

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

---

**ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

*На правах рукописи*

ГРУШИНА Наталья Владимировна

**ЗОЛОТЫЕ ПРОПОРЦИИ В СТРУКТУРЕ  
И ОПТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ  
АПЕРИОДИЧЕСКИХ САМОПОДОБНЫХ  
СИСТЕМ**

Специальность 01.04.05 – оптика

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

---

Москва 2009

Работа выполнена на кафедре оптики и спектроскопии физического факультета Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Научный руководитель: Д.ф.-м.н., профессор  
Короленко Павел Васильевич

Официальные оппоненты: Д.ф.-м.н., профессор  
Козарь Анатолий Викторович  
(Физический факультет МГУ  
имени М.В.Ломоносова)

Д.ф.-м.н., ведущий научный сотрудник  
Веремейчик Тамара Федоровна  
(Учреждение РАН Институт  
кристаллографии им. А.В. Шубникова)

Ведущая организация: Учреждение Российской академии наук  
Физический институт  
им. П.Н. Лебедева РАН

Защита состоится «24» декабря 2009 года в 13:00 на заседании диссертационного Совета Д.501.001.67 при Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова по адресу: 119991 ГСП-1 Москва, Ленинские горы, МГУ, физический факультет, физическая аудитория им. Р.В. Хохлова

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке физического факультета МГУ.

Автореферат разослан «20» ноября 2009 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета Д.501.001.67  
кандидат физико-математических наук,  
доцент

А.Ф. Королев

# **ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ**

## ***АКТУАЛЬНОСТЬ ТЕМЫ***

В настоящее время отмечается возросший интерес к феномену Золотого сечения. Наряду с анализом различных форм проявления Золотого сечения и соответствующих ему Золотых пропорций в искусстве, живой и неживой природе все большее внимание уделяется его эвристическим возможностям. Можно привести много примеров, когда указанный феномен стал ориентиром при обнаружении и изучении новых явлений и эффектов в физике. Так, известен факт использования представлений о Золотом сечении при открытии структуры фуллеренов. К свойствам Золотого сечения приходится обращаться при изучении сценариев перехода динамических систем к детерминированному хаосу, а также при анализе некоторых фундаментальных уравнений в термодинамике и теории элементарных частиц. Важную роль сыграли ассоциации, связанные с Золотым сечением, при исследовании и интерпретации свойств квазикристаллов, обнаружение которых кардинально изменило взгляды на природу и различие живой и неживой материи.

Существует ряд работ, в которых одномерная модель квазикристалла и связанные с Золотым сечением числовые последовательности Фибоначчи используются для построения нового типа оптических элементов: апериодических дифракционных решеток и многослойных структур. Несмотря на то, что в этих работах затронут ряд актуальных вопросов, важных как в общетеоретическом, так и практическом отношении, в них не нашли освещение некоторые важные аспекты. Так, остаются неизученными общие закономерности, связывающие признаки самоподобия в структуре оптических элементов с соответствующими характеристиками формируемых ими световых полей. Неясно, в какой степени свойства оптических устройств, построенных с использованием принципа Золотого сечения, уникальны по сравнению с иными апериодическими структурами. Недостаточно проработанными остаются вопросы о практическом использовании свойств такого рода оптических структур, связанных, в частности, с целенаправленным изменением их характеристик и точностью изготовления.

Последние вопросы приобретают особую актуальность в связи с новым этапом развития интегральной оптики, использующим достижения современных нанотехнологий. Среди них следует

отметить разработку вертикальных лазеров на квантовых ямах и квантовых точках, в которых обратная связь обеспечивается с помощью многослойных структур, а также создание нового класса логических элементов на основе фотонных кристаллов, действующих по принципу управления светом при помощи света. Кроме того, сохраняет актуальность проблема совершенствования уже известных оптических элементов, таких как дифракционные решетки, интерференционные светофильтры и зеркала.

### ***ЦЕЛЬ РАБОТЫ***

Основной целью данной диссертационной работы является поиск на примере дифракционных решеток и многослойных структур общих физических закономерностей, определяющих связь между геометрией апериодических оптических элементов, отражающей принцип Золотого сечения, и свойствами взаимодействующих с ними световых волн.

Кроме того, цель работы включает решение ряда вспомогательных задач. Среди них: 1) сравнение характеристик оптических элементов, построенных на основе различных апериодических закономерностей; 2) оценка устойчивости свойств апериодических элементов к возмущению их параметров; 3) анализ возможностей практического использования особенностей апериодических структур для совершенствования элементной базы оптических устройств.

### ***ПОЛОЖЕНИЯ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ***

1. Структура оптических элементов с Золотым сечением и самоподобными признаками находит отражение в характеристиках прошедшего излучения, которые обнаруживают фрактальные свойства, сочетающиеся с Золотыми пропорциями. При этом коэффициент скейлинга положения экстремумов оказывается равным коэффициенту Золотого сечения, а проявление Золотых пропорций носит многочастный фрактальный характер подобно тому, как это имеет место в многочисленных природных объектах и произведениях искусства. В графическом представлении зависимости оптических характеристик от параметров элементов подчиняются определенному геометрическому инварианту, на основе которого реализуются самоподобные структуры с Золотыми пропорциями.

2. Среди разнообразных апериодических оптических элементов наиболее близким аналогом устройств Фибоначчи с точки зрения

проявления самоподобных свойств являются дифракционные решетки и многослойные структуры, построенные с использованием числового ряда Серебряного сечения.

3. Самоподобные оптические свойства многоэлементных апериодических устройств Фибоначчи практически не зависят от параметров отдельных элементов, а определяются прежде всего законом их чередования. Они проявляют также достаточно высокую устойчивость к случайному возмущению их геометрических параметров и изменению условий наблюдения.

4. Существуют возможности улучшить с точки зрения практического использования характеристики многослойных структур Фибоначчи. В частности, путем внесения линейного тренда в оптические толщины слоев можно реализовать эффект широкодиапазонного отражения излучения как по углам, так и по частотам. При этом обеспечивается высокая чувствительность фазы отраженной волны к малым изменениям параметров слоев. Перспективным также представляется использование многослойных структур в качестве многоканальных оптических переключателей.

### ***ДОСТОВЕРНОСТЬ РЕЗУЛЬТАТОВ***

Достоверность результатов обеспечивается тщательной проработкой и тестированием методик расчетов, многократностью проведения при разных условиях численного моделирования изучаемых явлений и эффектов, отсутствием противоречий между полученными результатами и фундаментальными физическими законами, а также хорошим согласием с экспериментальными данными.

### ***ПРАКТИЧЕСКАЯ ЗНАЧИМОСТЬ***

1. Установленная связь между фрактальными характеристиками апериодических оптических систем и прошедших их световых пучков может быть использована при оценке качества их изготовления.

2. Существуют возможности расширения оптической элементной базы путем использования устройств Фибоначчи. Особенно перспективными представляются возможности улучшения характеристик интерференционных фильтров, зеркал, модуляторов фазы, оптических переключателей и некоторых других типов оптических элементов.

### ***НОВИЗНА РАБОТЫ***

Впервые на основе численного моделирования установлены общие для дифракционных решеток и многослойных структур

Фибоначчи закономерности, определяющие связь их геометрии с самоподобием характеристик прошедшего излучения. Показано, что наблюдаемое самоподобие тесным образом связано с многочастным проявлением Золотых пропорций, характерных для целого ряда произведений искусства и природных объектов. На основе развернутого сравнительного анализа оптических свойств апериодических устройств установлено, что характеристики систем Фибоначчи не являются абсолютно уникальными. С точки зрения формы проявления самоподобия они оказываются весьма близкими к соответствующим характеристикам систем, построенных путем использования числового ряда Серебряного сечения. Сформулирован ряд новых предложений по улучшению параметров и применению устройств с самоподобными оптическими характеристиками.

### ***ЛИЧНЫЙ ВКЛАД АВТОРА***

Все изложенные в диссертационной работе оригинальные результаты получены автором лично, либо при его непосредственном участии.

### ***АПРОБАЦИЯ РАБОТЫ И ПУБЛИКАЦИИ***

Результаты работы неоднократно докладывались и обсуждались на научных семинарах кафедры оптики и спектроскопии физического факультета МГУ; а также на следующих конференциях: международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых по фундаментальным наукам «Ломоносов-2007» (Москва, 2007); «Ломоносовские чтения» (Москва, 2007, 2008, 2009); международная конференция «Progress in Electromagnetics Research Symposium (PIERS)» (Moscow, 2009); 3 всероссийская молодежная школа-семинар с международным участием «Инновационные аспекты фундаментальных исследований по актуальным проблемам физики» (Москва-Троицк, 2009).

Основной материал диссертации отражен в 13 публикациях (из них 5 статей, 6 тезисов и аннотаций докладов в материалах международных и российских конференций, один препринт и учебное пособие). Перечень публикаций приведен в конце списка литературы.

### ***СТРУКТУРА И ОБЪЕМ ДИССЕРТАЦИИ***

Диссертация изложена на 115 страницах. Она состоит из введения, пяти глав, выводов, списка литературы из 145 наименований, содержит 66 рисунков, 3 таблицы.

# КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

## **ВВЕДЕНИЕ**

Во введении содержится обоснование актуальности выбранной темы, излагаются цели диссертационной работы, сформулированы основные положения, выносимые на защиту, приводятся сведения об апробации результатов работы и о публикациях автора.

## **ПЕРВАЯ ГЛАВА**

В первой главе, дан литературный обзор свойств феномена Золотого сечения (ЗС). ЗС и связанные с ним Золотые пропорции чаще всего ассоциируются с геометрической задачей деления отрезка на две неравные части в таком соотношении, когда большая часть относится к меньшей, как весь отрезок к большей части. Величина этих отношений равна иррациональному числу  $\Phi = (1 + \sqrt{5})/2 \approx 1,618$ , называемому коэффициентом ЗС.

Кратко рассмотрены различные формы проявления ЗС в природных объектах, в произведениях искусства, в физических системах и явлениях, представляющих ценность с точки зрения научных исследований. Показано, что проявления Золотых пропорций чаще всего носит многочастный фрактальный характер. Его можно обнаружить в структуре человеческого тела, в формах животных и растений, памятниках архитектуры, в скульптуре, живописи, художественной литературе, музыке и поэзии. Сказанное иллюстрирует рис. 1., приведенные на нем стрелки характеризуют присутствующие на изображениях Золотые пропорции.

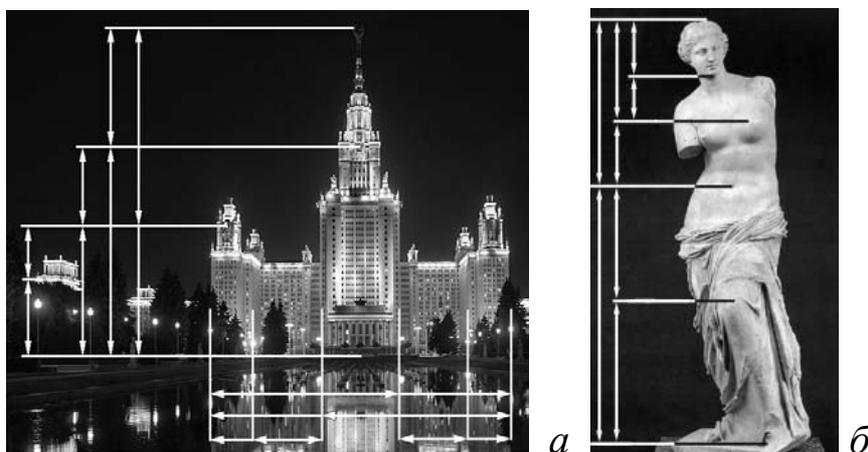


Рис. 1. *а* - Главное здание МГУ; *б* - Агесандр «Афродита Милосская».

В обзоре рассмотрена также группа вопросов, относящаяся к анализу эвристической ценности феномена ЗС. Обращается

внимание на то, что ассоциации, связанные с ЗС, сыграли важную роль при открытии структуры фуллеренов, при изучении и интерпретации свойств квазикристаллов, обнаружение которых кардинально изменило существовавшие взгляды на различие живой и неживой материи, при анализе сценариев перехода динамических систем к детерминированному хаосу. Математическая модель, описывающая аperiodическую структуру квазикристаллов, нашла применение и в оптике.

Одномерная модель квазикристалла (рис. 2) может быть использована для построения нового типа оптических элементов: аperiodических дифракционных решеток (ДР) и многослойных структур (МС). Такие решетки и структуры имеют разнообразные практические применения. Одновременно указанные элементы являются удобным средством для исследования физических эффектов, связанных с формированием самоподобных световых структур.

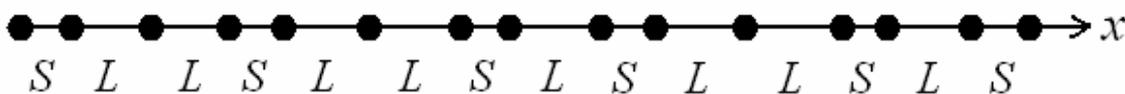


Рис. 2. Структура одномерного квазикристалла.

Все вышеприведенные объекты (математические структуры, природные объекты, произведения искусства) обладают одним общим свойством: свойством самоподобия (фрактальности). При этом присутствующие в них Золотые пропорции реализуются в многочастной форме. Выполненный анализ литературных данных показывает, что остается открытым вопрос о существовании общих закономерностей, характеризующих форму проявления Золотых пропорций в объектах различной природы. В последующих главах этот вопрос рассмотрен применительно к световым структурам, формирующимся при прохождении излучения через аperiodические оптические элементы.

## ***ВТОРАЯ ГЛАВА***

Во второй главе с учетом литературных сведений, изложена схема построения ДР Фибоначчи и подробно рассмотрены особенности дифракции на них световых волн.

Чередование элементов решетки определялось суммационным принципом Фибоначчи. В качестве таких элементов в случае амплитудных решеток можно рассматривать ширины щелей или

расстояния между ними; в случае фазовых решеток – высота, наносимых на подложку штрихов. В общем случае фигурировали два вида элементов:  $A$  и  $B$ .

Процедуру построения последовательности  $\{AB\}$  можно также осуществить путем объединения блоков элементов, определяющих различные структурные уровни  $n$ . При начальных блоках  $S_0 = B$ ,  $S_1 = A$ , блок  $S_n$  удовлетворяет рекурсивному правилу:  $S_n = S_{n-1}S_{n-2}$  (для  $n \geq 2$ ). Это правило совпадает с алгоритмом построения последовательности Фибоначчи, где каждый последующий элемент равен сумме двух предыдущих.

Анализ поля дифракции световой волны на ДР Фибоначчи осуществлялся в контексте общей проблемы прохождения излучения через фрактальные объекты. Однако проведение этого анализа требовало учета некоторых особенностей геометрии ДР, которые в строгом смысле не являются фрактальными объектами. Присутствующие в них элементы самоподобия проявляются опосредованно. Так, если рассмотреть последовательность порядковых номеров элементов  $A$ , то при увеличении всех ее членов в  $\Phi$  раз она переходит в последовательность индексов для  $B$ . Это указывает на наличие самоподобия, сочетающегося с Золотыми пропорциями, в структуре решетки. При этом коэффициент самоподобия оказывается равным  $\Phi$ .

Для расчета поля дифракции световых волн, прошедших амплитудные решетки Фибоначчи с изменяющейся шириной щелей, использовался метод суммирования световых пучков, распространяющихся от отдельных элементов решетки. Поле дифракции в дальней зоне характеризуется выражением

$$A_a(k) = A \sum_{n=0}^N \frac{d_n}{\min\{d_n\}} \operatorname{sinc} \left[ d_n s \left( k - \frac{K+1}{2} \right) \right] \exp \left\{ -i 2\pi s \left( k - \frac{K+1}{2} \right) D_n \right\}.$$

Здесь  $N$  – число щелей в решетке,  $k$  – пространственная частота,  $0 \leq k \leq K$ ,  $K$  – число значащих точек,  $i = \sqrt{-1}$ ,  $A$ ,  $s$  – масштабирующие множители,  $d_n$  – ширина  $n$ -ой щели,  $D_n$  определяет положение  $n$ -ой щели. Считалось, что ширины щелей значительно уступают размерам непрозрачных зон, количество щелей равно  $N = 500$ . Рассчитанное для этих параметров

распределение амплитуды поля дифракции приведено на рис.3,*а*. Для сравнения на рис. 3,*б* показана картина дифракции света на периодической решетке.

Анализ графиков показывает, что основное отличие решеток Фибоначчи от обычно применяемых периодических решеток состоит в наличии в поле дифракции системы дополнительных пиков, положение которых соответствует принципу ЗС. Так, дополнительные максимумы *D* и *E*, делят в соответствии с ЗС расстояние между максимумами *A* и *B*. Максимумы *F* и *G* находятся в точках ЗС между максимумами *D* и *E* и т.д. При этом структура дифракционных максимумов в интервале *AB* подобна структуре максимумов в интервалах *DE* и *FG*. Дробление самоподобных фрагментов может происходить до бесконечности при соответствующем увеличении числа щелей.

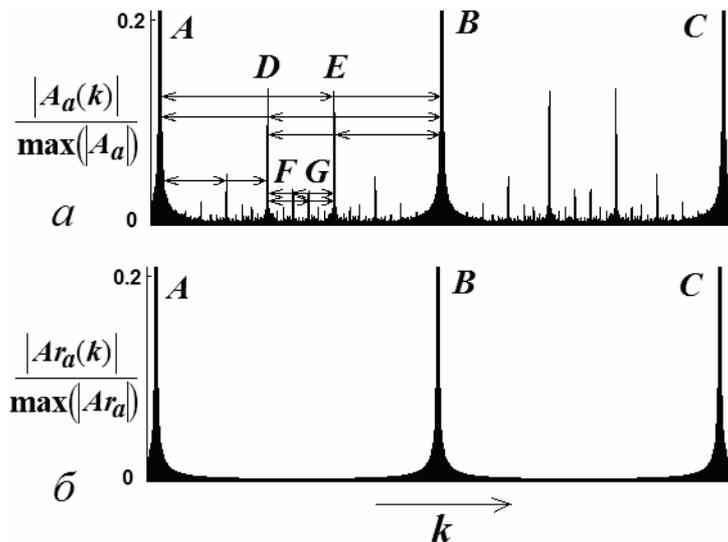


Рис. 3. Картина дифракции на амплитудной решетке. *а* – решетка Фибоначчи, *б* – периодическая решетка.

Расположение максимумов обладает высокой степенью устойчивости. Расчеты полей дифракции на ДР Фибоначчи (как амплитудных, так и фазовых) с другими размерами и конфигурацией отдельных элементов показали, что и для них сохраняется указанная выше закономерность расположения дифракционных пиков при условии выполнения принципа Фибоначчи для чередования двух типов элементов решеток.

Таким образом, можно утверждать, что самоподобие в структуре ДР Фибоначчи, сочетающееся с Золотыми пропорциями, находит отражение в структуре поля дифракции световых волн. При этом скейлинг положения дифракционных пиков характеризуется

коэффициентом  $\Phi$ . Скейлинг же в общей конфигурации дифракционных пиков определяется коэффициентом  $r = 4,2$ .

Расчеты показывают, что ширина дифракционных пиков решетки Фибоначчи, как главных, так и дополнительных, совпадает с шириной пиков периодической решетки с той же площадью штрихов. Следовательно, решетки Фибоначчи обладают той же самой разрешающей способностью, что и периодические решетки.

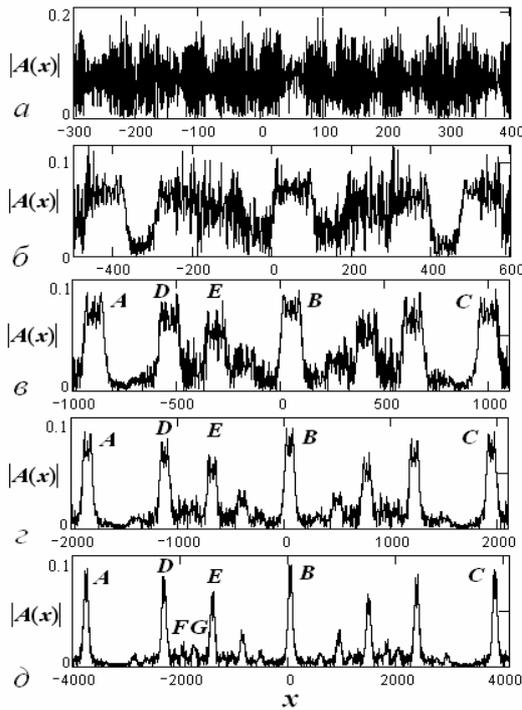


Рис. 4. Структура поля дифракции на разных расстояниях от решетки:  $z=10\ 250$  (а);  $z=25\ 000$  (б);  $z=50\ 000$  (в);  $z=100\ 000$  (г);  $z=200\ 000$  (д).

Характерные для решеток Фибоначчи особенности распределения амплитуды световых колебаний в поле дифракции устойчиво проявляются и при изменении в широких пределах расстояния  $z$  от решетки до плоскости, в которой рассматривается картина дифракции. Формирующиеся уже на расстояниях  $z < (2\pi/\lambda)L^2$  от решетки размера  $L$  дифракционные максимумы, хотя и обладают значительной шириной, расположены в точках ЗС. В этом можно убедиться, анализируя графики (рис. 4), которые определяют структуру поля дифракции на амплитудной ДР Фибоначчи с бесконечно узкими щелями.

Графики рассчитывались по формуле

$$A(x) = A \sum_{n=0}^N \frac{1}{\sqrt[4]{(x-x_n)^2 + z^2}} \exp\left\{i \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{(x-x_n)^2 + z^2}\right\},$$

$x_n$  - координата щели. Считалось, что число щелей  $N = 78$ , длина волны  $\lambda = 10^{-2}(x_2 - x_1)$ . Размеры решетки соответствуют области изменения поперечной координаты (в количестве значащих точек)  $x$  от 0 до 110.

Отдельно был рассмотрен вопрос о точности воспроизведения Золотых пропорций в дифракционных картинах. Для этого

рассчитывались поля дифракции для решеток с различающимися значениями геометрических параметров. Расчеты показали, что отклонения в значениях соответствующих пропорций не превышали 1%, что говорит о высокой степени воспроизводимости ЗС в картинах дифракции.

Также был изучен вопрос об устойчивости картин дифракции света на решетках Фибоначчи к различным случайным возмущениям их структуры. Использовались два варианта рандомизации характеристик решеток: случайное «перемешивание» положения определенной части образующих элементов и смещение в некотором диапазоне по случайному закону каждого из элементов решетки. Показано, что структура поля дифракции обладает высокой степенью устойчивости к возмущениям. Даже в тех случаях, когда высота дополнительных дифракционных пиков с усилением рандомизации оказывалась сопоставима с уровнем шумов, их положение практически не изменялось.

### **ТРЕТЬЯ ГЛАВА**

В третьей главе изучение проблемы прохождения излучения через самоподобные апериодические структуры распространено на МС Фибоначчи.

Как и решетки Фибоначчи, МС Фибоначчи строились на основе апериодической последовательности  $\{AB\}$ . Для этого каждому элементу последовательности ставился в соответствие слой с определенным показателем преломления. Например, элементу  $A$  - слой с большим показателем преломления  $N_{\max}$ , элементу  $B$  - слой с меньшим показателем преломления  $N_{\min}$ .

С помощью матричного метода определялась зависимость коэффициентов пропускания МС Фибоначчи с диэлектрическими слоями от величины фазовых набегов в слоях. Фазовые набег в отдельных слоях считались одинаковыми. Поведение коэффициентов пропускания апериодической системы принципиальным образом отличается от аналогичных зависимостей для периодической системы. В апериодической системе по мере увеличения числа слоев растет количество зон (запрещенных зон) с близким к нулю пропусканием и количество четко выраженных пиков в центральной области графиков. При этом целая система пиков формируется в области, где периодическая система практически не пропускает свет. Расположение запрещенных зон самоподобно и

сочетается с Золотыми пропорциями (рис. 5).

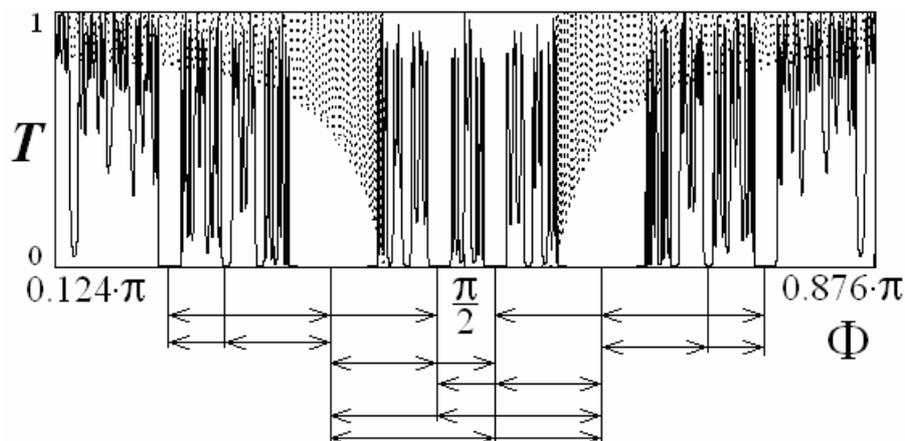


Рис. 5. Зависимость коэффициентов пропускания периодической (пунктир) и аperiodической (непрерывная линия) МС из 144 слоев от фазовых набегов в отдельном слое.  $N_{\min} = 1,46$ ,  $N_{\max} = 2,35$ .

Наличие самоподобных признаков в спектрах доказывается их сравнением с растянутыми модификациями. Так кривая пропускания МС из 233 слоев, растянутая в 4,9 раз по оси абсцисс (рис. 6,б) подобна изначальной (рис. 6,а).

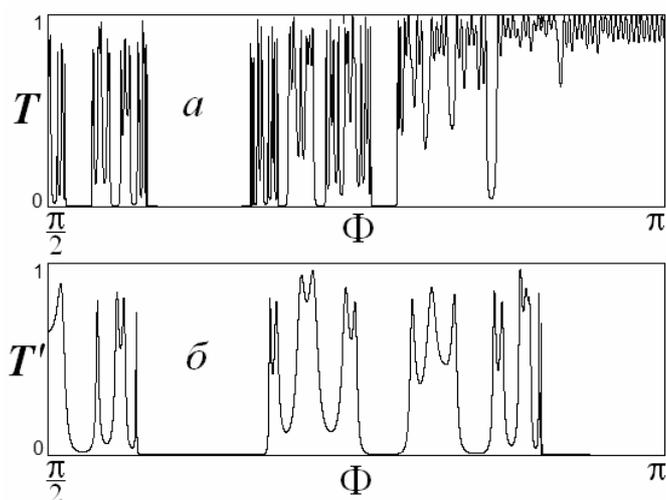


Рис. 6. Графики зависимости коэффициента пропускания от величины фазовых набегов. а – изначальный, б – растянутый.

Подобие спектров пропускания, относящихся к разным структурным уровням, имеет место, если сравниваются системы с уровнями генерации  $S_n$  и  $S_{n+6}$  (если  $n = 6k$  и  $n = 6k + 3$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots$ ); а также  $S_n$  и  $S_{n+3}$  (если  $n = 3k + 1$  и  $n = 3k + 2$ ).

В ходе расчетов было установлено, что самоподобие и Золотые пропорции присущи также зависимости коэффициента пропускания МС Фибоначчи от числа слоев и распределению интенсивности света по слоям. При этом отклонения пропорций от «золотых»

величин составляют 3-4%, что немного уступает решеткам.

Таким образом, существенная особенность МС Фибоначчи состоит в проявлении самоподобия не в одной, а в целой системе оптических характеристик. При это скейлинг положения экстремальных точек определяется коэффициентом  $\Phi$ .

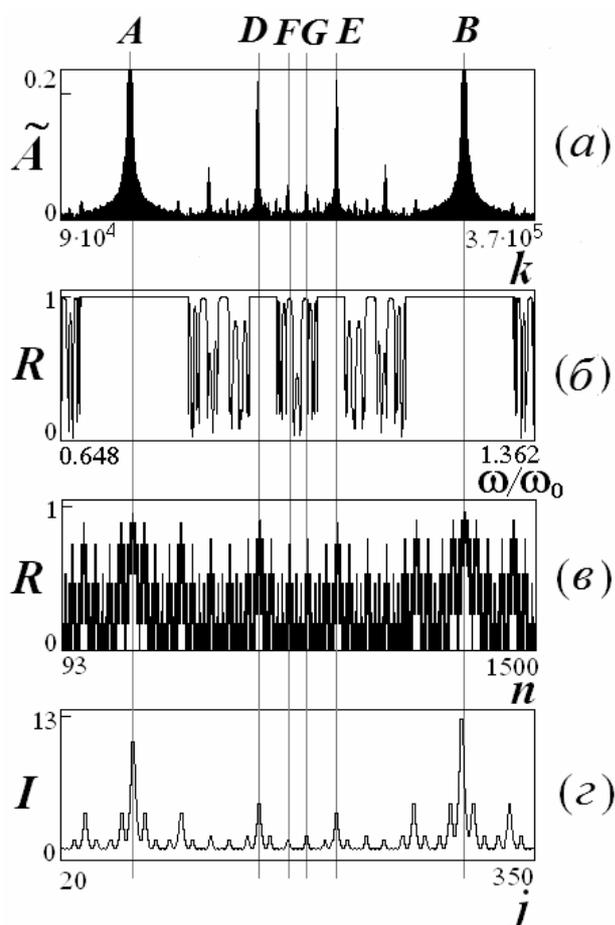


Рис. 7. Характеристики систем Фибоначчи. *a* - картина дифракции на амплитудной ДР (200 щелей); *b* – зависимость коэффициента отражения МС из 233 слоев от частоты излучения ( $N_{\min}=1,46$ ,  $N_{\max}=2,35$ ); *c* – зависимость коэффициента отражения МС от числа слоев  $N$ ; *d* – распределение интенсивности света по слоям МС ( $j$  – номер слоя).

Также была рассмотрена группа вопросов о влиянии поглощения в материале слоев и случайных возмущений геометрии МС Фибоначчи на самоподобные характеристики. Это позволило определить критический набор параметров.

Было проведено сравнение структуры графиков, определяющих характеристики МС Фибоначчи, с картиной поля дифракции света на амплитудной ДР Фибоначчи. Результаты сравнения приведены на рис. 7.

Общий вид представленных графиков, а также положения сопрягающих их вертикальных реперных линий несомненно указывают на определенную схожесть в их поведении. Вертикальные линии проведены через ряд экстремумов, находящихся в точках ЗС. Положение вертикальных линий характеризуют точки  $A, B, D, E, F, G$ . (Точки  $D$  и  $E$

делят в соответствии с ЗС расстояние между точками  $A$  и  $B$ . Точки  $F$  и  $G$  находятся в точках ЗС по отношению к отрезку  $DE$ .) Хорошо видно, что анализируемые оптические структуры имеют самоподобный характер. Структура максимумов в интервале  $AB$  подобна структуре максимумов в интервалах  $DE$  и  $FG$ .

Это дает основание говорить о существовании некоторого геометрического инварианта, на основе которого реализуются самоподобные структуры с Золотыми пропорциями при прохождении света через системы Фибоначчи. Данный результат уточняет применительно к оптическим системам известные ранее формы реализации ЗС в разнообразных физических объектах и процессах.

#### **ЧЕТВЕРТАЯ ГЛАВА**

Четвертая глава посвящена исследованию оптических свойств модифицированных систем Фибоначчи, отражающих суммационный принцип построения обобщенной последовательности Фибоначчи и числового ряда так называемых Металлических сечений.

На основе численного моделирования показано, что системы, построенные на основе обобщенного ряда Фибоначчи, не обладают в полной мере самоподобными признаками. В то же время оптические элементы, отражающие структуру числового ряда Серебряного сечения, проявляют свойства близкие к свойствам элементов Фибоначчи. Блоки элементов ряда Серебряного сечения обладают следующей структурой:  $S_0 = B$ ,  $S_1 = A$ ,  $S_2 = S_1 S_1 S_0$ ,  $S_3 = S_2 S_2 S_1$ ,  $S_4 = S_3 S_3 S_2$  и т.д.

В данной главе проанализирован также эффект широкодиапазонного отражения излучения от МС. Этот эффект связан с возможностью обеспечить высокий коэффициент отражения  $R$  световых волн при всех углах падения и в достаточно широком спектральном интервале.

Применительно к МС Фибоначчи в узких диапазонах частот проблема эффективного отражения излучения отсутствует. Если центральные частоты этих диапазонов известны, то не представляет большого труда изготовить соответствующую МС. Расширить спектральную область полного отражения и уменьшить зависимость от контраста показателей преломления слоев можно путем внесения линейного тренда в оптическую толщину слоев. При наличии такого тренда фазовые набег в слоях описываются выражением  $\Phi_j = \Phi_1 + k(j-1)$ , где  $j$  - номер слоя,  $\Phi_1$  - фазовый набег в первом слое,  $k$  - коэффициент. При оптимальной величине  $k$  удается значительно расширить область с практически полным отражением. Дополнительно расширить спектральную область с высоким  $R$

можно путем увеличения числа слоев МС.

При проведении расчетов было обнаружено, что для достижения широкодиапазонного отражения линейное изменение толщин можно заменить на ступенчатое изменение. Такой вариант приводит практически к тому же самому результату, но гораздо проще реализуется технически.

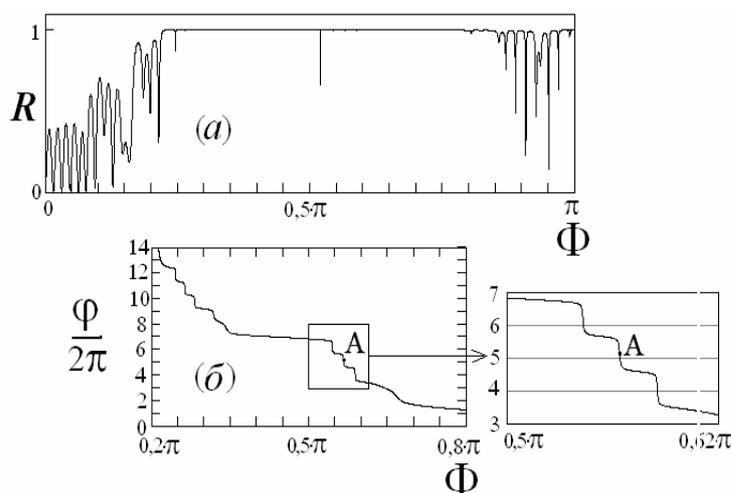


Рис. 8. *a* - спектр отражения от МС Фибоначчи из 55 слоев, *б* - изменения фазы отраженной волны.

В ходе изучения характеристик МС Фибоначчи с трендом толщин слоев было установлено, что в спектральном диапазоне, характеризуемом высоким  $R$ , формируются области с резким изменением фазы отраженного сигнала. Их наличие позволяет использовать МС Фибоначчи в качестве модуляторов фазы. На

рис. 8 показан спектр

отражения от МС Фибоначчи с 55 слоями, сопряженный с графиком изменения фазы отраженной волны. Из рисунка видно, что эти области находятся в пределах диапазона практически полного отражения. Точка А на графике изменения фазы соответствует наиболее крутому участку. Если эту точку использовать в качестве рабочей, то при изменении толщин слоев на 0,1%, изменение фазы отраженного сигнала может превосходить значения равного  $\pi$ .

## ПЯТАЯ ГЛАВА

В пятой главе обсуждаются вопросы практического применения аperiodических систем. Уникальные свойства решеток и МС Фибоначчи указывают на перспективность их использования для создания новых и совершенствования известных оптических элементов и устройств. Они нашли применение в селективных волноводных устройствах, в системах компрессии импульсов и преобразованиях частоты оптического излучения. Дополнительные возможности применения МС Фибоначчи дает перенесение на них

концепции одномерных фотонных кристаллов, использующейся, в частности, при создании оптических переключателей и быстродействующих логических ячеек для вычислительной техники.

При создании оптических переключателей на основе МС Фибоначчи следует воспользоваться нелинейными эффектами. Их можно реализовать, изготавливая отдельные слои из материалов, показатель преломления которых увеличивается под действием интенсивного излучения. Учитывая, что увеличение разности показателей преломления слоев приводит к уширению запрещенной зоны и, в общем случае, к смещению спектров как целого, присутствие таких слоев в многослойной ячейке позволяет изменением интенсивности управляющего светового пучка управлять прохождением через МС Фибоначчи пробных сигналов сразу по нескольким каналам. Характерная для МС Фибоначчи трансформация спектра пропускания при подаче на нее управляющего сигнала показана на рис. 9. Верхняя стрелка определяет значение частоты управляющего сигнала, нижние стрелки определяют частоты пробных сигналов. Из рисунка видна высокая эффективность управления переключением пробных сигналов на целом ряде частот.

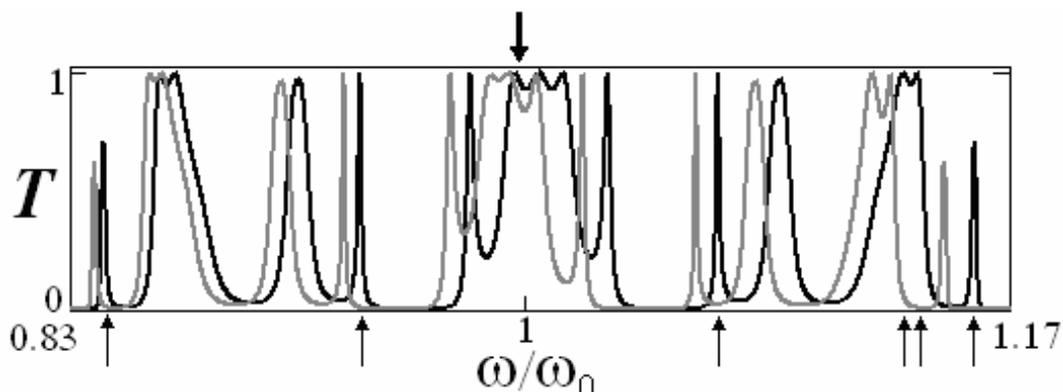


Рис. 9. Графики зависимостей коэффициента пропускания МС Фибоначчи из 110 слоев от частоты излучения в отсутствие управляющего сигнала (кривая черного цвета) и при его включении (кривая серого цвета).  $N_{\min} = 1,45$ ,  $N_{\max} = 3,3$ .

Весьма перспективной областью для применения аperiodических оптических элементов является оптика лазеров. В качестве таких элементов могут выступать многослойные диэлектрические зеркала оптических резонаторов, являющихся атрибутом многочисленных типов лазеров. В данной главе показано, что переход к аperiodическому чередованию слоев в покрытиях

зеркал позволяет трансформировать полосу генерации с целью селекции отдельных генерируемых частот. Подбором показателей преломления слоев, их числа или переходом к другому виду апериодической последовательности можно обеспечить нужное положение пиков и осуществить селекцию требуемых частот генерации. Дополнительные возможности оптимизации состава генерации появляются, если использовать в резонаторе лазера комбинацию периодического многослойного зеркала и апериодического зеркала, в котором чередование слоев осуществляется по принципу Фибоначчи. Апериодические многослойные отражающие системы могут оказаться весьма полезными при создании лазеров с вертикальными микрорезонаторами. Подбирая апериодический закон чередования слоев в многослойном отражателе можно обеспечить требуемый спектральный состав лазерного излучения.

Таким образом, бурное развитие оптики фотонных кристаллов, ее тесная связь с исследованием МС, включая их апериодические модификации, указывают на открывающиеся широкие возможности качественного обновления с их помощью элементной базы разнообразных оптических устройств.

### **ВЫВОДЫ**

1. Разработаны способы расчета, обеспечивающие сопоставление в широком диапазоне параметров структуры и оптических характеристик дифракционных решеток и многослойных систем, геометрия которых определяется суммационным принципом Фибоначчи.
2. Установлено, что связь структуры рассматриваемых оптических элементов с Золотым сечением и самоподобными признаками находит отражение в свойствах прошедшего излучения, которое обнаруживает фрактальные признаки, сочетающиеся с Золотыми пропорциями. Оценка коэффициента скейлинга по положению экстремальных точек оптических характеристик показала, что он равен коэффициенту Золотого сечения  $\Phi = 1,618$ . При этом графики оптических характеристик элементов подчиняются определенному геометрическому инварианту, на основе которого реализуются многочастные самоподобные структуры с Золотыми пропорциями. Примечательно, что этим многочастным структурам можно найти

аналоги в строении разнообразных природных объектов и произведений искусства.

3. Произведено сравнение оптических характеристик дифракционных решеток, построенных на основе обобщения суммационного принципа Фибоначчи. Расчеты картин дифракции света на решетках разных типов показали, что самоподобие положения и конфигурации дифракционных пиков наблюдается лишь в решетках, построенных на основе Золотого и Серебряного сечений. При этом коэффициенты скейлинга положения пиков (коэффициент  $\Theta$ ) и их конфигурации (коэффициент  $r$ ) для решетки Фибоначчи равна  $\Theta = \Phi$  и  $r = 4,2$ , а для решетки Серебряного сечения –  $\Theta = r = \sigma_{12}$ , где  $\sigma_{12} = 2,41$  коэффициент Серебряного сечения.
4. Осуществлено сопоставление оптических свойств многослойных структур, отличающихся типом используемого суммационного принципа. Установлено, что лишь многослойные структуры, построенные на базе ряда Серебряного сечения, подобно системе Фибоначчи, имеют оптические характеристики, в которых признаки самоподобия по положению и конфигурации экстремумов сочетаются с Серебряными пропорциями. Этот факт ставит под сомнение часто встречающийся в литературе тезис об уникальности свойств объектов и систем, построенных по принципу Золотого сечения. Близость характеристик дифракционных решеток и многослойных структур, отражающих принципы Золотого и Серебряного сечений, можно объяснить тем, что они обладают более высоким уровнем структурного самоподобия по сравнению с другими апериодическими элементами.
5. Фрактальный анализ спектров пропускания апериодических многослойных структур показал, что их фрактальная размерность слабо реагирует на увеличение числа слоев, оставаясь близкой к 1. В то же время спектры сингулярности обнаруживают заметное уширение, расширяясь от нуля (34 слоя) до 0,54 (233 слоя). Это указывает на мультифрактальность спектров пропускания при большом числе слоев.
6. Численное моделирование показало, что самоподобные оптические свойства элементов Фибоначчи весьма устойчивы к возмущениям их структуры. Так, в частности, случайное «перемешивание» положения 10-ти процентов щелей в дифракционной решетке или слоев в многослойной структуре не приводит к существенным

изменениям в их оптических характеристиках.

7. Осуществляя несложную модификацию геометрии систем Фибоначчи, можно внести заметные изменения в спектры пропускания и отражения излучения. В частности, путем внесения линейного тренда в толщины многослойной структуры можно реализовать широкодиапазонное отражение как по углам, так и по частотам световых волн от многослойной структуры. При этом появляется возможность эффективной модуляции фазы отраженной волны путем слабого изменения оптической толщины слоев.
8. Существует возможность расширить области использования оптических элементов Фибоначчи. В частности, применение многослойных зеркал Фибоначчи в лазерных резонаторах может улучшить их селективные свойства; наличие в спектрах пропускания элементов Фибоначчи системы запрещенных зон позволяет работе некоторых типов оптических переключателей и фильтров придать многоканальный характер. Установленные в данной работе свойства и характеристики оптических элементов можно использовать при оптимизации их параметров.

### ***ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ***

1. Н.В. Грушина, К.А. Деятилова, Ю Мин. Особенности дифракции света на решетках Фибоначчи. // Сборник тезисов международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых по фундаментальным наукам “Ломоносов-2007”. Секция “Физика”. Физический факультет МГУ. 2007. с.132–133.
2. Н.В. Грушина, П.В. Короленко, М.С. Маганова. Фрактальные структуры и «Золотые» пропорции в оптике. // Сборник тезисов докладов научной конференции «Ломоносовские чтения 2007» Секция физики. Подсекция Оптика и Лазерная Физика. Москва, апрель, 2007, с.5-8.
3. Н.В. Грушина, П.В. Короленко, П.А. Пересторонин. Фрактальные структуры и “Золотые” пропорции в оптике // Препринт физического факультета МГУ им. М.В.Ломоносова, 2007, № 6, 58 с.
4. Н.В. Грушина, А.М. Зотов, П.В. Короленко, А.Ю. Мишин. Оптические свойства одномерных апериодических систем // Сборник тезисов докладов научной конференции «Ломоносовские чтения 2008» Секция физики. Подсекция Оптика и Лазерная Физика, Москва, апрель, 2008, с.5-7.

5. Н.В. Грушина, П.В. Короленко, С.Н. Маркова. Особенности дифракции света на оптических решетках Фибоначчи // Вестник Московского университета. Физика. Астрономия. 2008. №2. с.40-43.
6. Грушина Н.В., Зотов А.М., Короленко П.В., Мишин А.Ю. Оптические свойства одномерных апериодических систем // Сборник тезисов докладов научной конференции «Ломоносовские чтения 2009» Секция физики. Подсекция Оптика и Лазерная Физика, Москва, апрель, 2009, с.12-14.
7. Н.В. Грушина, А.М. Зотов, П.В. Короленко, А.Ю. Мишин О Золотом сечении и самоподобных структурах в оптике // Вестник Московского университета. Физика. Астрономия. 2009. №4. с.47-51.
8. N.V. Grushina, P.V. Korolenko, A.Y. Mishin, A.M. Zotov. Broad omnidirectional band of reflection from Fibonacci one-dimensional photonic crystals // Progress In Electromagnetics Research Symposium Abstracts, Moscow, Russia, August 18-21, 2009, p.829.
9. N.V. Grushina, P.V. Korolenko, A.Y. Mishin, A.M. Zotov. Broad omnidirectional band of reflection from Fibonacci one-dimensional photonic crystals // PIERS Proceedings, Moscow, Russia, August 18-21, 2009, p.1788-1792.
10. Н.В. Грушина, А.М. Зотов, П.В. Короленко. “Золотое сечение” в оптике // Физическое образование в вузах. 2009. т.15. №3. с.63-72.
11. П.В. Короленко, Н.В. Грушина. Золотое сечение и самоподобные структуры в оптике. М.: Книжный дом «Либроком», 2009. Учебное пособие. 136 с.
12. Грушина Н.В., Зотов А.М., Мишин А.Ю., Ю Мин. Апериодические многослойные структуры: свойства и применения // Краткие сообщения по физике, №12, 2009, 37-42.
13. Н.В. Грушина, А.М. Зотов, А.Ю. Мишин, Ю Мин. Апериодические многослойные структуры: свойства и применения // Сборник аннотаций III всероссийской молодежной школы-семинара с международным участием «Инновационные аспекты фундаментальных исследований по актуальным проблемам физики», Москва-Троицк, октябрь, 2009. с.21.