная гравитационная константа,  $C_D^s$  – числовой коэффициент, зависящий от спина излучаемого поля  $s$  и размерности пространства  $D$ .

**Глава VI** "Излучение при наличии дополнительных компактифицированных размерностей" посвящена излучению при наличии дополнительного измерения, компактифицированного на

окружность  $S^1$ . Именно этот случай представляет наибольший практический интерес, поскольку в подавляющем большинстве современных многомерных моделей дополнительные измерения компактны. В разделе 6.1 рассмотрено тормозное излучение массивного скалярного фотона в четырехмерном пространстве для разных предельных случаев. Раздел 6.2 посвящен выводу различных функций Грина при одном компактном измерении и произвольном числе некомпактифицированных. В разделе 6.3 рассмотрено излучение заряда в теории Калуцы-Клейна. Дана оценка радиуса дополнительного измерения и найдено условие подавления массивных мод.

**В главе VII "Перенормировки в классической теории струн и бран"** исследована расходящаяся часть самодействия классического релятивистского протяженного объекта, вложенного в плоское пространство большей размерности. Показано, что контрчлены к действию зависят лишь от внешних кривизн соответствующего вложения. В частности, для струны Намбу-Гото в шестимерном пространстве, взаимодействующей со скалярным полем, контрчлен соответствует частному случаю лагранжианов Хельфриха:

$$S_{6D}^{2d} = \lambda \int \sqrt{h} [2K_{ab}K^{ab} + K^2] d^2\sigma, \quad (7)$$

где  $h$  – модуль определителя метрического тензора  $h_{ab}$  на мировом листе,  $K_{ab}$  – внешняя кривизна мирового листа,  $K$  – ее след.

**В приложениях** кратко изложен битензорный формализм (оператор параллельного переноса вдоль геодезической, функция Синга, определитель ван Флека), показана структура излучаемой части тензора энергии-импульса скалярного и электромагнитного полей в пространстве-времени четной размерности, вычислены инвариантные импульсные интегралы.

**В заключении** сформулированы основные результаты, полученные в диссертации.

## ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

1. Развита новый метод расчета излучения, классических перенормировок и реакции излучения в искривленном пространстве произвольной размерности, основанный на разложениях величин, локализованных на мировой линии. В рамках этого метода получены уравнения для точечных частиц, излучающих безмассовые поля спина нуль, единица и два в искривленном пространстве-времени различной размерности.
2. Развита общий метод построения запаздывающих функций Грина безмассовых полей различного спина в искривленном пространстве-времени произвольной размерности на основе рекуррентных разложений в терминах мировой функции Синга. Разработана техника разложения двухточечных тензорных функций, локализованных на мировой линии частицы, включая анализ сингулярностей. Развита квазилокальный метод расчета радиационного трения применительно к теориям безмассовых полей различного спина в искривленном пространстве с дополнительными некомпактифицированными измерениями.
3. Получено уравнение движения нейтральной массивной частицы в четырехмерном Риччи-неплоском фоновом пространстве с учетом реакции гравитационного излучения. Показано, что для самосогласованности уравнений необходим учет возмущения фонового поля того же порядка, что и исследуемое линейное собственное гравитационное поле.
4. Показана принципиальная возможность выделения излучаемой части поля в тензоре энергии-импульса электромагнитного поля в нечетномерном пространстве Минковского, исходя из свойств функций Грина и структуры излучаемой части тензора энергии-импульса в плоском пространстве четной размерности. Выведены формулы для скалярного и векторного препотенциалов на основе формул дробного дифференцирования.
5. Выявлена структура контрчленов, осуществляющих классические перенормировки в искривленном пространстве различных размерностей, найдена связь между контрчленами к действию в различных размерностях.

6. Решена двухчастичная задача о тормозном излучении массивных ультрарелятивистских частиц при гравитационном взаимодействии в пространстве произвольной размерности, когда одна из частиц имеет скалярный или электромагнитный заряд. Получены формулы для мощности излучения и спектрально-углового распределения. Показано, что с увеличением размерности мощность излучения растет степенным образом по релятивистскому фактору.
7. Рассчитано тормозное излучение массивного скалярного поля, и излучение электромагнитного поля в теориях с компактифицированными дополнительными измерениями. Дана оценка параметра компактификации.
8. Рассмотрены перенормировки в классической теории протяженных релятивистских объектов, вложенных в плоское пространство большей размерности. Показано, что контрчлены к действию зависят лишь от внешних кривизн соответствующего вложения. В частности, для струны Намбу-Гото в шестимерном пространстве контрчлен соответствует частному случаю лагранжианов Хельфриха.

**Основные результаты диссертации опубликованы в работах:**

1. *D. V. Gal'tsov, P. Spirin.* "Radiation reaction reexamined: Bound momentum and Schott term" // Грав.и косм. – v.12 – p.1-10, 2006 – hep-th/0405121.
2. *Спирин П.А., Штауб С.* Самодействие точечных гравитирующих частиц в искривленном пространстве // Тезисы докладов конф. "Ломоносов-2005".
3. *Гальцов Д.В., Спирин П.А. Штауб С.* "Реакция излучения в гравитационном поле: локальный метод." // Тезисы докладов конф. "Ломоносовские чтения-2005" Секция физики – М.: Физ. фак. МГУ, – с.80, 2005.
4. *Гальцов Д.В., Спирин П.А. Штауб С.* "Гравитационное радиационное трение точечных частиц" // Тезисы докладов XII Российской гравитационной конференции. Под общей редакцией проф. Ю.Г.Игнатьева. – Казань, Рос. грав. общ. – с.119, 2005.
5. *Гальцов Д.В., Спирин П.А. Штауб С.* "Радиационное трение и самодействие в шестимерном искривленном пространстве-времени" //

Тезисы докладов XII-й Российской гравитационной конференции. Под общей редакцией проф. Ю.Г.Игнатъева. – Казань, Рос. грав. общ. – с.143, 2005.

6. *D. Gal'tsov, P. Spirin, S. Staub*, "Radiation reaction in curved space-time: local method" // "Gravitation and Astrophysics", ed. J.M. Nester, C.-M. Chen, J.-P. Hsu. – World Scientific, 2006, – pp. 345-354 – gr-qc/0701004.

7. *D.V. Gal'tsov, P. Spirin*. "Radiation reaction in curved even-dimensional spacetime" // Грав.и косм. v.13 № 4 – p.1-12, 2007.

8. *Спирин П.А.* "Об излучении безмассовых полей в высших размерностях" // Тезисы докладов XIII-й Российской гравитационной конференции. – Москва, Рос. грав. общ. – с.69, 2008.

9. *D.V. Galt'sov, E.Yu. Melkumova, P.A. Spirin*, "Strings and branes bremsstrahlung in various dimensions" // Тезисы докладов XIII-й Российской гравитационной конференции. – Москва, Рос. грав. общ. – с.73, 2008.