

На правах рукописи

Гурковский Алексей Геннадьевич

**Тепловые шумы и динамические  
неустойчивости в лазерных  
гравитационно-волновых антеннах второго  
поколения**

Специальность 01.04.01 — приборы и методы экспериментальной физики

*Автореферат*

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

**Москва-2011**

Работа выполнена на кафедре физики колебаний Физического факультета  
Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,  
профессор Вятчанин Сергей Петрович.  
Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,  
профессор Манукин Анатолий Борисович;  
доктор физико-математических наук,  
профессор Кулик Сергей Павлович.  
Ведущая организация: Всероссийский НИИ оптико-физических  
измерений (г. Москва).

Защита состоится 23 июня 2011 г. в 15:30 на заседании Диссертационного  
совета Д 501.001.66 в МГУ им. М. В. Ломоносова по адресу: 119991, Москва,  
ГСП-1, Ленинские горы, д. 1, стр. 2, МГУ, Физический факультет, Северная  
Физическая аудитория (СФА).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке физического факуль-  
тета МГУ им. М. В. Ломоносова.

Автореферат разослан \_\_\_\_\_ 2011 г.

Ученый секретарь Диссертационного совета Д 501.001.66,  
кандидат физико-математических наук

И.Н. Карташов

# 1 Общая характеристика работы

## 1.1 Актуальность темы

Существование гравитационных волн было теоретически предсказано Эйнштейном в 1916 году вскоре после создания общей теории относительности. Из неё, в частности, следовало существование волн, подобных электромагнитным, распространяющихся со скоростью света, но имеющих гравитационную природу, то есть созданных изменением плотности вещества в пространстве. Гравитационное излучение, в отличие от электромагнитного, не может быть дипольными, поскольку гравитационные „заряды“ (то есть массы), в отличие от электрических, не имеют двух разных знаков („плюс“ и „минус“). Таким образом, гравитационные волны могут быть квадрупольными, октупольными и т.д.

Гравитационные волны, даже созданные наиболее мощными космическими источниками (системами двойных черных дыр, двойных нейтронных звёзд и системами нейтронная звезда - черная дыра), вызывают настолько слабые колебания положений частиц вещества в пространстве, что их до сих пор не удалось зарегистрировать. Тем не менее, косвенное подтверждение существования гравитационных волн было получено Халсом и Тейлором в 1974 году. Они показали, что изменение орбитального периода пульсара в двойной звездной системе PSR 1913+16 хорошо объясняется потерями на гравитационное излучение.

В 1962 году советские ученые М.Е. Герценштейн и В.И. Пустовойт впервые предложили метод регистрации гравитационных волн малой частоты. В этом методе предлагалось использовать балансную схему, основанную на интерферометре Майкельсона как можно бóльших геометрических размеров. В СССР было начато строительство подобной системы, которое было свернуто к 1990-му году. Однако идея Герценштейна и Пустовойта легла в основу наземных лазерных интерферометрических гравитационных антенн первого поколения LIGO (около городов Ливингстона и Хэнфорда, США), VIRGO (около города Пиза, Италия), GEO-600 (около города Ганновера, Германия) и TAMA-300 (около города Токио, Япония), построенных в середине-конце 1990-х годов.

Чувствительность гравитационных антенн существенно ограничена различными фундаментальными и техническими шумами, а также паразитными динамическими эффектами, что до сих пор не позволяет непосредственно зарегистрировать гравитационное излучение, приходящее из космоса. Наиболее заметными шумами являются технический сейсмический шум, ограничивающий чувствительность на низких частотах (ниже 40 Гц), фундаментальные тепловые шумы зеркал, преобладающие на средних частотах (от

40 до 400 Гц), где чувствительность большинства антенн максимальна, и фундаментальный квантовый дробовой шум, являющийся единственным существенным ограничителем чувствительности на высоких частотах (выше 400 Гц). Среди паразитных динамических эффектов можно выделить параметрическую колебательную неустойчивость. Хотя существуют и другие виды неустойчивостей (например, вращательная), а также всплески негравитационного происхождения, называемые *помехами* (glitch).

В процессе эксплуатации в течение 10-ти лет измерительная техника гравитационных антенн постоянно совершенствовалась. Это позволило к середине 2010 года поднять чувствительность<sup>1</sup> модифицированных версий антенн LIGO (Enhanced LIGO) до величины  $h(f) \simeq 8 \times 10^{-24} \text{ Гц}^{-1/2}$  около частоты 150 Гц. В конце 2010 года начался демонтаж антенн первого поколения LIGO, GEO-600, VIRGO и TAMA-300 с целью их последующего переоборудования в антенны второго поколения Advanced LIGO, GEO-HF, Advanced VIRGO и LCGT соответственно. Завершение переоборудования и запуск новых антенн запланированы на 2014-2016 годы. Ожидается, что их пороговая чувствительность достигнет значения  $h(f) \simeq 4 \times 10^{-24} \text{ Гц}^{-1/2}$  в диапазоне частот от 100 до 500 Гц, что должно позволить получить первое прямое экспериментальное подтверждение существования гравитационных волн. Кроме того, началась разработка антенны третьего поколения Einstein Telescope, запуск которой запланирован на 2018 год. Её пороговая чувствительность может достигать ещё более впечатляющего значения  $h(f) \simeq 3 \times 10^{-25} \text{ Гц}^{-1/2}$  в диапазоне от 200 до 400 Гц.

Основными особенностями всех перечисленных выше наземных гравитационных антенн являются:

- значительные размеры плеч интерферометра Майкельсона (например, для LIGO и Advanced LIGO – 4 км, для Einstein Telescope планируется 10 км);
- тяжёлые пробные массы, в роли которых выступают оконечные зеркала интерферометра Майкельсона (40 кг в Advanced LIGO и 100 кг в Einstein Telescope);
- большая оптическая мощность, циркулирующая в плечах (в Advanced LIGO запланировано 830 кВт, в Einstein Telescope – 3 МВт);

а также использующиеся или запланированные к использованию новейшие экспериментальные технологии для борьбы с различными видами шумов:

---

<sup>1</sup>Чувствительность антенны будем характеризовать с помощью безразмерного параметра  $h(f)$  – *пороговой чувствительности*, которая определяется как корень из спектральной плотности  $S_h$  величины  $h$ , равной отношению минимальной обнаружимой системой амплитуды смещения зеркала  $\Delta x$  к удвоенной длине плеча  $L$ . То есть  $h(f) = \sqrt{S_h}$ , где  $h = \Delta x / 2L$ . Таким образом, увеличение чувствительности будет означать уменьшение значения  $h(f)$ .

- система сжатия вакуума в тёмном (выходном) порту;
- сложная система подвеса пробных масс для их эффективной изоляции от сейсмических шумов;
- заморозка пробных масс в криостате жидкого гелия до температур порядка 20 К (с учётом нагрева световой энергией, поглощаемой в зеркалах);
- системы сверхвысокого вакуума (до  $10^{-8}$  торр) длиной в плечо интерферометра Майкельсона (суммарная протяжённость для LIGO и Advanced LIGO – 8 км, для Einstein Telescope – 30 км);
- диэлектрические зеркала со сверхэффективным интерферометрическим отражающим покрытием (коэффициент пропускания по мощности  $10^{-5}$ )

и многие другие.

Перечисленные технологии позволяют добиться беспрецедентной чувствительности антенн к гравитационному сигналу. Тем не менее, задача борьбы с шумами и паразитными динамическими эффектами с целью повышения чувствительности гравитационных антенн стоит достаточно остро.

В данной диссертационной работе подробно анализируются тепловые шумы и динамические неустойчивости в лазерных интерферометрических гравитационных антеннах второго и третьего поколения и предлагаются методы борьбы с ними, позволяющие улучшить предельную чувствительность антенн.

## 1.2 Цель работы

1. Анализ параметрической неустойчивости на стадии её зарождения в системах Advanced LIGO и GEO-600, использующих технологию рециркуляции сигнала и мощности. Получение условий возникновения эффекта в указанных антеннах.
2. Численный анализ возможности возникновения параметрической неустойчивости в антеннах Advanced LIGO и GEO-600. Выработка соответствующих рекомендаций.
3. Разработка метода точного анализа броуновских шумов диэлектрических покрытий оптических зеркал гравитационных антенн, учитывающего проникновение света в покрытие. Численный анализ и сравнение результатов, полученных с помощью данного и традиционного (не учитывающего проникновения света в покрытие) методов на основе моделей конечного и бесконечного зеркала с использованием параметров, запланированных для антенн Advanced LIGO и Einstein Telescope.

4. Разработка метода анализа тепловых шумов зеркала с двойным покрытием на основе модели конечного зеркала с использованием приближённого и точного методов вычисления броуновских шумов покрытия. Поиск оптимальной конфигурации зеркала с двойным покрытием с учётом поглощения световой энергии в подложке. Детальный анализ тепловых шумов зеркала с оптимальным покрытием. Сравнение тепловых шумов зеркала с двойным покрытием и эквивалентного (по отражающей способности) обычного зеркала. Анализ повышения чувствительности гравитационных антенн Advanced LIGO и Einstein Telescope с использованием оконечных зеркал с двойным покрытием.

### 1.3 Научная новизна работы

Впервые произведён анализ условий возникновения параметрической колебательной неустойчивости в гравитационных антеннах Advanced LIGO и GEO-600, использующих технологии рециркуляции мощности и сигнала. Проведён численный анализ возможности появления параметрической неустойчивости в указанных антеннах: в Advanced LIGO вероятность проявления данного эффекта оценивается как высокая, в GEO-600 – как низкая. Предложен способ борьбы с параметрической неустойчивостью в Advanced LIGO путём изменения положения зеркала рециркуляции сигнала. Предложено усилить эффект в GEO-600, чтобы научиться экспериментально выявлять предвестники параметрической неустойчивости и бороться с ней. Для усиления эффекта предложено использовать тот же способ изменения положения зеркала рециркуляции сигнала, что и в Advanced LIGO, а также улучшить отражающую способность этого зеркала. Последнего можно добиться, заменив зеркало рециркуляции сигнала на более качественное или добавив другое зеркало, с которым они образуют короткий резонатор Фабри-Перо, настроенный на анти-резонанс.

Предложен новый метод анализа и вычисления броуновских шумов покрытий оптических зеркал гравитационных антенн, учитывающий проникновение света в покрытие. Для моделей бесконечного и конечного зеркал произведены численные оценки на основе разработанного (точного) и традиционного (приближённого, пренебрегающего проникновением света в покрытие) методов расчёта броуновских шумов покрытия.

Существующий метод анализа броуновских шумов двойного зеркала для модели конечного зеркала развит для анализа термо-упругих и термо-рефрактивных шумов зеркала с двойным покрытием. Точный метод анализа броуновских шумов развит для применения в случае зеркала с двойным покрытием. Впервые произведён анализ тепловых шумов зеркала с двойным покрытием с учётом броуновского, термо-упругого и термо-рефрактивного

шумов. На основе проведённого анализа осуществлён поиск оптимальной конфигурации двойного зеркала, минимизирующей суммарный тепловой шум зеркала с учётом поглощения световой энергии в подложке. Детально проанализированы шумы зеркала с двойным покрытием оптимальной конфигурации. Указано на возможность повышения чувствительности гравитационных антенн Advanced LIGO и Einstein Telescope при использовании таких зеркал вместо обычных в качестве оконечных зеркал.

## 1.4 Практическая ценность работы

Проанализирован эффект параметрической колебательной неустойчивости для антенн Advanced LIGO и GEO-600 и найдены условия её возникновения в указанных антеннах. Полученные результаты и рекомендации могут быть использованы при доработке дизайна указанных антенн.

Разработан точный метод расчёта броуновских шумов интерферометрических покрытий любой конфигурации любых диэлектрических зеркал гравитационных антенн. Данный метод может быть использован для уточнения ожидаемого уровня броуновского шума покрытия в гравитационных антеннах второго и третьего поколения.

Произведён детальный анализ тепловых шумов двойных зеркал, которые могут быть использованы в будущих гравитационных антеннах для понижения уровня тепловых шумов и, следовательно, улучшения чувствительности антенн.

## 1.5 Вклад автора

Постановка задач осуществлена совместно с научным руководителем. Все выкладки и вычисления произведены автором полностью самостоятельно.

## 1.6 Апробация работы

Результаты работы докладывались на научных семинарах кафедры физики колебаний Физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова, международных научных конференциях „Ломоносов-2007“ (Москва, 2007), „International Conference on Coherent and Nonlinear Optics/International Conference on Lasers, Applications and Technologies“ - ICONO/LAT-2007 (Минск, Беларусь, 2007), „LSC-Virgo meeting“ (Ганновер, Германия, 2007), „Ломоносов-2008“ (Москва, 2008), „13 Russian Gravitational Conference - International Conference on Gravitation, Cosmology and Astrophysics“ (Москва, 2008), „Ломоносов-2010“ (Москва, 2010), VI Семинар памяти Д.Н. Клышко (Москва, 2010), „Modern

Problems of Gravitation, Cosmology and Relativistic Astrophysics“ - RUDN-10 (Москва, 2010).

## **1.7 Публикации**

По теме диссертации опубликовано 6 работ в реферируемых журналах, 2 работы в электронном архиве (готовятся к публикации в реферируемых журналах) и 5 работ в тезисах конференций. Список всех работ приведен в конце настоящего автореферата.

## **1.8 Объем и структура работы**

Диссертация состоит из трёх глав (включая введение), выводов и списка литературы. Диссертация содержит 102 страницы текста, 24 рисунка и 6 таблиц. Список литературы содержит 142 наименования.

## 2 Краткое содержание диссертации

### Глава 1. Введение

Во введении рассмотрены общие вопросы, связанные с историей детектирования гравитационных волн. Описаны принципы работы наземных лазерных интерферометрических гравитационных антенн и космических лазерных гравитационных антенн. Перечислены основные стохастические шумы и паразитные динамические эффекты, ограничивающие чувствительность гравитационных антенн. Обосновывается актуальность темы.

### Глава 2. Параметрическая неустойчивость в гравитационных антеннах

*Параметрическая колебательная неустойчивость* – это паразитный эффект, который может возникнуть в лазерной гравитационной антенне при большой оптической мощности (порядка сотен киловатт и более), циркулирующей в плечах. При этом мощность из основной оптической моды интерферометра (на частоте  $\omega_0$ ) будет перекачиваться в стоксовую оптическую моду интерферометра (на частоте  $\omega_1$ ) и механическую (акустическую) моду зеркала (на частоте  $\omega_m$ ) при выполнении параметрического условия  $\omega_0 \simeq \omega_1 + \omega_m$ . Развитие параметрической неустойчивости приводит к ряду нежелательных эффектов: падение мощности в основной моде, появление на выходе лже-сигнала на частоте стоксовой моды и раскачке механических колебаний зеркала. Это может вызвать существенное падение чувствительности антенны и даже вывести её из строя на некоторое время. Данный эффект носит пороговый характер, то есть при слишком малой оптической мощности основной моды он не наблюдается из-за естественной релаксации стоксовой и механической мод. Поэтому основной задачей является поиск *условия возникновения параметрической неустойчивости*, определяющего порог эффекта.

**В первом разделе** данной главы рассматриваются общие вопросы параметрической колебательной неустойчивости, история проблемы, вводятся используемые далее упрощения, приближения и обозначения, приводится общая методика решения задачи. В частности, вводятся понятия *средних* и *малых* амплитуд, поскольку эффект параметрической неустойчивости рассматривается на стадии зарождения, когда амплитуды стоксовой и механической мод малы по сравнению с амплитудой основной моды. Динамика системы рассматривается во временном представлении в линейном по малым амплитудам приближении. При этом рассматриваются не колебания в разных плечах интерферометра Майкельсона, лежащего в основе конфигурации лазерных интерферометрических гравитационных антенн, а их линейные комбинации – *суммарная* и *разностная моды*, соответствующие синфазному и антифазному

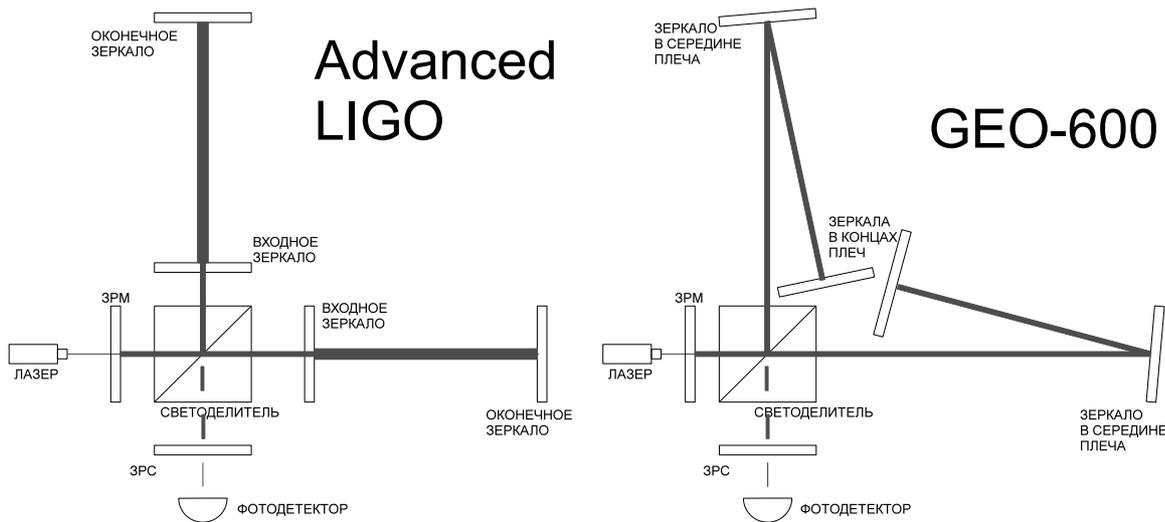


Рис. 1: Схемы наземных гравитационных антенн Advanced LIGO (слева) и GEO-600 (справа).

колебаниям плеч интерферометра.

Во втором разделе рассматривается параметрическая неустойчивость в антеннах Advanced LIGO. В плечах антенн Advanced LIGO расположены резонаторы Фаби-Перо, а во входном и выходном портах установлены зеркала рециркуляции мощности (ЗРМ) и сигнала (ЗРС) соответственно (см. рис. 1 (левый)). В такой схеме мощность, циркулирующая в плечах, гораздо больше, чем вне них, поэтому можно пренебречь возбуждением механических колебаний всех зеркал, кроме зеркал в плечах.

Развитие параметрической неустойчивости происходит медленно по сравнению с периодами оптических и механических колебаний. Поэтому используется метод медленно меняющихся амплитуд для стоксовой и механической мод. Параметрическая неустойчивость рассматривается на этапе зарождения, когда амплитуды стоксовой и механической мод малы, а мощность основной моды практически не меняется во времени. Поэтому для основной моды используется приближение заданного поля.

Введённые приближения позволяют получить выражения, связывающие амплитуды оптических мод в разных частях антенны друг с другом, а также с амплитудами механических колебаний зеркал.

Обозначим за  $f_1^{in}$  и  $f_2^{in}$  амплитуды стоксовых мод в плечах интерферометра, а за  $z_1$  и  $z_2$  – амплитуды удлинения этих плеч в результате механических колебаний зеркал ( $z_j = x_j - y_j$ , где  $x_j$  и  $y_j$  – амплитуды механических колебаний оконечного и входного зеркал в  $j$ -м плече соответственно). Тогда суммарной и разностной модам будут соответствовать комбинации  $f_{\pm}^{in} = (f_1^{in} \pm f_2^{in})/\sqrt{2}$  и  $z_{\pm} = (z_1 \pm z_2)/\sqrt{2}$ , для которых во временном пред-

ставлении получаются уравнения:

для суммарной моды:

$$\begin{aligned} \dot{f}_+^{in} + \gamma_{0+} f_+^{in} &= \frac{iN_1\omega_1}{L\sqrt{2}} \mathcal{F}_1^{in} z_+^* e^{-i\Delta t}, \\ \dot{z}_+^* + \gamma_m z_+^* &= \frac{S\sqrt{2}N_1^*}{i\pi\omega_m m\mu} \mathcal{F}_1^{in} f_+^{in} e^{i\Delta t}; \end{aligned}$$

для разностной моды:

$$\begin{aligned} \dot{f}_-^{in} + (\gamma_{0-} - i\delta) f_-^{in} &= \frac{iN_1\omega_1}{L\sqrt{2}} \mathcal{F}_1^{in} z_-^* e^{-i\Delta t}, \\ \dot{z}_-^* + \gamma_m z_-^* &= \frac{S\sqrt{2}N_1^*}{i\pi\omega_m m\mu} \mathcal{F}_1^{in} f_-^{in} e^{i\Delta t}; \end{aligned}$$

для одного из зеркал в плече (на примере оконечного зеркала в правом плече):

$$\begin{aligned} \dot{f}_+^{in} + \gamma_{0+} f_+^{in} &= \frac{iN_1\omega_1}{L\sqrt{2}} \mathcal{F}_1^{in} x_1^* e^{-i\Delta t}, \\ \dot{f}_-^{in} + (\gamma_{0-} - i\delta) f_-^{in} &= \frac{iN_1\omega_1}{L\sqrt{2}} \mathcal{F}_1^{in} x_1^* e^{-i\Delta t}, \\ \dot{x}_1^* + \gamma_m x_1^* &= \frac{SN_1^*}{2i\pi\omega_m m\mu} \mathcal{F}_1^{in} \frac{f_+^{in} + f_-^{in}}{\sqrt{2}} e^{i\Delta t}. \end{aligned}$$

Здесь ненормированная величина  $N_1$  характеризует степень совпадения основной, стоксовой и механической мод на поверхности зеркала.  $\mu$  – усреднённый по всему объёму зеркала квадрат амплитуды смещения его частиц в результате механических колебаний. Символ \* обозначает комплексное сопряжение,  $\mathcal{F}_1^{in}$  – амплитуда основной моды в плече,  $L$  – длина плеча,  $c$  – скорость света,  $m$  – масса зеркала в плече.  $\gamma_{0+} = \frac{T_{pr}}{4\tau}$  и  $\gamma_{0-} = \frac{T_{sr}}{4\tau}$  – коэффициенты затухания суммарной и разностной мод,  $T_{pr}$  и  $T_{sr}$  – коэффициенты пропускания зеркала рециркуляции мощности и зеркала рециркуляции сигнала соответственно,  $\tau = L/c$  – время прохождения луча по плечу в одну сторону,  $\gamma_m$  – декремент затухания механической моды.  $\Delta = (\omega_0 - \omega_1 - \omega_m)$  – расстройка, характеризующая степень отстройки параметрического процесса от резонанса.  $\delta = \phi_{sr}/\tau$  – дополнительная расстройка, определяемая положением зеркала рециркуляции сигнала,  $\phi_{sr}$  – фазовый набег световой волны от светоделителя до зеркала рециркуляции сигнала.

Указанные выше уравнения линейны по малым амплитудам оптических ( $f_+^{in}$  и  $f_-^{in}$ ) и механических ( $z_+$ ,  $z_-$  и  $x_1$ ) колебаний. Решение соответствующих характеристических уравнений показывает, что неустойчивые решения возможны при выполнении условий:

- $\frac{Q}{\gamma_m \gamma_{0+}} \geq 1 + \frac{\Delta^2}{(\gamma_m + \gamma_{0+})^2}$  – для суммарной моды;

- $\frac{Q}{\gamma_m \gamma_{0-}} \geq 1 + \frac{(\Delta + \delta)^2}{(\gamma_m + \gamma_{0-})^2}$  – для разностной моды;
- $\frac{Q}{2\gamma_m} \left( \frac{\gamma_{0+}}{\gamma_{0+}^2 + \Delta^2} + \frac{\gamma_{0-}}{\gamma_{0-}^2 + (\Delta + \delta)^2} \right) \geq 1$  – для одного из зеркал в плече.

Здесь  $Q = \frac{2\omega_1 W \Lambda}{c L m \omega_m}$  – фактор интенсивности параметрического взаимодействия для зеркал в плечах.  $W = c S (\mathcal{F}_1^{in})^2 / 2\pi$  – мощность, циркулирующая в плечах.  $\Lambda = |N_1|^2 / \mu$  – фактор перекрытия, характеризующий степень совпадения распределений основной, стоксовой и механической мод на поверхности зеркала – величина подобная  $N_1$ , но нормированная и всегда действительная.

Численные оценки при  $\Delta = \delta = 0$  для параметров Advanced LIGO дают:

- $\frac{Q}{\gamma_m \gamma_{0+}} \simeq 7.7 \times 10^5 \times \Lambda$ ;
- $\frac{Q}{\gamma_m \gamma_{0-}} \simeq 210 \times \Lambda$ ;
- $\frac{Q}{2\gamma_m} \left( \frac{1}{\gamma_{0+}} + \frac{1}{\gamma_{0-}} \right) \simeq 3.8 \times 10^5 \times \Lambda$ .

Поэтому вероятность возникновения параметрической неустойчивости в антенне Advanced LIGO достаточно велика и сохраняется даже для мод с расстройкой  $\Delta$  порядка  $10^4 \text{ с}^{-1}$  и малых факторов перекрытия  $\Lambda$  (до  $10^{-5}$ ).

В данном разделе предложен метод, позволяющий ослабить эффект параметрической неустойчивости или даже полностью подавить его, изменяя положение зеркала рециркуляции сигнала и, соответственно, внося дополнительную расстройку  $\delta$ .

**В третьем разделе** данной главы рассматривается параметрическая неустойчивость в антенне GEO-600. Её схема представляет собой интерферометр Майкельсона с зеркалами рециркуляции мощности и сигнала. Плечи антенны GEO-600 сложены пополам и, в отличие от антенны Advanced LIGO, не содержат резонаторов Фабри-Перо (см. рис. 1 (правый)). В такой системе световая мощность, падающая на светоделитель, зеркало рециркуляции мощности и зеркала в плечах, имеет один порядок величины, поэтому нельзя пренебрегать возможностью возбуждения механических колебаний ни для одного из зеркал.

В данном разделе используются те же приближения, что и во втором разделе данной главы. С их помощью получают выражения, связывающие амплитуды оптических мод в разных частях антенны друг с другом и с амплитудами механических колебаний зеркал.

Обозначим за  $f_3$  и  $f_4$  амплитуды стоксовых мод во входном и выходном портах интерферометра, за  $x_1$  и  $x_2$  – амплитуды механических колебаний зеркал в серединах плеч, за  $y_1$  и  $y_2$  – амплитуды механических колебаний зеркал в концах плеч, а за  $x_{bs}$  и  $y_{pr}$  – амплитуды механических колебаний

светоделителя и зеркала рециркуляции сигнала соответственно. Суммарной и разностной модам в схеме интерферометра GEO-600 соответствуют амплитуды  $f_3$  и  $f_4$ , а также их комбинации  $z_{\pm} = (2(x_1 \pm x_2) + (y_1 \pm y_2))/\sqrt{2}$ , для которых во временном представлении получаются уравнения:

для суммарной моды:

$$\begin{aligned}\dot{f}_3 + \gamma_{0+}f_3 &= \frac{-iN_1\omega_1}{L}\mathcal{F}_0z_+^*e^{-i\Delta t}, \\ \dot{z}_+^* + \gamma_m z_+^* &= \frac{5iSN_1^*}{2\pi\omega_m m\mu}\mathcal{F}_0f_3e^{i\Delta t};\end{aligned}$$

для разностной моды:

$$\begin{aligned}\dot{f}_4 + (\gamma_{0-} - i\delta)f_4 &= \frac{-N_1\omega_1}{L}\mathcal{F}_0z_-^*e^{-i\Delta t}, \\ \dot{z}_-^* + \gamma_m z_-^* &= \frac{-5SN_1^*}{2\pi\omega_m m\mu}\mathcal{F}_0f_4e^{i\Delta t};\end{aligned}$$

для одного из зеркал в плече (на примере зеркала в середине правого плеча):

$$\begin{aligned}\dot{f}_3 + \gamma_{0+}f_3 &= \frac{-i\sqrt{2}N_1\omega_1}{L}\mathcal{F}_0x_1^*e^{-i\Delta t}, \\ \dot{f}_4 + (\gamma_{0-} - i\delta)f_4 &= \frac{-\sqrt{2}N_1\omega_1}{L}\mathcal{F}_0x_1^*e^{-i\Delta t}, \\ \dot{x}_1^* + \gamma_m x_1^* &= \frac{\sqrt{2}SN_1^*}{2\pi\omega_m m\mu}\mathcal{F}_0(if_3 - f_4)e^{i\Delta t};\end{aligned}$$

для зеркала рециркуляции мощности:

$$\begin{aligned}\dot{f}_3 + \gamma_{0+}f_3 &= \frac{-i\sqrt{2}N_1\omega_1}{L}\mathcal{F}_0y_{pr}^*e^{-i\Delta t}, \\ \dot{y}_{pr}^* + \gamma_m y_{pr}^* &= \frac{-\sqrt{2}SN_1^*}{2\pi\omega_m m_{pr}\mu}\mathcal{F}_0f_3e^{i\Delta t};\end{aligned}$$

для светоделителя:

$$\begin{aligned}\dot{f}_3 + \gamma_{0+}f_3 &= \frac{-iN_1\omega_1}{L}\mathcal{F}_0x_{bs}^*e^{-i\Delta t}, \\ \dot{f}_4 + (\gamma_{0-} - i\delta)f_4 &= \frac{N_1\omega_1}{L}\mathcal{F}_0x_{bs}^*e^{-i\Delta t}, \\ \dot{x}_{bs}^* + \gamma_m x_{bs}^* &= \frac{SN_1^*}{2\pi\omega_m m_{bs}\mu}\mathcal{F}_0(if_4 - f_3)e^{i\Delta t},\end{aligned}$$

где  $\mathcal{F}_0$  – амплитуда основной моды в плече (для GEO-600 мощность, циркулирующая в плече  $W = cS(\mathcal{F}_0)^2/2\pi$ ).  $m_{pr}$  и  $m_{bs}$  – массы зеркала рециркуляции мощности и светоделителя соответственно. Остальные обозначения аналогичны обозначениям, введённым для Advanced LIGO.

Записанные уравнения линейны по малым амплитудам оптических ( $f_3$  и  $f_4$ ) и механических ( $z_+$ ,  $z_-$ ,  $x_1$ ,  $y_{pr}$  и  $x_{bs}$ ) колебаний. Решение соответствующих характеристических уравнений показывает, что неустойчивые решения возможны при выполнении условий:

- $\frac{5Q}{\gamma_m \gamma_{0+}} \geq 1 + \frac{\Delta^2}{\gamma_{0+}^2 + \Delta^2}$  – для суммарной моды;
- $\frac{5Q}{\gamma_m \gamma_{0-}} \geq 1 + \frac{(\Delta + \delta)^2}{\gamma_{0-}^2 + (\Delta + \delta)^2}$  – для разностной моды;
- $\frac{2Q}{\gamma_m} \left( \frac{\gamma_{0+}}{\gamma_{0+}^2 + \Delta^2} + \frac{\gamma_{0-}}{\gamma_{0-}^2 + (\Delta + \delta)^2} \right) \geq 1$  – для одного из зеркал в середине плеча;
- $\frac{Q}{\gamma_m} \left( \frac{\gamma_{0+}}{\gamma_{0+}^2 + \Delta^2} + \frac{\gamma_{0-}}{\gamma_{0-}^2 + (\Delta + \delta)^2} \right) \geq 1$  – для одного из зеркал в конце плеча;
- $\frac{2Q_{pr}}{\gamma_m \gamma_{0+}} \geq 1 + \frac{\Delta^2}{\gamma_{0+}^2 + \Delta^2}$  – для зеркала рециркуляции мощности;
- $\frac{Q_{bs}}{\gamma_m} \left( \frac{\gamma_{0+}}{\gamma_{0+}^2 + \Delta^2} + \frac{\gamma_{0-}}{\gamma_{0-}^2 + (\Delta + \delta)^2} \right) \geq 1$  – для светоделителя.

Здесь  $Q_{pr} = \frac{2\omega_1 W \Lambda}{c L m_{pr} \omega_m}$  и  $Q_{bs} = \frac{2\omega_1 W \Lambda}{c L m_{bs} \omega_m}$  – факторы интенсивности параметрического взаимодействия для зеркала рециркуляции мощности и светоделителя, которые аналогичны  $Q$ .

Численные оценки при  $\Delta = \delta = 0$  для параметров GEO-600 дают:

- $\frac{Q}{\gamma_m \gamma_{0+}} \simeq 1.27 \times \Lambda$ ;
- $\frac{Q}{\gamma_m \gamma_{0-}} \simeq 0.06 \times \Lambda$ ;
- $\frac{Q}{\gamma_m} \left( \frac{1}{\gamma_{0+}} + \frac{1}{\gamma_{0-}} \right) \simeq 1.33 \times \Lambda$ ;
- $\frac{Q_{pr}}{\gamma_m \gamma_{0+}} \simeq 2.45 \times \Lambda$ ;
- $\frac{Q_{bs}}{\gamma_m} \left( \frac{1}{\gamma_{0+}} + \frac{1}{\gamma_{0-}} \right) \simeq 0.80 \times \Lambda$ .

То есть, наблюдать параметрическую неустойчивость возможно только при нулевых расстройках  $\Delta = \delta = 0$  и факторах перекрытия  $\Lambda$  близких к единице, что практически неосуществимо. Поэтому в антенне GEO-600 возникновение параметрической неустойчивости маловероятно. Однако данная антенна обладает намного меньшей чувствительностью к гравитационному сигналу, чем антенна LIGO. Поэтому её предлагается использовать в качестве испытательного полигона, чтобы научиться экспериментально обнаруживать предвестники параметрической неустойчивости и бороться с ней. В таком случае

необходимо усилить параметрическую неустойчивость, например, уменьшив декремент затухания разностной моды. Для этого можно добавить ещё одно зеркало параллельно зеркалу рециркуляции сигнала так, чтобы они образовали короткий резонатор Фабри-Перо, настроенный на анти-резонанс.

### Глава 3. Тепловые шумы зеркал гравитационных антенн

Чувствительность существующих гравитационно-волновых антенн не достаточна для регистрации гравитационных волн даже от самых мощных источников. Она ограничена стохастическими шумами различной природы, среди которых наиболее существенны лазерные шумы (шум обратного флуктуационного влияния и шум фазовых флуктуаций, иначе называемый дробовым шумом), шумы подвеса, сейсмические шумы и тепловые шумы зеркал. Все шумы можно условно разделить на *фундаментальные* и *технические*. Фундаментальные шумы имеют квантовую природу. Их можно подавить, используя специальные методы измерения. Технические шумы имеют классическую природу и могут быть ослаблены выбором более совершенных измерительных приборов. К фундаментальным шумам относят шум обратного флуктуационного влияния, дробовой шум и тепловые шумы, к техническим – все остальные.

Основными шумами, ограничивающими чувствительность гравитационных антенн второго и третьего поколения являются: тепловой шум подвеса, который проявляется на низких частотах (до 20 Гц), а также на более высоких в виде резонансных пиков; сейсмический шум, наиболее значительный на сверхнизких частотах (менее 1 Гц); квантовый шум, ограничивающий чувствительность антенн на частотах от 10 до 40 Гц и выше 150 Гц; тепловые шумы зеркал, доминирующие в диапазоне от 40 до 100 Гц и заметные на частотах вплоть до 150 Гц. Таким образом, в диапазоне частот около 100 Гц, наиболее интересном с экспериментальной точки зрения, преобладают именно тепловые шумы зеркал. Среди них – броуновские шумы покрытий конечных зеркал, являющиеся основным предметом рассмотрения данной главы.

**Первый раздел** посвящён истории и проблематике изучения тепловых шумов зеркал, среди которых центральное место занимает броуновский шум покрытия.

В лазерных интерферометрических гравитационных антеннах используются *диэлектрические* зеркала, в которых отражающим элементом служит тонкое *покрытие*, напыляемое на *подложку* – основное (по массе и толщине) тело зеркала. В большинстве антенн первого и второго поколения (в том числе LIGO и Advanced LIGO, GEO-600 и GEO-HF, VIRGO и Advanced Virgo) в качестве материала подложки выбран плавленный кварц  $\text{SiO}_2$ . Покрытие состоит из чередующихся слоёв диэлектрика с различными показателями пре-

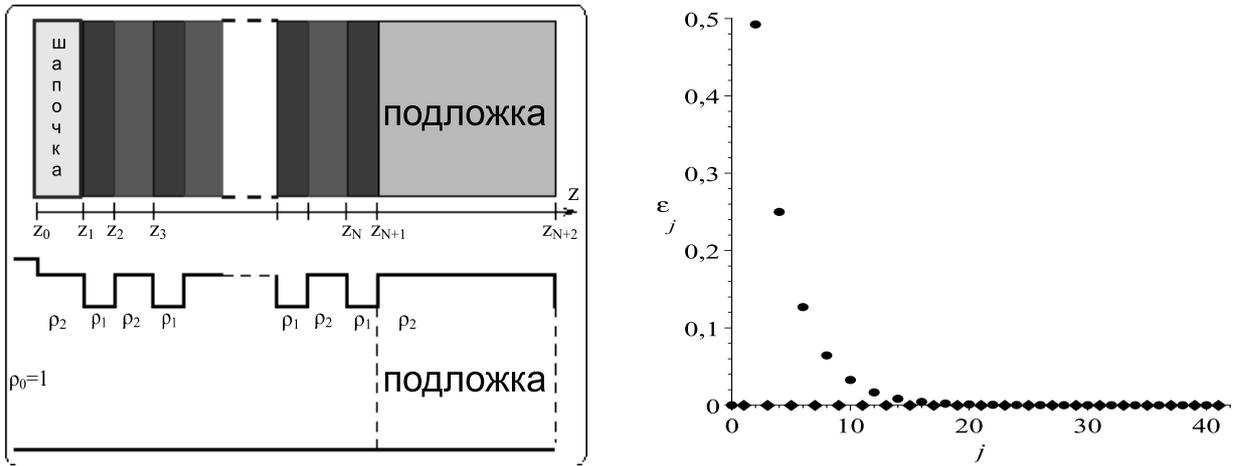


Рис. 2: Слева: схема диэлектрического зеркала с интерферометрическим покрытием, состоящего из чередующихся четвертьволновых слоёв и полуволновой шапочки (сверху) и схема эквивалентной длинной линии с  $\rho_1 = \frac{1}{n_h}$ ,  $\rho_2 = \frac{1}{n_l}$  (снизу). Справа: график зависимости весовых коэффициентов  $\epsilon_j$ , с которыми флуктуации смещения границ слоёв  $\zeta_j$  входят в фазу отражённой волны, от номера слоя покрытия  $j$ .

ломления: бóльшим и меньшим. Чаще всего в качестве материала с меньшим показателем преломления тоже используют плавный кварц  $\text{SiO}_2$  (показатель преломления  $n_l = 1.45$ ), а в качестве материала с бóльшим показателем преломления – пентоксид тантала  $\text{Ta}_2\text{O}_5$  (показатель преломления  $n_h = 2.035$ ). Оптическая толщина этих слоёв должна быть равна четверти длины волны основной моды. Тогда, в результате интерференции, практически весь свет будет отражаться от покрытия. Такое покрытие называют *четвертьволновым*. С его помощью можно добиться (необходимо примерно 20 пар слоёв  $\text{SiO}_2$  и  $\text{Ta}_2\text{O}_5$ ) покрытия, пропускающего всего около 1 ppm (part per million) падающего света и отражающего всё остальное, но только для одной выбранной длины волны. Для любой другой длины волны условия интерференции будут нарушаться и покрытие перестанет быть отражающим. Обычно наружный слой покрывают полностью пропускающим полуволновым слоем – *шапочкой* (*cap*), которая предохраняет хрупкое покрытие от механических повреждений, способных заметно ухудшить его отражающую способность. Так как в основе действия описанного покрытия лежит интерференция, его также называют *интерферометрическим*.

**Во втором разделе** содержится описание метода, позволяющего точно вычислять броуновский шум интерферометрических покрытий, учитывая проникновение в них света. Поскольку формулы, связывающие компоненты векторов напряжённости электрического и индукции магнитного полей на

границе между слоями покрытия полностью эквивалентны уравнениям, связывающим напряжения и токи в длинной линии на границе отрезков с разными волновыми сопротивлениями, то для расчёта отражающих свойств покрытия удобно перейти к модели покрытия как длинной линии. При этом каждому слою с коэффициентом преломления  $n$  и некоторой оптической толщиной сопоставляют отрезок длинной линии с волновым сопротивлением  $\rho = 1/n$  и той же оптической толщиной (см. рис. 2 (левый)). Для такой системы в работе используется формализм *эквивалентных импедансов*, позволяющий найти эквивалентный импеданс всего покрытия и, соответственно, его коэффициент отражения как функцию малых смещений границ  $\zeta_j$  между слоями. Описанный подход позволяет найти фазу отражённой от интерферометрического покрытия волны  $\phi$  в линейном по  $\zeta_j$  виде:

$$\phi_{\text{точн}} = 2ik \sum_{j=0}^{N+2} \epsilon_j \zeta_j,$$

где  $N$  – полное число четвертьволновых слоёв, составляющих покрытие. Всего получается  $N + 2$  объекта (подложка,  $N$  четвертьволновых слоёв и полуволновая шапочка) с  $N + 3$  границами. Коэффициенты  $\epsilon_j$  характеризуют вклад флуктуаций  $j$ -й границы  $\zeta_j$  в фазовый шум. График зависимости коэффициентов  $\epsilon_j$  от номера покрытия  $j$  приведён на рис. 2 (правом).

Описанный выше подход является точным и подробно рассматривается в данном разделе. В литературе, однако, часто используется приближённый подход, не учитывающий проникновение света в покрытие. Он основан на том, что интенсивность света экспоненциально спадает (как функция от номера слоя) по мере распространения света вглубь покрытия. Тогда можно приближённо считать, что свет полностью отражается от внешней границы покрытия – границы вакуума и шапочки. При этом фаза отражённой от покрытия волны аппроксимируется как:

$$\phi_{\text{прибл}} = 2ik\zeta_0.$$

На языке коэффициентов  $\epsilon_j$  это означает, что используют  $\epsilon_0 = 1$ ,  $\epsilon_{j \neq 0} = 0$ .

Далее на основе полученных выражений для фазы отражённой волны в обоих методах вычисляется спектральная плотность координатного броуновского шума покрытия. Для этого используются флуктуационно-диссипационная теорема (ФДТ) и приближение структурных потерь. Вычисления производятся для двух моделей: бесконечного зеркала и конечного зеркала. Для модели бесконечного зеркала получено следующее выражение для

спектральной плотности координатного броуновского шума:

$$S_x(\omega) = \frac{k_B T}{\omega} \frac{\Lambda}{\pi(\mu + \lambda)} \left( \frac{\Sigma_{N+1}}{2w} \right)^2 \sum_{j=0}^N V_j,$$

где  $k_B$  – постоянная Больцмана,  $T$  – температура зеркала,  $\Lambda$  – длина световой волны в вакууме,  $\lambda$  и  $\mu$  – коэффициенты Ламэ подложки,  $w$  – ширина светового пучка на поверхности зеркала (интенсивность зависит от расстояния  $r$  до оси пучка как  $\frac{2}{\pi w^2} e^{-2r^2/w^2}$ ),  $\Sigma_{N+1} = \sum_{j=0}^{N+1} \epsilon_j$ , а энергетические коэффициенты  $V_j$  имеют вид:

$$V_j = (1 + \delta_{0j}) \frac{2\mu_j(1 + (A_j)^2) + \lambda_j(1 + A_j)^2}{n_j(\mu + \lambda)} \phi_j.$$

Здесь  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера,  $\lambda_j$  и  $\mu_j$  – коэффициенты Ламэ  $j$ -го слоя,  $n_j$  и  $\phi_j$  – коэффициент преломления и угол потерь  $j$ -го слоя, а  $A_j = u_{zz}^j / u_{zz}$  – отношение продольной деформации  $j$ -го слоя покрытия  $u_{zz}^j$  (компоненты тензора деформаций, где ось  $z$  направлена нормально к поверхности зеркала) к продольной деформации передней поверхности подложки  $u_{zz}$ . Коэффициенты  $A_j$  и сумма  $\Sigma_j$  различаются в приближённом и точном методах.

В данном разделе сравниваются результаты, полученные описанными методами. Показано, что в более точном методе ожидаемый уровень броуновских шумов покрытия ниже примерно на 2.7% по корню из спектральной плотности, то есть:

$$\frac{\sqrt{S_{\text{прибл}}} - \sqrt{S_{\text{точн}}}}{\sqrt{S_{\text{точн}}}} \simeq 0.027,$$

где  $S_{\text{прибл}}$  и  $S_{\text{точн}}$  вычислены по приведённым выше формулам для приближённого и точного подходов соответственно.

Использование модели конечного зеркала для параметров Advanced LIGO и Einstein Telescope приводит примерно к таким же результатам сравнения, что и использование модели бесконечного зеркала:

$$\left. \frac{\sqrt{S_{\text{прибл}}} - \sqrt{S_{\text{точн}}}}{\sqrt{S_{\text{точн}}}} \right|_{\text{aLIGO}} \simeq 0.028, \quad \left. \frac{\sqrt{S_{\text{прибл}}} - \sqrt{S_{\text{точн}}}}{\sqrt{S_{\text{точн}}}} \right|_{\text{ET}} \simeq 0.026.$$

То есть точный метод даёт значения на 2.8% и 2.6% меньшие, чем приближённый для броуновских шумов Advanced LIGO и Einstein Telescope соответственно.

**В третьем разделе** рассматриваются тепловые шумы (броуновские, термо-упругие и термо-рефрактивные шумы покрытия и подложки), возникающие в зеркале с двойным покрытием (покрытие состоит из двух частей,

которые напыляются на одну подложку с разных торцов). Использование такого зеркала позволяет значительно снизить суммарный броуновский шум покрытия и, соответственно, увеличить чувствительность гравитационной антенны. Однако тогда возрастает мощность, циркулирующая в подложке, а значит и энергия, поглощаемая в ней. Это приводит к нагреву подложки, что отрицательно сказывается на работе антенны.

В данном разделе выполняется поиск оптимальной конфигурации такой системы, позволяющей минимизировать суммарный шум при неизменно хорошем уровне отражающей способности зеркала и разумном уровне поглощения энергии в подложке (около 1 ppm). В большинстве антенн первого и второго поколения используются обычные зеркала с 20 четвертьволновыми слоями пентоксида тантала  $Ta_2O_5$  и 19 четвертьволновыми слоями плавленого кварца  $SiO_2$ . В найденной в данном разделе оптимальной конфигурации зеркала с двойным покрытием переднее покрытие состоит из 3-х слоёв  $Ta_2O_5$  и 2-х слоёв  $SiO_2$ , а заднее – из 17-ти слоёв  $Ta_2O_5$  и 16-ти слоёв  $SiO_2$  (оба покрытия защищены полуволновыми шпалочками). При этом поглощение в подложке достигает приемлемой величины – около 1 ppm, а доминирующим видом шумов по-прежнему остаётся броуновский шум покрытия.

В данном разделе рассмотрены все шумы зеркала с двойным покрытием с использованием модели конечного зеркала. При сравнении обычного зеркала и зеркала с двойным покрытием использована величина, называемая *выигрышем* – отношение квадратных корней из спектральных плотностей полного теплового шума<sup>2</sup> обычного зеркала  $S_{\text{полн}}^{(O3)}$  и зеркала с двойным покрытием  $S_{\text{полн}}^{(ДП)}$ , вычисленных на частоте 100 Гц:

$$G = \sqrt{\left. \frac{S_{\text{полн}}^{(O3)}(\omega)}{S_{\text{полн}}^{(ДП)}(\omega)} \right|_{\omega=2\pi 100 \text{ c}^{-1}}}.$$

В данном разделе показано, что использование зеркала с двойным покрытием позволяет добиться выигрыша  $G = 1.67$  по уровню суммарного теплового шума для параметров Einstein Telescope и  $G = 2.03$  для параметров Advanced LIGO (вычисление броуновских шумов производилось приближённым методом).

В данном разделе также рассмотрено, какой эффект такой выигрыш окажет на чувствительность гравитационных антенн Advanced LIGO и Einstein Telescope.

**В четвёртом разделе** данной главы к рассмотренному в третьем разделе зеркалу с двойным покрытием применяется точный метод вычисления

---

<sup>2</sup>Спектральная плотность полного теплового шума определяется как сумма спектральных плотностей броуновского, термо-упругого и термо-рефрактивного шумов покрытия и подложки.

броуновских шумов покрытия, разработанный во втором разделе данной главы. Это позволяет уточнить уровень броуновского шума зеркала с двойным покрытием, снизив его ожидаемый уровень на 8.3% для параметров антенны Advanced LIGO и на 4.7% для параметров Einstein Telescope, то есть:

$$\left. \frac{\sqrt{S_{\text{прибл}}} - \sqrt{S_{\text{точн}}}}{\sqrt{S_{\text{точн}}}} \right|_{\text{aLIGO}} \simeq 0.083, \quad \left. \frac{\sqrt{S_{\text{прибл}}} - \sqrt{S_{\text{точн}}}}{\sqrt{S_{\text{точн}}}} \right|_{\text{ET}} \simeq 0.047.$$

В данном разделе также показано, что при использовании точного метода вычисления броуновского шума покрытия обычного зеркала и зеркала с двойным покрытием выигрыш составляет  $G = 2.13$  для параметров Advanced LIGO и  $G = 1.70$  для параметров Einstein Telescope.

## Выводы

На защиту выносятся следующие основные выводы:

1. Проанализирован нежелательный эффект параметрической колебательной неустойчивости для схем лазерных интерферометрических гравитационно-волновых антенн Advanced LIGO и GEO-600. Получены условия возникновения параметрической неустойчивости в этих интерферометрах, определяющие порог возникновения эффекта в них. Приведены численные оценки возможности возникновения неустойчивости. Предложен способ уменьшения эффекта в антенне Advanced LIGO за счет расстройки, вносимой при помощи изменения положения зеркала рециркуляции сигнала. Этот же способ позволяет увеличить эффект в антенне GEO-600 для обнаружения и изучения предвестников параметрической неустойчивости.
2. Предложен точный метод вычисления броуновских шумов покрытия в многослойных интерферометрических покрытиях диэлектрических оптических зеркал, используемых в лазерных интерферометрических гравитационно-волновых антеннах второго (Advanced LIGO) и третьего (Einstein Telescope) поколения. Этот способ учитывает, в отличие от принятого в литературе приближённого метода, проникновение света в покрытие. Вычисление броуновских шумов (по квадратному корню из спектральной плотности координатного шума) точным способом для модели бесконечного зеркала даёт результат на 2.7% меньший, чем традиционный способ. Вычисление точным способом с использованием модели конечного зеркала даёт значения на 2.8% и на 2.6% меньшие для Advanced LIGO и Einstein Telescope соответственно, чем вычисление традиционным способом, пренебрегающим проникновением света в покрытие.

3. Применение точного метода вычисления броуновских шумов покрытия для зеркала с двойным покрытием даёт значения на 8.3% и на 4.7% меньшие (по корню из спектральной плотности) для Advanced LIGO и Einstein Telescope соответственно, чем вычисление их традиционным способом.
4. Исследованы тепловые шумы покрытия и подложки зеркала с двойным покрытием: проанализированы броуновские и учтены термо-упругие и термо-рефрактивные шумы. Использование такого зеркала вместо обыкновенного зеркала в качестве оконечного зеркала лазерных интерферометрических гравитационно-волновых антенн позволяет снизить суммарный тепловой шум (по квадратному корню из спектральной плотности координатного шума) зеркал антенны Advanced LIGO в 2.13 раз и зеркал Einstein Telescope в 1.70 раз.

Результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. A.G. Gurkovsky, S.E. Strigin and S.P. Vyatchanin, «Analysis of parametric oscillatory instability in signal recycled LIGO interferometer», Physics Letters A **362**, 91-99 (2007);
2. A.G. Gurkovsky and S.P. Vyatchanin, «Parametric instability in GEO 600 interferometer», Physics Letters A **370**, 177-183 (2007);
3. A.G. Gurkovsky and S.P. Vyatchanin, «Parametric instability in GEO 600 interferometer», Proceedings of SPIE **6727**, 672712 (2007);
4. Гурковский А.Г., «Исследование броуновских шумов покрытия лазерных интерферометрических гравитационно-волновых антенн», Оптика и спектроскопия **109**, 52-57 (2010);
5. A.G. Gurkovsky and S.P. Vyatchanin, «The thermal noise in multilayer coating», Physics Letters A **374**, . 3267-3274 (2010);
6. K. Somiya, A.G. Gurkovsky, D. Heinert, S. Hild, R. Nawrodt and S.P. Vyatchanin, «Reduction of coating thermal noise by using an etalon», Physics Letters A **375**, 1363-1374 (2011);
7. N.M. Kondratiev, A.G. Gurkovsky and M.L. Gorodetsky , «Effect of interference on thermal noise and coating optimization in dielectric mirrors», arXiv:1102.3790v1 [gr-qc], URL: <http://arxiv.org/abs/1102.3790>
8. A.G. Gurkovsky, D. Heinert, S. Hild, R. Nawrodt, K. Somiya, S.P. Vyatchanin and H. Wittel, «Reducing Thermal Noise in Future Gravitational Wave Detectors by employing Khalili Etalons», документ проекта LIGO P1100057-v1, URL: <https://dcc.ligo.org/cgi-bin/private/DocDB/ShowDocument?docid=61504>
9. А.Г. Гурковский, «Параметрическая неустойчивость в интерферометре GEO», Сборник тезисов международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов 2007», секция «Физика», стр. 163, Физический ф-т МГУ (2007);
10. А.Г. Гурковский, «Параметрическая неустойчивость в Advanced LIGO для пучков различной формы», сборник тезисов международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов 2008», секция «Физика», стр. 182, Физический ф-т МГУ (2008);

11. A.G. Gurkovsky and S.P. Vyatchanin, «Parametric instability in GEO interferometer», сборник тезисов конференции 13th Russian Gravitational Conference - International Conference on Gravitation, Cosmology and Astrophysics «RusGrav-13», стр. 154, РУДН (2008);
12. А.Г. Гурковский, «Подавление тепловых шумов диэлектрических покрытий оптических зеркал с помощью двойных зеркал», сборник тезисов международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов 2010», секция «Физика», стр. 54, Физический ф-т МГУ (2010);
13. A.G. Gurkovsky and S.P. Vyatchanin, «Accurate calculation of dielectric mirror interferometric multilayer coating Brownian noise», сборник тезисов конференции International Conference «Modern Problems of Gravitation, Cosmology and Relativistic Astrophysics» - «RUDN-10», стр. 144, РУДН (2010);