5. Заключение

Переход от обычной лоренц-инвариантной теории квантованных полей к финслерову обобщению предполагает использование следующих «рецептов»: волновое уравнение выводится из лагранжевой плотности $H^2(u_i)J(u_i)$; в импульсном пространстве интеграл $\int d^4k$ заменяется на инвариантный интеграл $\int J(k)\, d^4k$; δ-функция берется в виде $\delta(H^2(k) - m^2)$; финслерова функция Гамильтона H выбирается в специально-релятивистском виде (23)–(25); обычная связь между операторами $u^{\pm}(\mathbf{k}) = u^{\pm}(k)/\sqrt{2k_0}$ заменяется на связь (39)–(40); функции Паули–Йордана обобщаются «по ковариантности», т. е. согласно (34)–(35); используются коммутаторы вида (36)–(38); представление для импульса обобщается «по ковариантности», т. е. берется в виде (41)–(42).

Необходимо проводить последовательное и аккуратное различие между компонентами k_j и k^j четырехмерного волнового вектора; в частности $k_0 \neq k^0$ и $k_a \neq -k^a$ [10, 11].

Дальнейшее развитие настоящей работы предполагает построение финслеровой теории комплексного скалярного поля, электромагнитного и спинорного полей, а также изучение свойств финслеровых функций Паули–Йордана.

Литература

1. *Асанов Г.С.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1994. № 1. С. 19 (Moscow University Phys. Bull. 1994. No. 1. P. 18).
2. *Асанов Г.С.* // Там же. 1994. № 2. С. 13 (Ibid. No. 2. P. 11).
3. *Асанов Г.С.* // Там же. 1995. № 4. С. 7 (Ibid. No. 4. P. 6).
4. *Асанов Г.С.* // Там же. 1996. № 1. С. 18 (Ibid. No. 1. P. 15).
5. *Асанов Г.С.* // Там же. 1996. № 2. С. 8 (Ibid. No. 2. P. 6).
6. *Асанов Г.С.* // Там же. 1996. № 3. С. 8 (Ibid. No. 3. P. 8).
7. *Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В.* Введение в теорию квантованных полей. М., 1973.
8. *Швебер С.* Введение в релятивистскую теорию поля. М., 1963.
9. *Рунд Х.* Дифференциальная геометрия финслеровых пространств. М., 1981.
10. *Asanov G.S.* Finsler Geometry, Relativity and Gauge Theories. Dordrecht, 1985.
11. *Asanov G.S.* // Reports on Math. Phys. 1997. **39**. P. 69.

Поступила в редакцию
15.12.97

РАДИОФИЗИКА

УДК 621.385.6

ВЛИЯНИЕ ПОПЕРЕЧНОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ СВЧ-ПОЛЯ НА РЕЖИМЫ МАЗЕРА НА АНОМАЛЬНОМ ЭФФЕКТЕ ДОПЛЕРА С ЛЕНТОЧНЫМ ПУЧКОМ

А. Ф. Александров, В. А. Кубарев, А. В. Михайлов

(кафедра физической электроники)

Исследовано влияние поперечной неоднородности СВЧ-поля на взаимодействие электронов с излучением в мазере на циклотронном резонансе с планарной замедляющей системой и ленточным пучком в условиях аномального эффекта Доплера. Изучены режимы усиления в зависимости от ведущего магнитного поля.

Мазер на циклотронном резонансе, работающий в условиях аномального эффекта Доплера (МЦР АД), представляет собой одну из перспективных разновидностей мазеров на свободных электронах, не требующих предварительной закрутки пучка и отличающихся простотой конструкции. В работе [1] показана возможность достижения высокого кпд МЦР АД-усилителя с попутной волной и генератора со встречной волной. Однако в этой работе не учитывалась поперечная неоднородность СВЧ-поля (использовалось квазиплоское приближение [2]). При экспериментальном исследовании МЦР АД с диэлектрической замедляющей системой коаксиальной конструкции [3] достигнутый кпд был невысок (около 1%). Подобное исследование МЦР АД-генератора [4] коаксиальной структуры с гофрированным стержнем и трубчатым пучком показало, что он может быть источником мощных СВЧ-колебаний. Для получения генерации использовался принцип самовозбуждения колебаний вблизи π-вида границы полосы прозрачности. Мощность генерации составляла 10–50 МВт при ускоряющем напряжении 500 кВ, токах 2–3 кА и длительности импульсов 200 нс и имела максимум при $B \approx 11$ кГс.

Таким образом, имеется значительный разрыв между экспериментально достигнутыми уровнями кпд МЦР АД и теоретическими оценками. Это указывает на излишнюю идеализацию использованных моделей, в частности на недостаточный учет конечности ларморовских радиусов электронов и неоднородности СВЧ-поля. Этим вопросам в работе уделено особое внимание.

Далее будем рассматривать МЦР АД с планарной диэлектрической замедляющей системой и ленточным пучком. Первоначально прямолинейный пучок, распространяющийся в ведущем магнитном поле $\mathbf{B}_z$, взаимодействует с замедленной волной H_{01} (отличные от нуля компоненты E_y, H_x, H_z) в условиях аномального доплеровского синхронизма: $\omega - k_z u_z = -\omega_B/\gamma$.

1. Уравнения в дрейфовом приближении

Будем предполагать, что на входе в волновод ($z = 0$) релятивистский электронный пучок (РЭП) моноскоростной и прямолинейный ($p_z = p_0$; $p = p_\perp = 0$). Пространственным зарядом пучка пренебрегаем. Следуя дрейфовому приближению, ищем поперечные координаты электронов (x, y) в виде суммы координат ведущего центра (X, Y) и добавки, связанной с вращением по ларморовской спирали нормированного радиуса $R = \frac{\omega}{c} r_L \sqrt{n^2-1} = \frac{p}{\mu}\sqrt{n^2-1}$:

$$x = X + R\cos\psi, \quad y = Y + R\sin\psi; \qquad \psi = \int \frac{\mu}{p_z} d\xi + \varphi, \tag{1}$$

где ψ и φ — быстрая и медленная фазы циклотронного вращения, а X, Y — безразмерные координаты. Тогда движение электронов в ведущем магнитном поле $B\{0, 0, B_z\}$ и СВЧ-волне описывается уравнениями

$$\begin{gathered}
\dot{p} = -\alpha\left(\frac{\gamma}{p_z} - n\right)\cos\theta\,\mathrm{ch}\,X[2I_1'(R)],\\
\dot{p}_z = n\dot{\gamma} = -\alpha n\frac{p}{p_z}\cos\theta\,\mathrm{ch}\,X[2I_1'(R)],\\
\dot{\theta} = \frac{\gamma}{p_z} - n + \frac{\mu}{p_z} + \alpha\left(\frac{\gamma}{p_z} - n\right)\sin\theta\,\mathrm{ch}\,X\left[\frac{2I_1(R)}{R}\right],\\
\mu\dot{Y} = -\alpha\frac{p}{p_z}\sqrt{n^2-1}\,\mathrm{sh}\,X\cos\theta[2I_1'(R)],\\
\mu\dot{X} = \alpha\sqrt{n^2-1}\left(\frac{\gamma}{p_z} - n + \frac{\mu}{p_z}\right)\mathrm{sh}\,X\cos\theta[2I_1(R)],
\end{gathered}\tag{2}$$

где дифференцирование производится по продольной координате $\xi = (\omega/c)z$; p_z, p —продольный и поперечный импульсы; $\alpha = eE/(\omega m_0 c)$ — параметр ускорения; $\mu = \omega_B/\omega$; $\omega_B = eB/(m_0 c)$; $n = kc/\omega$ — коэффициент замедления волны в структуре; $\theta = \omega t - kz + \psi$ — медленная фаза (относительно электромагнитной волны); $I(R)$ — модифицированная функция Бесселя, $I_1' = dI_1/dR$.

Домножив и разделив последнее уравнение системы (2) на $\dot{\gamma}$, получаем уравнение для координаты ведущего центра:

$$\dot{X} = -\frac{1}{\mu^2}\frac{\mathrm{sh}\,X}{\mathrm{ch}\,X}(\gamma - p_z n + \mu)(n^2-1)\frac{I_1(R)}{RI_1'(R)}\dot{\gamma},$$

откуда следует дрейфовый интеграл движения:

$$\ln\frac{\mathrm{sh}\,X}{\mathrm{sh}\,X_0} = -\frac{n^2-1}{\mu^2}\int\limits_{\gamma_0}^{\gamma}\frac{I_1(R)}{RI_1'(R)}[\gamma - np_z + \mu]d\gamma.$$

Рассмотрим теперь возбуждение электродинамической структуры релятивистским электронным пучком. В одномодовом приближении поле в волноводе будем искать в виде $E = E_0(z)\Psi^*(r_\perp)\cdot \mathrm{e}^{i(\omega t - kz)}$, где Ψ^* — мембранная функция, удовлетворяющая уравнению Гельмгольца

$$\Delta_\perp\Psi^* + \left[\frac{\varepsilon\omega^2}{c^2} - k^2\right]\Psi^* = 0.$$

Подставив это выражение в волновое уравнение, выполнив усреднение по быстрой фазе циклотронного вращения и разделив амплитуду и фазу волны ($E_0 = |E_0|\,\mathrm{e}^{i\varphi}$), получим следующее уравнение возбуждения:

$$\frac{d\alpha}{d\xi} = I\frac{p}{p_z}\mathrm{ch}\,X[2I_1'(R)]\cos(\overline{\theta}), \tag{3}$$

где $I = \frac{\omega_p^2\beta_0}{4\omega^2 nN}$ — параметр тока, $\omega_p^2 = \frac{4\pi e^2 n_0}{m_0}$; N — норма волны; $\overline{\theta} = \theta + \Phi$.

С учетом самосогласованного изменения фазы волны $\left(\frac{d\Phi}{d\xi} = -\frac{I}{\alpha}\frac{p}{p_z}\mathrm{ch}\,X\,2I'(R)\sin(\overline{\theta})\right)$ система уравнений движения вместе с уравнением возбуждения имеет вид

$$\begin{gathered}
\dot{p} = -\alpha\left(\frac{\gamma}{p_z} - n\right)\cos\theta\,\mathrm{ch}\,X[2I_1'(R)],\\
\dot{p}_z = n\dot{\gamma} = -\alpha n\frac{p}{p_z}\cos\theta\,\mathrm{ch}\,X[2I_1'(R)],\\
\dot{\theta} = \frac{\gamma}{p_z} - n + \frac{\mu}{p_z} + \alpha\left(\frac{\gamma}{p_z} - n\right)\sin\theta\,\mathrm{ch}\,X\left[\frac{2I_1(R)}{R}\right] - \frac{I}{\alpha}\frac{p}{p_z}\sin\theta\,\mathrm{ch}\,X[2I_1'(R)],\\
\mu\dot{Y} = -\alpha\frac{p}{p_z}\sqrt{n^2-1}\,\mathrm{sh}\,X\cos\theta[2I_1'(R)],\\
\mu\dot{X} = \alpha\sqrt{n^2-1}\left(\frac{\gamma}{p_z} - n + \frac{\mu}{p_z}\right)\mathrm{sh}\,X\cos\theta[2I_1(R)],
\end{gathered}$$

$$\dot{\alpha} = I\frac{p}{p_z}\mathrm{ch}\,X[2I_1'(R)]\cos\theta, \tag{4}$$

где вместо $\overline{\theta}$ оставлено обозначение θ.

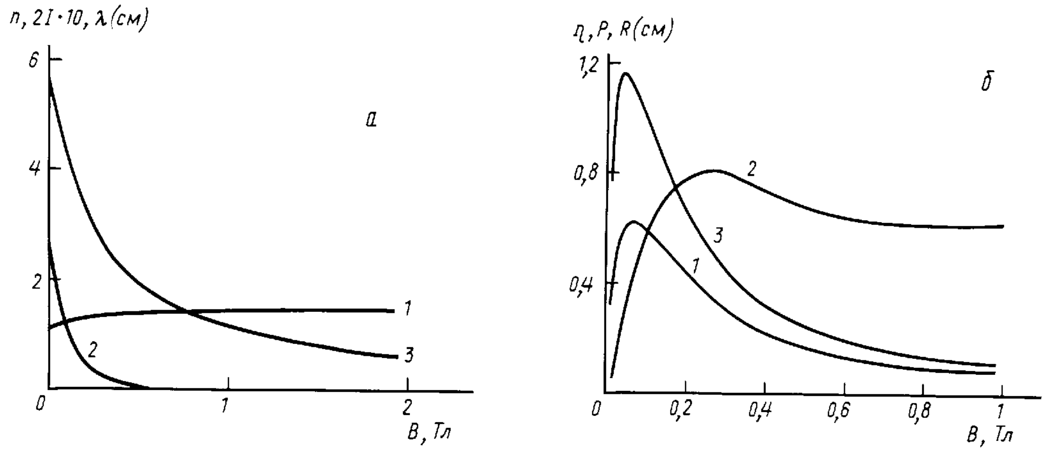

Рис. 1. Зависимость величин n (*1*), $2I\cdot 10$ (*2*), λ (*3*) в точке синхронизма (*а*) и величин максимального кпд η (*1*), поперечного импульса P (*2*), максимального ларморовского радиуса R (см) (*б*) от ведущего магнитного поля ($\varepsilon = 2,25$; линейная плотность тока $J = 1$ кА/см; $\mathcal{E} = 1$ МэВ; полуширина волновода $D = 1,7$ см; полуширина вакуумного канала $d = 0,3$ см)

При изменении ведущего магнитного поля B изменяются значения $(\omega; k)$ в точке синхронизма на дисперсионной характеристике. На основании полученных при расчете дисперсионной характеристики значений ω, k можно найти зависимости $\lambda(B)$ и безразмерные $n(B)$, $I(B)$ (рис. 1,*а*).

2. Теория МЦР АД в квазиплоском приближении

В квазиплоском приближении, когда ларморовский радиус много меньше масштаба поперечной неоднородности ВЧ-поля [2], неоднородностью можно пренебречь, т.е. положить $R = 0$, $X = 0$. В указанном приближении получим уравнения

$$\frac{dp}{d\xi} = -\alpha\left(\frac{\gamma}{p_z} - n\right)\cos\theta,$$
$$\frac{d\gamma}{d\xi} = -\alpha\frac{p}{p_z}\cos\theta = \frac{1}{n}\,\frac{dp_z}{d\xi},$$
$$\frac{d\theta}{d\xi} = \frac{\gamma}{p_z} - n + \frac{\mu}{p_z} + \frac{\alpha}{pp_z}(\gamma - np_z)\sin\theta - \frac{Ip}{\alpha p_z}\sin\theta,$$
$$\frac{d\alpha}{d\xi} = I\frac{p}{p_z}\cos\theta. \qquad (5)$$

Граничные условия в случае первоначально прямолинейного пучка зададим в виде $p = 0$, $p_z = p_0 = (\gamma_0 - 1)^{1/2}$, $\gamma = \gamma_0$, $\xi = 0$, $\alpha = \alpha_0$. Система уравнений с учетом граничных условий имеет следующие интегралы:

1°. $\gamma - \dfrac{p}{p_z} = \gamma_0 - \dfrac{p_0}{n}$,

2°. $\alpha^2 - \alpha_0^2 = 2I(\gamma_0 - \gamma)$,

3°. $\alpha p\sin\theta = \delta(\gamma_0 - \gamma) + \nu\dfrac{(\gamma_0 - \gamma)^2}{2}$,

где $\delta = \gamma_0 - p_0 n + \mu$; $\nu = (n^2 - 1)$; δ — начальная расстройка синхронизма; ν — коэффициент неизохронности.

Используя интегралы движения 2°, 3° и соотношения $\gamma = \gamma_0 - \eta(\gamma_0 - 1)$; $p^2 = \gamma^2 - 1 - p_z^2$, исходную систему уравнений можно свести к одному уравнению для кпд взаимодействия η:

$$\frac{d\eta}{d\xi} = \frac{1}{p_0 - n(\gamma_0 - 1)\eta}\times$$
$$\times\{[\alpha_0^2 + 2I(\gamma_0 - 1)\eta](n^2 - 1)\eta(\eta_l - \eta) - \qquad (6)$$
$$-\eta^2(\delta + \nu(\gamma_0 - 1)\eta/2)^2\}^{1/2},$$

где $\eta_l = \dfrac{2\gamma_0 n(n\beta_0 - 1)}{(\gamma_0 - 1)(n^2 - 1)}$ — предельный кпд. Из этого уравнения нетрудно получить инкремент экспоненциального усиления на линейной стадии ($\alpha_0^2 \to 0$, $\eta \ll \eta_l \leqslant 1$):

$$\Gamma = \frac{1}{p_0}(\Gamma_0^2 - \delta^2)^{1/2},$$
$$\left(\frac{d\eta}{d\xi} = \Gamma\eta;\quad \Gamma_0^2 = 2I(\gamma_0 - 1)(n^2 - 1)\eta_l\right).$$

Из равенства нулю правой части уравнения (6) получается зависимость максимального кпд от начальной расстройки синхронизма.

В случае точного синхронизма ($\delta = 0$) проследим изменение кпд, максимального поперечного импульса P и максимального ларморовского радиуса R в зависимости от величины ведущего магнитного поля. Эти зависимости представлены на рис. 1,*б*. Видно, что максимум кпд имеет место при малых значениях магнитного поля и соответствует большим значениям ларморовского радиуса, превышающим полуширину вакуумного зазора, что соответствует оседанию пучка на поверхность диэлектрика. С ростом магнитного поля ларморовский радиус убывает и оседание может прекратиться. Однако кпд при этом уменьшается из-за ослабления связи пучка со структурой при росте коэффициента замедления волны (см. рис. 1,*а*).

3. Особенности взаимодействия в приближении слабой неоднородности

Рассмотрим особенности аномального эффекта Доплера в приближении слабой неоднородности поля ($R \leqslant 1$). Уравнения и метод расчета кпд системы аналогичны тем, которые приводились выше. В указанном приближении представим функции Бесселя разложениями

$$\begin{aligned} 2I_1'(R) &\approx 1 + \frac{3R^2}{8}, \\ \frac{2I_1(R)}{R} &\approx 1 + \frac{R^2}{8}, \\ \frac{I_1(R)}{RI_1'(R)} &\approx \left(1 - \frac{3R^2}{8}\right)\left(1 + \frac{R^2}{8}\right). \end{aligned} \tag{7}$$

При этом правую часть третьего интеграла движения (3°)

$$\alpha p \operatorname{ch} X \sin\theta = -\int\limits_{\gamma_0}^{\gamma} \frac{(\gamma - p_z n + \mu)}{2I_1'(R)} d\gamma$$

можно вычислить аналитически в виде полинома и записать уравнение для кпд в виде

$$\begin{aligned} \frac{d\eta}{d\xi} &= \left(1 + \frac{3}{8}R^2\right)\left[\frac{1}{p_0 - n(\gamma_0 - 1)\eta} \times \right. \\ &\times \left\{ \left[\alpha_0^2 + 2I(\gamma_0 - 1)\eta\right](n^2 - 1)\eta(\eta_l - \eta)(\gamma_0 - 1)\operatorname{ch}^2 X - \right. \\ &\left.\left. - (\alpha p \sin\theta \operatorname{ch} X)^2 \right\}^{1/2}\right], \end{aligned} \tag{8}$$

где $R^2 = \dfrac{(n^2-1)^2}{\mu^2}(\gamma_0 - 1)^2(\eta_l - \eta)\eta$.

Максимум кпд соответствует равенству нулю правой части (8), где выражение ($\alpha p \operatorname{ch} X \cdot \sin\theta$) представляет собой полином четвертого порядка по η. Отсюда можно получить зависимость максимального кпд от расстройки $\eta(\delta)$; отметим, что в ряде режимов аргумент функции Бесселя не мал и использованное разложение некорректно, поэтому соответствующие значения необходимо рассматривать как качественные. При высоких кпд учет поперечной неоднородности поля необходим, а ее влияние существенно зависит от режима работы МЦР АД. При этом ввести какой-либо аналитический критерий для определения области применимости квазиплоского приближения оказывается затруднительным.

Получим инкремент экспоненциального усиления на линейной стадии ($\alpha_0^2 \to 0$, $\eta \ll \eta_l \leqslant 1$):

$$\Gamma = \frac{1}{p_0}\left(\Gamma_0^2 - \delta^2\right)^{1/2}; \quad \Gamma_0^2 = 2I(\gamma_0 - 1)(n^2 - 1)\eta_l \cdot \operatorname{ch}^2 X.$$

Видно, что при увеличении координаты ведущего центра X инкремент растет, что связано с возрастанием связи пучка со структурой при приближении к ней.

4. Режимы МЦР АД с пучком конечной толщины

На основании численного решения системы уравнений (4) проследим поведение траекторий электронов, кпд, коэффициента усиления по длине системы (длина волновода 100 см) в зависимости от величины ведущего магнитного поля и начальной мощности волны H_{01}. Максимальные значения кпд усилителя η соответствуют слабым ведущим полям, в которых, однако, обнаружено оседание электронов на поверхность диэлектрика в волноводе из-за большого ларморовского радиуса, что на практике, естественно, недопустимо.

Поэтому кпд системы в области магнитных полей, где оседание прекратится, оказывается существенно меньше максимального. Для тонкого пучка ($X_0(t = 0) = 0$, линейная плотность тока $J = 1$ кА/см, $\mathcal{E} = 1$ МэВ) и выбранных геометрических размеров $D = 1,7$ см, $d = 0,3$ см получены зависимости η (кривая *1*), G (кривая *2*), представленные на рис. 2,*а*. Слева от вертикальной прямой находится область, соответствующая оседанию. Фиксируя величину поля, при которой нет оседания ($B = 0,41$ Тл), и изменяя входную мощность волны ($P_{\text{in}} = 0 \div 100$ кВт/см), определим реально возможный кпд. Максимум кривой $\eta(P_{\text{in}}) = 12\%$, изображенной на рис. 2,*б*, соответствует $P_{\text{in}} = 55$ кВт/см, при этом длина усиливаемой волны λ равна 2,2 см.

Пучок конечной толщины (полуширина $a = 0,15$ см) моделировался конечным числом крупных частиц, равномерно распределенных по начальным координатам ведущих центров. При этом из-за поперечной неоднородности связи пучка со структурой в процессе взаимодействия происходит «расслоение» пучка.

Рассматривались режимы усиления для различных геометрических размеров системы и энергий электронов.

Уменьшение длины волны возможно при уменьшении толщины диэлектрика. Обнаружено, что с уменьшением длины волны достижимые значения коэффициента усиления и кпд уменьшаются до 10% и ниже.

При увеличении энергии электронов до $\mathcal{E} = 1,5$ МэВ при $D = 0,6$ см, $d = 0,3$ см, $\lambda = 0,8$ см (кривая *3* и кривая *4* на рис. 2) происходит сдвиг границы оседания в область больших магнитных полей ($B = 0,6$ Тл), а максимальный кпд сохраняется на том же уровне при увеличении входной мощности ($\eta = 12\%$, $P_{\text{in}} = 70$ кВт/см).

Увеличение ширины вакуумного зазора приводит к ослаблению связи пучка со структурой и падению усиления и кпд при той же входной мощности. Однако увеличение P_{in} до 290 кВт/см приводит к $\eta = 12\%$.

Отметим, что в указанных случаях уменьшение ширины вакуумного зазора приводило лишь к сдвигу границы оседания при том же кпд.

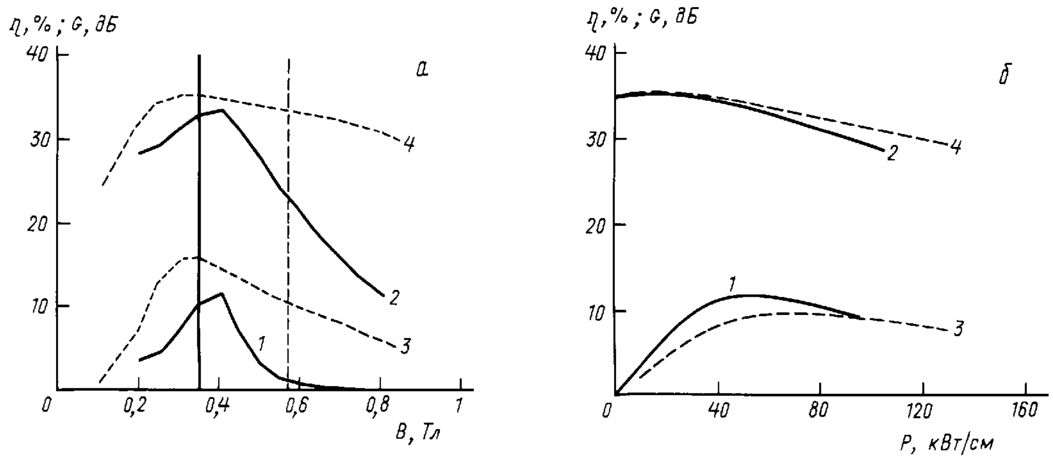

Рис. 2. Зависимости кпд η и коэффициента усиления G от магнитного поля (*а*) и от входной мощности (*б*): η (*1*), G (*2*) (тонкий пучок; $G = 10\lg(P_{\rm out}/P_{\rm in})$, где $P_{\rm out}$ — выходная мощность излучения; $D = 1,7$ см; $d = 0,3$ см; для рис. 2,*а* $P = 50$ кВт/см); η (*3*), G (*4*) (пучок с полушириной $a = 0,15$ см и $D = 0,6$ см, $d = 0,3$ см, $\mathcal{E} = 1,5$ МэВ)

Таким образом, при оптимизации параметров МЦР на аномальном эффекте Доплера необходимо учитывать конечность ларморовских радиусов электронов и поперечную неоднородность СВЧ-поля.

Литература

1. *Гинзбург Н.С.* // Изв. вузов, Радиофизика. 1979. **22**, №4. С. 470.
2. *Жураховский В.А.* // Радиотехн. и электроника. 1984. **29**, №5. С. 956.
3. *Диденко А.Н., Борисов А.Р., Фоменко Г.П.* и др. // Письма в ЖТФ. 1983. **9**, №21. С. 1331.
4. *Галузо С.Ю., Канавец В.И., Слепков А.И., Плетюшкин В.А.* // ЖТФ. 1982. **52**. №8. С. 1681.

Поступила в редакцию
27.06.97