

ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ

УДК 534.26:535

## КОЛЛИНЕАРНАЯ ДИФРАКЦИЯ СВЕТОВОГО ПУЧКА НА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ЦУГАХ

**В. Н. Парыгин, А. В. Вершубский**

*(кафедра физики колебаний)*

**Выведена система уравнений, описывающая коллинеарную дифракцию света на двух последовательных акустических цугах конечной длины, имеющих гауссово распределение амплитуды. Решение этих уравнений дало картину распределения амплитуд прошедшего и дифрагированного света в условиях сильного акустооптического взаимодействия, что позволило рассчитать форму дифрагированного светового импульса при различных длинах цугов, разностях фаз и расстояниях между цугами.**

Использование акустического цуга для спектрального анализа оптического излучения позволяет получить характеристики лучшие, чем при использовании непрерывного звукового сигнала, однако в этом случае сам анализ ограничен временем прохождения акустического цуга через кристалл. При коллинеарном акустооптическом взаимодействии [1–3], используя последователь-

ные акустические цуги, можно, при некоторых условиях, осуществлять спектральный анализ оптического излучения непрерывно.

Чтобы перейти к решению такой задачи, предварительно необходимо исследовать дифракцию света на двух последовательных акустических цугах при их прохождении через кристалл. При коллинеарном

взаимодействии дифракция происходит в течение всего времени, пока пучок распространяется внутри акустооптической ячейки. В случае, когда расстояние между цугами не превышает длину кристалла  $L$ , дифрагированный свет излучается непрерывно. При этом существует такой промежуток времени, когда акустооптическая дифракция происходит на двух цугах одновременно. Это приводит к существенному изменению формы дифрагированного светового импульса на выходе из ячейки.

В литературе имеется несколько работ по дифракции света на акустических цугах [4, 5], однако во всех случаях авторами рассматривалось только поперечное акустооптическое взаимодействие. Теоретические работы по коллинеарной дифракции света на коротких акустических цугах нам не известны.

Два одинаковых последовательных акустических цуга гауссовой формы длины  $2l$  с расстоянием между ними  $S$ , распространяющиеся без сноса энергии вдоль направления  $x$  со скоростью  $v$  в среде, могут быть записаны в виде  $a(x, y, z, t) = a_0 Z(x, y, z, t)$ , где

$$Z(x, y, z, t) = G(x, y, z) \left( \exp \left[ -\frac{(vt-x)^2}{l^2} \right] \exp \{j(\Omega_0 t - K_0 x)\} + \exp \left[ -\frac{(vt-x-S)^2}{l^2} \right] \exp \{j(\Omega_0 t - K_0[x-S] + \varphi_0)\} \right) + \text{к. с.}, \quad (1)$$

где

$$G(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{1-jD_1 x}} \frac{1}{\sqrt{1-jD_2 x}} \times \exp \left[ -\frac{y^2}{R_1^2(1-jD_1 x)} - \frac{z^2}{R_2^2(1-jD_2 x)} \right],$$

$a_0$  — амплитуда волны на входе в ячейку (при  $x = 0$ ),  $K_0$  и  $\Omega_0$  — центральные волновое число и частота акустического цуга соответственно,  $R_i$  — его поперечные размеры при  $x = 0$  и  $t = 0$ ,  $D_i = 2W_i/K_0 R_i$  — расходимости акустического цуга в направлении  $y$  и  $z$ ,  $W_i$  — характеристики анизотропного поперечного расщепления,  $\varphi_0$  — начальная фаза второго цуга,  $i = 1, 2$ .

Распространение акустического цуга (1) сопровождается волной упругих деформаций, описываемой тензором деформаций среды  $S_{lm} Z(x, y, z, t)$ . Пространственное и временное распространение деформаций соответствует (1), а их величина пропорциональна  $a_0$ . Волна деформаций изменяет показатели преломления среды. Это изменение связано с упруго-оптическим эффектом [6, 7], описываемым тензором  $p_{jklm}$ . Изменение компонент тензора диэлектрической проницаемости среды под действием акустического поля имеет вид  $\Delta \epsilon_{jk} = -N_j^2 N_k^2 \sum_{l,m=1}^3 p_{jklm} S_{lm}$ . Здесь  $N_j$  и  $N_k$  — главные показатели преломления среды,  $j, k, l, m$  — координатные индексы.

Дифракция света на звуке в этом случае описывается волновым уравнением вида

$$\text{rot rot } \mathbf{E} + \frac{\widehat{\epsilon}_0}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = -\frac{\Delta \widehat{\epsilon}}{c^2} \frac{\partial^2 Z \mathbf{E}}{\partial t^2}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{E}$  — электрический вектор световой волны,  $\widehat{\epsilon}_0$  — тензор диэлектрической проницаемости среды при отсутствии звука,  $\Delta \widehat{\epsilon}$  — изменение  $\widehat{\epsilon}_0$  при наличии звука. Следует заметить, что при рассмотрении световых пучков конечных размеров  $\text{rot rot } \mathbf{E} \neq \nabla^2 \mathbf{E}$ , поскольку  $\text{grad div } \mathbf{E}$  даже в изотропной среде не может считаться равным нулю.

Как известно, при коллинеарной дифракции поляризация дифрагированного светового пучка ортогональна поляризации падающего на акустооптическую ячейку света. Поэтому в области взаимодействия света и звука естественно представить световой пучок в виде суммы прошедшего и дифрагированного пучков с ортогональными поляризациями

$$\mathbf{E} = E_t(x, y, z) \mathbf{e}_t \exp[j(k_t x - \omega_t t)] + E_d(x, y, z) \mathbf{e}_d \exp[j(k_d x - \omega_d t)], \quad (3)$$

$\mathbf{e}_t, \mathbf{e}_d, \omega_t, \omega_d, n_t, n_d, k_d = \omega_d n_d/c$  и  $k_t = \omega_t n_t/c$  — направления поляризации, частоты, показатели преломления и средние волновые числа прошедшего и дифрагированного света соответственно.

Подставим вектор  $\mathbf{E}$  в форму (3) в уравнение (2). Используем условие дифракции  $\omega_d = \omega_t + \Omega_0$  и приравняем друг другу амплитуды при  $\exp\{j\omega_t t\}$  и  $\exp\{j\omega_d t\}$ . Пренебрегая величинами  $\partial^2 E_t / \partial t^2$  и  $\partial^2 E_d / \partial x^2$ , произведем двумерное фурье-преобразование обеих частей уравнения (2) в плоскости  $(yz)$ . Далее, опуская математические преобразования, аналогичные описанным в работах [8, 9] и учитывая ортогональность поляризаций  $\mathbf{e}_t, \mathbf{e}_d$ , в результате получим систему скалярных уравнений для спектров прошедшего и дифрагированного света  $U_t$  и  $U_d$ :

$$2jk_d \frac{\partial U_d}{\partial x} + k_y^2 U_d = q_1 \exp\{-j\eta x\} \times \iint_{-\infty}^{\infty} A(K_y, K_z, x, y) U_t(k_y + K_y, k_z + K_z, x) \times dK_y dK_z, \quad (4)$$

$$2jk_t \frac{\partial U_t}{\partial x} + k_z^2 U_t = q_2 \exp\{j\eta x\} \times \iint_{-\infty}^{\infty} A^*(K_y, K_z, x, t) U_d(k_y - K_y, k_z - K_z, x) \times dK_y dK_z, \quad (5)$$

где  $q_1 = k_t^2 (\mathbf{e}_t \Delta \widehat{\epsilon} \mathbf{e}_d) / n_t^2$ ,  $q_2 = k_d^2 (\mathbf{e}_d \Delta \widehat{\epsilon} \mathbf{e}_t) / n_d^2$ ,  $\eta = k_t + K_0 - k_d$ ,  $k_y, k_z, K_y$  и  $K_z$  — поперечные компоненты волновых векторов света и звука соответственно,  $A(K_y, K_z, x, t)$  — фурье-спектр звукового цуга. Связь между  $U_t$  и  $E_t$ , а также между  $U_d$  и  $E_d$  определяется соотношением вида

$$U(k_y, k_z, x) = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} E(x, y, z) \exp[-j(k_y y + k_z z)] dy dz, \quad (6)$$

а связь между  $A$  и  $Z$  — выражением вида

$$A(K_y, K_z, x, t) = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} Z(x, y, z, t) \exp[-j(K_y y + K_z z)] dy dz. \quad (7)$$

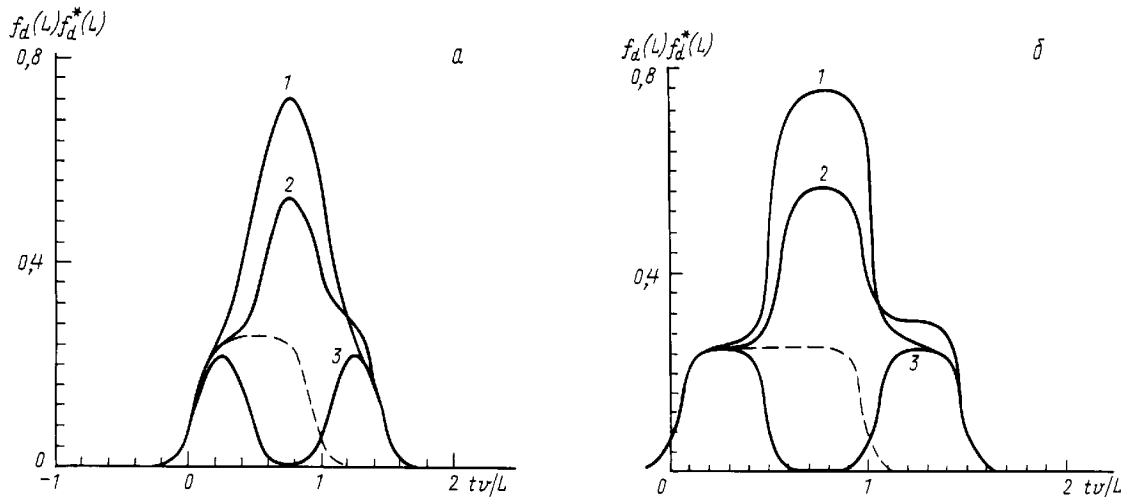


Рис. 1. Зависимость амплитуды дифрагированного светового импульса  $f_d(L)f_d^*(L)$  от безразмерного времени  $tv/L$  при изменении разности фаз между пучками длины  $l/L = 0,2$  (а) и  $0,1$  (б), расстояние между которыми равно половине длины кристалла ( $S/L = 0,5$ ).  $DL = 1$ ,  $\varphi = 0$  (1),  $\pi/2$  (2) и  $\pi$  (3)

Представим функции  $U_t$  и  $U_d$  в виде

$$U_t(k_y, k_z, x) = f_t(x) \exp\{jxk_z^2/2k_t\} \exp\{-(k_y^2 + k_z^2)r_t^2/4\}, \quad (8)$$

$$U_d(k_y, k_z, x) = f_d(x) \exp\{-jxk_y^2/2k_d\} \exp\{-(k_y^2 + k_z^2)r_d^2/4\}. \quad (9)$$

Здесь  $f_t(x)$ ,  $f_d(x)$  — зависящие от  $x$  амплитуды световых пучков, взятые по оси при  $k_y = k_z = 0$ . В (8), (9) радиусы падающего  $r_t$  и дифрагированного  $r_d$  гауссовых пучков света связаны соотношением  $r_d = r_t/\sqrt{(1 + r_t^2/R^2)}$ .

Подставим выражения (8), (9), а также (1) в уравнения (4), (5), считая  $R = R_1 = R_2$  и  $D = D_1 = D_2$ . При таких предположениях можно вычислить интегралы по  $dK_y$ ,  $dK_z$  в правых частях аналитически. Пренебрегая изменениями радиусов световых пучков, в результате получим систему из двух дифференциальных уравнений первого порядка, описывающих коллинеарную дифракцию света на гауссовых акустических цугах в случае сильного акустооптического взаимодействия:

$$\frac{df_d}{dx} = -j \frac{q_1 f_t(x) \exp\{-jx\eta\}}{(1 - jDx) + r_t^2/R^2} \times \left( \exp\left[-\frac{(vt-x)^2}{l^2}\right] + \exp\left[-\frac{(vt-x-S)^2}{l^2}\right] \exp\{j\varphi(S)\} \right), \quad (10)$$

$$\frac{df_t}{dx} = -j \frac{q_2 f_d(x) \exp\{-jx\eta\}}{(1 + jDx) + r_d^2/R^2} \times \left( \exp\left[-\frac{(vt-x)^2}{l^2}\right] + \exp\left[-\frac{(vt-x-S)^2}{l^2}\right] \exp\{j\varphi(S)\} \right), \quad (11)$$

где  $\varphi(S) = K_0 S + \varphi_0$  — разность фаз между пучками. В системе (10), (11) область взаимодействия лежит в пределах  $0 < x < L$ , поэтому при дальнейших расчетах будем пользоваться безразмерными величинами  $x/L$  и  $qL = q_1 L = q_2 L$ . Все расчеты проводились при нулевой расстройке ( $\eta = 0$ ), отношении радиусов пучков  $r_t/R = 0,1$  и  $D_1 L = D_2 L = DL$ .

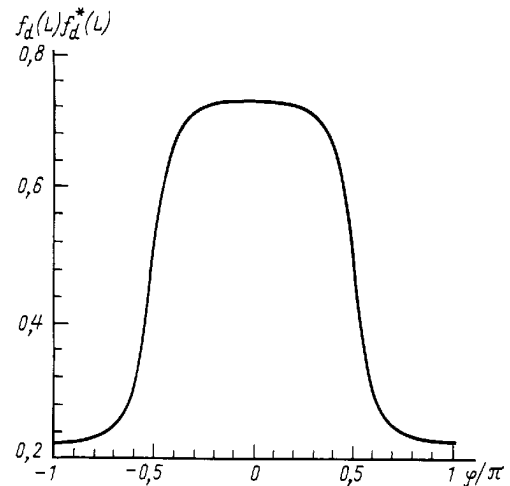


Рис. 2. Зависимость максимальной амплитуды дифрагированного светового импульса  $f_d(L)f_d^*(L)$  от разности фаз между пучками  $\varphi/\pi$ :  $l/L = 0,1$ ;  $DL = 1$

Форма дифрагированного светового импульса существенно зависит от разности фаз между пучками. На рис. 1,а изображена форма светового импульса при различных соотношениях фаз между пучками. Расстояние между пучками равно половине длины кристалла, а длина пучков в 5 раз меньше длины кристалла. Пунктирная кривая обозначает форму светового импульса в случае одиночного пучка. При нулевой разности фаз (кривая 1) амплитуда дифрагированного света увеличивается более чем вдвое по сравнению со случаем дифракции на одиночном пучке. При этом длительность светового импульса существенно больше, поскольку она определяется шириной пучков и расстоянием между ними. Увеличение разности фаз до  $\pi/2$  (кривая 2) снижает эффективность дифракции и искажает форму кривых, но сохраняет длительность дифрагированного импульса. Когда разность фаз равна  $\pi$  (кривая 3), дифракция на одном пучке оказывается в противофазе с дифракцией

на другом. Это приводит к тому, что световой импульс распадается на два, соответствующие тем моментам времени, когда в кристалле находится только один цуг. На рис. 1, изображена та же ситуация, но для вдвое более короткого акустического цуга. В этом случае результаты полностью повторяются, но четче выражена плоская вершина всех дифрагированных импульсов.

Из приведенных результатов видно, что разность фаз между акустическими цугами играет определяющую роль для эффективности дифракции. На рис. 2 показана зависимость максимальной амплитуды  $f_d(L)$ , пропорциональной эффективности дифракции, от разности фаз между цугами. Рассмотрим случай, когда цуги расположены симметрично относительно центра кристалла. Из рис. 2 видно, что эффективность дифракции оптимальна при разности фаз, по модулю не превышающей  $0,4\pi$ . При  $|\varphi| = \pi/2$  происходит резкий спад эффективности, и когда величина  $|\varphi|$  близка к значению  $\pi$ , эффективность падает более чем в 3 раза.

Основываясь на полученных расчетах, дальнейшие исследования проводили при оптимальной разности фаз  $\varphi = 0$ . На рис. 3, представлена зависимость формы дифрагированного светового импульса от расстояния между цугами, когда ширина каждого из цугов мала по сравнению с длиной кристалла. Изменение расстояния между цугами меняет соотношение временных интервалов, в течение которых в кристалле одновременно находятся один или два цуга. Кривая 1 соответствует случаю двух цугов, следующих непосредственно друг за другом, поэтому эффективность дифракции оказалась близкой к максимальной, а длительность светового импульса — к минимальной. При  $S = L/2$  (кривая 2) появляется отрезок времени  $tv/L$ , в течение которого дифракция происходит на одном цуге, соответственно кривая приобретает характерный двухступенчатый вид. Случай, когда расстояние между цугами равно длине кристалла (кривая 3), соответствует дифракции на двух последовательных одиночных цугах.

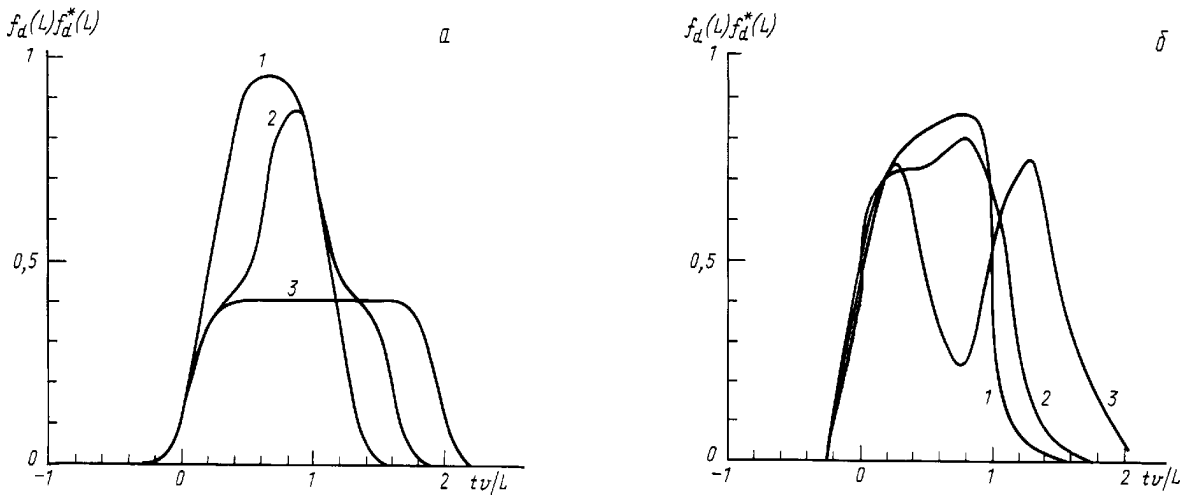


Рис. 3. Зависимость амплитуды дифрагированного светового импульса  $f_d(L)f_d^*(L)$  от безразмерного времени  $tv/L$  при изменении расстояния между цугами длины  $l/L = 0,2$  и расходимости  $DL = 1$  (a) и 5 (b):  $S/L = 0,25$  (1),  $0,5$  (2) и  $1$  (3)

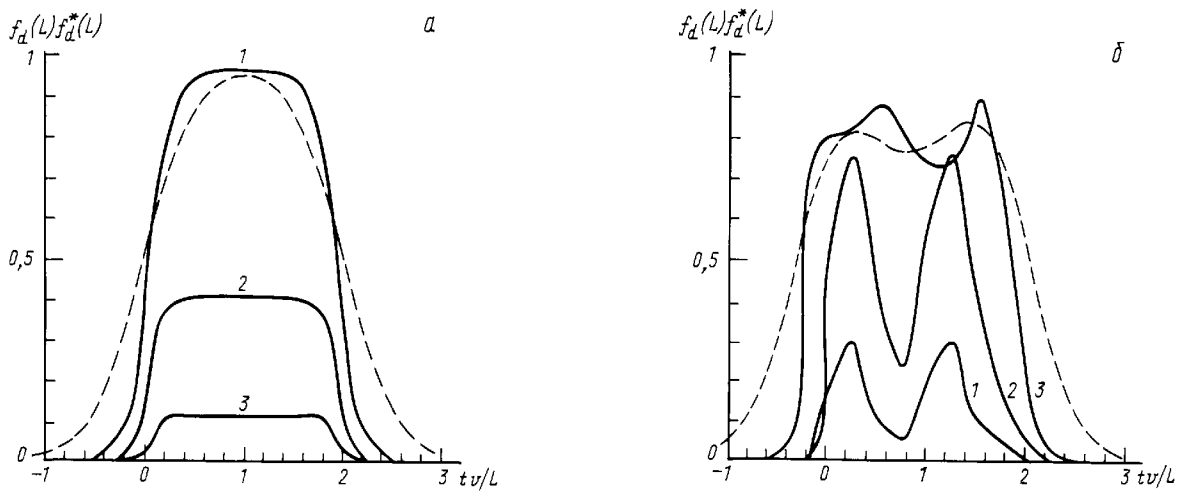


Рис. 4. Зависимость амплитуды дифрагированного светового импульса  $f_d(L)f_d^*(L)$  от безразмерного времени  $tv/L$  при изменении длины цугов для расстояний между цугами, равных длине кристалла ( $S/L = 1$ ), и расходимости  $DL = 1$  (a) и 5 (b):  $l/L = 0,4$  (1),  $0,2$  (2) и  $0,1$  (3)

При увеличении расходимости цугов ( $DL = 5$ ) и соответствующем увеличении входной акустической мощности в 10 раз (рис. 3,) форма импульсов дифрагированного света существенно изменяется по сравнению с соответствующими кривыми рис. 3., полная же длительность этих импульсов сохраняется. Если расстояние между цугами несущественно превышает ширину этих цугов, то дифрагированный импульс остается единым (кривые 1 и 2), в противном случае он распадается на два последовательных импульса (кривая 3).

На рис. 4, представлена зависимость формы дифрагированного светового импульса при различной ширине акустических цугов, когда расстояние между ними равно длине кристалла. На рис. 4,а сплошные кривые 1–3 соответствуют длительности цугов, меньшей половины длины кристалла, это означает, что последовательные цуги не перекрываются. Из рисунка видно, что форма импульса дифрагированного света в этом случае оказывается одинаковой и не зависит от длины цугов. При этом плоская вершина импульса сохраняется для всех кривых, поскольку большую часть времени дифракция происходит на одном из двух цугов. Однако интенсивность импульса дифрагированного света резко возрастает с увеличением длительности цугов. Очевидно, что при увеличении числа последовательных цугов, следующих на расстоянии  $L$ , дифрагированные импульсы (кривые 1–3) превратятся в непрерывный свет соответствующей амплитуды. Если цуги перекрываются (их длительность превышает половину длины кристалла), то плоская вершина дифрагированного импульса исчезает. Это хорошо иллюстрирует пунктирная кривая рис. 4., рассчитанная для случая, когда ширина цугов

равна длине кристалла:  $l = L = S$ . При этом максимальная перекачка достигается при вчетверо меньших величинах входной акустической мощности.

При увеличении расходимости цугов до  $DL = 5$ , как видно из рис. 4., плоская вершина импульса искажается из-за уменьшения амплитуды звука на оси по мере распространения цуга. При этом если  $l > 0,4L$ , то дифрагированный импульс сохраняется единым, а при меньших значениях  $l$  он распадается на два. Таким образом, при больших расходимостях акустического цуга последовательность этих цугов, следующих на расстоянии, равном длине кристалла, не дает возможности превратить дифрагированный импульс в непрерывный свет.

#### Литература

1. Парыгин В.Н., Вершубский А.В. // Акуст. журн. 1997. **43**, № 2. С. 170.
2. Парыгин В.Н., Вершубский А.В. // Опт. и спектр. 1996. **80**, № 3. С. 471.
3. Парыгин В.Н., Вершубский А.В. // Вестник Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1996. № 4. С.46 (Moscow University Phys. Bull. 1996. No. 4. P. 40).
4. Neighbors T.H., Mayer W.G. // J. Acoust. Soc. Am. 1983. **74**. P. 146.
5. Van Den Abeele K., Leroy O. // Ibid. 1990. **88**. P. 46.
6. Яриш А., Юх. П. Оптические волны в кристаллах. М., 1987.
7. Дьелесан Э., Руайе Д. Упругие волны в твердых телах. М., 1982.
8. Парыгин В.Н., Вершубский А.В. // Опт. и спектр. 1997. **82**, № 1. С. 138.
9. Parygin V.N., Vershoubskiy A.V. // Proc. SPIE. 1996. **2969**. P. 145.

Поступила в редакцию  
18.04.97