МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

Физический факультет

На правах рукописи

ХАРЛАНОВ ОЛЕГ ГЕОРГИЕВИЧ

ЭФФЕКТЫ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ В РАСШИРЕННОЙ СТАНДАРТНОЙ МОДЕЛИ ПОД ВЛИЯНИЕМ ВНЕШНИХ УСЛОВИЙ

Специальность 01.04.02
Теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2010

Работа выполнена на кафедре теоретической физики физического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук
проф. В. Ч. Жуковский.

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук
г. н. с. А. Е. Шабад, ФИРАН, Москва,

доктор физико-математических наук
г. н. с. К. Г. Клименко, ГНЦ ИФВЭ, Протвино.

Ведущая организация:

Лаборатория теоретической физики имени Н.Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований (ЛТФ ОИЯИ), Дубна.

Защита состоится «____» мая 2010 г. в «_______» на заседании диссертационного совета Д501.002.10 при Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова по адресу: 119991, Москва, Ленинские горы, МГУ, физический факультет, аудитория «_______».

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке физического факультета МГУ имени М. В. Ломоносова.

Автореферат разослан «____» апреля 2010 г.

Ученый секретарь диссертационного совета Д501.002.10
доктор физико-математических наук профессор

Ю. В. Грац

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы

На сегодняшний день в физике фундаментальных взаимодействий утвердились две теории — стандартная модель и общая теория относительности (ОТО) — которые полностью согласуются с экспериментальными данными. В то же время, существенный интерес представляет изучение явлений вне стандартной модели, таких как великое объединение, суперсимметрия, дополнительные размерности и квантовая гравитация. Теория последней не может быть напрямую получена квантованием ОТО принятыми в стандартной модели методами — с другой стороны, на ее корректное описание претендуют некоторые существующие теории, такие как, например, теория суперструн. В рамках последних теорий характерным является спонтанное нарушение лоренц- и CPT-инвариантности, происходящее при энергиях порядка планковской массы $M_{\mathrm{Pl}} \sim 10^{19}$ГэВ, что дает возможность изучать проявления физики планковских масштабов при достижимых на сегодняшний день энергиях с помощью постановки прецезионных экспериментов. Таким образом, изучение проявлений возможного нарушения лоренц- и CPT-инвариантности позволило бы, в лучшем случае, прояснить природу квантовой гравитации, а в худшем случае, наложить ограничения на параметры теорий, предлагающих ее описание.

Цель диссертационной работы

Целью данной диссертационной работы является исследование влияния нарушенной лоренц-инвариантности на две квантовых системы: электрон в связанном состоянии и электромагнитный вакуум между параллельными идеально проводящими пластинами. Соответственно, задачи, которые мы перед собой ставим, — это нахождение стационарных состояний электрона в водородоподобном атоме водорода, изучение его радиационных свойств и свойств по отношению к внешним полям в первом случае и нахождение зависимости силы Казимира от расстояния между пластинами во втором случае.

Научная новизна работы

В диссертационной работе впервые получены волновые функции стационарных состояний электрона в водородоподобном атоме на фоне нарушающего лоренц-инвариантность конденсата b_μ, как в $1/c^2$-приближении, так и с использованием полностью релятивистского подхода с квадратичной точностью по b_0. Обнаружено, что наличие ненулевого b_0 порождает специфическое расщепление энергетического спектра водородоподобного атома по орбитальному квантовому числу и асимметрию углового распределения излучения поляризованного атома, а также вносит CPT-нечетный вклад в анапольный момент атома.

В диссертации также проведен последовательный анализ задачи об эффекте Казимира в рамках $(3+1)D$ электродинамики Максвелла-Черна-Саймонса. Решена задача на стационарные состояния фотона между двумя параллельными проводящими пластинами, и в результате вычислена ведущая поправка к зависимости силы Казимира от расстояния между ними. Также предложен достаточно общий метод нахождения диадной функции Грина в электродинамике Максвелла-Черна-Саймонса. Выражение для этой функции получено для случая параллельных пластин, и на его основе найдена непертурбативная поправка к силе Казимира.

Научная и практическая значимость работы

Полученные в работе результаты могут быть использованы для установления новых ограничений сверху на параметры нарушения лоренц- и CPT-инвариантности (или даже обнаружения последнего), а также для дальнейшего исследования его влияния на радиационные и другие свойства атома водорода.

Развитые в работе методы полезны для дальнейшего развития теории эффекта Казимира, а рассмотренный в этом отношении случай электродинамики Максвелла-Черна-Саймонса может также иметь космологические приложения.

Апробация работы

Содержание различных разделов диссертационной работы представлялось в виде докладов на научной сессии-конференции секции ЯФ ОФН РАН «Физика фундаментальных взаимодействий» (ИТЭФ, Москва, 2007);

на 13-й и 14-й Международных Ломоносовских конференциях по физике элементарных частиц (МГУ, Москва, 2007, 2009); на конференции «Selected problems of modern theoretical physics» (ЛТФ им. Боголюбова, ОИЯИ, Дубна, 2008); на 4-й Международной Сахаровской конференции по физике (ФИРАН, Москва, 2009); на международных конференциях студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов–2007» и «Ломоносов–2008» (МГУ, Москва, 2007, 2008); на научных конференциях «Ломоносовские чтения» (МГУ, Москва, 2009, 2010). Кроме того, автор выступал на научном семинаре «Квантовая теория поля» в ведущей организации с докладом по материалам диссертации (ЛТФ имени Н.Н. Боголюбова, ОИЯИ, Дубна, 2010).

Публикации

Основные результаты, полученные в диссертации, опубликованы в 11 работах, список которых приведен в конце автореферата.

Структура диссертации

Диссертационная работа состоит из введения (глава 1), трех глав основного текста, заключения, четырех приложений (первое из которых содержит список основных обозначений) и списка литературы. Полный объем диссертации — 136 стр., рисунков — 3, список литературы включает 114 ссылок.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

В **Главе 1** (**Введении**) кратко обрисованы современные представления о спонтанном нарушении лоренц- и CPT-инвариантности и его связи с не ясной и на сегодняшний день физикой планковских масштабов, в частности, с квантовой гравитацией. На основе этих представлений в конце 1990-х годов В.А. Костелецким была предложена т.н. *расширенная стандартная модель* (РСМ), в которой поля стандартной модели взаимодействуют с постоянным фоном, представленным набором (псевдо)тензорных констант. Эти константы, как предполагается, являются конденсатами полей планковского масштаба и, в силу тензорного их характера, приводят к нарушению лоренц-инвариантности.

Далее перечислены основные работы по нарушению лоренц-инвариантности, в частности, по направлениям, которые автор развивает в последующих главах. Также обоснована актуальность исследований, проводимых в диссертационной работе.

Наконец, выписан лагранжиан расширенной электродинамики, которая возникает в рамках РСМ после спонтанного нарушения электрослабой симметрии. Для краткости ниже выписаны только две из десяти нарушающих лоренц-инвариантность поправок в его выражении, а именно те, которые изучаются в диссертационной работе:

$$\mathcal{L}_{\text{ext.QED}} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + k^{\mu}_{\text{AF}}A^{\nu}\tilde{F}_{\mu\nu} + \bar{\psi}(i\gamma^{\mu}(\partial_{\mu} + ieA_{\mu}) - m - b_{\mu}\gamma_5\gamma^{\mu})\psi, \qquad (1)$$

где $F_{\mu\nu} = \partial_{\mu}A_{\nu} - \partial_{\nu}A_{\mu}$ — тензор напряженности электромагнитного поля, $\tilde{F}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}F^{\alpha\beta}$ — дуальный тензор поля, $\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$ — символ Леви-Чивита с $\epsilon^{0123} = +1$, ψ — дираковский спинор, а m и e — масса и заряд электрона, соответственно. Слагаемые, содержащие постоянные (фоновые) псевдовекторы b_{μ} и k^{μ}_{AF}, являются СРТ-нечетными и нарушают лоренц-инвариантность.

В конце главы 1 представлен список публикаций, в которых изложены основные результаты исследований. Необходимо отметить, что каждая из последующих глав содержит подробное введение, поэтому в главе 1 приведено лишь краткое описание исследуемой проблемы.

Глава 2 посвящена исследованию связанного состояния дираковского электрона в потенциале неподвижного атомного ядра в рамках расширенной электродинамики с единственной нарушающей лоренц-инвариантность константой $b^{\mu} = (b^0, \boldsymbol{b})$. Гамильтониан электрона во внешнем поле $A_{\mu}(x)$ имеет вид:

$$\hat{H} = \boldsymbol{\alpha} \cdot \hat{\boldsymbol{P}} + m\gamma^0 + eA_0 - b_0\gamma_5 - \boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{\Sigma}, \qquad (2)$$

где $\hat{\boldsymbol{P}} = \hat{\boldsymbol{p}} - e\boldsymbol{A}$ — оператор обобщенного импульса, $\boldsymbol{\alpha} \equiv \gamma^0\boldsymbol{\gamma}$, $\boldsymbol{\Sigma} \equiv -\boldsymbol{\alpha}\gamma_5$. В сферически-симметричном случае $A^{\mu} = (\phi(r), \boldsymbol{0})$, $r \equiv |\boldsymbol{x}|$, наличие ненулевого b^0 приводит к нарушению пространственной (P-) четности. Преобразование же С-четности оставляет b_{μ} инвариантным, поэтому сравнение атомов водорода и антиводорода не может дать информации о наличии ненулевого b_{μ}.

В **разделе 2.3** выводится квазирелятивистское волновое уравнение для электрона во внешнем электромагнитном поле, т.е. уравнение, учитывающее слагаемые вплоть до $O(1/c^2)$ при разложении по степеням $1/c$. По этой причине разделах 2.3, 2.4 и 2.6 используется система единиц СГС, в которой $\hbar, c \neq 1$. Предполагается также, что $b^\mu = (cb_t, \boldsymbol{b})$ имеет размерность энергии, причем $b_t, \boldsymbol{b} = \mathcal{O}(c^0)$. Тогда для квазирелятивистского электрона с волновой функцией $\psi(x) \in \mathbb{C}^4$

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = \hat{H}\psi, \qquad \int \psi^\dagger\psi\, d^3x = 1, \tag{3}$$

$$\hat{H} = c\boldsymbol{\alpha}\cdot\hat{\boldsymbol{P}} + mc^2\gamma^0 + eA_0 - cb_t\gamma_5 - \boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{\Sigma}, \tag{4}$$

где $\hat{\boldsymbol{P}} = \hat{\boldsymbol{p}} - \frac{e}{c}\boldsymbol{A}$, $\hat{\boldsymbol{p}} = -i\hbar\boldsymbol{\nabla}$, и можно совершить сдвиг энергии и ввести квазирелятивистскую двухкомпонентную волновую функцию $\Phi(x) \in \mathbb{C}^2$, обладающую свойством сохранения нормы (в рамках $1/c^2$-точности):

$$\Phi(x) \equiv \left(1 + \frac{\Lambda^2}{8m^2c^2}\right)u(x), \quad \psi(x) = \exp\left\{-i\frac{mc^2}{\hbar}t\right\}\begin{pmatrix}u(x)\\ v(x)\end{pmatrix}, \tag{5}$$

где $\Lambda = \boldsymbol{\sigma}\cdot\hat{\boldsymbol{P}} + b_t$, $\boldsymbol{\sigma}$ — вектор из матриц Паули. Далее приближенное уравнение, наложенное на $\Phi(x)$, приводится к виду $i\hbar\partial\Phi/\partial t = \hat{h}\Phi$ с помощью метода итераций, давая в итоге квазирелятивистский гамильтониан вида:

$$\begin{aligned}\hat{h} \;&=\; \frac{\hat{P}_b'^2}{2m}\left(1 - \frac{\hat{P}_b'^2}{4m^2c^2}\right) - \frac{e\hbar}{2mc}\boldsymbol{\sigma H} - \boldsymbol{\sigma b} + eA_0 - \\ &-\; \frac{e\hbar}{4m^2c^2}\boldsymbol{\sigma}[\boldsymbol{E}\hat{\boldsymbol{P}}] - \frac{e\hbar^2}{8m^2c^2}\operatorname{div}\boldsymbol{E} + \frac{\boldsymbol{\sigma}[\hat{\boldsymbol{P}}[\boldsymbol{b}\hat{\boldsymbol{P}}]]}{2m^2c^2},\end{aligned} \tag{6}$$

$$\hat{\boldsymbol{P}}_b \;\equiv\; \hat{\boldsymbol{P}} + b_t\boldsymbol{\sigma}, \quad \hat{P}_b'^2 \equiv \hat{\boldsymbol{P}}_b^2 - 2b_t^2 \equiv \hat{\boldsymbol{P}}^2 + b_t^2 + 2b_t\boldsymbol{\sigma}\cdot\hat{\boldsymbol{P}}. \tag{7}$$

Этот гамильтониан эрмитов, а соответствующее уравнение эволюции для Φ обладает $U(1)$ калибровочной инвариантностью. Полученное выражение (6) согласуется с выражениями для гамильтониана Фолди-Вутхайзена для свободного электрона [Kostelecký, Lane, 1999] и для гамильтониана $1/c$-приближения во внешнем поле [Ferreira Jr., Moucherek, 2006] на фоне b_μ.

Раздел 2.4 посвящен рассмотрению водородоподобного атома на фоне b_μ в квазирелятивистском приближении. Автор также ограничился линейной точностью по b_μ.

Сначала рассматривается $1/c$-приближение (приближение Паули) в электромагнитном поле A_μ:

$$i\hbar\partial\Phi_P/\partial t = \hat{h}_P\Phi_P, \quad \hat{h}_P = \frac{\hat{\boldsymbol{P}}_b^2}{2m} + eA_0 - \frac{e\hbar}{2mc}\boldsymbol{\sigma H} - \boldsymbol{\sigma b}, \tag{8}$$

где A_μ содержит как связывающее поле ядра, так и внешнее поле, в которое помещен атом. Гамильтониан $\hat{h}_P$ можно унитарным преобразованием $\hat{U}_P = \exp\left\{\frac{ib_t}{\hbar}\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{x}\right\}$ привести к виду

$$\hat{h}_P \;\to\; \hat{h}'_P = \hat{U}_P\hat{h}_P\hat{U}_P^\dagger = \frac{\hat{\boldsymbol{P}}^2}{2m} + eA_0 - \left(\frac{e\hbar}{2mc}\boldsymbol{\sigma} + \hat{\boldsymbol{\mu}}_A\right)\boldsymbol{H} - \boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{b}, \tag{9}$$

$$\hat{\boldsymbol{\mu}}_A = -\frac{eb_t}{mc}[\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{x}]. \tag{10}$$

Как видим, в преобразованный гамильтониан b_0 входит в виде поправки $\hat{\boldsymbol{\mu}}_A$ к оператору магнитного момента электрона. Поэтому с использованием преобразования $\hat{U}_P$ задача на собственные состояния электрона в сферически-симметричном потенциале $A^\mu = (\phi(r), \boldsymbol{0})$ может быть сведена к случаю $b_\mu = 0$, и ее решения имеют вид:

$$(\Phi_P)_{nlm_lm_s}(\boldsymbol{x}) = R_{nl}(r)Y_{l,m_l}(\boldsymbol{x}/r)\left(1 - \frac{ib_t}{\hbar}\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{x}\right)\chi_{m_s}, \tag{11}$$

$$E_{nlm_s} = E_n^{(0)} - 2b_z m_s, \tag{12}$$

где R_{nl} и $E_{nl}^{(0)}$ — радиальные волновые функции и собственные значения энергии электрона при $b_\mu = 0$, Y_{l,m_l} — сферические функции, а χ_{m_s} — нормированные собственные векторы матрицы $\sigma_3/2$ с собственным значением m_s. Квантовые числа $n = 1, 2, 3, ...$, $l = \overline{0, n-1}$, $m_l = \overline{-l, l}$, $m_s = \pm 1/2$. Необходимо отметить, что квантовые числа l, m_l, m_s соответствуют орбитальному моменту, его z-проекции и z-проекции спина *только в преобразованном оператором $\hat{U}_P$ представлении*. Более того, результат для собственных значений энергии является чисто формальным, поскольку в $1/c$-приближении не учтено спин-орбитальное взаимодействие. Если учесть последнее и использовать теорию возмущений для слагаемого $-\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{b}$, то порожденный последним сдвиг энергии

$$\Delta E_{nljm_j}^{(\boldsymbol{b})} = -\frac{2\varkappa m_j}{2l+1}b_z, \tag{13}$$

где $\varkappa = (-1)^{(l-l'+1)/2}$, $l' = 2j - l$ и выбрана система координат, в которой $\boldsymbol{b} = b_z\boldsymbol{e}_z$ ($\boldsymbol{e}_z$ — единичный орт в направлении оси z). Квантовые числа $n = 1, 2, 3, ...$, $l = \overline{0, n-1}$, $j = l \pm 1/2$, $j \neq -1/2$, $m_j = \overline{-j, j}$. Результат для сдвига энергии уже получали ранее другие авторы, но они допустили ошибку в коэффициенте. Таким образом, наличие ненулевого $\boldsymbol{b}$ приводит к расщеплению по квантовым числам l, m_j, причем расщепление по последнему эквидистантно и имеет $2j+1$ компонент. Эта ситуация аналогична аномальному эффекту Зеемана. Однако на величину пространственных компонент b^μ наложены очень жесткие ограничения, $|\boldsymbol{b}| \lesssim 10^{-19}$эВ, в то время как $|b_0| \lesssim 10^{-2}$эВ, поэтому далее в работе считается, что $\boldsymbol{b} = 0$.

Оказывается, и в $1/c^2$-приближении в случае *кулоновского* потенциала $eA^\mu = -Z\alpha\hbar c\delta_0^\mu/r$ и $\boldsymbol{b} = 0$ существует унитарное преобразование $\hat{U} = \exp\left\{\frac{ib_t}{\hbar}\left(1 + \frac{Z\alpha\hbar}{2mcr}\right)\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{x}\right\}$, сводящее гамильтониан (6) к его виду при $b_0 = 0$. С его использованием получаются собственные функции электрона при $b_0 \neq 0$ в квазирелятивистском приближении:

$$\Phi_{nljm_j}(\boldsymbol{x}) = R_{nlj}(r)\left\{Y^l_{jm_j}(\boldsymbol{x}/r) + \frac{\varkappa b_t r}{\hbar}\left(1 + \frac{Ze^2}{2mc^2 r}\right)Y^{l'}_{jm_j}(\boldsymbol{x}/r)\right\}, \quad (14)$$

$$E_{nj} = E^{(0)}_{nj} = -\frac{Z^2\hbar R}{n^2}\left[1 + \frac{Z^2\alpha^2}{n}\left(\frac{1}{j+1/2} - \frac{3}{4n}\right)\right], \quad (15)$$

где R_{nlj} — радиальные функции при $b_0 = 0$, $E^{(0)}_{nj}$ — собственные значения энергии при $b_0 = 0$, дающиеся формулой Бора-Зоммерфельда, а $Y^l_{jm_j}$ — шаровые спиноры. Квантовые числа $j = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \ldots$ и $m_j = \overline{-j, j}$ соответствуют полному моменту электрона и его z-проекции, в то время как квантовое число $l = j \pm 1/2 = \overline{0, n-1}$ определяет собственное значение оператора

$$\hat{\boldsymbol{l}}^2_b = \hat{U}^\dagger\hat{\boldsymbol{l}}^2\hat{U} = \hat{\boldsymbol{l}}^2 - \frac{b_t}{\hbar}\left(1 + \frac{Z\alpha\hbar}{2mcr}\right)\boldsymbol{\sigma}\left([\hat{\boldsymbol{x}}\hat{\boldsymbol{l}}] - [\hat{\boldsymbol{l}}\hat{\boldsymbol{x}}]\right), \quad (16)$$

равное $l(l+1)$. Как видим, спектр атома водорода не отличается характерного для случая $b_0 = 0$ в рамках линейного приближения по b_0.

Наконец, если поместить поляризованный по спину атом водорода в основном состоянии $|\Phi_0\rangle$ в слабое внешнее магнитное поле $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})$, то можно ввести эффективную потенциальную энергию атома в этом поле $V = \langle\Phi_0|\,\hat{h}_P\,|\Phi_0\rangle$. Совершив в этом выражении унитарное преобразование $\hat{U}_P$, нетрудно убедиться, что поправка b_0 вносит в потенциальную энергию вклад вида

$$V_{\mathrm{Z}} \equiv \langle -\hat{\boldsymbol{\mu}}_A \cdot \boldsymbol{H}(\hat{\boldsymbol{x}})\rangle \approx -\boldsymbol{T}_{\mathrm{Z}} \cdot \mathrm{rot}\,\boldsymbol{H}, \quad (17)$$

где *анапольный момент* $\boldsymbol{T}_{\mathrm{Z}} = -2er^2_{\mathrm{B}}\left(\frac{b_0}{mc^2}\right)m_j\boldsymbol{e}_z$. Здесь $m_j = \pm 1/2$ — проекция спина на ось z, а $r_{\mathrm{B}} = \hbar/\alpha mc$ — первый боровский радиус. Из оценок на величину b_0 анапольный момент

$$|\boldsymbol{T}_{\mathrm{Z}}| \lesssim 0.5 \times 10^{-24}\text{см}^2 \cdot |e|, \quad (18)$$

что может на 7–10 порядков превышать величины анапольных моментов электрона и ядра, обусловленные электрослабыми радиационными поправками. Для не поляризованных по спину (смешанных) состояний анапольный момент электронной оболочки равен нулю.

Далее, в **разделе 2.5**, рассматривается релятивистское уравнение Дирака для электрона в связанном состоянии на фоне конденсата $b^{\mu} = (b_0, \mathbf{0})$. Представив внешний потенциал в виде $A^{\mu}(x) = (A_0^{\text{ext}}(x) + \phi(r), \boldsymbol{A}^{\text{ext}}(x))$, где $\phi(r)$ — сферически-симметричное поле, например, связывающий потенциал ядра, можно преобразовать уравнение Дирака (3) с помощью унитарного преобразования, сохраняющего калибровочную инвариантность:

$$\psi(x) \;\rightarrow\; \tilde{\psi}(x) = e^{ib_0\hat{\Delta}_A}\psi(x), \tag{19}$$

$$\hat{H} - i\partial/\partial t \;\rightarrow\; \hat{\tilde{H}} - i\partial/\partial t = e^{ib_0\hat{\Delta}_A}\left(\hat{H} - i\partial/\partial t\right)e^{-ib_0\hat{\Delta}_A}; \tag{20}$$

$$\hat{\Delta}_A \;=\; \boldsymbol{\Sigma}\cdot\hat{\boldsymbol{x}} - \frac{i}{m}(\boldsymbol{\Sigma}[\hat{\boldsymbol{x}}\hat{\boldsymbol{P}}] + 1)\gamma^0\gamma_5. \tag{21}$$

В рамках квадратичного приближения по b_0 это дает:

$$\begin{aligned}\hat{\tilde{H}} \;\approx\;& \boldsymbol{\alpha}(\hat{\boldsymbol{p}} - e\boldsymbol{A}^{\text{ext}}) + m\gamma^0 + e(\phi + A_0^{\text{ext}}) - \\ -\;& \frac{b_0^2}{m}\hat{f}\gamma^0 - \hat{\boldsymbol{d}}_A\boldsymbol{E}^{\text{ext}} - \hat{\boldsymbol{\mu}}_A\boldsymbol{H}^{\text{ext}} + H_{\text{int}}^{(2)}[A^{\text{ext}}],\end{aligned} \tag{22}$$

где $\hat{f} \equiv \boldsymbol{\Sigma}\hat{\boldsymbol{l}} + 1$, $\hat{\boldsymbol{d}}_A = \frac{ieb_0}{m}[\boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{x}]$, $\hat{\boldsymbol{\mu}}_A = -\frac{eb_0}{m}\gamma^0[\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{x}]$, а $H_{\text{int}}^{(2)}[A^{\text{ext}}]$ обозначает слагаемые второго порядка по b_0, описывающие взаимодействие с внешним полем A_{μ}^{ext} и квадратичные по последнему. Теперь в случае $A_{\mu}^{\text{ext}} = 0$ преобразованный гамильтониан равен

$$\hat{\tilde{H}} = \boldsymbol{\alpha}\hat{\boldsymbol{p}} + m\gamma^0 + e\phi(r) - \frac{b_0^2}{m}\hat{f}\gamma^0, \tag{23}$$

и его собственные функции можно взять в виде:

$$\tilde{\psi}_{n_r l j m_j}(\boldsymbol{x}, t) = \begin{pmatrix} R_{n_r l j}^{(u)}(r)Y_{jm_j}^{l}(\boldsymbol{x}/r) \\ \varkappa R_{n_r l j}^{(v)}(r)Y_{jm_j}^{l'}(\boldsymbol{x}/r)\end{pmatrix}. \tag{24}$$

На этих функциях оператор $\hat{f}\gamma^0$ принимает точное значение, равное $\varkappa(j + 1/2)$, что приводит к следующему спектру при ненулевом b_0:

$$E = \tilde{E} = E_{n_r l j}^{(0)} - \varkappa(j + 1/2)\frac{b_0^2}{m} = E_{n_r l j}^{(0)} \pm (j + 1/2)\frac{b_0^2}{m} \quad \text{для } l = j \pm 1/2, \tag{25}$$

где $E^{(0)}_{n_r l j}$ — собственное значение энергии при $b_0 = 0$. В итоге, в интересном с физической точки зрения кулоновском случае $e\phi(r) = -Z\alpha/r$ при $b_0 \neq 0$ снимается вырождение по квантовому числу $l = j \pm 1/2$, причем величина расщепления $\Delta E(j) = E_{n_r l j}\Big|^{l=j+1/2}_{l=j-1/2} = (2j+1)b_0^2/m$ квадратична по b_0 и растет с увеличением полного момента j. Это расщепление конкурирует с лэмбовским сдвигом, обусловленным радиационными поправками, особенно для больших j. На основе данных экспериментов по последнему получается оценка

$$|b_0| \lesssim 3 \times 10^{-3}\text{эВ}, \tag{26}$$

усиливающая существующие на настоящий момент ограничения на величину b_0. Наконец, действие обратного к (19) преобразования на волновые функции (24) приводит к собственным функциям при $b_0 \neq 0$

$$\psi_{n_r l j m_j}(\boldsymbol{x}) = e^{-b_0^2 f^2/2m^2} e^{-b_0^2 r^2/2} \begin{pmatrix} R^{(u)}_{n_r l j} Y^{l}_{j m_j} - b_0 \varkappa \left(\frac{f}{m} R^{(v)}_{n_r l j} - r R^{(u)}_{n_r l j}\right) Y^{l'}_{j m_j} \\ \varkappa R^{(v)}_{n_r l j} Y^{l'}_{j m_j} - b_0 \left(\frac{f}{m} R^{(u)}_{n_r l j} + r R^{(v)}_{n_r l j}\right) Y^{l}_{j m_j} \end{pmatrix}, \tag{27}$$

где радиальные зависимости $R^{(u,v)}_{n_r l j}$ берутся из задачи при $b_0 = 0$. В кулоновском случае выражения для этих функций хорошо известны. Напомним, что связь между главным и радиальным квантовыми числами имеет вид $n_r = n - l - 1$, поэтому $n_r = 0, 1, 2, \ldots$

В **разделе 2.6** показано, что наличие нарушающей лоренц-инвариантность поправки b_0 приводит к специфической асимметрии углового распределения излучения поляризованных по спину атомов водорода. Можно показать, что в нерелятивистском выражении для матричного элемента излучения ведущих мультипольностей возникает специфическая CPT-нечетная добавка, содержащая поправку $\hat{\boldsymbol{\mu}}_A$ к магнитному моменту:

$$M_{fi} = \langle f | \boldsymbol{e}(\boldsymbol{k}) \cdot \left(e\hat{\boldsymbol{x}} - \frac{ie}{2}(\boldsymbol{k}\cdot\hat{\boldsymbol{x}})\hat{\boldsymbol{x}} - \frac{1}{k}[\boldsymbol{k}\hat{\boldsymbol{\mu}}] \right) | i \rangle , \tag{28}$$

где $\hat{\boldsymbol{\mu}} = \frac{e\hbar}{2mc}(\hat{\boldsymbol{l}} + \boldsymbol{\sigma}) + \hat{\boldsymbol{\mu}}_A$, $|i\rangle$ и $\langle f|$ — начальное и конечное состояния электрона в атоме, *приведенные к виду при* $b_0 = 0$ *преобразованием* $\hat{U}_P$, а $\boldsymbol{k}$ и $\boldsymbol{e}(\boldsymbol{k})$ — волновой вектор и вектор поляризации фотона соответственно. Поправка, содержащая $\hat{\boldsymbol{\mu}}_A$, открывает возможность переходов с несохранением P-четности, и ее вклад в излучение интерферирует с сохраняющим четность (например, электрическим дипольным) излучением. В линейном приближении b_0 не вносит вклад ни в полную интенсивность излучения, ни в угловое распределение излучения для неполяризованных атомов. Для перехода между *поляризованными* состояниями $2p_{1/2(m_j=1/2)} \to 1s_{1/2(m_j=-1/2)}$ распределение вероятности излучения по сфере имеет вид:

$$\frac{dW_{fi}}{d\Omega_{\boldsymbol{k}}} = \frac{512\alpha^3 R}{6561\pi}\left\{1 + \cos^2\Theta - \frac{8b_0}{mc^2}\cos\Theta\right\}, \qquad (29)$$

где $R = \alpha^2 mc^2/2\hbar$ — постоянная Ридберга, а Θ — угол между осью квантования момента и волновым вектором $\boldsymbol{k}$. Как видим, в верхнюю и нижнюю полуплоскости излучаются неравные количества энергии, относительная разность которых имеет порядок $|b_0|/mc^2 \lesssim 10^{-8}$. В диссертационной работе не рассматривались способы достижения поляризации атомов, хотя теоретически этого можно было бы добиться приложением слабого однородного магнитного поля.

Глава 3 посвящена изучению эффекта Казимира между двумя параллельными идеально проводящими пластинами в рамках (3+1)-мерной электродинамики Максвелла-Черна-Саймонса (MCS-электродинамики). Эта теория соответствует расширенной электродинамике с нарушающей лоренц-инвариантность константой k^μ_{AF} в фотонном секторе. Далее рассматривается исключительно фотонный сектор теории и случай $k^\mu_{AF} = (k_{AF}, \mathbf{0})$. Отличительная особенность MCS-электродинамики заключается в том, что ее канонический тензор энергии-импульса $T^{\mu\nu}_{\text{can}}$ не может быть приведен к симметричному виду. Более того, его невозможно сделать калибровочно-инвариантным, что связано с тем, что сам лагранжиан меняется на полную 4-дивергенцию при калибровочном $U(1)$-преобразовании. Однако в **разделе 3.2.1** показывается, что пространственной области V, ограниченной неподвижной идеально проводящей оболочкой P, можно приписать калибровочно-инвариантный 4-импульс $\mathcal{P}^\mu = \int\limits_V \theta^{0\mu}\, d^3x$, где $\theta^{\mu\nu} = T^{\mu\nu}_{\text{can}} - \partial_\lambda \Xi^{[\lambda\mu]\nu}$, так что $\partial_\mu \theta^{\mu\nu} = 0$. Для калибровочной инвариантности также необходимо, чтобы на поверхности P отсутствовала статическая нормальная компонента магнитного поля H_n, однако, как легко показать, статические поля не вносят вклад в эффект Казимира, поэтому не нарушая общности, можно считать, что $H_n = 0$ на поверхности P. В итоге выводятся две калибровочно-инвариантных формулы для натяжения Казимира — через производную вакуумной энергии по объему V и через нормальную к материальной поверхности компоненту тензора $\theta^{\mu\nu}$.

В **разделе 3.2.2** проводится квантование поля в радиационной калибровке $A^0 = 0$, $\operatorname{div}\boldsymbol{A} = 0$ в случае параллельных пластин и показывается, что энергия вакуума

$$E_{\mathrm{vac}} = \int\limits_V \langle\theta^{00}\rangle_0 d^3x = \frac{1}{2}\int\limits_V d^3x\langle \boldsymbol{E}^2 + \boldsymbol{H}^2 - 2k_{AF}\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{H}\rangle_0 = \frac{1}{2}\sum_n \omega_n, \qquad (30)$$

где ω_n — собственные значения энергии, получающиеся из секулярного уравнения

$$(\omega_n^2 + \nabla^2)\boldsymbol{A}_n(\boldsymbol{x}) = -2k_{AF}\,\mathrm{rot}\,\boldsymbol{A}_n(\boldsymbol{x}), \quad \boldsymbol{x}\in V, \qquad (31)$$

причем касательные компоненты $\boldsymbol{A}_n$ должны обращаться в нуль на пластинах. Таким образом, на моду с частотой ω_n приходится $\omega_n/2$ вакуумной энергии, как в электродинамике Максвелла. Необходимо отметить, что при $k_{AF}\neq 0$ уравнение (31) имеет вещественные и чисто мнимые собственные значения ω_n, однако, состояния с мнимой энергией при достаточно близко расположенных пластинах образуют множество меры нуль (что доказывается в **приложении B.1**), поэтому квантование электромагнитного поля, все же, имеет смысл. Сила Казимира, с учетом (30), принимает вид:

$$f_{\mathrm{Casimir}} = -\frac{1}{2L^2}\frac{\partial}{\partial D}\sum_n \omega_n(D), \qquad (32)$$

где $L\to\infty$ — линейный размер пластин, а D — расстояние между ними.

Теперь, в **разделе 3.3**, находятся выражения для однофотонных мод $\boldsymbol{A}_n(\boldsymbol{x})$ и их энергетического спектра $\omega_n(D)$. Декартова система координат xyz выбирается так, чтобы пластины лежали в плоскостях $z=\pm a$, $a=D/2$, а решения для потенциала ищутся в виде:

$$\boldsymbol{A}_n(\boldsymbol{x}) = Ne^{i\boldsymbol{kx}}\boldsymbol{f}(z), \quad \boldsymbol{k}=(k_x,k_y,0), \quad N\in\mathbb{R}, \qquad (33)$$

$$\boldsymbol{kf}(-z) = -\Pi\boldsymbol{kf}(-z), \quad [\boldsymbol{kf}(-z)] = \Pi[\boldsymbol{kf}(-z)], \quad \Pi=\pm1. \qquad (34)$$

Оси x, y координатной системы можно выбрать так, чтобы $k_y=0$, $k_x=k\geq 0$. Тогда оказывается, что на частоты ω_n налагается условие

$$g_\Pi(\omega_n^2) \equiv \varphi_\Pi(\varkappa_+a)\varphi_{-\Pi}(\varkappa_-a)\sin\theta_- + \varphi_\Pi(\varkappa_-a)\varphi_{-\Pi}(\varkappa_+a)\sin\theta_+ = 0, \qquad (35)$$

где $\varphi_\pm(x)\equiv\begin{cases}\cos x\\ \sin x\end{cases}$, $\varkappa_\lambda=\sqrt{K_\lambda^2-k^2}$, $K_\lambda=-\lambda k_{AF}+\sqrt{\omega_n^2+k_{AF}^2}$, $\sin\theta_\lambda=\varkappa_\lambda/K_\lambda$, $\lambda=\pm1$. Также в разделе 3.3 представлено выражение для собственных функций $\boldsymbol{f}(z)$.

В следующем **разделе 3.4** находятся асимптотические выражения для решений уравнения (35), нумерующихся квантовым числом $m=1,2,3,...$,

$$\omega_{k,\Pi,m}\approx\omega_{\mathrm{M}} - \frac{k_{AF}^2}{2\omega_M}\left(1-(1-2(-1)^m\Pi)\frac{k^2}{\varkappa_{\mathrm{M}}^2}\right), \quad k\geq 0, \Pi=\pm1, \qquad (36)$$

где $\omega_{\mathrm{M}} = \sqrt{k^2 + \varkappa_{\mathrm{M}}^2}$, $\varkappa_{\mathrm{M}} = \pi m/2a$, и ведущая поправка к дзета-функции

$$\zeta(s) = \frac{1}{L^2}\sum_n (\omega_n^2)^{-s} = \int\limits_0^\infty \frac{kdk}{2\pi}\sum_{\Pi=\pm1}\sum_m (\omega_{k,\Pi,m}^2)^{-s}. \tag{37}$$

После деления на $L^2 \to \infty$ вклад состояний с мнимой энергией в $\zeta(s)$ дает нуль, так что дзета-функция является однозначно определенной. Выражение для нее имеет вид:

$$\zeta(s) = \frac{1}{2\pi(s-1)}\left(\frac{D}{\pi}\right)^{2s-2}\left(\zeta_{\mathrm{R}}(2s-2) + (s-2)\left(\frac{k_{\mathrm{AF}}D}{\pi}\right)^2\zeta_{\mathrm{R}}(2s) + o(k_{\mathrm{AF}}^3)\right), \tag{38}$$

где $\zeta_{\mathrm{R}}(s)$ — дзета-функция Римана. Теперь с учетом того, что $\frac{1}{L^2}E_{\mathrm{vac}}^{\mathrm{ren}} = \frac{1}{2}\zeta(-1/2)$, получается асимптотическое выражение для силы Казимира

$$f_{\mathrm{Casimir}} = -\frac{\partial}{\partial D}\frac{E_{\mathrm{vac}}^{\mathrm{ren}}}{L^2} = -\frac{\pi^2}{240D^4}\left(1 + \frac{25(k_{\mathrm{AF}}D)^2}{3\pi^2} + o((k_{\mathrm{AF}}D)^3)\right), \tag{39}$$

справедливое при $D \ll 1/|k_{AF}|$. Тем не менее, асимптотические выражения (36) не имеют смысла для мод, которые переходят в моды с $m = 0$ в случае $k_{AF} \to 0$ (“квазинулевых” мод). Для корректного учета их вкладов в вакуумную энергию в **разделе 3.5** используется явное суммирование всех неотрицательных корней уравнения (35) с помощью теоремы вычетов. Чтобы придать такой сумме смысл, вводится мягкое обрезание:

$$\frac{\mathrm{Re}\,E_{\mathrm{vac}}}{L^2} = \frac{D}{2}\int\limits_0^\infty \frac{k\,dk}{2\pi}\sum_{\Pi=\pm1} S_\Pi(D), \quad S_\Pi(D) = \frac{1}{D}\sum_m{}' \omega_{k,\Pi,m}e^{-\omega_{k,\Pi,m}/\sqrt{k\Lambda}}, \tag{40}$$

где $\Lambda \to \infty$, а суммирование в последнем выражении проводится по корням ω уравнения $\tilde{g}_\Pi(\omega^2) = 0$, где

$$\tilde{g}_\Pi(\omega^2) = \frac{g_\Pi(\omega^2)}{\varphi_\Pi(\varkappa_+a)\varphi_\Pi(\varkappa_-a)} = \mathrm{tg}^\Pi\,\varkappa_+a\;\sin\theta_+ + \mathrm{tg}^\Pi\,\varkappa_-a\;\sin\theta_-. \tag{41}$$

Теперь будем считать, что $k_{AF} \geq 0$ (нетрудно показать, что вакуумная энергия не зависит от знака k_{AF}), тогда положительные частоты ω соответствуют точкам, лежащим на положительной вещественной полуоси в плоскости комплексного K_+. Если охватить эту полуось контуром C, состоящим из отрезка мнимой оси $C_{\mathrm{Im}} = [i\Lambda, -i\Lambda]$ и полуокружности C_Λ радиуса Λ, то из теоремы вычетов получается:

$$S_\Pi = \frac{\Pi}{2} \oint\limits_C \frac{dK_+}{2\pi i} \omega(K_+) e^{-\omega(K_+)/\sqrt{k\Lambda}} \frac{\Xi_\Pi}{\tilde{g}_\Pi}, \tag{42}$$

$$\Xi_\Pi = \sum_{\lambda=\pm1} \left(1 - \mathrm{tg}^\Pi \varkappa_\lambda a \, \mathrm{tg}^\Pi \varkappa_{-\lambda} a \frac{\sin\theta_\lambda}{\sin\theta_{-\lambda}} + \frac{\Pi \, \mathrm{tg}^\Pi \varkappa_\lambda a \cos^2\theta_\lambda}{\varkappa_\lambda a} \right), \tag{43}$$

где $\omega(K_+) = \sqrt{K_+ K_-} = \sqrt{K_+(K_+ + 2k_{AF})}$. Перенормировка этого выражения имеет вид $S_\Pi(D, \Lambda) \to S_\Pi^{\mathrm{ren}}(D, \Lambda) = S_\Pi(D, \Lambda) - \frac{C_\Pi^{(1)}(\Lambda)}{D} - C_\Pi^{(2)}(\Lambda)$, где функции $C_\Pi^{(1,2)}(\Lambda)$ не зависят от D. Оказывается, что интеграл по полуокружности C_Λ полностью исчезает после перенормировки и перехода к пределу $\Lambda \to \infty$. Переопределив же параметры в интеграле по C_{Im}, можно прийти к выражению для перенормированной вакуумной энергии (энергии Казимира):

$$\frac{1}{L^2} \operatorname{Re} E_{\mathrm{vac}}^{\mathrm{ren}} = -\frac{1}{4\pi a^3} \int\limits_0^\infty \frac{kdk}{2\pi} \sum_{\Pi=\pm1} \int\limits_{-\infty}^\infty dK_+ \, \omega(K_+) \frac{\Xi_\Pi^{\mathrm{ren}}}{\tilde{g}_\Pi}, \tag{44}$$

$$\Xi_\Pi^{\mathrm{ren}} = 2 - \sum_{\lambda=\pm1} \mathrm{th}^\Pi \varkappa_\lambda \left\{ 1 + \frac{\mathrm{ch}\,\theta_\lambda}{\mathrm{ch}\,\theta_{-\lambda}} (1 - \mathrm{th}^\Pi \varkappa_{-\lambda}) + \sum_{\lambda'=\pm1} \frac{\lambda\lambda' \, \mathrm{sh}^2\theta_{\lambda'} \, \mathrm{ch}\,\theta_{-\lambda'}}{\varkappa_{\lambda'}(\mathrm{ch}\,\theta_+ + \mathrm{ch}\,\theta_-)} \right\}, \tag{45}$$

где теперь $\tilde{g}_\Pi = \mathrm{ch}\,\theta_+ \, \mathrm{th}^\Pi \varkappa_+ + \mathrm{ch}\,\theta_- \, \mathrm{th}^\Pi \varkappa_-$, $K_- = K_+ - 2ik_{\mathrm{AF}} a$, $\omega(K_+) = \sqrt{K_+ K_-}$, $\varkappa_\pm = \sqrt{K_\pm^2 + k^2}$, $\mathrm{sh}\,\theta_\pm = \frac{k}{K_\pm}$, $\mathrm{ch}\,\theta_\pm = \frac{\varkappa_\pm}{K_\pm}$. Разложение полученного выражения по k_{AF} подтверждает результат (39) для силы Казимира.

В **главе 4** та же задача об эффекте Казимира в (3 + 1)-мерной MCS-электродинамике рассматривается методом диадной функции Грина. Центральным объектом в этом методе является вакуумное среднее

$$\Gamma'_{ij}(x, x') = i \langle \mathrm{T} E^i(x) E^j(x') \rangle_0, \tag{46}$$

где $\boldsymbol{E}(x)$ — оператор электрического поля (второй компонентой диады является функция $\Phi_{ij}(x, x') = i\langle \mathrm{T} H^i(x) E^j(x') \rangle_0$). В **разделе 4.1** выводятся уравнения для временно́го фурье-образа $\Gamma'_{ij}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}'; \omega)$ этой функции (далее параметр ω опускается):

$$\Big((\nabla^2 + \omega^2) \mathbb{1} - 2k_{AF} \boldsymbol{\epsilon} \boldsymbol{\nabla} \Big) \Gamma'(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}') = (\nabla^2 \mathbb{1} - \boldsymbol{\nabla} \otimes \boldsymbol{\nabla} - 2k_{AF} \boldsymbol{\epsilon} \boldsymbol{\nabla}) \delta^3(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}'), \tag{47}$$

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \Gamma'(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}') = 0. \tag{48}$$

Здесь используется матричная форма записи: матрицы $\boldsymbol{\epsilon}_{ab} = \boldsymbol{e}_i \epsilon_{iab}$, $\mathbb{1}_{ab} = \delta_{ab}$ действуют по первому индексу функции Грина Γ'_{bc}. В **разделе 4.2** показано, что записанные выше уравнения можно свести к однородным и выразить их решение через произвольную скалярную функцию $\varphi(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}'; K)$, удовлетворяющую уравнению $(\nabla^2 + K^2)\varphi(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}'; K) = \delta^3(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}')$. Действительно, если взять $\Gamma'(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}') = B(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}') + \bar{\Gamma}'(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}')$, где $\bar{\Gamma}'(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}') = \delta^3(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}')\mathbb{1} - \frac{\omega^2}{2\bar{\omega}} \sum\limits_{\lambda=\pm 1} \tilde{e}^{(\lambda)}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}'; K_\lambda)$, $\bar{\omega} = \sqrt{\omega^2 + k_{AF}^2}$, в то время как

$$\tilde{e}^{(\lambda)}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}'; K_\lambda) = \left(K_\lambda \mathbb{1} + \frac{1}{K_\lambda} \boldsymbol{\nabla} \otimes \boldsymbol{\nabla} + \lambda \boldsymbol{\epsilon} \cdot \boldsymbol{\nabla} \right) \varphi(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}'; K_\lambda), \tag{49}$$

то на функцию $B(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}')$ будут наложены уравнения вида (47), (48) без правой части, но при этом она будет удовлетворять неоднородным граничным условиям, содержащим значения φ и ее производных на границе области. В **разделе 4.3** изложенный подход применяется к случаю параллельных пластин, т.е. находятся функции B для областей между пластинами и за пластинами. В последнем случае для обеспечения единственности решения используется метод предельного поглощения (отметим, что теорема единственности, необходимая для корректности задачи Грина, применительно к MCS-электродинамике доказана в **приложении B.3**). Анализ получающегося интегрального выражения для натяжения Казимира дает непертурбативную поправку к выражению (39):

$$\Delta^{(4)} f_{\text{Casimir}} = \frac{5}{32\pi^2} (k_{AF} D)^4 \ln(k_{AF}^2 D^2) + O((k_{AF} D)^4). \tag{50}$$

На основе экспериментальных данных по эффекту Казимира получается оценка $|k^0_{\text{AF}}| < 1.5\text{–}2 \times 10^{-2}$эВ, которая слаба по сравнению с астрофизическими ограничениями. Однако рассмотренная теория Максвелла-Черна-Саймонса может иметь космологические приложения, поскольку ранее было показано, что константа k^μ_{AF} может возникать как результат конденсации аксионного поля, рассматривающегося в некоторых космологических моделях. Кроме того, представленное в работе выражение для силы Казимира исправляет результат, полученный М. Франк и И. Тураном, необоснованно использовавшими аналогию с $(2 + 1)$-мерной MCS-электродинамикой.

В **Заключении** сформулированы основные положения диссертации, выносимые на защиту:

1. Решена задача на стационарные состояния электрона в кулоновском потенциале на фоне нарушающего лоренц- и CPT-инвариантность

конденсата b_μ, как с использованием полученного автором гамильтониана $1/c^2$-приближения, так и в рамках полностью релятивистского подхода с квадратичной по b_0 точностью.

2. Обнаружено квадратичное по b_0 расщепление энергетического спектра атома водорода, которое снимает вырождение по l и может соперничать с лэмбовским сдвигом при больших j. На основе экспериментальных данных по последнему на абсолютную величину b_0 наложены новые ограничения.

3. Показано, что наличие ненулевого b_0 эффективно приводит к появлению P-нечетной поправки к оператору магнитного момента электрона. В результате электронная оболочка поляризованного по спину атома водорода приобретает ненулевой анапольный момент, который может на много порядков величины превышать анапольные моменты электрона и ядра, индуцированные электрослабыми радиационными поправками. Модификация оператора магнитного момента также приводит к специфической асимметрии углового распределения излучения поляризованного атома, порождаемой переходами с нарушением P-четности.

4. Вычислена ведущая поправка к зависимости электромагнитной силы Казимира между двумя параллельными проводящими пластинами от расстояния между ними в рамках $(3+1)D$ электродинамики Максвелла-Черна-Саймонса. Доказана также калибровочная инвариантность этой силы, несмотря на невозможность сделать тензор энергии-импульса симметричным и калибровочно-инвариантным. Для нахождения энергии Казимира разработан метод явного суммирования и перенормировки ряда по корням трансцендентного уравнения с помощью теоремы вычетов, отличающийся от методов, развитых недавно другими авторами.

5. Найдена диадная функция Грина для случая параллельных проводящих пластин в $(3+1)D$ электродинамике Максвелла-Черна-Саймонса. С ее помощью уточнено выражение для силы Казимира, полученное автором другими методами (см. выше), причем дополнительное слагаемое имеет непертурбативный характер.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах:

1. Жуковский В. Ч., Харланов О. Г. Эффекты нарушения CPT- и лоренц-инвариантности в водородоподобных атомах. — *Вестник Московского Университета. Серия 3. Физика. Астрономия.* — 2007. — Т. 62, №5. — С. 8–13.

2. Kharlanov O. G., Zhukovsky V. Ch. CPT and Lorentz violation effects in hydrogenlike atoms. — *J. Math. Phys.* — 2007. — Vol. 48, no. 9 — P. 092503.

3. Жуковский В. Ч., Фролов И. Е., Харланов О. Г. Электромагнитное излучение квантовых систем в условиях нарушенной лоренц- и CPT-инвариантности. — *Ядерная физика*. — 2009. — Т. 72, №2. — С. 348–353.

4. Жуковский В. Ч., Харланов О. Г. Эффект Казимира в $(3 + 1)D$ электродинамике Максвелла-Черна-Саймонса. — *Вестник Московского Университета. Серия 3. Физика. Астрономия.* — 2010. — Т. 65, №1. — С. 3–6.

5. Kharlanov O. G., Zhukovsky V. Ch. Casimir effect within $D = 3 + 1$ Maxwell-Chern-Simons electrodynamics. — *Phys. Rev. D*. — 2010. — Vol. 81, no. 2. — P. 025015.

6. Frolov I. E., Kharlanov O. G., Zhukovsky V. Ch. Bound state problems and radiative effects in extended electrodynamics with Lorentz violation. // Particle Physics on the Eve of LHC: Proceedings of the Thirteenth Lomonosov Conference on Elementary Particle Physics, Moscow, 23–29 August 2007 / Ed. by A. Studenikin. — Singapore: World Scientific, 2009. — Pp. 416–419.

7. Zhukovsky V. Ch., Bubnov A., Frolov I., Kharlanov O. Quantum effects in QED under the condition of Lorentz and CPT invariance violation. — XIII International Conference on Selected Problems of Modern Physics. Dedicated to the 100th Anniversary of the Birth of D.I. Blokhintsev (1908–1979), Dubna, June 23–28, 2008: Proceedings of the Conference / Ed. by B.M. Barbashov and S.M. Eliseev. — Dubna: JINR, 2009.

8. Bubnov A. F., Kharlanov O. G., Zhukovsky V. Ch. Vacuum Polarization and Casimir Effect within $(3 + 1)D$ Maxwell-Chern-Simons Electrodynamics with Lorentz violation. // Fourth International Sakharov Conference on

Physics: Proceedings, Moscow, Russia, May 18–23, 2009. — URL: http://sc4.lpi.ru/proceedings/zhukovsky.pdf (дата обращения: 19.06.2009).

9. Харланов О. Г. Эффекты нарушения CPT- и лоренц-инвариантности в водородоподобных атомах. // Конференция “Ломоносов–2007”, секция “Физика”. Сборник тезисов. — Москва: Физический факультет МГУ, 2007. — С. 223–224.

10. Жуковский В. Ч., Харланов О. Г. Эффект Казимира в $(3+1)D$ электродинамике Максвелла-Черна-Саймонса. // Научная конференция “Ломоносовские чтения”, секция физики, 16–25 апреля 2009 года. Сборник тезисов докладов. — Москва: Физический факультет МГУ, 2009. — С. 130–132.

11. Жуковский В. Ч., Харланов О. Г. Эффект Казимира в $D = 3+1$ электродинамике Максвелла-Черна-Саймонса: метод диадной функции Грина. // Научная конференция “Ломоносовские чтения”, секция физики, 16–25 апреля 2010 года. Сборник тезисов докладов. — Москва: Физический факультет МГУ, 2010. — С. 112–114.