

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. М.В. ЛОМОНОСОВА**

**ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

**Е.В. Воронина**

**МЕХАНИКА  
ОЧАГА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ**

**СПЕЦКУРС**



**Москва  
2004**



**Е.В. Воронина. МЕХАНИКА ОЧАГА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ.**  
М.: Физический факультет МГУ, 2004, 92 с.

Учебное пособие представляет собой конспект лекций, читаемых на кафедре физике Земли Физического факультета МГУ по спецкурсу «Механика очага землетрясения». Пособие включает в себя рассмотрением основополагающих вопросов теории очага тектонического землетрясения — наиболее актуальной задачи современной сейсмологии. Ряд лекций основан на результатах наиболее перспективных научных исследований, в том числе — по динамике вспарывания в очаговых зонах землетрясений, что не отражено в общедоступной литературе. Данное учебное пособие является необходимым для обеспечения учебного процесса и углубления специализации студентов кафедры физики.

Для студентов 5 курса



## Лекция 1

### ВВЕДЕНИЕ

Настоящий курс лекций посвящен рассмотрению основополагающих проблем механики очага землетрясения и вопросам практического использования данных о механизмах очага в решении геодинамических задач.

Землетрясения на нашей планете происходят часто. Каждый год они приносят разрушения во многие регионы мира. Катастрофические землетрясения сопровождаются огромными человеческими жертвами. В XX веке во время двух землетрясений в Китае 16 декабря 1920 года и 22 мая 1927 года погибло в совокупности около 400 тыс. человек; землетрясение 1 сентября 1923 года в Японии, вблизи Токио, унесло 143 тыс. жизней, 31 мая 1970 года в Перу — 66 тыс. человек. На территории бывшего Советского Союза самым катастрофическим по последствиям было спитакское землетрясение 7 декабря 1988 года, унесшее 25 тыс. жизней; во время нефтегорского землетрясения на Сахалине 27 мая 1995 года погибло 1989 человек. Катастрофические землетрясения происходили также в Иране, Пакистане, Румынии, Югославии, Италии, Индии, Чили и в других сейсмически активных регионах.

Землетрясение является источником информации не только о строении среды, но и о процессе возбуждения волн в источнике. Изучение очага землетрясения представляет собой значительно более трудную задачу по сравнению с изучением строения Земли по некоторым причинам.

1. Для изучения скоростного разреза среды необходимы данные только о кинематике сейсмических волн, т.е. — о временах вступления того или иного типа идентифицированных фаз объемных волн или дисперсионная кривая поверхностных волн, в то время как информация о смещениях и условиях вспарывания в очаговой зоне заключена в динамических характеристиках сейсмических волн, т.е. — в формах записи колебаний, которые сильно искажаются как регистрирующей аппаратурой, так и условиями распространения волн в неоднородной среде. Строго говоря, для изучения процессов в очаге необходимо, чтобы среда была известна.

2. Математический аппарат теории упругости, описывающий распространение сейсмических волн развит в XIX веке. Задача Лэмба, описывающая образование основных типов объемных и поверхностных сейсмических волн в упругом полупространстве, была решена в 1904 году.

Представление об очаге землетрясения как о результате разрыва материала сплошности среды под действием упругих напряжений было сформулировано Рейдом в 1910 году. Механика разрушения, начало которой было положено Гриффитсом в 1921 году, получила развитие только после войны и до сих пор далека от завершения.

## РАЗВИТИЕ НАУЧНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ОБ ОЧАГАХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

Сейсмологи начали изучение очага землетрясения теми малыми средствами, которыми располагали, базируясь, главным образом, на результатах наблюдений.

На основе изучения последствий Калифорнийского землетрясения 1906 года, Рейд выдвинул теорию упругой отдачи. Элементы этой теории были впоследствии развиты и частично опровергнуты, но основные положения остались верными и до сих пор. Примитивно говоря, упругая среда, подобно часовой пружине, которую все туже и туже закручивают, деформируется, накапливая в материале Земли все больше и больше энергии, и напряжения в ее теле увеличиваются. Когда пружина лопается, происходит очень резкое высвобождение этой энергии, частично в виде тепла, частично в виде упругих волн, частично — в виде неупругих смещений элементов среды (блоков).

В 1923 году Накано впервые описал закономерное распределение знаков первых вступлений сейсмических волн на сейсмических станциях, расположенных в различных направлениях от очаговой зоны (рис.1.) и ввел понятие **нодальных плоскостей**.

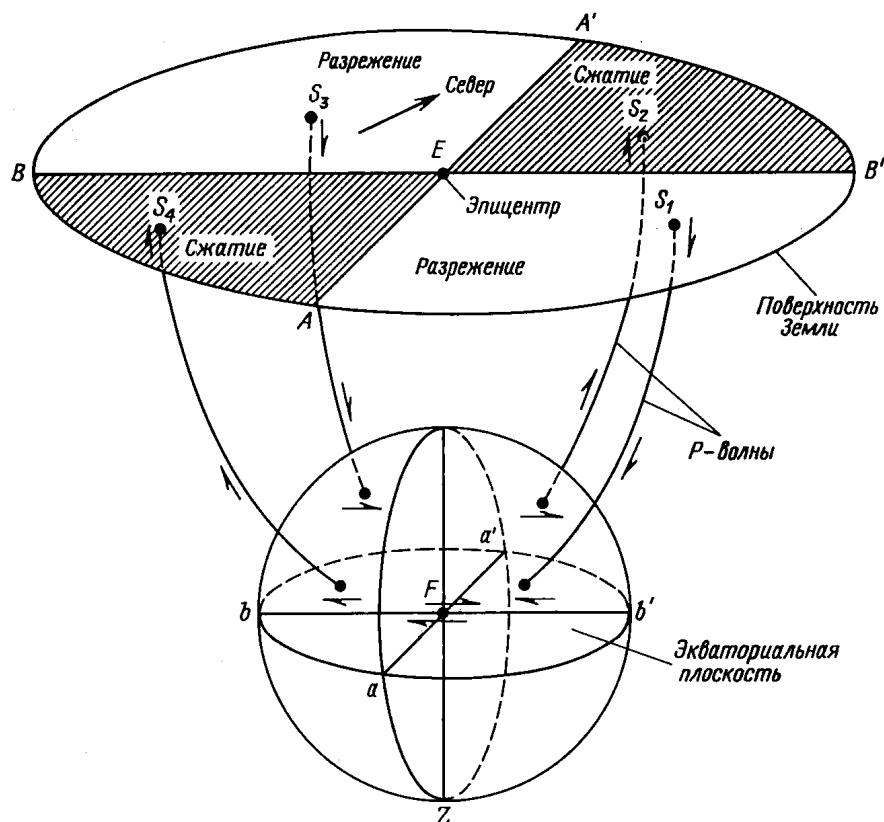


Рис.1. Квадрантное распределение знаков первых вступлений Р-волн в разных азимутах от эпицентра землетрясения

Первое вступление — смещение записи на сейсмограмме во время прихода объемной продольной Р-волны. Смещение вверх соответствует сжатию в очаге; смещение вниз — растяжению. Нодальные плоскости — поверхности нулевых смещений. **Квадрантное распределение знаков первых вступлений Р-волн** наблюдается в большинстве землетрясений и свидетельствует о том, что землетрясения взрывного типа редки и разрядка энергии сопровождается уменьшением, главным образом, сдвиговых напряжений.

Многими учеными были предложены различные варианты точечной модели очага. Наиболее интересными из них являются модель в виде диполя с моментом, предложенная Байерли в 1955 году и **модель двойного диполя с моментом**, предложенная Введенской в 1956 году.

В 1966 году Бен Менахем впервые рассмотрел закономерности излучения поверхностных волн сейсмическими источниками. В 1966 году, в работе, посвященной анализу Ниигатского землетрясения в Японии, Аки ввел понятие **сейсмического момента**, а в 1970 году Костров определил тензор сейсмического момента.

О полезности любой теории следует судить по ее способности предсказать новые результаты, которые были бы сопоставимы с наблюдениями. Однако, сложность геологического строения в сейсмически активных регионах не позволяет получить точных данных об очаге и дать предпочтение каким-либо теоретическим представлениям в настоящий момент. Повидимому, такое положение сохранится в течение длительного времени.

Интуитивно понятие очага тектонического землетрясения ясно, хотя и расплывчато. Это:

1. область, излучающая сейсмические волны,
2. область, в которой расположены гипоцентры афтершоков (**афтершоки** — более слабые сейсмические толчки, возникающие в очаговой области после сильного землетрясения),
3. область необратимой деформации среды.

## ТЕКТОНИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ОЧАГОВЫХ ЗОН

Тектонические разрывы на поверхности Земли могут быть трех типов: сдвигового, взбросового и сбросового (рис.2). При сдвиге смещение по разрыву происходит преимущественно в горизонтальной плоскости (смещение по простиранию — *strike slip fault*). При взбросе и сбросе — в вертикальной (смещение по падению — *dip slip fault*). Движение определяется по смещению висячего бока относительно лежачего. Висячим боком называется блок, плоскость разрыва которого имеет острый угол с горизонтом, лежачим — блок с плоскостью разрыва, образующей тупой угол с горизонтом. Если висячий бок перемещается вверх, разрыв называется разломом взбросового типа (*reverse fault*); если висячий бок смещается вниз, разрыв представляет собою сброс (*normal fault*).

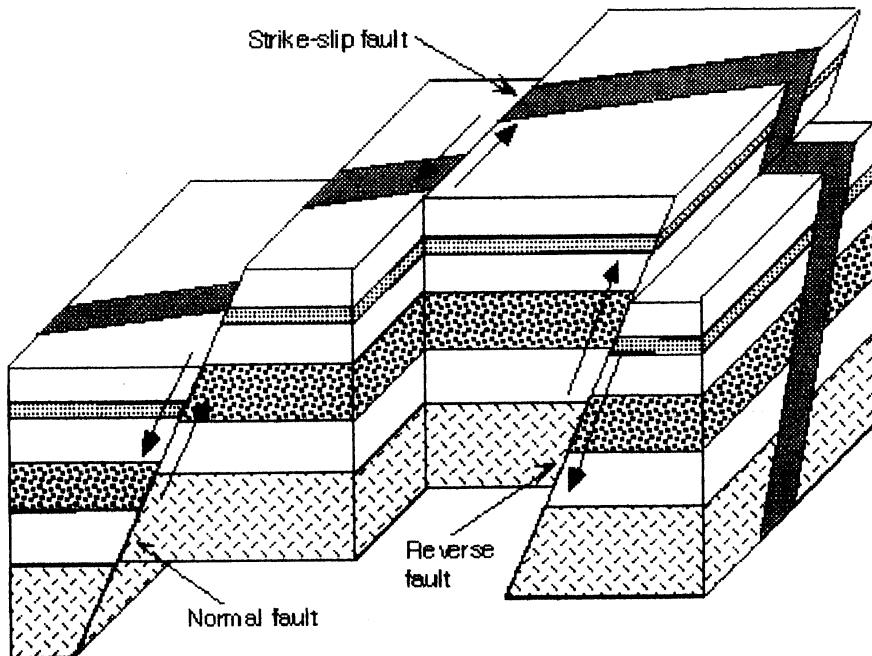


Рис.2. Типы разрывов на поверхности Земли и соответствующие им механизмы очага

Соответствующие этим движениям по разломам механизмы очага называются сдвигами, взбросами или сбросами. Выделяют еще пологий взброс, называемый надвигом (trust).

## Лекция 2

### **ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ОБЛАСТИ ОЧАГА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ**

Очаг тектонического землетрясения возникает в результате разрядки напряжений, накопленных упругой средой в процессе тектонической деформации. Тектоническая деформация может быть упругой и неупругой. С неупругой деформацией не связано никакой потенциальной энергии. Землетрясение происходит за счет превращения упругой деформации в неупругую в процессе вспарывания сплошности среды. Общая деформация тектонически активного региона, при этом, не уменьшается.

Процесс перехода упругой деформации в неупругую может происходить медленно. Тогда мы говорим о **ползучести** среды, ее вязком или пластическом течении. При быстром переходе часто наблюдается **разрыв сплошности среды** и именно это имеет место при землетрясениях. Наблюдение характеристик землетрясений свидетельствует о локальной потери устойчивости среды.

В механике сплошных сред процесс потери устойчивости среды изучается при неизменных свойствах материала среды и без нарушения его сплошности. В реальной Земле причину потери устойчивости следует искать в самом материале пород, содержащихся в теле планеты.

На поверхности Земли **локальная неустойчивость среды** выражается в образовании разрывов. При этом, нарастание деформаций связано с уменьшением напряжений в окрестности очага за счет снятия его на разрыве.

Рассмотрим образец материала, к которому приложено внешнее напряжение по двум осям (двустороннее сжатие). Примем, для простоты, что ориентация главных осей деформации и напряжения не изменяется в процессе деформирования. Под действием этих напряжений в теле образца возникает разрыв (рис.3.).

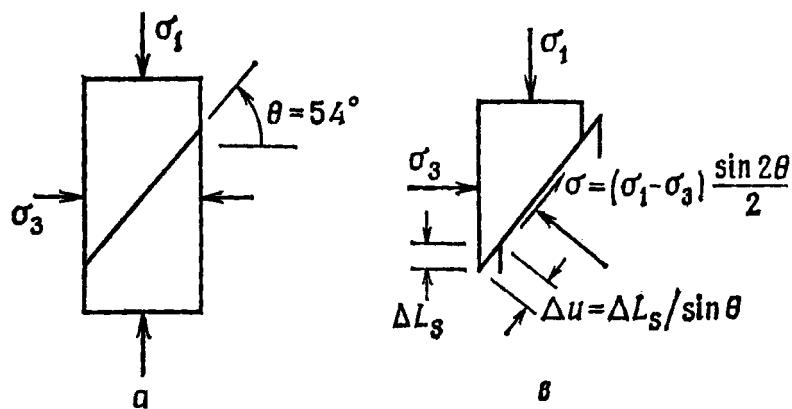


Рис.3. Скольжение по разрыву под действием напряжений сжатия

Он будет ориентирован под некоторым углом к направлению действующих напряжений. На разрыве имеют место нормальные и тангенциальные (или сдвиговые) напряжения. Увеличение размера разрыва возможно тогда, когда величина тангенциальных напряжений  $\tau = 1/2(\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \sin\theta$  становится равной или превосходит определенную, называемую критической, величину, равную:  $\tau_k = \tau_0 + \mu\sigma$ . Здесь  $\mu$  — коэффи-

циент внутреннего трения между берегами разрыва. Подобное условие образования разрыва называется критерием разрушения Кулона.

Таким образом, чтобы подвижка по разрыву была возможна, необходимо чтобы **тангенциальное напряжение вдоль поверхности разрыва в начальный момент вспарывания превосходило по величине силу трения на разрыве**. Эти условия характерны для землетрясений, происходящих вблизи поверхности Земли.

На глубинах от 100 км и более критерии разрушения сильно отличаются от тех, что имеют место на поверхности Земли. Увеличение температур и давления с глубиной создают благоприятные условия для образования поровой жидкости в составе горных пород. Это приводит к тому, что закон сухого трения, соответствующий критерию Кулона, не приемлем для землетрясений, наблюдающихся на глубине. С этой точки зрения бессмысленно говорить о разрыве сплошности среды при глубоких землетрясениях.

Однако и для глубоких землетрясений **области неустойчивых деформаций концентрируются в узкие зоны, которые можно отождествить, с макроскопической точки зрения, с разрывом сплошности среды**. Обычно очаговая зона связана с мелкомасштабной неоднородностью среды, в области которой критические напряжения меньше, чем в окружающем материале.

Рассмотрим некоторый объем материала Земли. Считаем деформации и напряжения в нем однородными, т.е. ориентация главных осей деформации и напряжения не изменяются в процессе деформирования. Тогда зависимость деформации от напряжения может быть представлена в виде (рис.4.)

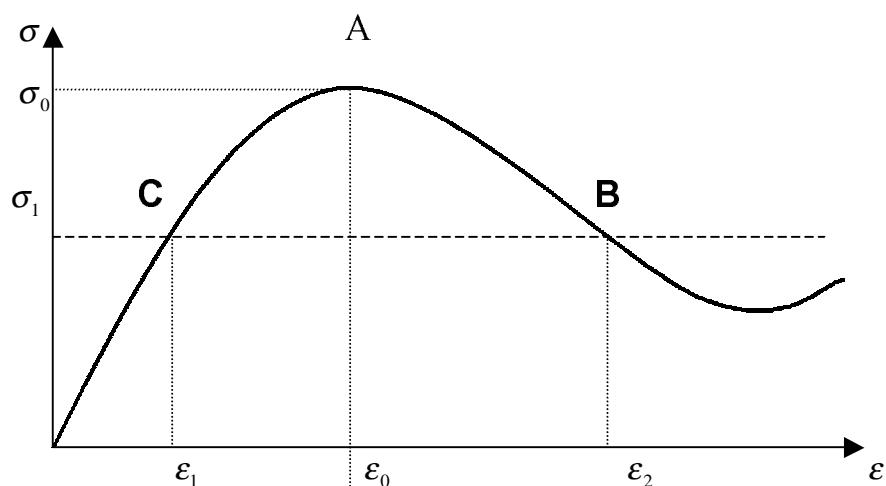


Рис.4. Зависимость напряжений от деформаций в очаговой зоне землетрясения.

До точки А рост деформаций  $\varepsilon$  сопровождается ростом напряжений  $\sigma$ . Объем выделенного материала находится в состоянии равновесия с окружающей средой. Далее, если при росте деформаций напряжения уменьшаются (часть кривой от точки А до точки В), происходит потеря устойчивости среды. Она сопровождается лавинообразным ростом разрывов и увеличением деформаций вплоть до того момента, пока напряжения вновь не начнут расти, то есть — до момента новой устойчивости среды. Таким образом, для того, чтобы динамический процесс развития разрыва был возможен, необходимо чтобы диаграмма напряжения-деформации для материала Земли имела падающий участок. Состояние среды в точке А называется критическим.

Дополнительную деформацию при выходе из критического состояния испытывает не весь объем среды, а только узкая полоса, соответствующая области мелкомасштабной неоднородности среды. Первоначально область неустойчивых деформаций концентрируется в форме, близкой к сферическому объему; с развитием процесса во времени эта форма все более приобретает форму полосы неустойчивости.

Неустойчивая деформация может распространяться в двух направлениях, соответствующих плоскостям **максимальных касательных напряжений**. Если взаимное перемещение берегов разреза оказывается большим размера первоначальной неоднородности среды, то смещение по одной из плоскостей окажется невозможным и имеет место только одна полоса скольжения.

Следовательно, тектоническое землетрясение всегда связано с неустойчивой деформацией материала Земли, сконцентрированной в узкой зоне, формально неотличимой от площадки разрыва, наблюдаемой на поверхности Земли. Физическая природа неустойчивой деформации лежит в пластическом деформировании, процессах ползучести, плавлении и дегидратации горных пород. В процессе тектонической деформации происходит диссиpация механической энергии, приводящая к повышению температуры материала Земли, причем, диссиpация энергии тем больше, чем выше скорость деформации.

Итак, **феноменологическое определение механизма очага** землетрясения может быть сформулировано следующим образом:

Очаг тектонического землетрясения представляет собой **разрыв сплошности** материала Земли, возникающий под действием накопленных **сдвиговых напряжений**. Накопление напряжений происходит в процессе тектонической деформации.

Разрыв может быть в пространстве устойчивым и неустойчивым, в зависимости от распределения внешнего напряжения. Устойчивый разрыв, для увеличения размера, требует роста внешних напряжений.

Неустойчивый — распространяется при фиксированном уровне напряжений и достаточно быстро из-за того, что величина нагрузки быстро падает с ростом размера разрыва. Таким образом, **не всякий разрыв является очагом землетрясения, а только тот, размеры которого увеличиваются в процессе вспарывания.**

В процессе вспарывания выделяются три фазы разрываообразования.

Фаза инициации разрыва (подготовка землетрясения), само **вспарывание** (смещение по разрыву), а также — затухание землетрясения (**афтершоки**) и переход к разрыву как таковому.

Физика очага тектонического землетрясения сводится к физике разрушения больших горных масс в условиях земных недр. **Механика очага — это механика быстрого распространения разрыва в материале Земли, сопровождающегося излучением сейсмических волн.**

Разрыв возникает в малой области и распространяется в среде со скоростью, не превышающей скорость распространения поперечных волн в среде.

Возможно образование нескольких разрывов при одном землетрясении (сложный очаг).

**Земля представляет собой разные среды по отношению к событиям разного масштаба** и различным процессам. Она может быть однородной для землетрясения в целом, и неоднородной для описания процесса вспарывания по разрывам.

Заметим, что площадка разрыва может быть и не плоской, однако, для начального вспарывания в очаге землетрясения эта гипотеза может быть применима. Кроме того, при изгибной деформации среды возможно образование трещин отрыва. Однако, отрывная компонента перемещения существенно меньше сдвиговой.

## Лекция 3

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ОЧАГА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ

Теоретической основой сейсмологии является теория упругости. Однако, в физике понятие «сплошности» имеет иное содержание, чем в механике сплошной среды. **«Сплошная среда»** является моделью для физических тел, а **«малые частицы»** — математической моделью реальной среды. Размеры «малых частиц» в сейсмологии должны быть соизмеримы с дли-

нами излучаемых волн и могут быть порядка сотен метров. В лабораторных экспериментах, в образцах горных пород, размеры частиц порядка нескольких сантиметров. Таким образом, **материал Земли для наблюдений разных масштабов различен**. Среда, к которой приурочены сильные землетрясения, отличается от той, в которой имеют место слабые события. Анализ явления должен осуществляться с учетом масштабного фактора.

Движение сплошной среды описывается полем вектора смещений (тензора деформации) и полем тензора напряжений.

**Смещение** определяется как изменение положения частицы среды в пространстве (рис. 5)

В предварительно ненапряженной среде  $\vec{y} = \vec{x} + \vec{u}$ , где  $\vec{u}$  — **подвижка** по разрыву.

Разрыв сплошности среды характеризуется, помимо подвижки по разрыву, двумя «берегами» разрыва  $\Sigma^+$  и  $\Sigma^-$ , вектором нормали к поверхности разрыва  $\vec{v}$ , Областью возбуждения, ограниченной поверхностью  $S_0$  и объемом  $V$  (рис. 6). Если  $\vec{\xi}$  — текущая координата на разрыве, то подвижка по разрыву представляется в виде:

$$\vec{u}(\vec{\xi}, t) = \vec{u}^+(\vec{\xi}, t) - \vec{u}^-(\vec{\xi}, t), \quad (3.1)$$

где направление смещения от  $\Sigma^-$  к  $\Sigma^+$  по нормали к разрыву. Подвижку можно выразить через приращение смещения по нормали к разрыву  $\vec{n}(\vec{\xi})$  как:

$\vec{u}(\vec{\xi}, t) = \vec{n}(\vec{\xi}) \Delta u(\vec{\xi}, t)$ . Причем  $\vec{n}$  — **направление вспарывания**. В общем виде, для тангенциального сдвига, —  $\vec{n} \perp \vec{v} \perp \vec{u}$ . Условие тангенциального сдвига не всегда имеет место при землетрясениях, но для большинства землетрясений вблизи поверхности Земли оно соблюдается.

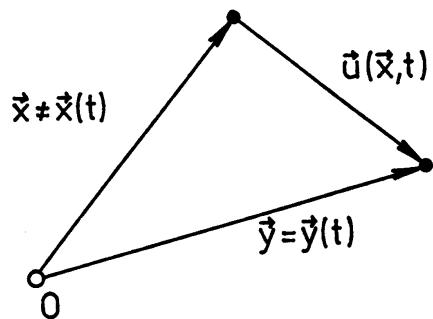


Рис. 5. К определению подвижки по разрыву

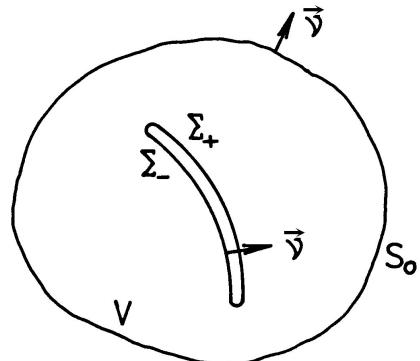


Рис. 6. Область очага землетрясения и разрыва сплошности среды

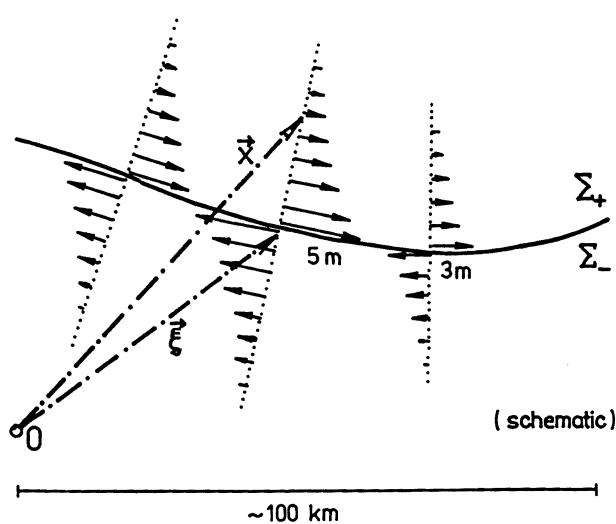


Рис. 7. Схематическое распределение смещений на разрыве в условиях двустороннего вспарывания

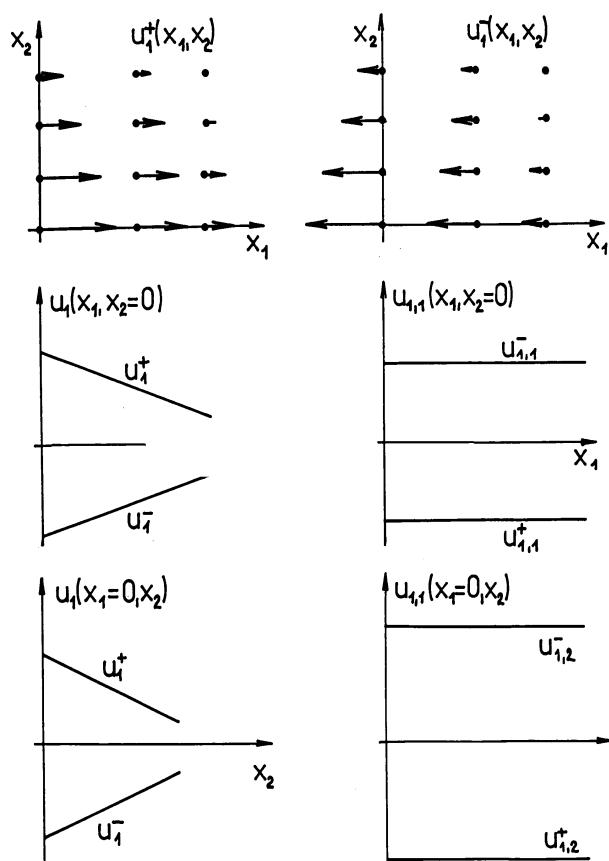


Рис.8. Изменение горизонтальных компонент смещений и деформации на разрыве

Приращение смещений в очаговой зоне всегда является функцией **сдвига**. Вблизи поверхности разрыва распределение смещений имеет вид, представленный на рис. 7.

В случае двустороннего вспарывания смещения максимальны в центре разрыва и уменьшаются к его концам, а также — при удалении от плоскости разрыва.

Изменения смещений в пространстве характеризуется тензором **деформации**:

$$u_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right).$$

Если смещения при удалении от поверхности разрыва убывают, то деформация — сохраняется.

Для плоскости разрыва имеет место картина, представленная на рис. 8.

В горизонтальной плоскости смещения на разрыве уравновешены.

При этом:  $\epsilon_{12} = \epsilon_{21} \neq 0$ .

Скачек смещений имеет место в вертикальной плоскости, как это следует из следующего рисунка. Именно этот скачек смещений представляет собой подвижку по разрыву. Она возникает за счет того, что

смещения в области очага с глубиной убывают экспоненциально под плоскостью разрыва и линейно — над ней.

Тензор деформации среды содержит составляющую, описывающую начальную деформацию (до землетрясения) и деформацию, приобретенную средой в процессе вспарывания в очаговой зоне землетрясения. Тензор деформации, связанной с подвижкой в очаге принято считать малым. Обычно его представляют в виде тензора Коши:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{ij} + u_{ji}) \quad i,j=1,2,3. \quad (3.2)$$

Полный тензор деформации:

$$\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t) = e_{ij}^0(\vec{x}, t) + \varepsilon_{ij}(\vec{x}, t).$$

**Напряжения на разрыве выражаются тензором Пиола–Кирхгоффа:**

$$\sigma_{ij}(\vec{x}, t) = \sigma_{ij}^0(\vec{x}) + \tau_{ij}(\vec{x}, t), \quad (3.3)$$

где  $\tau_{ij}(\vec{x}, t)$  — тензор внутренних напряжений.

Тензор Пиола–Кирхгоффа определен тогда, когда существуют внешние, по отношению к разрыву, силы, действующие в направлении  $v_j(\vec{x})$ :

$$F_i(\vec{x}, t) = \sigma_{ij}^0 + \tau_{ij}(\vec{x}, t)v_j(\vec{x}),$$

а также — деформации  $\varepsilon_{ij}$ .

Внутренние напряжения и деформации описывают процесс **быстрого вспарывания** в очаге землетрясения. Напряжения определяются состоянием границы и могут быть описаны реологией среды. Линейная реология среды предполагает малые смещения на разрыве.

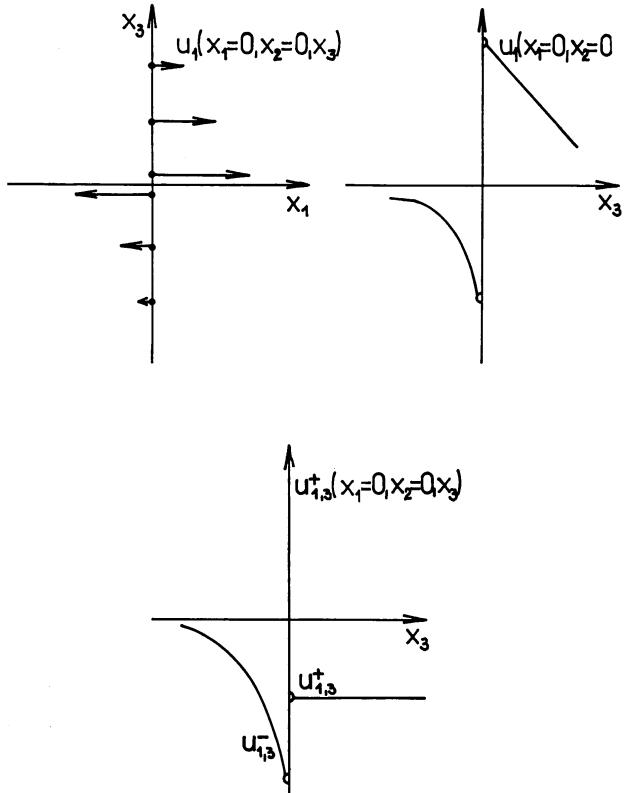


Рис. 9. Вертикальная составляющая смещений на разрыве  $u_{13}^+ \neq u_{13}^-$ . При землетрясении скачек смещений порождает сейсмические волны

В общем виде, зависимость напряжений от деформаций выражается **законом Гука**

$$\tau_{ij} = \Lambda_{ijkl} \varepsilon_{kl}. \quad (3.4)$$

Для изотропной среды  $\Lambda_{ijkl} = c_{ijkl}$  — симметричный тензор упругих констант. Для однородной и изотропной среды значимыми являются только 2 упругих модуля  $\lambda, \mu$  — **коэффициенты Ламе**.

На поверхности разрыва вектор напряжений  $T_i = \tau_{ij} v_j$ , а тензор:

$$\tau_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} + 2\mu \varepsilon_{ij}, \quad (3.5)$$

где первый член описывает дилатационное изменение объема, а второй — чистый сдвиг.

**Энергия** землетрясения определяет состояние среды до землетрясения и после него, но не процесс вспарывания. Она не связана непосредственно с тектоническими силами в регионе, не определяет динамику вспарывания и потери энергии на тепло в очаговой зоне.

## Лекция 4

### ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ТЕОРИИ ОЧАГА

Источником информации о процессах в очагах землетрясений являются излучаемые им сейсмические волны. Чтобы воспользоваться этой информацией, необходимо установить, **каким образом характеристики сейсмического излучения связаны с параметрами очага**. Это является предметом обратной задачи. Прямая задача, напротив, по процессам в очаге определяет сейсмическое излучение.

Решение обратной задачи некорректно. Формулировка ее строится на основе механики разрушений, которая позволяет выяснить физический смысл некоторых процессов в очаге и сделать выводы о его характерных особенностях. Однако, **динамическая задача теории очага в общем, виде не разрешима**.

Кинематическое описание разрыва, подразумевает задание вектора скачка смещений на разрыве как функции координат и времени. Это позволяет построить общее решение прямой задачи, то есть задачи об излу-

чении и на этом основании сформулировать обратную задачу. При решении обратной задачи необходимо оценивать ее разрешимость.

## ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим упругую, однородную, изотропную среду. Допустим, что нам известны:

$\rho(\vec{x})$  — плотность среды,

$\lambda(\vec{x}), \mu(\vec{x})$  — упругие константы,

$V_p(x), V_s(x)$  — скорости распространения Р и S волн,

$\gamma_{eff}$  — удельная работа разрушения,

$\sigma_{i,j}^0(\vec{x})$  — распределение начальных напряжений,

$\zeta_i\left(\frac{\partial u_i}{\partial t}, \vec{x}\right)$  — закон трения.

Необходимо определить:

1. Зависимость поверхности разрыва от коэффициента трения.
2. Распределение скачка смещений на разрыве  $\vec{U}(\vec{x}, t)$ .
3. Изменение напряжений и смещений в среде в любом месте и в любой момент времени.

Рассмотрим уравнения движения, например, для тангенциальных напряжений (так как сдвиг описывается изменением тангенциальной составляющей напряжений).

$$\frac{\partial \tau_{i,j}}{\partial x_j} + f_i = \rho \frac{\partial u_i^2}{\partial t^2}. \quad (4.1)$$

Уравнение состояния среды или закон Гука :

$$\tau_{i,j} = \lambda \delta_{i,j} \epsilon_{kk} + \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (4.2)$$

Перед началом вспарывания среда находится в покое. Поэтому, начальные условия имеют вид:

$$\begin{aligned} u_i(x_i, 0) &= 0; \\ \frac{\partial u_i}{\partial x}(x_i, 0) &= 0 \quad \text{при } t = 0. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Границные условия имеют вид:

а) дневная поверхность свободна от напряжений

$$\tau_{i,j} v_1 = 0, \quad (4.4a)$$

б) на поверхности разрыва смещения и напряжения – непрерывны

$$\begin{aligned} u_i^+ - u_i^- &= \vec{u}_1(\bar{x}, t), \\ \tau_{i,j}^+ v_j - \tau_{i,j}^- v_j &= 0. \end{aligned} \quad (4.46)$$

Такое описание разрыва называется **кинематическим**. Оно имеет следующие преимущества:

Не существует зависимость от времени.

Решение для нескольких разрывов является суперпозицией решений для каждого из них.

Недостатком кинематического описания является то, что вектор смещения на разрыве  $u_i(\bar{x}, t)$  не может быть задан априори. Вместо этого используется закон взаимодействия сил на разрыве.

**Динамические** граничные условия могут быть выражены в смещениях и в напряжениях на границе разрыва:

а) для напряжений, нормальных к поверхности разрыва

$$\sigma_{i,j} v_j = 0, \text{ при } u_i v_i \geq 0 \text{ для открытой трещины,} \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} \sigma_i(t) &= \sigma_{i,j} v_j - v_i \sigma_{j,k} v_j v_k = \\ &= \zeta_i \left( \frac{\partial u_i}{\partial t}, \sigma_{j,k} v_j v_k, T, x \right) \quad \text{для закрытой трещины,} \end{aligned} \quad (4.5a)$$

здесь:  $\zeta_i$  — компоненты напряжения трения,  $T$  — температура. При этом, нормальное напряжение  $\sigma_n = \sigma_{i,k} v_i v_k \leq 0$

б) для касательных к поверхности разрыва или тангенциальных напряжений в случае закрытой трещины имеем

$$\tau_i(t) = \tau_{i,k} v_k - v_i \tau_{i,k} v_j v_k. \quad (4.5b)$$

Эта величина называется **снимаемым напряжением** или **stress drop**. Величина напряжений, сбрасываемых непосредственно на разрыве, не зависит от напряжений во внешнем, по отношению к этой площадке, поле.

Уравнения (4.1)–(4.5) составляют постановку задачи, определяющей смещение, как на разрыве, так и в любой другой точке пространства в любой момент времени. Для описания процесса распространения разрыва необходимо обратиться к механике разрушения.

Главная цель теории очага выразить смещения в произвольной точке пространства и в любой момент времени через объемные силы, вызывающие это смещение, и смещения и напряжения на разрыве. Для этого используются теорема единственности и теорема представления.

## ТЕОРЕМА ЕДИНСТВЕННОСТИ

Мы имеем среду с источником, ограниченную объемом  $V$  и поверхностью  $S$  с внутренним разрывом по поверхности  $\Sigma$ . Внутри объема действует напряжение  $T_i = \tau_{i,j} n_j$ . Смещение  $u = u(\vec{x}, t)$  однозначно определяется для любого момента времени, начиная с момента вспарывания  $t \geq \tau_0$  следующими величинами:

1. объемными силами и притоком тепла, поступающего в объем,
2. напряжениями в любой точке пространства, ограниченного  $S$ ,
3. смещениями по границе погребенного разлома  $\Sigma$ .

Смещения на поверхности разрыва могут быть сложными. Простейшим источником в среде является однодиректорный, одиночный импульс, точно локализованный во времени и пространстве.

## ПОНЯТИЕ ФУНКЦИИ ГРИНА

Предположим, что в среде действует единичная массовая сила:

$$f_i(\vec{x}, t) = A \delta_{i,n} \delta(\vec{x} - \vec{\xi}) \delta(t - \tau), \quad (4.6)$$

где:  $A$  — величина действующей силы (имеет размерность количества движения, то есть  $\left[ \frac{kg \cdot m}{sec} \right]$ );  $\delta$  — символ Кронекера,  $\vec{\xi}$  — координата вспарывания на разрыве,  $\tau$  — время вспарывания.

Известно что:  $\int \delta(\xi) dV = 1; \int \delta(t) dt = 1$ .

Введем функцию, эквивалентную смещению из источника типа однодиректорного единичного импульса, точно локализованного во времени и пространстве такую что:

$$G_{i,n}(\vec{x}, t) = \frac{1}{A} u_i(\vec{x}, t), \quad (4.7)$$

где  $n$  — направление действующей силы. Эта функция является тензором второго ранга и называется функцией Грина. Для трехмерной сосредоточенной силы, направленной вдоль осей координат, тангенциальные напряжения будут определены как  $\tau_{ijk} = c_{ijlm} F_{lk,m}$ .

Уравнения движения можно представить в виде:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left( c_{ijkl} \frac{\partial}{\partial x_i} G_{kl} \right) + \delta_{in} \delta(x - \xi) \delta(t - \tau) = \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} F_{in}. \quad (4.8)$$

Начальные условия:

$$\begin{aligned} G(\vec{x}, t) &= 0 \\ \frac{\partial G(\vec{x}, t)}{\partial t} &= 0 \quad \text{при } t \leq \tau, x \neq \xi. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Границные условия зависят не от  $t$ , а от разности  $(t - \tau)$ . При этом, функция Грина

$$G(x, t, \xi, \tau) = G(x, t - \tau, \xi, 0) = G(x, -\tau, \xi - \frac{1}{r})$$

выражает соотношение взаимности для источника и приемника. Оно свидетельствует о том, что **функция Грина не изменится, если источник и приемник поменять местами.**

Если  $X_0$  — амплитуда силы в точке  $\xi$  с направлением  $r$  и произвольным изменением во времени, то свертка  $X_0 * G_{np}$  представляет собой  $n$ -ю компоненту смещений, обусловленную переменной точечной силой  $X_0$  (рис.10).

Практическое вычисление функции Грина динамической теории упругости встречает большие трудности. Однако, именно она позволяет представить смещение в некоторой точке пространства в виде суммы сил, действующих внутри некоторого объема:

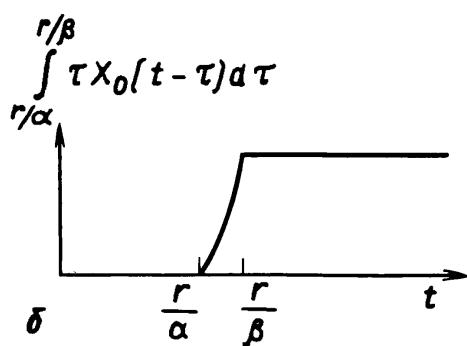
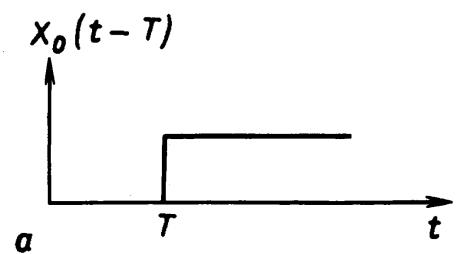


Рис. 10. Сравнение формы колебаний в дальней а) и ближней б) зонах для случая функции Грина в виде единичной функции Хевисайда. В ближней зоне между моментами вступления Р- и S-волн смещение растет по параболе, а скорость частиц терпит разрыв в моменты вступления волн

$$\begin{aligned}
u_n(\vec{x}, t) = & \int_{-\infty}^{\infty} dt \iiint_V f_i(\xi, \tau) G_{nl}(x, t - \tau, \xi, 0) dV + \\
& \int_{-\infty}^{\infty} dt \iint_S G_{nl}(x, t - \tau, \xi, 0) T_i[u(\xi, \tau)] \cdot v \cdot dS , \tag{4.10}
\end{aligned}$$

где  $T_i = c_{ijkl} A F_{nk,l}$ ,  $v$  — единичная нормаль к поверхности разрыва. Это выражение теоремы представления Бетти для случая нулевых напряжений на поверхности разрыва. Теорема представления позволяет заменить область объема  $V$  с разрывом на две области без разрыва, продолжая разрыв на бесконечность.

На протяжении поверхности разрыва векторы смещений  $u_n(x, t)$  и напряжений  $\sigma_n(x, t)$  — непрерывны. При переходе через поверхность разрыва тензор Грина  $G_{nl}$  и тензор напряжений  $\tau_{ij}$  также непрерывны.

Смещения в произвольной точке пространства, выраженные через смещения на разрыве.

Таким образом, вектор смещения в любой точке пространства может быть выражен через скачок смещений на разрыве, а именно:

$$u_i(\vec{x}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \iint_{\Sigma} [u_i(\xi, \tau)] \cdot c_{ijkl} \cdot v_j \frac{\partial G_{kl}}{\partial \xi} d\Sigma . \tag{4.11}$$

Это является следствием теоремы единственности. И отсюда следует: упругое поле от разрыва совпадает с полем, которое давала бы среда без разрыва с источником, распределенным на поверхности  $\Sigma$ . **Каждый элемент разрыва эквивалентен некоторому точечному источнику.**

В то время как функция Грина представляет собой смещение, создаваемое единичной сосредоточенной силой, приложенной в момент времени  $t$  в точке  $x$  и направленной по  $n$ , ее производная по координатам будет описывать смещения, создаваемые единичной парой сил. Причем, если направление ее действия ориентировано по оси  $x$ , то момент определяется относительно оси  $y$ . Таким образом, точечный источник описывается 9-ю парами взаимодействующих сил, соответствующих возможным комбинациям индексов  $i, j, l$ .

Смещение на поверхности может быть записано также с помощью теоремы о свертке:

$$u_n(\vec{x}, t) = \iint_{\Sigma} [u_i] \cdot v_i \cdot c_{ijkl} * \frac{\partial}{\partial \xi} \cdot G_{np} d\Sigma . \tag{4.12}$$

## Лекция 5

### ТЕОРЕМА ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

Пусть  $\vec{u}(\vec{x}, t)$  смещения на поверхности  $S$ , вызванное объемной силой  $F$ , описываемой напряжениями  $T_i(\vec{u}, \vec{n})$ . Пусть  $\vec{v}(\vec{x}, t)$  — смещение на разрыве  $\Sigma$ , вызванное объемной силой  $G$  и напряжениями  $T_i(v, n)$ , нормальными к поверхности  $S$ . Тогда:

$$\iiint_V (F - \rho \ddot{u}) \vec{v} dV + \iint_S \vec{T}(\vec{u}, \vec{n}) \vec{v} dS = \iiint_V (G - \rho \ddot{v}) \vec{u} dV + \iint_S \vec{T}(\vec{v}, \vec{n}) \vec{u} dS.$$

Это соотношение, называемое **теоремой представления в форме Бетти**, легко доказывается подстановкой выражений для компонент напряжений в уравнения движения и использованием симметрии по парной перестановке индексов в тензоре упругих модулей. Оно приводится к три-вияльному равенству:

$$\iiint_V c_{ijkl} v_{ij} u_{kl} dV \equiv \iiint_V c_{klji} u_{ij} v_{kl} dV, \text{ где } i, j, k, l = 1, 2, 3.$$

Теорема представлений позволяет выразить смещения от сложных, реалистичных моделей источника в виде синтеза из простейших источников.

На разрыве можно получить другие формы теоремы представления, используя начальные и граничные условия. Выразим поле смещений на разрыве  $\vec{u}_n(\xi, \tau)$ , вызванное объемной силой, действующей в объеме  $V$ , с учетом граничных условий на  $S$ . Начальные условия предполагают, что перед вспарыванием среда спокойна и начальные смещения равны нулю. Тогда:

$$\begin{aligned} & \iiint_V [\vec{u}(\vec{x}, t) \vec{G}(\vec{x}, \tau - t) - \vec{v}(\vec{x}, \tau - t) \vec{F}(\vec{x}, t)] dV \\ &= \iint_S \left\{ \vec{v}(\vec{x}, \tau - t) \vec{T}[\vec{u}(\vec{x}, t) \vec{n}] - \vec{u}(\vec{x}, t) \vec{T}[\vec{v}(\vec{x}, \tau - t) \vec{n}] \right\} dS. \end{aligned}$$

Введем  $G_i(\vec{x}, t) = \delta_{in} \delta(\vec{x} - \vec{\xi}) \delta(t)$  — объемную силу, которая на поверхности разрыва приводит к смещениям  $u_i(\vec{x}, t) = G_{in}(\vec{x}, t, \vec{\xi}, 0)$ . Тогда, произвольная компонента смещений на разрыве имеет вид:

$$u_n(\vec{\xi}, t) = \left\{ \iiint_V F_i(\vec{x}, t) \cdot G_{in}(\vec{x}, \tau - t, \vec{\xi}, 0) dV - \right.$$

$$-\iint_S \left\{ G_{in}(\vec{x}, \tau - t, \vec{\xi}, 0) \cdot T_i [\vec{u}(\vec{x}, t) \vec{n}] - u_i(\vec{x}, t) c_{ijkl} n_j \frac{\partial}{\partial x_l} G_{kn} \right\} ds \Bigg] dt.$$

Если поверхность  $S$  жесткая, то смещения и функция Грина  $G_{in} = 0$ , если — свободная от напряжений, то производная функции Грина  $\frac{\partial}{\partial x_l} G_{kn} = 0$ . Поверхность  $S$  иногда ассоциируется с поверхностью Земли.

Теорема представления позволяет исследовать подвижку по погребенному разрыву.

## СИЛОВАЯ МОДЕЛЬ ИСТОЧНИКА

Землетрясения, относительно поверхности Земли, относятся ко внутренним разрывам, которые могут быть плоскими (сдвиги) и описываться скольжением по разломам, или — объемными (взрывы), описывающиеся деформацией объема. Внутренние источники описываются:

1. объемной силой в пределах области возбуждения,
2. скачком смещений на поверхности разрыва,
3. деформацией.

При анализе сейсмограмм, для того чтобы определить смещение в источнике необходимо удалить эффект распространения волн в среде, для чего нужно знать модель скоростного строения среды.

## ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ОБЪЕМНЫЕ СИЛЫ

Скачек смещений на разрыве выражается в виде:

$$[\vec{u}(\vec{\xi}, \tau)] = \vec{u}(\vec{\xi}, \tau)|_{\Sigma^+} - \vec{u}(\vec{\xi}, \tau)|_{\Sigma^-},$$

где:  $\Sigma$  — поверхность разрыва,  $\vec{\xi}$  — координата разрыва,  $\tau$  — время вспарывания. Произвольная компонента смещения на разрыве может быть выражена с помощью функции Грина  $G_{np}(\vec{x}, t - \tau, \vec{\eta}, 0)$  и распределение объемных сил  $f_p(\vec{\eta}, \tau)$  на поверхности разрыва. Объемная сила, эквивалентная скачку смещений на разрыве:

$$f_p(\vec{\eta}, \tau) = -\iint_S \left\{ \left\{ u_i(\vec{\xi}, \tau) \right\} c_{ijpq} v_j \frac{\partial}{\partial \eta_q} \delta(\vec{\eta} - \vec{\xi}) \right\} d\Sigma,$$

где  $\delta(\vec{\eta} - \vec{\xi})$  — дельта функция Дирака, функция локализованная в пространстве. Подвижка на поверхности разрыва возбуждает те же сейсмиче-

ские волны, что распределенные по разрыву двойные пары сил с нулевым суммарным моментом.

### ПРИМЕР ПОДВИЖКИ ПО ВНУТРЕННЕМУ РАЗРЫВУ

Землетрясение представляет собой быстрое разрушение некоторого объема среды под действием скалывающих напряжений. Примем, (рис. 11), что разрыв лежит в плоскости  $\eta_3 = 0$ , а направление подвижки вдоль оси  $\eta_1$ . Эквивалентная объемная сила действует в направлении  $\pm\eta_1$ , имеет плечо на оси  $\eta_3$ , а момент — вдоль оси  $\eta_2$ .

$$f_1(\vec{\eta}, \tau) = -\mu \cdot \vec{u}_1(\vec{\eta}, \tau) \frac{\partial}{\partial \eta_1} \delta(\eta_3).$$

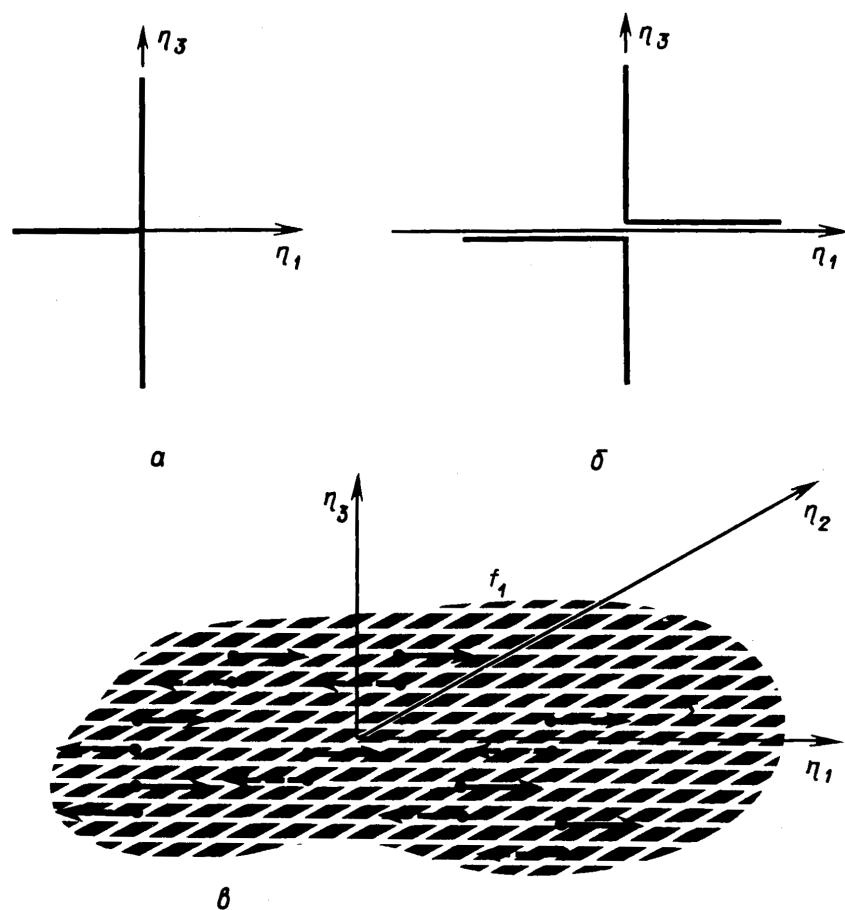


Рис.11. Первая компонента объемных сил, эквивалентных подвижке по разрыву. а) дельта функция, б) производная дельта функции, в) распределение элементарных диполей по поверхности разрыва

Эту компоненту можно рассматривать как точечные силы, распределенные по площадке разрыва. Существуют также силы равные и противоположно направленные. Равнодействующая этих сил равна 0, но момент относительно оси  $\eta_2$  равен:

$$\iiint_V \eta_3 f_1 dV = \iint_S \mu [\vec{u}_1(\xi, \tau)] d\Sigma.$$

Понятие сейсмического момента введено в сейсмологию К. Аки в 1960 году.

**Сейсмическим моментом** называется величина:

$$M_0 = \mu \cdot \bar{u} \cdot S,$$

где:  $\mu$  — модуль сдвига в области источника,  $\bar{u}$  — средняя подвижка по разрыву,

$S$  — площадь площадки разрыва. Изменение значений сейсмического момента лежит в диапазоне величин от  $10^{23} H \times m$  для самых сильных землетрясений до  $10^{-2} H \times m$  для микротрещин в лабораторных экспериментах на образцах горных пород. Даже для геофизики 25 порядков изменения величин представляет собой исключительно большой диапазон. Сейсмиче-

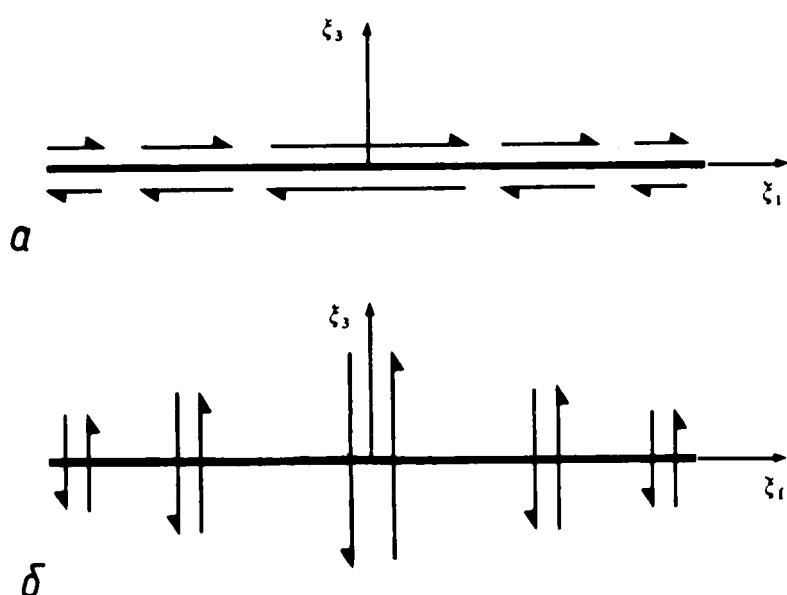


Рис.12. Распределение одинарных пар сил, эквивалентных подвижке по разрыву в виде двойного диполя (double couple)

ский момент является функцией времени, что важно при анализе смещений для сильных землетрясений.

Классический силовой эквивалент распределения подвижки по разрыву — это распределение двойных пар сил, как показано на рис.13. В результате, подвижка по разрыву представляется в виде:

$$u_n(\vec{x}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \iint_{\Sigma} \mu[u_1] \left\{ \frac{\partial G_{n1}}{\partial \xi_3} + \frac{\partial G_{n3}}{\partial \xi_1} \right\} d\Sigma.$$

Первый член в фигурных скобках описывает распределение одинарных пар, как показано на предыдущем рисунке, а второй член — распределение одинарных сил.

Суммарный момент относительно центра равен 0, но для отдельного элемента площадки разрыва и силы и момент не равны 0.

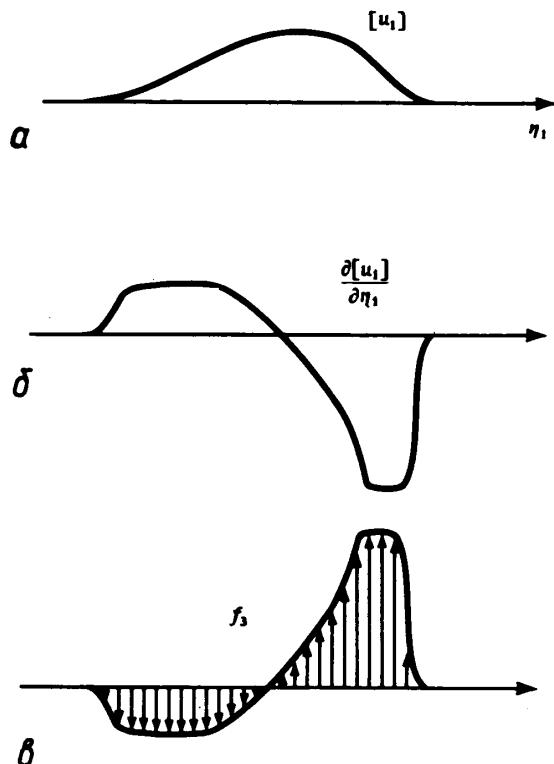


Рис. 13.

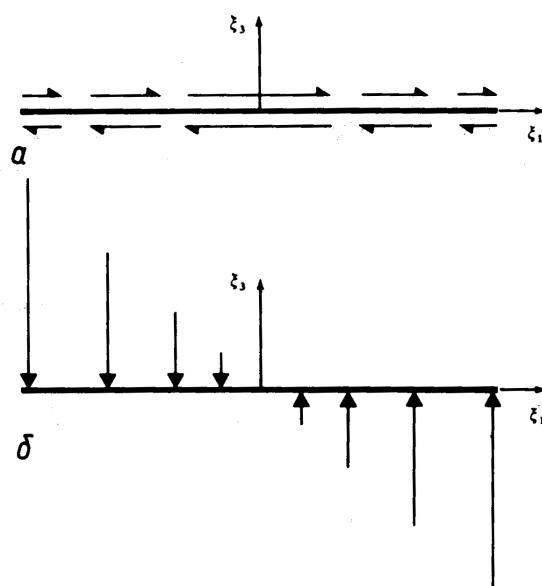


Рис. 14. Другая система сил, эквивалентных подвижке по разрыву в виде диполя и силы (CLVD)

Подвижка по разрыву, ее производная и распределение действующих сил показаны на рис.13 .

Ограничения в использовании силовых эквивалентов связано с тем, что мы не можем оценить фактическую роль отдельных элементов площадки разрыва, т.к. при динамическом вспарывании они не изолированы, но связаны между собой.

## Лекция 6

### ТЕНЗОР ПЛОТНОСТИ СЕЙСМИЧЕСКОГО МОМЕНТА

Эквивалентная поверхностная сила может быть выражена через ком-

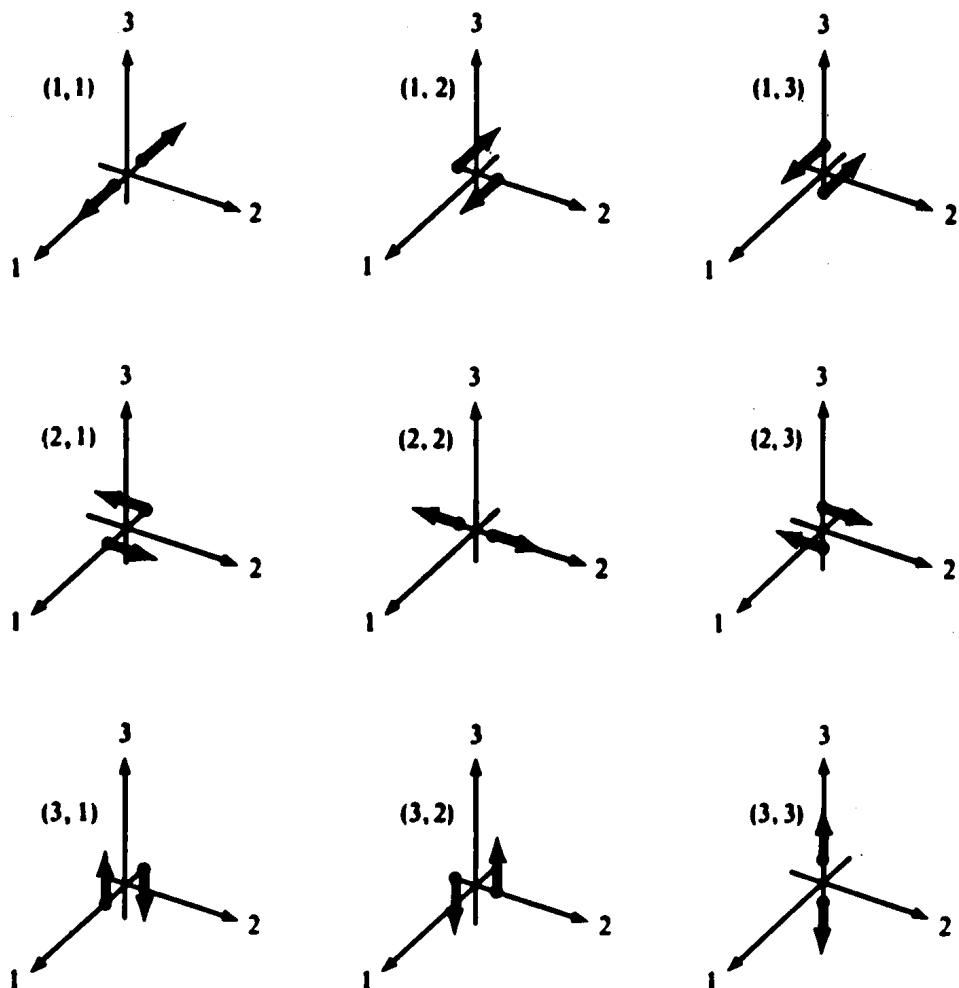


Рис. 15. Девять возможных пар сил для описания силового эквивалента произвольно ориентированного сдвигового разрыва в среде

бинацию 9-ти пар сил, три из которых (1,1); (2,2); (3,3) — **векторные диполи**.

Механический момент, создаваемый каждой парой сил равен 0.

Если сила и плечо направлены одинаково, то такая компонента тензора называется векторным диполем. При сдвиге тензор является **девиатором**, т.е. сумма диагональных его элементов (векторных диполей) равна 0.

$$M_{11} + M_{22} + M_{33} = 0. \quad (6.1)$$

При источнике типа взрыва, центра расширения, или в случае, когда источник представляет собой трещину отрыва, эта сумма отлична от нуля. Трещина отрыва описывается суперпозицией трех векторных диполей с соотношением амплитуд 1:1: $\frac{\lambda + 2\mu}{\lambda}$ .

Интенсивность пары сил, определяемая как отношение момента силы на площадку ее действия, равна:

$$I = [u_i] \cdot v_j \cdot c_{ijpq} = m_{pq}. \quad (6.2)$$

Эта величина представляет собой симметричный тензор, называемый **тензором плотности сейсмического момента**. Величина  $m_{pq}$  определяет амплитуду сдвига, ориентацию плоскости подвижки и значения упругих модулей на поверхности разрыва. Размерность  $\left[\frac{N}{m}\right]$ . Как компоненты тензора плотности  $m_{pq} = \frac{dM_{pq}}{d\Sigma} = \frac{dM_{pq}}{dV}$ , где  $M_{pq}$  — тензор сейсмического момента. Поле, создаваемое каждым элементом разрыва эквивалентно действию диполя с тензором момента:

$$dM_{pq} = m_{pq} dS dt.$$

Так как тензор плотности сейсмического момента симметричен, он может быть представлен линейной комбинацией 6-и элементарных тензоров моментов, описывающих пять источников типа двойной пары сил и одним центром расширения (рис. 15.).

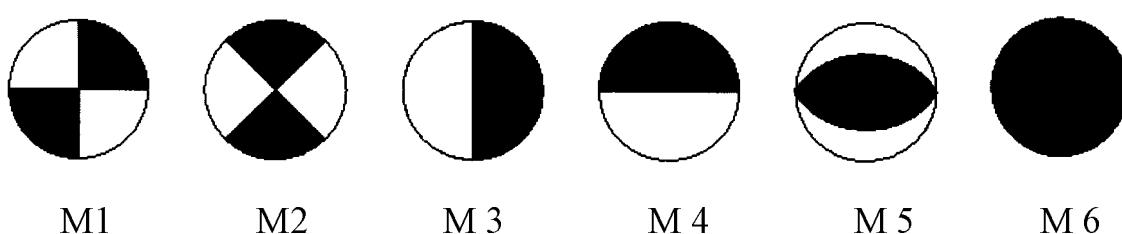


Рис. 15. Разложение на элементарные тензоры момента

Причем:

$$M1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ описывает скольжение по простиранию,}$$

$$M2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ - " - скольжение по простиранию,}$$

$$M3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ - " - взброс по N-S площадке,}$$

$$M4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ - " - взброс по E-W площадке,}$$

$$M5 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ - " - взброс под углом } 45^0,$$

$$M6 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ - " - взрыв.}$$

Очаг землетрясения ассоциирующийся с двойным диполем, описывается двумя парами сил. Например:  $M_{xy} + M_{yx}$ ;  $M_{yy} + M_{xx}$  и т.д.

Взаимная ориентация векторов  $u_i$  и  $v_i$  зависит от анизотропии среды и может быть указана только для частных случаев. В случае **изотропной** среды:

$$m_{pq} = \lambda v_k [u_k(\xi, \tau)] \delta_{pq} + \mu \{v_p [u_q(\xi, \tau)] + v_q [u_p(\xi, \tau)]\}. \quad (6.3)$$

Если подвижка параллельна плоскости  $\Sigma$ , то скалярное произведение  $v \cdot [u] = 0$  и тогда:

$$m_{pq} = \mu \{v_p [u_q] + v_q [u_p]\}. \quad (6.4)$$

Это выражение для двойной пары сил (**double-couple**).

В явном виде матрицу для **чистого сдвига** можно представить:

$$m = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \mu[u_1(\xi, \tau)] \\ 0 & 0 & 0 \\ \mu[u_1(\xi, \tau)] & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (6.5)$$

Для **трещины отрыва** в плоскости  $\xi_3 = 0$ :

$$m = \begin{pmatrix} \lambda[u_3(\xi, \tau)] & 0 & 0 \\ 0 & \lambda[u_3(\xi, \tau)] & 0 \\ 0 & 0 & (\lambda + 2\mu)[u_3(\xi, \tau)] \end{pmatrix}. \quad (6.6)$$

То есть, трещина отрыва представляет собой суперпозицию трех векторных диполей с соотношением амплитуд:  $1:1:\frac{\lambda+2\mu}{\lambda}$ . Элемент отрыва эквивалентен центру расширения и двум сжимающим двойным силам без момента.

## ТЕНЗОР СЕЙСМИЧЕСКОГО МОМЕНТА

Тензор сейсмического момента равен интегралу от тензора плотности сейсмического момента:

$$M_{pq} = \iint_{\Sigma} m_{pq} d\Sigma = \iint_{\Sigma} [u_i] \nabla_j c_{ijpq} d\Sigma. \quad (6.7)$$

И тогда, для эффективно точечного источника можно записать:

$$u_n(\vec{x}, t) = M_{pq} * G_{np,q}. \quad (6.8)$$

В теории сейсмического очага тензор момента — это входной сигнал и для получения вектора смещения на него надо подействовать тензором 3-его ранга.

Интересный пример использования тензора сейсмического момента был предложен **Брюном**. Если много различных землетрясений имеют одну и ту же плоскость разрыва, то суммарная подвижка по разрывам будет равна:

$$\Delta U = \frac{\sum_{i=1}^N M_{pq}^i}{\mu \cdot S}, \quad (19)$$

где:  $N$  — число землетрясений,  $S$  — суммарная площадь разрывов. По этой формуле можно рассчитать взаимное перемещение литосферных плит в результате сейсмической активности на их границах. Эта идея положена в основу создания концепции тектоники плит.

## Лекция 7

### УПРУГИЕ ВОЛНЫ, ИЗЛУЧАЕМЫЕ ТОЧЕЧНЫМ ИСТОЧНИКОМ

Сейсмические колебания могут быть определены интегрированием во времени и пространстве выражения для силы, действующей в очаге землетрясения. Для этого необходимо рассмотреть потенциалы упругих смещений, идентифицировать их со смещениями, описывающими распространение  $P$ - и  $S$ -волн. Определить поле смещений для двойной пары сил и направленность излучения в « дальней » и « ближней » зонах.

**Потенциалы упругих смещений.**

Найдем смещение  $u(x,t)$ , вызванное однородной точечной объемной силой  $f_i = A(t)\delta(x)\delta_{il}$  в направлении  $x^l$  при нулевых начальных условиях.

Уравнение движения:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = f_i + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2}. \quad (7.1)$$

Общее решение ищем в виде свертки:

$$U(\vec{x},t) = A * G_{n1}.$$

Оно для сферически симметричной скалярной задачи представляется в виде:

$$g(\vec{x},t) = \frac{1}{4\pi c^2} \frac{\delta\left(t - \frac{|x|}{c}\right)}{|x|}. \quad (7.2)$$

Это знакомая нам форма волнового уравнения, которое является простейшей функцией Грина в решении обратной задачи. Из него строится

вся иерархия более сложных решений для задач динамической теории. Волна является функцией, определяемой линейной комбинацией пространственных координат и времени. Вид волновой функции во времени представляет собой затухающую синусоиду. Именно это мы регистрируем на сейсмограммах.

Рассмотрим некоторые свойства волнового уравнения:

Волновое уравнение представляет собой произведение  $\delta$  функции и функции, медленно меняющейся с расстоянием,

Множитель  $\frac{|x|}{c}$  — определяет время распространения волны, а  $c$  —

скорость распространения. Быстро меняющийся множитель зависит только от времени.

В общем случае в решение должен входить множитель, определяющий направленность излучения.

Если источник распределен в некотором объеме, то, исходя из принципа суперпозиции, общее решение может быть представлено в виде, называемом потенциалом Гельмгольца:

$$\phi(\vec{x}, t) = \frac{1}{4\pi c^2 \rho} \iiint_V \frac{\phi\left(\xi, t - \frac{|x - \xi|}{c}\right)}{|x - \xi|} dV, \quad (7.3)$$

здесь  $\rho$  — плотность сферы.

Важным свойством этого решения является то, что поле смещений чувствительно к источнику только в момент времени  $t = t - \frac{|\vec{x} - \vec{\xi}|}{c}$ .

Считая что  $|x| = r$ , где  $r$  — гипоцентральное расстояние, равное:

$$r = \sqrt{(x_i - x_{i0}) \cdot (x_j - x_{j0})}, \quad (7.4)$$

а направляющие косинусы  $\gamma_i$  для  $x$  равны:

$$\gamma_i = \frac{x_i}{r} = \frac{\partial r}{\partial x_i},$$

так что:

$$\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \cdot \frac{1}{r} = \frac{3\gamma_i \gamma_j - \delta_{ij}}{r^3}.$$

Для точечной силы  $A_0(t)$ , находящейся в начале координат и действующей в направлении  $x_1$  имеем:

$$\begin{aligned}
u(\vec{x}, t) &= A_0(t) * G_{ij} = \\
&= \frac{1}{4\pi\rho} (3\gamma_i\gamma_j - \delta_{ij}) \cdot \frac{1}{r^3} \int_{r/\alpha}^{r/\beta} \tau A_0(t - \tau) dt + \\
&+ \frac{1}{4\pi\rho\alpha^3} \gamma_i \gamma_j \frac{1}{r} A_0\left(t - \frac{r}{\alpha}\right) - \frac{1}{4\pi\rho\beta^3} \gamma_i \gamma_j \frac{1}{r} A_0\left(t - \frac{r}{\beta}\right). \tag{7.5}
\end{aligned}$$

Это выражение известно как **формула Стокса**, предложенная им в 1849 году.

Относительная величина функции Грина зависит от расстояния между источником и приемником  $r$ . Первый член в формуле Стокса выражает поле смещений в ближней зоне, а второй и третий — поле смещений в дальней зоне. Поле смещений в дальней зоне обратно пропорционально эпицентральному расстоянию. Смещения в ближней зоне быстро затухают и важны только в задачах инженерной сейсмологии. Почти все сейсмологические наблюдения относятся к наблюдениям в дальней зоне, которые описываются первым лучевым приближением.

#### **Свойства $P$ - и $S$ - волн в дальней зоне.**

$P$ -волну в дальней зоне задается смещениями:

$$u_i^P(\vec{x}, t) = \frac{1}{4\pi\rho\alpha^2} \gamma_i \gamma_j \frac{1}{r} X_0\left(t - \frac{r}{\alpha}\right), \tag{7.6}$$

где  $X_0(t)$  — объемная сила, приложенная в направлении  $x_1$ .

Вдоль направления  $r$  от источника эта волна обладает следующими свойствами:

1. затухает как  $r^{-1}$ ,
2. распространяется со скоростью  $\alpha = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$
3. имеет форму колебаний, зависящую от пространственной комбинации  $t - \frac{r}{\alpha}$ , где  $\frac{r}{\alpha}$  — время вступления  $P$ -волны на станцию.
4. имеет амплитуду смещения, пропорциональную приложенной в данный момент времени силе,
5. направление смещений в волне **параллельно** направлению движения от источника.

Такая волна называется **продольной** или радиально поляризованной.

Поперечная  $S$  волна в дальней зоне задается смещениями:

$$u_i^S(\vec{x}, t) = \frac{1}{4\pi\rho\beta^2} (\delta_{ij} - \gamma_i \gamma_j) \frac{1}{r} X_0 \left( t - \frac{r}{\beta} \right). \quad (7.7)$$

*S*-волна обладает следующими свойствами:

1. затухает в направлении распространения как  $r^{-1}$ ,
2. распространяется со скоростью  $\beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$
3. приходит на станцию в момент  $t = \frac{r}{\beta}$ ,
4. имеет амплитуду, пропорциональную приложенной силе в задержанный момент времени,
5. имеет направление смещений в волне, **перпендикулярное** направлению от источника.

Такая волна является **поперечно** поляризованной.

Диаграмма направленности излучения *P*- и *S*-волн в дальней зоне от источника типа точечной силы, действующей в направлении  $x_1$  приведена на рис. 17.

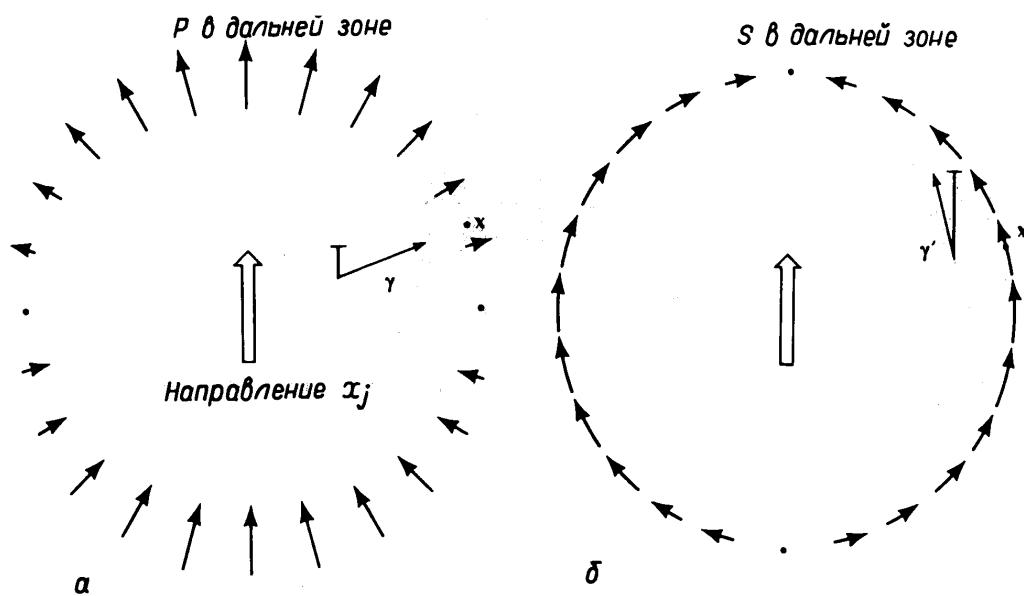


Рис. 17. Направленность излучения *P* и *S* волн в дальней зоне. ( $\gamma$  и  $\gamma'$  — косинус угла между направлением силы и направлением распространения волны)

### Смещения в ближней зоне

Смещения в ближней зоне являются суперпозицией распространяющихся  $P$ - и  $S$ -волн:

$$u_i^N(\vec{x}, t) = \frac{1}{4\pi\rho} (3\gamma_i\gamma_j - \delta_{ij}) \frac{1}{r^3} \int_{\frac{r}{\alpha}}^{\frac{r}{\beta}} \tau X_0(t - \tau) d\tau, \quad (7.8)$$

где:  $\tau$  — время действия источника.

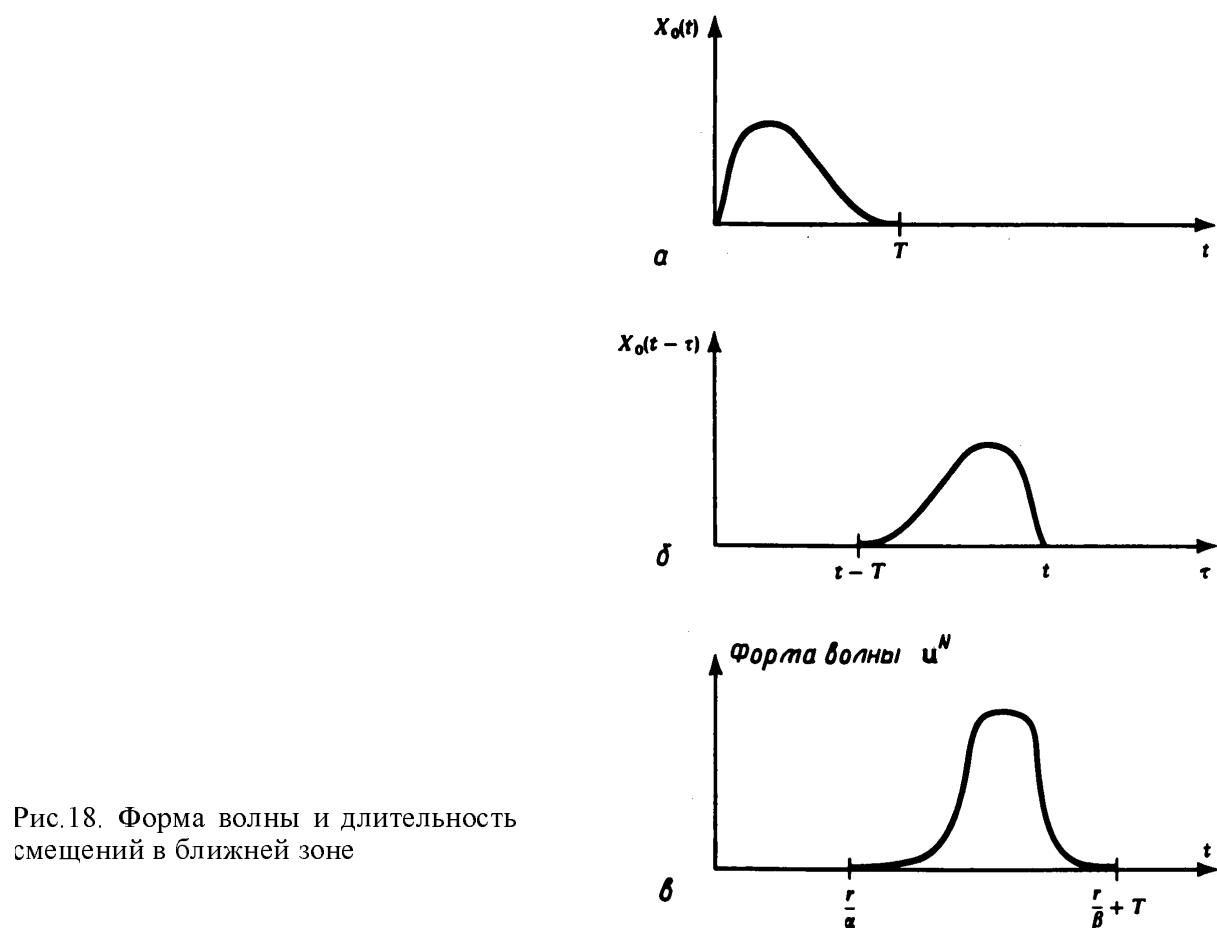


Рис.18. Форма волны и длительность смещений в ближней зоне

Для смещений в ближней зоне нельзя указать столь ясных свойств, как для смещений в дальней зоне. Ясно, что они наблюдаются на записи в интервале между вступлениями  $P$ - и  $S$ -волн и являются доминирующими на малых расстояниях от источника. Интерпретация приводится на рис. 18.

На телесейсмических расстояниях смещения в ближней зоне пренебрежимо малы по сравнению со смещениями в дальней зоне.

## Лекция 8

### ФУНКЦИИ НАПРАВЛЕННОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ

Очаги крупных землетрясений наглядно демонстрируют связь действующих в очаговой области сил с подвижкой по разлому. Так, во время калифорнийского землетрясения 1906 года произошли смещения вдоль разлома Сан-Андреас, протяженностью около 400 км. Иногда эта связь не вполне очевидна и выражается в подъеме и опускании земной поверхности над областью очага. Общие черты разломов по их проявлениям на поверхности классифицируются по типам подвижек в очаге.

### ОРИЕНТАЦИЯ РАЗРЫВОВ

Для анализа ориентации разрыва рассмотрим декартову систему координат, связанную с эпицентром.

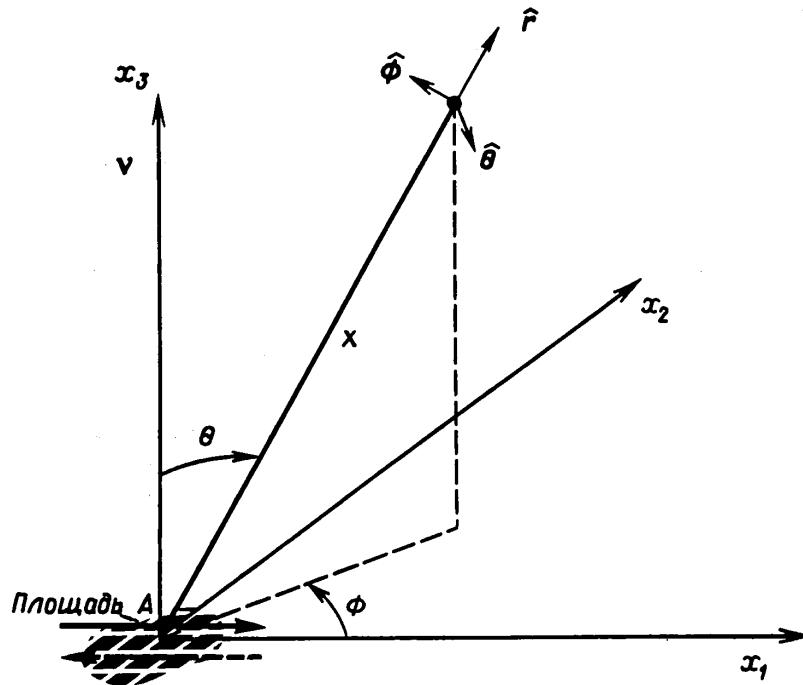


Рис. 19. Переход от декартовой системы координат к сферической для описания подвижки по разрыву

Подвижка ориентирована в направлении  $x_1$ . Плоскость  $\Phi = 0$  представляет собой плоскость, содержащую подвижку  $\vec{u}$  и ее нормаль  $\vec{v}$ . Направление  $\vec{r}$  — радиальное,  $\vec{\theta}, \vec{\phi}$  — поперечные. Причем:

$$\begin{aligned}\hat{r} &= \gamma = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta); \\ \hat{\theta} &= (\cos \theta \cos \phi, \cos \theta \sin \phi, -\sin \theta); \\ \hat{\phi} &= (-\sin \phi, \cos \phi, 0).\end{aligned}\quad (8.1)$$

Поле смещений можно представить в виде свертки тензора сейсмического момента с производной функции Грина как:

$$u_n = M_{pq} * G_{np,q},$$

считая, что сейсмический момент является функцией, зависящей от времени:

$$M_0(t) = \mu \bar{u}(t) S, \quad (8.2)$$

тогда:

$$\begin{aligned}\vec{u}(\vec{x}, t) &= \frac{1}{4\pi\rho} A^N \frac{1}{r^4} \int_{\frac{r}{\alpha}}^{\frac{r}{\beta}} \tau M_0(t-\tau) d\tau + \\ &+ \frac{1}{4\pi\rho\alpha^2} \cdot A^{IP} \frac{1}{r^2} M_0\left(t - \frac{r}{\alpha}\right) + \frac{1}{4\pi\rho\beta^2} A^{IS} \frac{1}{r^2} M_0\left(t - \frac{r}{\beta}\right) + \\ &+ \frac{1}{4\pi\rho\alpha^3} A^{FP} \frac{1}{r} \dot{M}_0\left(t - \frac{r}{\alpha}\right) + \frac{1}{4\pi\rho\beta^3} A^{FS} \frac{1}{r} \dot{M}_0\left(t - \frac{r}{\beta}\right).\end{aligned}\quad (8.3)$$

Здесь коэффициенты А представляют собой смещения в Р- и S-волнах в ближней, промежуточной и дальней зонах.

$$\begin{aligned}A^N &= 9 \sin 2\theta \cos \phi \hat{r} - 6 \left( \cos 2\theta \cos \phi \hat{\theta} - \cos \theta \sin \phi \hat{\phi} \right), \\ A^{IP} &= 4 \sin 2\theta \cos \phi \hat{r} - 2 \left( \cos 2\theta \cos \phi \hat{\theta} - \cos \theta \sin \phi \hat{\phi} \right). \\ A^{IS} &= -3 \cos 2\theta \cos \phi \hat{r} + 3 \left( \cos 2\theta \cos \phi \hat{\theta} - \cos \theta \sin \phi \hat{\phi} \right), \\ A^{FP} &= \sin 2\theta \cos \phi \hat{r}, \\ A^{FS} &= \cos 2\theta \cos \phi \hat{\theta} - \cos \theta \sin \phi \hat{\phi}.\end{aligned}\quad (8.4)$$

Эти характеристики излучения вычисляют радиальную и поперечную компоненты и они дают полное представление обо всех членах поля смещения, излучаемого сдвиговой дислокацией в виде двойной пары сил.

На следующих рисунках приводятся диаграммы направленности излучения для P- и S-волн.

Диаграммы направленности излучения на сфере с центром в источнике для P-волн имеют характерный вид четырехлепестковой ромашки (рис.20).

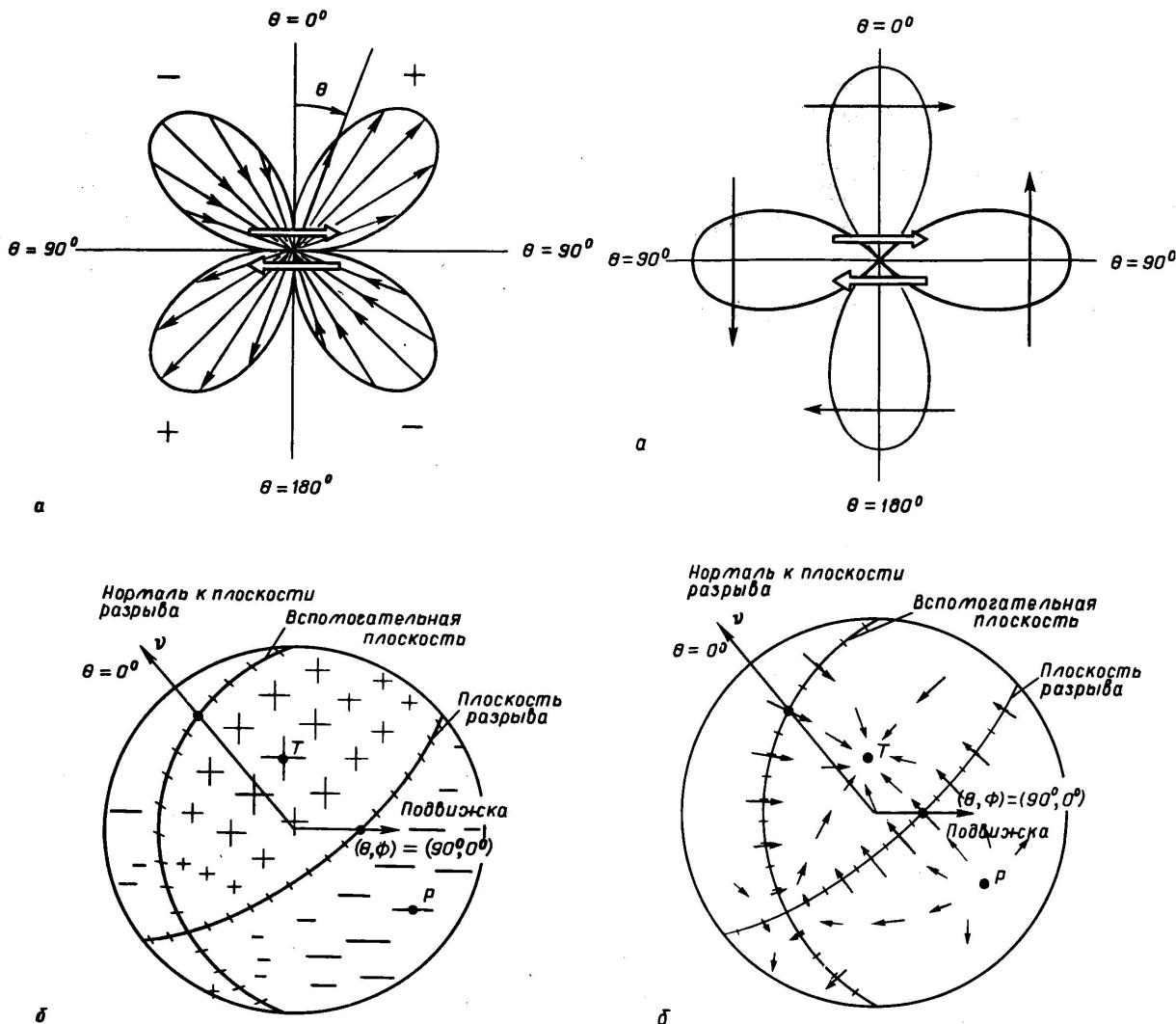


Рис. 20. Диаграмма направленности излучения Р волн в плоскости постоянного азимута

Рис.21. Диаграммы направленности излучения для поперечной компоненты смещений

Излучение от разрыва эквивалентно излучению точечного источника, но только в отношении распределения знаков первых вступлений. Знаки «+» и «-» описывают волны, распространяющиеся от источника и к ис-

точнику. **Нодальные плоскости** описываются поверхностью  $\sin 2\theta \cos \phi = 0$ . Точки Р и Т — **точки выхода осей сжатия и растяжения**.

На рис. 20 б и рис. 21 б показаны функции направленности излучения в трехмерной стереографической проекции сетки Вульфа. Максимальные смещения в Р-волне соответствуют минимальным смещениям в S-волне.

На диаграммах для S-волн, стрелками показано изменения направления смещения. Узловые точки для поперечных волн при  $\theta, \phi = 45^\circ$  соответствуют максимумам диаграмм для Р-волн. Максимальные смещения для S-волн соответствуют нодальным плоскостям для Р-волн.

Для сдвиговой подвижки и результирующего статического смещения излучение в дальней зоне будет определять фактические смещения в очаговой области. На любом расстоянии от источника:

$$\vec{u}(\vec{x}, t) = \frac{M_0}{4\pi r^2} \left[ A^N \left( \frac{1}{2\beta^2} - \frac{1}{2\alpha^2} \right) + \frac{A^{IP}}{\alpha^2} + \frac{A^{IS}}{\beta^2} \right], \quad (8.5)$$

где:  $M_0$  — статический сейсмический момент,  $A^N, A^{IP}, A^{IS}$  — функции направленности излучения. Диаграмма направленности излучений для Р-волн характеризуется квадрантным распределением знаков. Нодальные плоскости отделяют области сжатия от областей растяжения.

## Лекция 9

### МЕХАНИЗМ ОЧАГА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ

Разрыв, произвольно ориентированный в пространстве, имеет две поверхности: лежачий бок, образующий тупой угол с поверхностью, и — висячий бок, образующий острый угол с поверхностью. Подвижка определяется как **направление смещения висячего бока относительно лежачего**. Ориентация разрыва определяется простиранием  $\phi_s$  и падением  $\delta$  — плоскости раз-

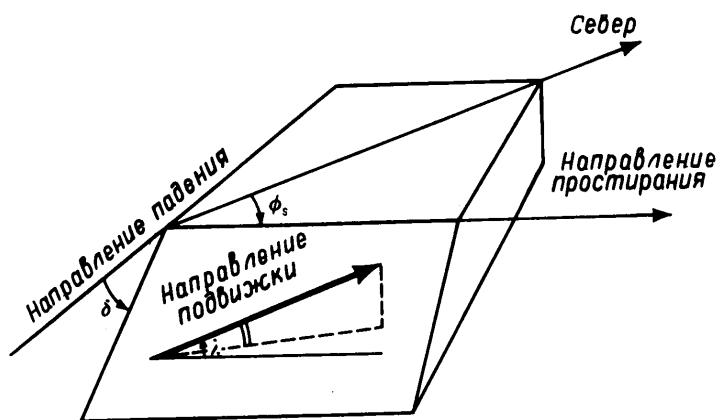


Рис. 22. Параметры, характеризующие ориентацию плоскости разрыва

рыва. Простирание определяется как угол, отсчитываемый по часовой стрелке от направления на север и изменяющийся в пределах:  $0 \leq \phi_S \leq 2\pi$ . Падение плоскости подвижки определяется как угол в вертикальной плоскости, отсчитываемый вниз от горизонтали  $0 \leq \delta \leq \frac{\pi}{2}$ . Направление подвижки в плоскости разрыва определяет уклон  $\lambda$ , определяемый как угол между направлением простирания и вектором подвижки. Иногда направление подвижки определяется в вертикальной плоскости и называется погружением. Направление подвижки изменяется в интервале  $-\pi \leq \lambda \leq \pi$ . Если

$\delta \neq 0, \frac{\pi}{2}$ , то при  $0 \leq \lambda \leq \pi$  подвижка называется **взбросом** или надвигом;

при  $-\pi \leq \lambda \leq \pi$  вектор подвижки описывает разрыв, называемый нормальным **сбросом**. Другое название такого разрыва — разрыв со скольжением по падению. Чистый взброс:  $\delta = \frac{\pi}{2}; \lambda = \frac{\pi}{2}$ , а чистый сброс:  $\delta = -\frac{\pi}{2}; \lambda = -\frac{\pi}{2}$ .

Разрыв со смещением по простиранию называется **сдвигом**. При чистом сдвиге  $\delta = \frac{\pi}{2}; \lambda = 0, \pi$ . Выбор висячего и лежачего бока произволен. Если  $\lambda \approx 0$  сдвиг считается **левосторонним**, если  $\lambda \approx \pi$  — **правосторонним**.

Для анализа направленности излучения из источника необходимо ввести понятие единичной **фокальной сферы** — это сфера малого радиуса с центром в источнике.

На фокальной сфере можно изобразить диаграмму излучения и проследить траектории лучей от источника к приемнику и обратно. Положение точек на фокальной сфере задается угловыми координатами луча:  $i_\zeta$  — угол выхода, измеряемый в вертикальной плоскости и  $\phi$  — азимутальный угол, измеряемый в горизонтальной плоскости. Проекция фокальной сферы на поверхность Земли в угловых координатах называется стереографической **сеткой Вульфа**.

Возможны другие стереографические проекции на поверхность Земли, например, равноплощадная сетка Шмидта. Но, так как параметры механизма очага определяются в

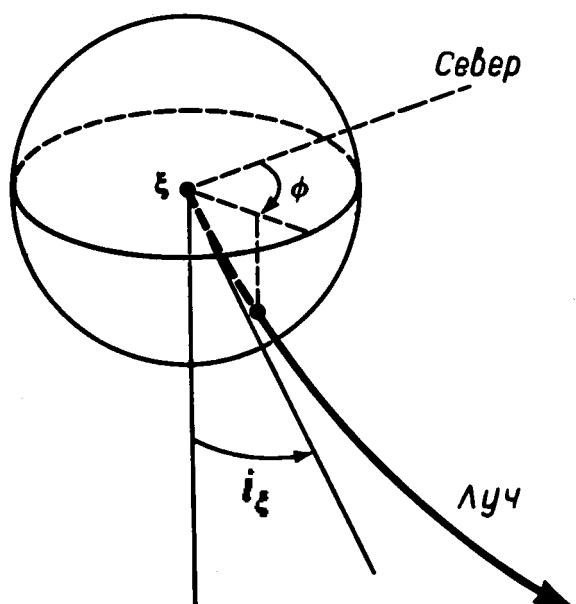


Рис. 23. Фокальная сфера

градусах, для построения механизма очага используется равноугольная сетка Вульфа.

## ПОСТРОЕНИЕ МЕХАНИЗМА ОЧАГА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

Под механизмом очага землетрясения подразумевается **ориентация в пространстве нодальных плоскостей и главных осей сжатия и растяжения**. Для построения механизма очага необходимо:

1. выбрать проекцию фокальной сферы на плоскость (сетка Вульфа)

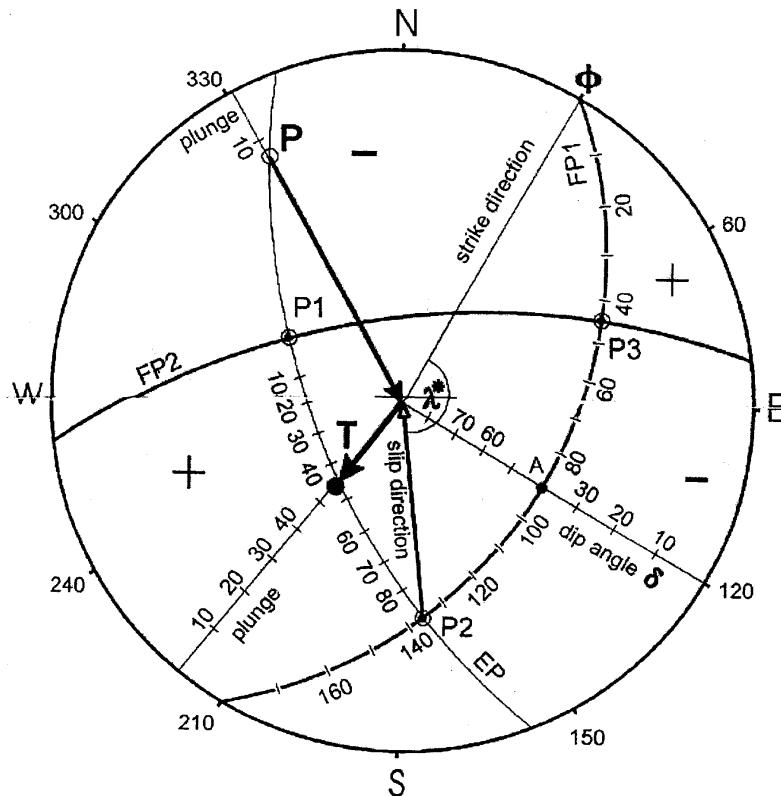


Рис.24. Построение механизма очага

2. нанести в виде точек **координаты станций**, зарегистрировавших Р-волны
3. приписать этим точкам знаки, соответствующие **знакам вступлений Р-волн** на станциях,

4. построить 1-ю нодальную плоскость, представляющую собой дугу **большого круга** на сетке, разделяющую области сжатия от областей растяжения,
5. определить **полюс** этой плоскости и на расстоянии  $90^\circ$  от него обозначить полюс 2-й нодальной плоскости
6. через 2-й полюс провести аналогичную плоскость, **разделяющую области сжатия и растяжения**
7. от точки пересечения построенных нодальных плоскостей на расстоянии  $90^\circ$  провести третью дугу большого круга (она не будет нодальной плоскостью, но на ней располагаются **точки выхода осей сжатия и растяжения**, поэтому она называется вспомогательной)
8. на вспомогательной плоскости, под углом  $45^\circ$  от нодальной плоскости, ассоциирующейся с плоскостью подвижки, отметить выходы осей
9. выход оси сжатия  $P$  имеет место в центре квадранта растяжения и — наоборот, выход оси растяжения  $T$  — в центре квадранта сжатия.

Оси сжатия и растяжения являются **главными осями** тензора напряжений и тензора сейсмического момента для сдвигового источника, когда плоскость разрыва является плоскостью максимальных скальвающих напряжений.

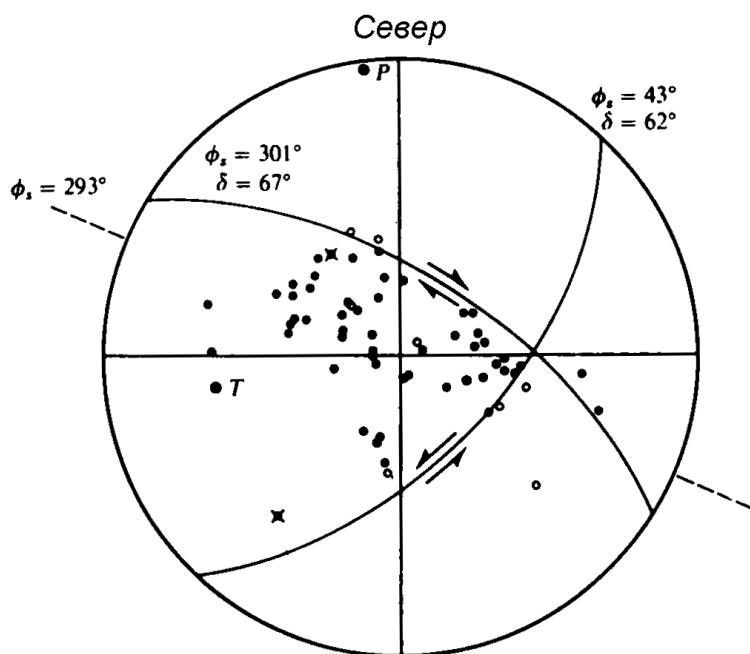


Рис.25. Пример построения механизма очага землетрясения

Необходимо сделать следующее замечание: по сейсмическим данным невозможно сделать вывод о том, какая из двух нодальных плоскостей является плоскостью подвижки, поскольку нодальные плоскости описываются симметричной парой эквивалентных сил в модели источника. Для определения плоскости подвижки привлекается **априорная** информация, например, о простирации активизировавшихся разломов в очаговой области землетрясения, если таковая имеется. Построение механизма очага свидетельствует о том, что обе нодальные плоскости равновероятно могут быть плоскостью подвижки.

Возможность определения механизма очага по S-волнам осложняется тем, что вступления S волн сложнее выделить на сейсмограммах.

Когда определены угловые параметры подвижки по механизмам очага, могут быть рассчитаны функции направленности излучения из источника в функции параметров луча  $i_\xi$  и  $\phi$ .

## ФУНКЦИИ НАПРАВЛЕННОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ ДЛЯ ДВОЙНОГО ДИПОЛЯ

На поверхности лежачего бока введем декартову систему координат с центром в эпицентре землетрясения.

Направление распространения по лучу будет определяться единичными векторами  $\hat{l}, \hat{p}, \hat{q}$ , причем  $\hat{l} \equiv \vec{\gamma}v$  соответствует продольному направлению от источника в точке  $\xi$  к приемнику в точке  $x$ . Нормаль к направлению разрыва  $\vec{v}$ . Скорость смещения, осредненная по площадки разрыва  $\dot{u}$  оценивается в момент  $\left(t - \frac{r}{\alpha}\right)$ , где  $r = |x - \xi|$  — гипоцентральное расстояние.

Уравнение для смещения P-волны в векторной форме будет:

$$\vec{u}_P(x, t) = \frac{2(\vec{\gamma}v)(\vec{\gamma}u)\mu S}{4\pi\rho\alpha^3 r}. \quad (9.1)$$

Для S-волны:

$$\vec{u}_S(x, t) = \mu S \frac{[(\vec{\gamma}v)\dot{u} + (\vec{\gamma}u)\vec{v} - 2(\vec{\gamma}v)(\vec{\gamma}u)\gamma]}{4\pi\beta^3 r}, \quad (9.2)$$

где:  $\dot{u}$  оценена в момент  $\left(t - \frac{r}{\beta}\right)$ .

Построение диаграммы направленности сводится к представлению векторных произведений  $(\vec{\gamma}v)$  и  $(\vec{\gamma}u)$  через угловые параметры механизма очага  $\phi_S, \delta, \lambda$  и параметры луча  $i_\xi, \phi$ .

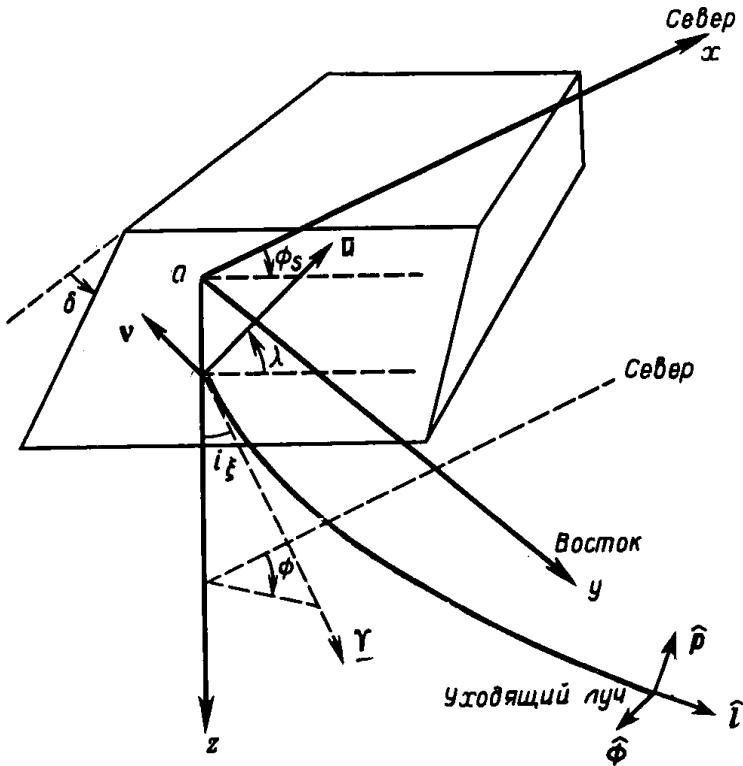


Рис. 26. Произвольная ориентация подвижки по разрыву

Направление прихода Р-волны определяется по лучу:

$$\hat{l} = \vec{\gamma} = \sin i_\xi \cos \phi_S \vec{x} + \sin i_\xi \sin \phi_S \vec{y} + \cos i_\xi \vec{z}. \quad (9.3)$$

Вектор подвижки:

$$\begin{aligned} \vec{u} = & \vec{u} (\cos \lambda \cos \phi + \cos \delta \sin \lambda \sin \phi_S) \vec{x} + \\ & + \vec{u} (\cos \lambda \sin \phi_S - \cos \delta \sin \lambda \cos \phi_S) \vec{y} - \\ & - \vec{u} \sin \lambda \sin \delta \vec{z}, \end{aligned} \quad (9.4)$$

а нормаль к разрыву:

$$\vec{v} = -\sin \delta \sin \phi_S \vec{x} + \sin \delta \cos \phi_S \vec{y} - \cos \delta \vec{z}. \quad (9.5)$$

Функция направленности излучения для Р-волны в дальней зоне, в векторном виде:

$$F^P = \frac{2(\vec{\gamma}\vec{v})(\vec{\gamma}\vec{u})}{\vec{u}}, \quad (9.6)$$

а в явном виде, в зависимости от перечисленных угловых параметров, определяется как:

$$\begin{aligned}
F^P = & \cos \lambda \sin \delta \sin^2 i_\xi \sin 2(\phi - \phi_S) - \\
& - \cos \lambda \cos \delta \sin 2i_\xi \cos(\phi - \phi_S) + \\
& + \sin \lambda \sin 2\delta (\cos^2 i_\xi - \sin^2 i_\xi \sin^2(\phi - \phi_S)) + \\
& + \sin \lambda \cos 2\delta \sin 2i_\xi \sin(\phi - \phi_S).
\end{aligned} \tag{9.7}$$

Функции направленности излучения для SV- и SH-волн имеют более сложный вид. Из-за того, что ими пользуются редко, не будем сейчас обращать на них внимание. Тогда формулу для смещений P-волн в дальней зоне можно записать в виде:

$$\vec{u}^P(\vec{x}, t) = \frac{F^P \mu S}{4\pi r \alpha^3} \dot{\bar{u}} \left( t - \frac{r}{\alpha} \right) \cdot \hat{l}, \tag{9.8}$$

где  $\dot{\bar{u}}$  — средняя скорость вспарывания на разрыве.

Из формулы (9.8), после введения поправок на геометрическое расхождение волны при распространении на определенное эпицентральное расстояние и характеристики регистрирующей аппаратуры, можно найти истинное смещение почвы. Причем, если длительность вспарывания в очаге меньше периода излучаемых волн (что очень часто может быть, если рассматриваются поверхностные сейсмические волны) то  $\mu S \dot{\bar{u}} = M_0$ . Это имеет место только для не очень сильных землетрясений, где в условиях малых деформаций в очаге землетрясений, скорость деформаций равна самой деформации.

## Лекция 10

### СПЕКТР СМЕЩЕНИЙ В ДАЛЬНЕЙ ЗОНЕ

Мы получили решение прямой задачи для источника типа двойного диполя и распространяющейся P-волны в дальней зоне, выраженное через функцию направленности излучения:

$$u_i^P(\vec{x}, t) = \frac{\mu}{4\pi r \alpha^3} \cdot \frac{F^P(\vec{x}, \vec{\xi}) \gamma_i}{R(\vec{x}, \vec{\xi})} \Omega(\vec{x}, t), \tag{10.1}$$

здесь:  $F^P(\vec{x}, \vec{\xi})$  — функция направленности излучения P-волны,  $R(\vec{x}, \vec{\xi})$  — геометрическое расхождение волны при распространении,  $\Omega(\vec{x}, t)$  — временная функция источника.

Условие дальней зоны формулируется в виде, определяемым условием дифракции Фраунгофера, а именно:

$$L^2 \ll \frac{\lambda r_0}{2}, \quad (10.2)$$

где:  $L$  — максимальный размер источника,  $\lambda$  — длина излучаемых волн,  $r_0 = |\vec{r}| = |\vec{x} - \vec{\xi}|$  — расстояние между точкой на разрыве и приемником. В этом случае время вспарывания в источнике много меньше периодов распространяющихся волн  $t \ll T_{P,S}$ .

При наблюдениях в дальней зоне источник всегда является точечным. Для **точечного** источника справедливо и более жесткое требование  $L \ll \lambda$ . Пусть временная функция в источнике:

$$\Omega(\vec{x}, t) = \iint_{\Sigma} \Delta \dot{u} \left[ \vec{\xi}, t - \frac{\vec{r} - (\vec{\xi}, \vec{\gamma})}{\alpha} \right] d\Sigma, \quad (10.3)$$

где  $\alpha$  — скорость распространения Р-волн.

Преобразование Фурье от этой функции:

$$\begin{aligned} \Omega(\vec{x}, \omega) &= \iint_{\Sigma} \Delta \dot{u}(\vec{\xi}, \omega) \exp \left\{ i\omega \frac{[\vec{r} - (\vec{\xi}, \vec{\gamma})]}{\alpha} \right\} d\Sigma = \\ &= \exp \left( i\omega \frac{\vec{r}}{\alpha} \right) \iint_{\Sigma} \Delta \dot{u}(\vec{\xi}, \omega) \exp \left[ -i\omega \frac{(\vec{\xi}, \vec{\gamma})}{\alpha} \right] d\Sigma, \end{aligned} \quad (10.4)$$

где  $\frac{\omega \vec{r}}{\alpha}$  — набег фазы Р-волны при распространении,  $\iint_{\Sigma} d\Sigma$  — называется

двойным преобразованием Фурье в пространстве.

Спектр функции в источнике может быть представлен в виде суперпозиции плоских волн. При наблюдениях в дальней зоне мы не можем выявить те детали источника, размеры которых меньше наблюдаемых длин волн или — рассматривать неоднородные волны, быстро затухающие с удалением от поверхности разрыва  $\Sigma$ . Полное восстановление функции источника возможно только по наблюдениям в **ближней** зоне.

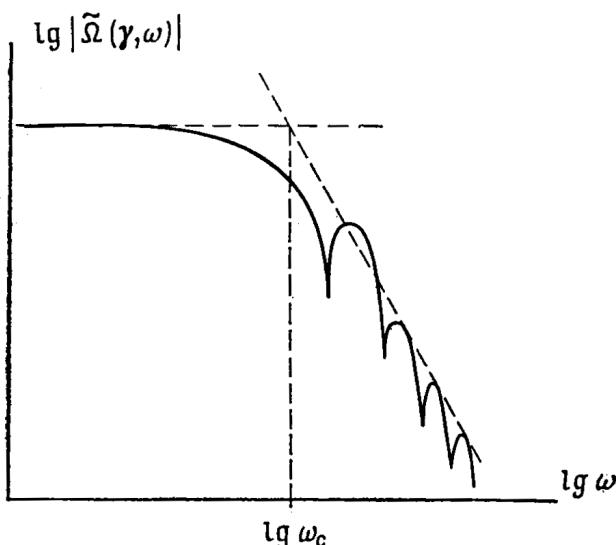


Рис. 27. Спектр временной функции источника

Так как  $\Delta u(\xi, \omega \rightarrow 0) = \int \Delta u(\vec{\xi}, t) dt = \Delta u(\vec{\xi}, t \rightarrow \infty)$ ,

$$\text{то: } \Omega(\vec{x}, \omega \rightarrow 0) = \iint_{\Sigma} \Delta u(\vec{\xi}, t \rightarrow \infty) d\Sigma = \text{const.}$$

Следовательно:

1. спектр смещений в дальней зоне на низких частотах **не зависит от частоты**,
2. величина модуля спектра пропорциональна величине сейсмического момента.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Omega(\vec{x}, t) dt \approx \frac{M_0}{\mu} = \Delta u S. \quad (10.5)$$

Этот результат справедлив для любой подвижке в очаге и не зависит от деталей процесса на плоскости разрыва. Если направление подвижки по разрыву не меняется, то  $\Omega(\vec{x}, \omega)$  максимальна при  $\omega \rightarrow 0$ .

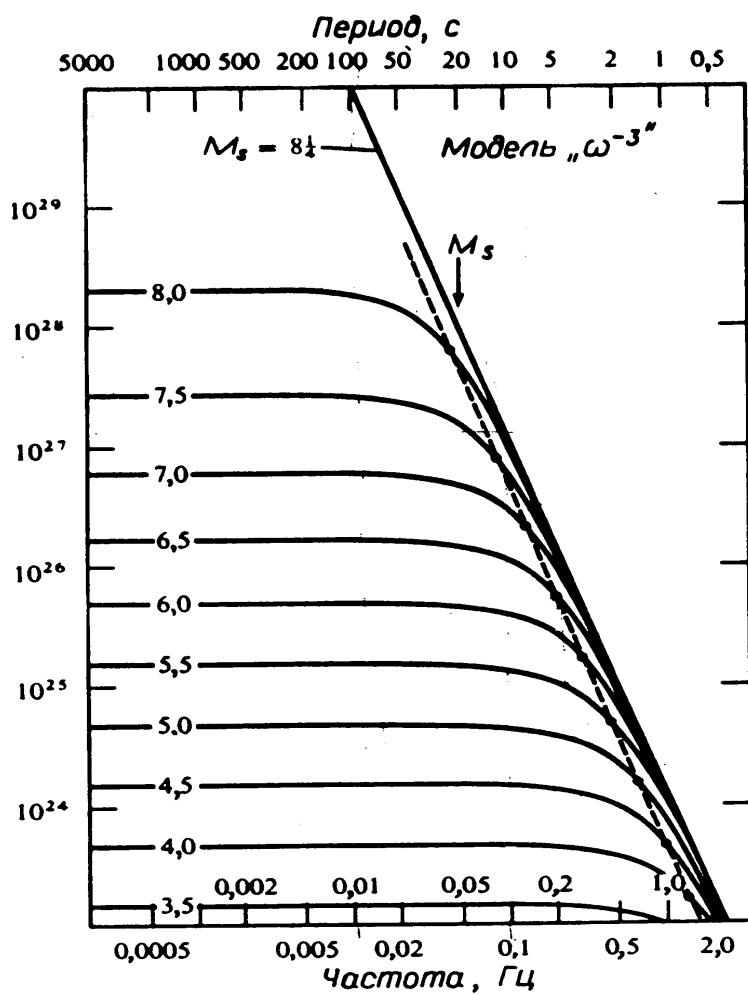


Рис. 28. Теоретический спектр функции излучения из очага

Если функция смещения в источнике  $u(\xi, t)$  изменяется во времени как ступенчатая функция, то импульс смещений в дальней зоне будет представлять собой  $\delta$ -функцию и  $\Omega(\omega, t) = \text{const}$ . Это означает, что в области низких частот сейсмический источник эквивалентен точечному источнику с функцией скачка смещений в виде ступени.

Если рассмотреть амплитудные спектры для серии землетрясений с разной магнитудой из одной и той же эпицентральной области, зарегистрированные на одной и той же станции стандартизированной аппаратурой, то эти спектры будут подобны. Причем, совпадающие минимумы на спектральных кривых будут связаны с влиянием пути распространения, которое для всех событий будет одинаковым. Несовпадающие минимумы спектральных кривых будут описывать особенности источников в каждом из землетрясений.

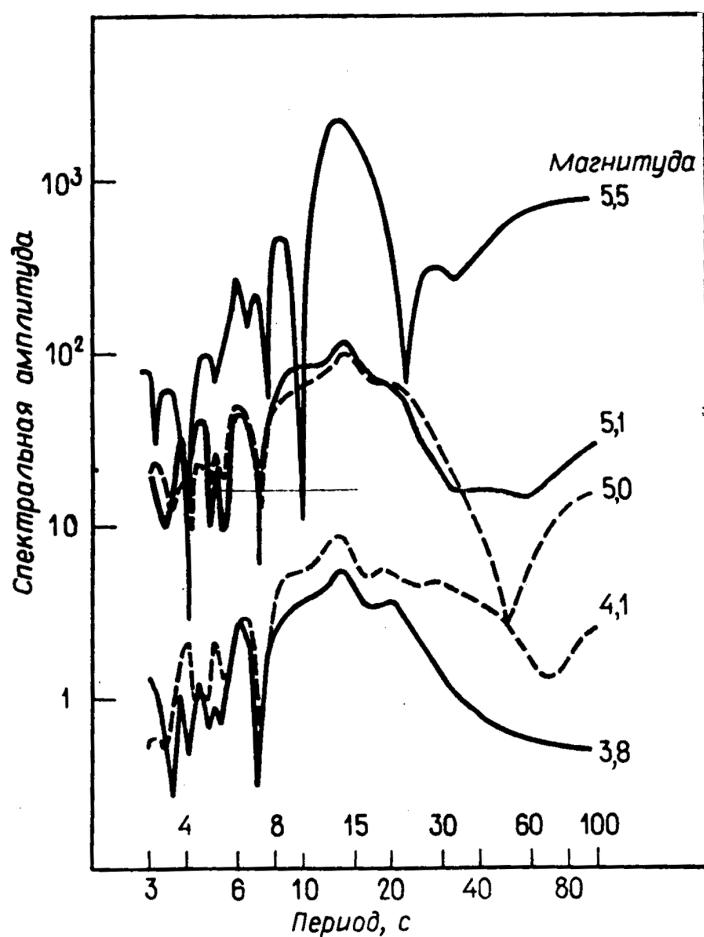


Рис. 29. Амплитудные спектры волн Лява, от группы калифорнийских землетрясений, зарегистрированные на сейсмической станции в Беркли

Минимумы спектров на периодах 22,5сек., 9,8 сек. описывают временную функцию источника, а минимум на периодах 7,6 сек. связан со структурой среды под регистрирующей станцией, так как он наблюдается на всех спектрах, независимо от излучения из очага.

## ГРАНИЧНАЯ ЧАСТОТА

Импульс смещения в области источника должен иметь, по наблюдениям в дальней зоне, равномерный спектр в области низких частот и спад спектра в области высоких частот, пропорциональный отрицательной степени частоты.

Частота, на которой пересекаются высокочастотная и низкочастотная асимптоты спектра, называется **границной**.

В зависимости от рассматриваемой модели источника соотношения для граничных частот Р- и S-волн различны. В модели Севиджа, (см. далее рис. 29.) для двустороннего разрыва с постоянной скоростью вспарывания  $V = 0,9\beta$  и при конечной длине разрыва:

$$\begin{aligned} 2\pi \langle f^P \rangle &= \sqrt{2,9} \alpha / \sqrt{LW} \\ 2\pi \langle f^S \rangle &= \sqrt{14,8} \beta / \sqrt{LW} \end{aligned} \quad (10.6)$$

При нормальном коэффициенте Пуассона, согласно приведенным выше формулам, всегда  $\langle f^S \rangle > \langle f^P \rangle$ . Однако, на практике, чаще имеет место более высокое значение частоты не для S-, а для P-волн.

В модели круговой трещины Сато и Хирасавы значения граничной частоты определяются через значения скоростей вспарывания:

$$\begin{aligned} 2\pi \langle f^P \rangle &= C_P \alpha / R, \\ 2\pi \langle f^S \rangle &= C_S \beta / R, \end{aligned} \quad (10.7)$$

где:  $C_P, C_S$  — функции скорости вспарывания. В этом случае  $\langle f^P \rangle > \langle f^S \rangle$ . Преобладающие периоды S-волн в 1,2–1,5 раз больше, чем периоды P-волн. Модель Молнара также предсказывает большие периоды в S-волнах.

Высокочастотная асимптота определяется скоростью вспарывания и скоростью смещения частиц. Скорость вспарывания определяется только упругими константами среды, а скорость смещения задается скоростью вспарывания и начальным напряжением.

Модуль спектра смещения в дальней зоне может быть представлен в виде:

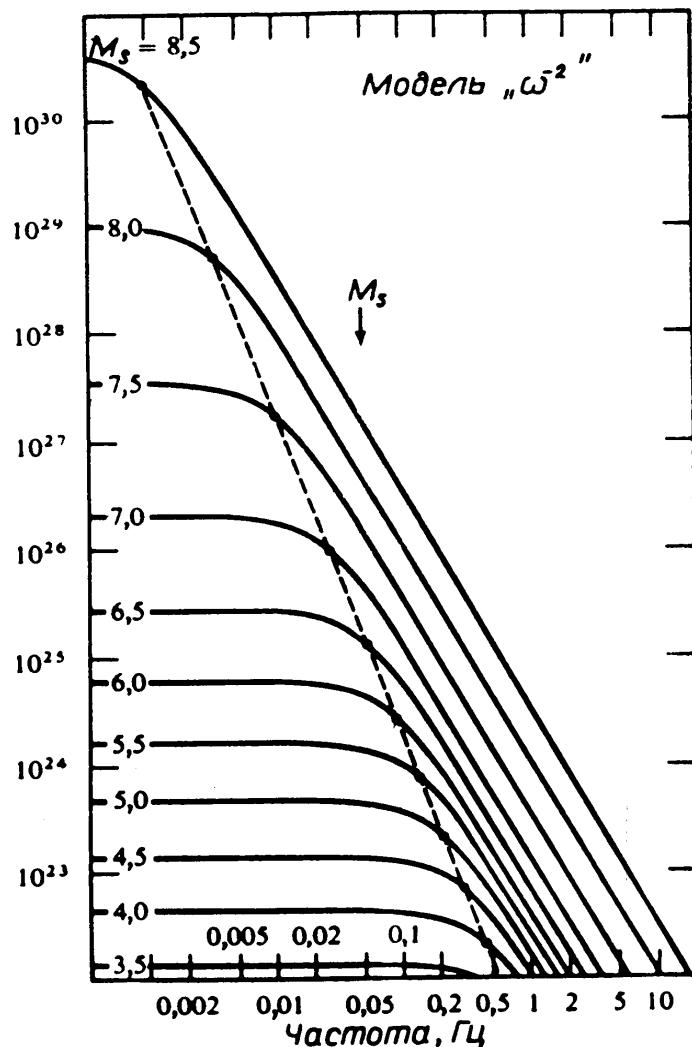


Рис. 30. Изменение граничной частоты спектров Р-волн в дальней зоне на одном и том же эпицентральном расстоянии, в зависимости от магнитуды землетрясения для модели Севиджа

$$|\Omega(\omega)| = \frac{\Omega(0)}{\left[1 + \frac{\omega}{\omega_0}\right]^2}, \quad (10.8)$$

где:  $\omega_0$  — граничная частота, а  $\Omega(0)$  — пропорционально сейсмическому моменту. Это выражение для модели с  $\omega^{-2}$ . В такой модели преобладающую роль в области высоких частот играет **стоп-фаза**. Число стоп-фаз растет с ростом числа площадок разрыва. Если предположить, что между сильными и слабыми событиями имеется подобие, то становится возможным построение семейства спектральных кривых, охватывающих всю шкалу магнитуд.

## Лекция 11

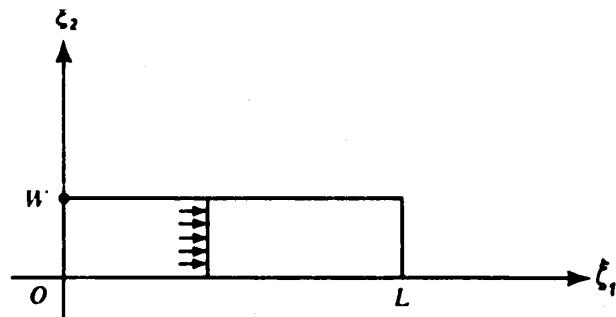
### КИНЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОЧАГА

Как показано ранее, наблюдения в дальней зоне не позволяют однозначно определить функцию подвижки в источнике. Необходимо было ввести небольшое количество параметров источника, которые бы описывали процесс вспарывания по наблюдениям в дальней зоне. Впервые такая модель очага была предложена Хаскеллом. Она представляет собой модель прямоугольного разрыва с односторонним вспарыванием.

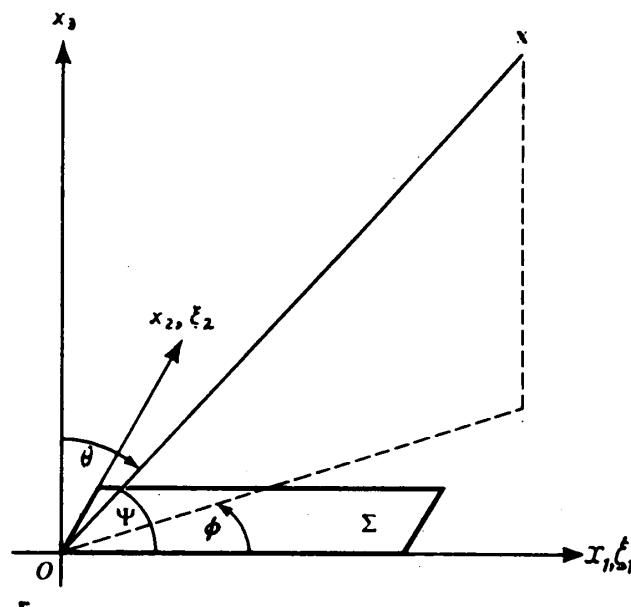
#### КИНЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ХАСКЕЛЛА

Модель Хаскелла широко использовалась в 60–70 годах для интерпретации наблюдений объемных и поверхностных сейсмических волн.

Зададим плоскость разрыва в виде прямоугольника длиной  $L$  и шириной  $W$ .



**а**



**б**

Рис.31. Одностороннее вспарывание на прямоугольной площадке разрыва с постоянной скоростью: а) площадка разрыва, б) ориентация площадки разрыва в пространстве. Угол  $\Psi$  — угол между направлением вспарывания и направлением на регистрирующую станцию

Вспарывание начинается на одном конце прямоугольника и распространяется вдоль него с постоянной скоростью  $V$ .

$$\text{Пусть } \Delta u(\xi, t) = f\left(t - \frac{\xi_1}{V}\right), \text{ где: } 0 < \xi_1 < L; 0 < \xi_2 < W. \quad (11.1)$$

Обозначим  $\Psi$  — угол между направлением вспаривания и направлением на приемник (регистрирующую станцию). Тогда:

$$u(\vec{x}, t) = W \int_0^L f\left(t - \frac{r}{\alpha} - \xi_1 \left( \frac{1}{V} - \frac{\cos \Psi}{\alpha} \right)\right) d\xi_1, \quad (11.2)$$

где  $f\left(t - \frac{r}{\alpha}\right)$  — импульс смещения в дальней зоне при малой площадке разрыва.

Преобразование Фурье:

$$\Omega(\vec{x}, \omega) = -i\omega W f(\omega) e^{i\frac{\omega r}{\alpha} L} \int_0^L \exp\left[i\omega \xi_1 \left(\frac{1}{V} - \frac{\cos \Psi}{\alpha}\right)\right] d\xi_1. \quad (11.3)$$

Обозначим:  $X = \frac{\omega L}{2} \left[ \frac{1}{V} - \frac{\cos \Psi}{\alpha} \right]. \quad (11.4)$

Тогда функция вида  $\frac{\sin X}{X}$  представляет собой величину, определяющую конечное значение протяженности разрыва (рис.32). Модуль этой функции изменяется с периодом, равным  $\pi$ .

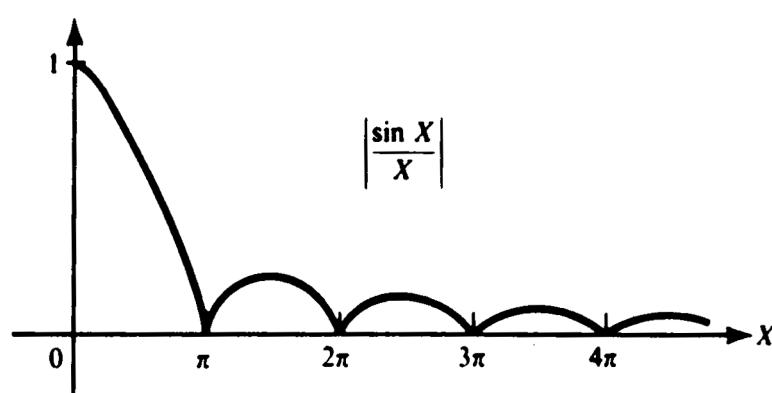


Рис.32 Множитель в выражении для спектров импульса смещений

В спектре волн:

$$\Omega(\vec{x}, \omega) = \omega \cdot f(\omega) \cdot WL \frac{\sin X}{X} \exp\left[\left(\frac{\omega r}{\alpha} - \frac{\pi}{2}\right) + X\right] \quad (11.5)$$

появятся минимумы при значениях  $X = \pi, 2\pi, \dots$ . Первый минимум соответствует периоду:

$$T_{\min}^{-1} = \frac{2\pi}{\omega} = L \left( \frac{1}{V} - \frac{\cos \Psi}{\alpha} \right). \quad (11.6)$$

По этой формуле, если задана скорость вспарывания  $V$  и ориентация направления вспарывания  $\Psi$  относительно регистрирующей станции (скорость распространения P-волн считается известной) могут быть определены линейные размеры источника. Значение частоты, при котором наблюдается минимум спектральной функции:

$$\omega = \frac{2N\pi V}{L} \frac{1}{\left[ 1 - \frac{V}{\alpha} \cos \Psi \right]} \quad N = 1, 2, \dots \quad (11.7)$$

Сдвиг частот определяется деструктивной интерференцией между волнами, излучаемыми различными участками плоскости разрыва, что приводит к ослаблению высокочастотных составляющих спектра.

Чтобы завершить построение модели прямоугольного разрыва с односторонним вспарыванием необходимо ввести понятие полной подвижки по разрыву  $D$  и время нарастания скачка смещений  $T$ . Хаскелл использовал функцию с линейно растущим передним фронтом:

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \frac{Dt}{T}, & 0 < t < T \\ D, & T < t \end{cases}. \quad (11.8)$$

Вид этой функции приводит к дополнительному сглаживанию спектра сигнала:

$$|\Omega(\vec{x}, \omega)| = WLD \frac{\sin X}{X} \left| \frac{1}{1 - i\omega T} \right|. \quad (11.9)$$

На высоких частотах спадание модуля спектра, обусловленное конечной величиной функции нарастания скачка смещений описывается по закону  $\omega^{-1}$ . Если ввести время, необходимое для завершения подвижки, то спадание спектра будет происходить по закону  $\omega^{-2}$ . Амплитуда спектра на малых частотах стремится к величине сейсмического момента  $M_0 \approx DWL$ . Если принять во внимание конечную ширину разрыва, то спадание спектра пропорционально  $\omega^{-3}$ .

В случае если вспарывание в источнике происходит от некоторой точки на разрыве в положительном и отрицательном направлении по его простиранию (двухстороннее вспарывание), то особенности спектров описываются

суперпозицией двух спектров, относящихся к двум противоположным движениям по разрыву (см. рис.33).

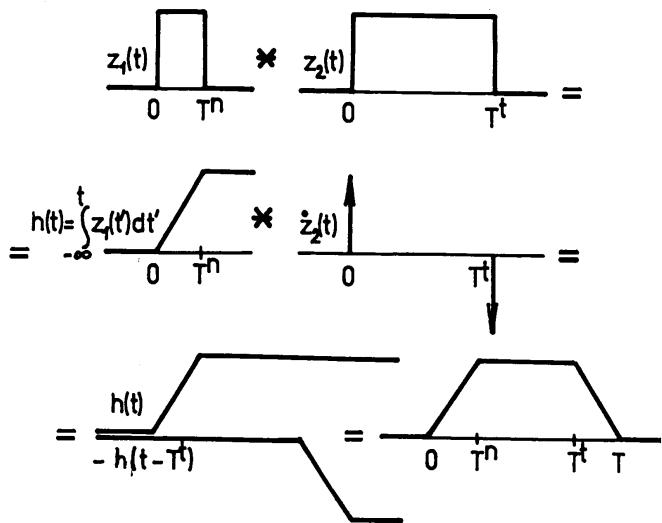


Рис. 33. Построение модели Хаскелла в случае двухстороннего вспарывания

Длину разрыва  $L$  легче определить, чем его ширину  $W$  и смещение  $D$ . Она измеряется по спектрам поверхностных сейсмических волн, как более длиннопериодных, чем объемные волны. Для определения  $W$  и  $D$  необходимо проводить наблюдения в ближней зоне.

В кинематической модели источника скорость вспарывания  $V = \frac{D}{T}$  остается постоянной. Она пропорциональна величине сброшенного напряжения. Коэффициент пропорциональности равен акустической жесткости для поперечных волн:  $\rho\beta$ .

Итак, модель Хаскелла определяет 5 параметров подвижки в очаге землетрясения:

1. длину разрыва  $L$ ,
2. ширину разрыва  $W$ ,
3. скорость вспарывания  $V$ ,
4. величину смещения по разрыву  $D$ ,
5. время нарастания и спадания смещения по разрыву  $T$

Использование модели Хаскелла для исследования параметров очага сильных землетрясений показало, что она дает хорошее соответствие с геодезическими наблюдениями, если происходит хрупко упругое разрушение. Для среды вязкоупругого типа величина подвижки и площадь разрыва оказываются меньшими, чем наблюдается. Это еще раз подтверждает тот факт, что сейсмические волны несут информацию не обо всех тектонических процессах, происходящих в очаговых зонах землетрясений.

## ЗАРОЖДЕНИЕ, РАСПРОСТРАНЕНИЕ И ОСТАНОВКА РАЗРЫВА

Однонаправленное вспарывание является, по-видимому, слишком большим упрощением реального процесса в очаге землетрясения. Наиболее реалистичным представляется процесс, где разрыв начинается в точке и распространяется от нее в радиальных направлениях с постоянной ско-

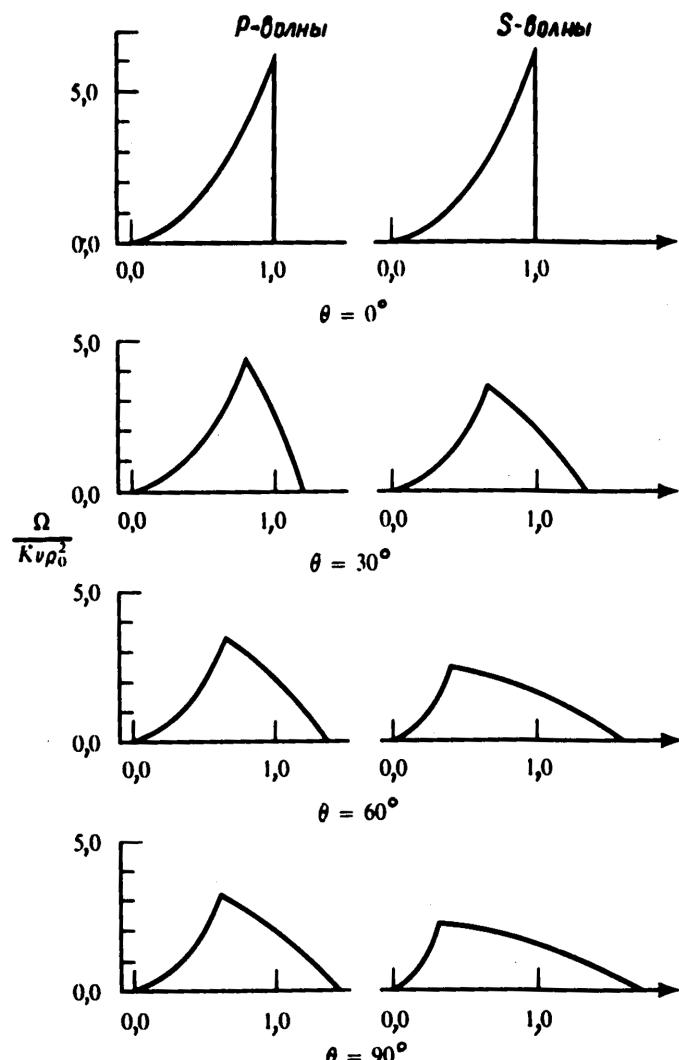


Рис.34. Форма сигнала в дальней зоне для круговой трещины сдвига

ростью до тех пор, пока не охватит некоторую двумерную поверхность на плоскости разрыва. Сейсмический сигнал, связанный с остановкой разрыва называется, по Севиджу, «стоп-фазой».

Формы смещений от очага во вступлениях Р- и S-волн в дальней зоне приводятся на рис. 34.

Этот результат получен Сато и Хирасава для круговой трещины сдвига с равномерным скальвающим напряжением.

$$\Omega(\vec{x}, t) = \begin{cases} 2K\nu\rho^2 \frac{\pi}{(1-k^2)^2} x^2 & 0 \leq x \leq 1-k \\ 2K\nu\rho^2 \frac{\pi}{4} \left[ \frac{1}{k} - \frac{x^2}{k} \frac{1}{(1+k)^2} \right] & 1-k < x < 1+k \end{cases} \text{ при } ,$$

где:

$$K = \left( \frac{24}{7\pi} \right) \left( \frac{\Delta\sigma}{\mu} \right) \text{ для кругового разрыва,}$$

$\rho > vt$  — радиус кругового разрыва,

$$k = \left( \frac{v}{c} \right) \sin \theta, \quad \theta \text{ — угол от вертикали на регистрирующую станцию,}$$

$v$  — скорость вспарывания,  $c$  — скорость распространения Р- или S-волн,

$$x = v \left( t - \frac{r_0}{c} \right) / \rho.$$

В начальной стадии рост импульса смещений пропорционален квадрату  $\left( t - \frac{r_0}{c} \right)^2$ . Спектр соответствующей начальной стадии импульса в источнике спадает как  $\omega^{-3}$ .

Молнар описал процесс закрытия трещины. Спад спектра на высоких частотах зависит от того, какая фаза преобладает в формировании разрыва: фаза инициации или остановки.

Даллен распространил анализ кинематики разрывов на случай эллиптической трещины, которая разрастается, сохраняя свою форму неизменной. Разрыв рассматривается как процесс, завершение которого замедляется по мере того, как трещина проникает либо в области с большим трением, либо в области с меньшими тектоническими напряжениями.

## Лекция 12

### КИНЕМАТИКА СМЕЩЕНИЙ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ

По наблюдениям в дальней зоне мы установили, что существует связь между формой импульса Р- и S-волн и функцией скачка смещений на разрыве. Однако, волны в дальней зоне проходят большой путь и испытывают рассеяние, поглощение, интерференцию с многократно отраженными фазами и другие сложные влияния, которые необходимо свести к минимуму при изучении процессов в очаге.

В идеале хотелось бы определить функцию скачка смещений  $u(\xi, t)$  в различных точках  $\xi$  на плоскости разрыва. Но это сделать не удается. Тогда задача ставится следующим образом: установить связь между смещениями на малом расстоянии от разрыва с подвижкой по разрыву. Эта связь не простая, потому что смещения в ближней зоне (сейсмограмма) представляют собой суперпозицию волн дальней зоны и волн, излучаемых от

разных точек на разрыве. Причем, различные колебания приходят почти одновременно, часто гася друг друга и предсказать суммарное колебание по поведению отдельных волн — невозможно.

Работы, выполненные в 70-х годах, как правило, пользовались методами численного интегрирования функции скачка смещений на разрыве. Этот метод использовался при интерпретации сильных движений на малых расстояниях от источника. Были получены очень интересные результаты. Например, Для модели источника Гаскелла, то есть для одностороннего смещения с постоянной скоростью вспарывания, было получено, что

- импульс смещений в ближней зоне имеет амплитуду, пропорциональную величине подвижки,
- ширина импульса смещений пропорциональна времени нарастания разрыва.

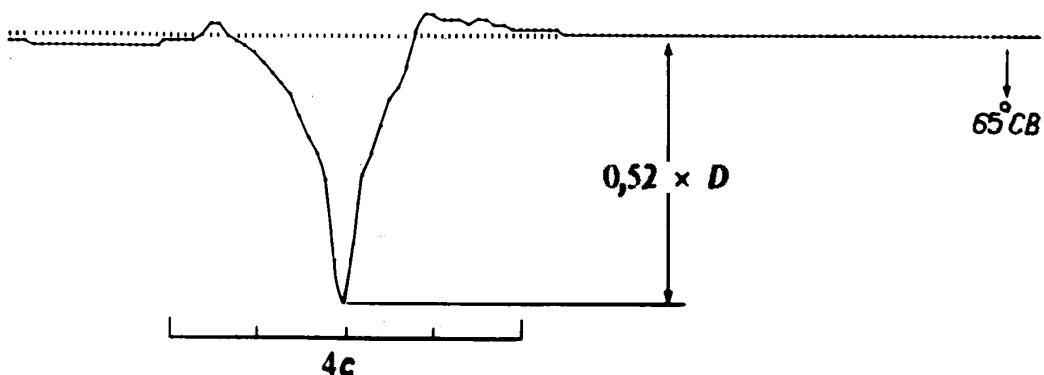


Рис. 35. Форма импульса смещения в ближней зоне для землетрясения типа правостороннего сдвига и скорости вспарывания, равной 2,2 км /с

Такой импульс был зарегистрирован в 80 км от разлома Сан-Андреас во время землетрясения в Паркфилде 28 июня 1966 года. При анализе реальных сейсмограмм следует обращать внимание на то, с какими данными вы имеете дело, так как записи смещений, скорости смещений и ускорений в ближней зоне сильно отличаются друг от друга. Пример сейсмограмм приводится на рис. 36.

Однако, методы численного интегрирования, помимо того, что требуют больших затрат машинного времени, имеют ограничения на описание особенностей высокочастотной части спектра излучаемых волн, которые как раз и дают представление о физических процессах в ближней зоне вспарывающегося разрыва.

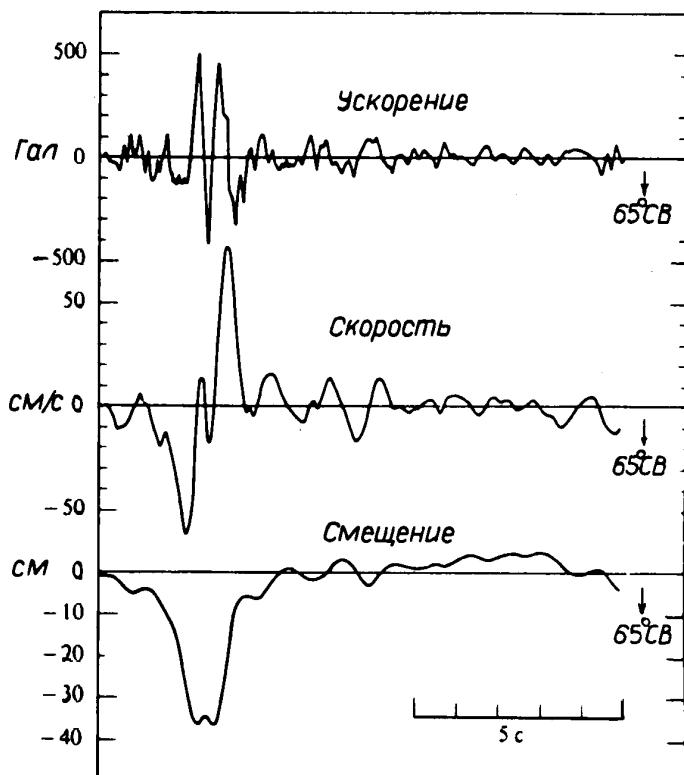


Рис. 36. Сейсмограммы ускорения, скорости и смещений, зарегистрированных в направлении, перпендикулярном линии разлома Сан-Андреас при землетрясении в Паркфилде 1966 года

## ДВУМЕРНЫЕ ЗАДАЧИ

Чтобы преодолеть эти ограничения были предприняты попытки поиска аналитических решений для простейших моделей очага. Для этого, прежде всего, перешли к рассмотрению двумерных задач, для которых решение ищется в виде суперпозиции как однородных, так и неоднородных плоских волн, вносящих дополнительный сдвиг фаз в спектр колебаний, при анализе смещений вблизи плоскости разрыва.

Совместим плоскость разрыва с плоскостью  $xz$ . Фронт разрушений направим по оси  $z$ , а распространение разрыва — по оси  $x$ . Рассмотрим два основных типов распространяющихся разрывов:

1. **антиплоский** — подвижка происходит в направлении оси  $z$  и результирующее смещение имеет составляющие только в направлении этой оси. В теории дислокации кристаллов этот тип подвижки называется **винтовой дислокацией**. В этом случае направление подвижки (**вектор Бюргерса**) параллелен линии дислокации;

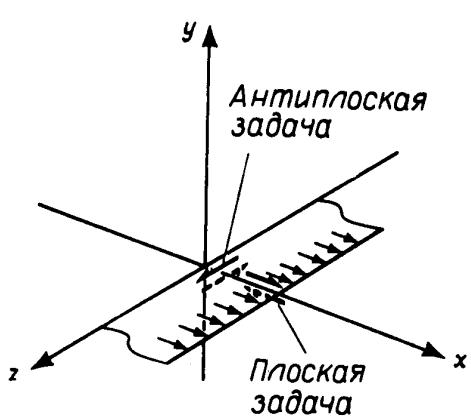


Рис.37. Представление двумерных задач

2. **плоский** — подвижка направлена вдоль оси  $x$  и результирующее смещение имеет две компоненты: вдоль оси  $x$  и вдоль оси  $y$ . Такой тип дислокаций называется **краевой** дислокацией. В этом случае направление подвижки перпендикулярно линии дислокации. Если линии краевой дислокации перемещаются в направлении, параллельном подвижке, то такое движение называется скольжением.

## ВИНТОВАЯ ДИСЛОКАЦИЯ (АНТИПЛОСКАЯ ЗАДАЧА)

Рассмотрим полубесконечную плоскость разрыва, движущуюся постоянной скоростью  $v$ . Система координат:

$$\begin{aligned} x' &= x - vt; \\ y' &= y; \\ t' &= t. \end{aligned} \quad (12.1)$$

Решение ищется в виде потенциалов распространяющихся волн SH, обозначенном  $w$ . Смещение на разрыве задается в виде ступенчатой единичной функции  $H(x)$ .

Уравнение движения однородной изотропной среды сводится к уравнению движения вида:

$$\frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t'^2} = \frac{\partial^2 w}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y'^2}, \quad (12.2)$$

с граничным условием, описывающим разрыв смещения на плоскости разрыва:

$$w(x, +0, t) - w(x, -0, t) = \Delta w \cdot H(-x'). \quad (12.3)$$

Применяя условие стационарности  $\frac{\partial}{\partial t'} = 0$ , имеем  $\frac{\partial}{\partial t} = -v \frac{\partial}{\partial x'}$ .

Перепишем уравнение движения в виде:

$$\left(1 - \frac{v^2}{\beta^2}\right) \frac{\partial^2 w}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y'^2} = 0. \quad (12.4)$$

Здесь  $\beta$  — скорость распространения SH волн. Это уравнение при  $v = 0$  сводится к уравнению Лапласа, решение которого для сформулированных начальных условий и  $v < \beta$  хорошо известно:

$$w(x, y, t) = \frac{\Delta w}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{\beta^2}}}{x - vt} \quad (12.5)$$

Напряжения при переходе через плоскость разрыва считается непрерывным, так что второе граничное условие:

$$\mu \frac{\partial w}{\partial y}(x, +0, t) = \mu \frac{\partial w}{\partial y}(x, -0, t), \quad (12.6)$$

$$\text{откуда следует, что } \tau_{yz} = \mu \frac{\partial w}{\partial y} = \mu \frac{\Delta w}{2\pi} \sqrt{1 - \frac{v^2}{\beta^2}} \frac{y}{(x - vy)}. \quad (12.7)$$

Напряжение обращается в нуль, когда  $v = \beta$ .

Скорость смещения частиц:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\Delta \dot{w}}{2\pi} \cdot \frac{yv \sqrt{1 - \frac{v^2}{\beta^2}}}{(x - vt)^2 + y^2 \left(1 - \frac{v^2}{\beta^2}\right)}. \quad (12.8)$$

Она будет достигать максимального значения при  $x = vt$

Характер поля смещений в ближней зоне распространяющейся дислокации лучше всего проявляется в спектральной области. Спектр скорости смещения равен:

$$\Omega = \frac{\Delta w}{2} \exp \left[ -|y| \cdot |\omega| \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{\beta^2}}}{v} \right]. \quad (12.9)$$

Отсюда следует, что имеет место затухание как по  $y$ , так и по  $\omega$ , указывающее на то, что поле представлено неоднородными плоскими волнами. Поле ближней зоны быстро затухает при удалении от плоскости разрыва.

Если ввести функция начала разрыва, то граничное условие (12.3) примет вид:

$$w(x, +0, t) - w(x, -0, t) = \Delta w H\left(t - \frac{x}{v}\right) H(x), \quad (12.10)$$

что соответствует подвижке в виде ступенчатой функции, начинающейся при  $x = 0$  в момент  $t = 0$  и распространяющейся в направлении  $+x$  со скоростью  $v$ . Теперь смещение не является стационарным в движущейся системе координат. Для получения решения необходимо ввести преобразование

ние Лапласа от  $w(x, y, t)$  и координаты:  $x = r \cos \theta$  и  $y = r \sin \theta$ . Соответствующее решение во временной области при  $t \rightarrow \frac{r}{\beta}$  будет иметь вид:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\Delta w}{2\pi} \cdot \frac{\sin \theta}{\left(\frac{\beta}{v} - \cos \theta\right)} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{2r}{\beta}}} \cdot \frac{H\left(t - \frac{r}{\beta}\right)}{\sqrt{t - \frac{r}{\beta}}}. \quad (12.11)$$

Новое решение содержит дополнительный член, возникающий в момент начала разрыва и распространяющийся со скоростью распространения поперечных волн в среде  $\beta$ . Эта волна убывает с расстоянием как цилиндрическая  $\sim \frac{1}{\sqrt{r}}$ . Направленность ее излучения определяется множителем:

$$F^{SH} \sim \frac{\sin \theta}{\left(\frac{\beta}{v} - \cos \theta\right)}. \quad (12.12)$$

Для направления, совпадающего с осью  $x$  эта функция равна 0 (имеет узел).

Влияние конечной длительности процесса можно учесть путем суммирования решения полученного нами с решением, соответствующим распространению разрыва в противоположном направлении. Для модели одностороннего вспарывания (модели Хаскелла) принято считать эквивалентными фазы зарождения и остановки разрыва. Реально эффекты нарастания и остановки разрыва различны.

## Лекция 13

### КРАЕВАЯ ДИСЛОКАЦИЯ (ПЛОСКАЯ ЗАДАЧА)

Напомним, что в плоских задачах подвижка направлена вдоль оси  $x$ , а результирующее смещение имеет  $x$ - и  $y$ -компоненты.

Пусть подвижка задается ступенчатой функцией, тогда граничное условие для смещений:

$$u(x, +0, t) - u(x, -0, t) = \Delta u H(-x'), \quad (13.1)$$

где:  $x' = x - vt$ . Непрерывными являются  $y$ -компоненты смещений и напряжения на плоскости разрыва. Компоненты смещения удовлетворяют **вольновым уравнениям для потенциалов Р- и SV-волн**:

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{v^2}{\alpha^2}\right) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} &= 0, \\ \left(1 - \frac{v^2}{\beta^2}\right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} &= 0, \end{aligned} \quad (13.2)$$

где:  $\alpha = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$  — скорость распространения P-волн,  $\beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$  — скорость распространения S-волн. Уравнения (10) имеют решение в виде экспоненциальных функций, описывающих распространение **неоднородных волн**:

$$\begin{aligned} \phi &= \exp\left(i k x' \pm k y \sqrt{1 - \frac{v^2}{\alpha^2}}\right), \\ \psi &= \exp\left(i k x' \pm k y \sqrt{1 - \frac{v^2}{\beta^2}}\right), \end{aligned} \quad (13.3)$$

где:  $k = \frac{\omega}{c}$  — волновое число.

Границные условия для напряжений:

$$\tau_{yy} = \lambda \left( \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right) + 2\mu \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad \text{при } y = 0, \quad (13.4)$$

$$\tau_{xy} = \mu \left( \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right). \quad (13.5)$$

Границные условия для смещений (13.1) и условие непрерывности  $V$ , а также — для напряжений (13.4)–(13.5) позволяют построить систему уравнений для определения потенциалов (13.3). Определитель ее равен нулю для  $v = \alpha$ .

Преобразование Фурье от граничного условия (13.1) приводит его к виду:

$$\frac{\Delta u}{2} H(-x') = -\frac{\Delta u}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ikx'}}{ik} dk.$$

Смещение  $U(x, y, t)$  испытывает скачок при  $y = 0$ . Поперечная компонента  $V(x, y, t)$  имеет особенность при  $x' = 0$  или  $x = vt$ .

В спектральном представлении, обе эти функции имеют одну и ту же спектральную плотность, независимо от частоты и постоянный сдвиг фаз, равный  $\pi/2$ .

Введя функции зарождения и остановки разрыва и азимутальный угол  $\theta$  получим при  $t \rightarrow \frac{r}{\alpha}$  для P-волн:

$$\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial t} &= \cos \theta \times \frac{\Delta u}{\pi} \frac{\beta^2}{\alpha^2} \frac{\sin 2\theta}{2\left(\frac{\alpha}{v} - \cos \theta\right)} \frac{1}{\sqrt{\frac{2r}{\alpha}}} \frac{H\left(t - \frac{r}{\alpha}\right)}{\left(t - \frac{r}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}}}, \\ \frac{\partial V}{\partial t} &= \sin \theta \end{aligned}\quad (13.6)$$

при  $t \rightarrow \frac{r}{\beta}$  для S-волн:

$$\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial t} &= -\sin \theta \times \frac{\Delta u}{\pi} \frac{\cos 2\theta}{2\left(\frac{\beta}{v} - \cos \theta\right)} \frac{1}{\sqrt{\frac{2r}{\beta}}} \frac{H\left(t - \frac{r}{\beta}\right)}{\left(t - \frac{r}{\beta}\right)^{\frac{1}{2}}}. \\ \frac{\partial V}{\partial t} &= \cos \theta \end{aligned}\quad (13.7)$$

Эти выражения содержат дополнительные вступления, соответствующие P- и S-волнам, распространяющимся от начальной точки разрыва. Диаграммы направленности этих волн соответствуют диаграммам направленности двойной пары сил и отличаются

на множитель  $\frac{1}{\left(\frac{\alpha}{v} - \cos \theta\right)}$  для P-волн

и  $\frac{1}{\left(\frac{\beta}{v} - \cos \theta\right)}$  для S-волн.

Выражения (13.6) – (13.7) содержат дополнительные вступления, соответствующие P- и S-волнам, распространяющимся от начальной точки разрыва. Диаграммы направленности этих волн соответствуют диаграммам направленности двойной пары сил и отличаются

на множитель  $\frac{1}{\left(\frac{\alpha}{v} - \cos \theta\right)}$  для P-волн и

$\frac{1}{\left(\frac{\beta}{v} - \cos \theta\right)}$  для S-волн.

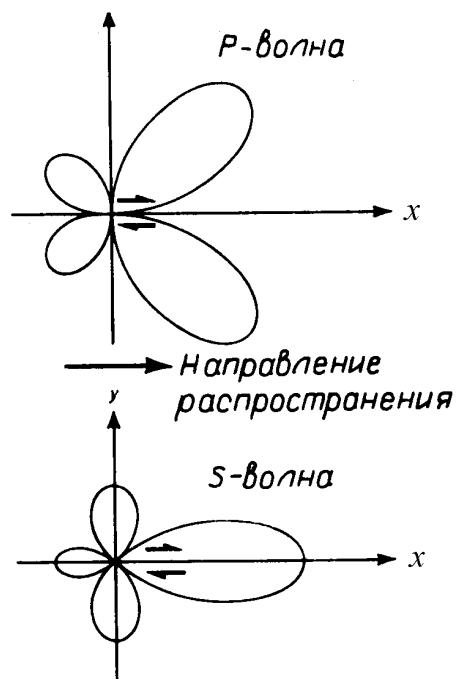


Рис. 38. Изменение функции направленности излучения при однонаправленном вспарывании для наблюдений в ближней зоне

Эти волны являются **цилиндрическими**, убывающими с расстоянием как функции, пропорциональные  $1/\sqrt{r}$ . Цилиндрические волны возникают **на линии** мгновенно образующейся дислокации и при мгновенной остановке разрыва. Они преобладают в слое, **нормальном** к линии дислокации и имеют те же характеристики, что и цилиндрические волны от **движущейся** линии дислокации.

## Лекция 14 ДИНАМИКА РАЗРЫВА

При распространении трещины в плоскости разрыва возникает подвижка. Приближенное представление функции скачка смещений на разрыве является суперпозицией ступенчатых функций.

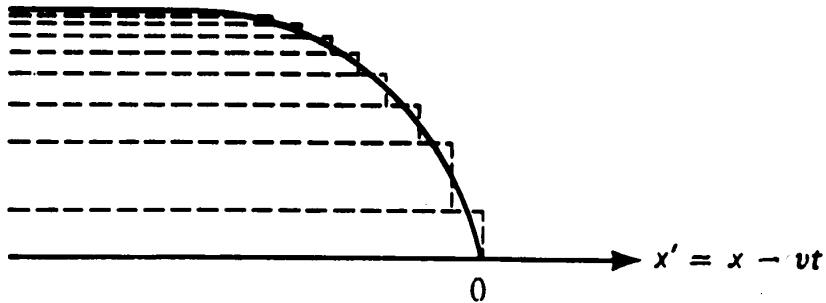


Рис. 39. Представление произвольной функции смещений на разрыве

В той части разрыва, где возникает подвижка напряжение уменьшается, но не исчезает, потому что необходимо усилие не только на преодоление сил сцепления между берегами разрыва, но и на развитие самой трещины или ее вспарывание.

## ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ НА ФРОНТЕ РАЗРУШЕНИЯ

Рассмотрим локальную систему координат  $x_i$  ( $i=1,2,3$ ). Совместим плоскость разрыва с плоскостью  $x_2 = 0$  и будем считать, что трещина распространяется в направлении  $+x_1$  с постоянной скоростью  $v$  (см. рис. 40.).

Пусть  $S_l$  — внешняя поверхность,  $S_c$  — поверхность сформированной трещины,  $S_t$  — поверхность конца трещины, движущаяся вместе с ним в объеме  $V$  между поверхностями. В объеме  $V$  среда упругая и подчиняется закону Гука.

Считаем, что внешние объемные силы отсутствуют. Напряжения на поверхностях  $S_l$  и  $S_t$  задаются в виде:  $T_i = \tau_{i,j} n_j$ , где:  $\tau_{i,j}$  — компоненты тензора напряжений,  $n_j$  — нормаль к поверхности разрыва. **Работа напряжений** на внешней поверхности  $S_l$  равна:

$$W = \int_{S_l} T_i \dot{u}_i dS, \quad (14.1)$$

где:  $\dot{u}_i$  — скорость смещения на разрыве. Изменение **кинетической энергии** определится как:

$$\dot{K} = \frac{d}{dt} \int_V \frac{1}{2} \rho u_i^2 dV. \quad (14.2)$$

Изменение **потенциальной** энергии, определяемой как энергия деформирования, равно:

$$\dot{U} = \frac{d}{dt} \int_V \frac{1}{2} \tau_{i,j} e_{i,j} dV. \quad (14.3)$$

**Поток энергии**  $g$ , проходящий через кончик трещины, определяется как предел потока энергии, проходящего через поверхность  $S_t$ :

$$g = W - \lim_{S_t \rightarrow 0} [\dot{K} - \dot{U}]. \quad (14.4)$$

Так как поверхность кончика трещины движется вместе с трещиной, то величина объема  $V$  является функцией времени. Следовательно, изменение кинетической энергии и энергии деформирования включает в себя изменение энергии внутри объема  $V$  и поток энергии через поверхность  $S_t$ .

Рассмотрим движущуюся систему координат ( $x'_1 = x - vt, x_2$ ). Пусть поверхность  $S_t$  представляет собой прямоугольник со сторонами  $2\delta \times 2\varepsilon$ , тогда:

$$g = \lim_{\delta \rightarrow 0^-} \int_{-\delta}^{+\delta} T(x'_1, 0) [\dot{u}(x'_1, +0) - \dot{u}(x'_1, -0)] dx'_1. \quad (14.5)$$

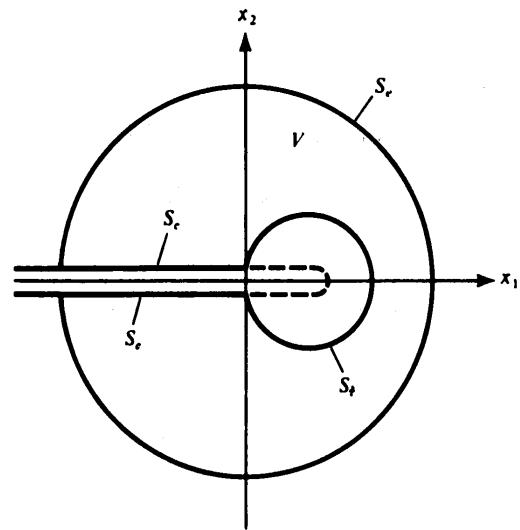


Рис.40. К определению динамических параметров разрыва

Для винтовой дислокации функция скачка смещений (подвижка):

$$\Delta w = A \sqrt{-x'_1} H(-x'_1), \quad (14.6)$$

а напряжение, обусловленное этой подвижкой:

$$\tau_{x_1, x_2} = \mu \frac{dw}{dx_2} = \frac{K}{\sqrt{2\pi x'_1}} H(x'), \quad (14.7)$$

где  $K = \sqrt{2\pi} \frac{\mu A \sqrt{1 - \frac{v^2}{\beta^2}}}{4}$  — коэффициент интенсивности напряжений.

Тогда, **работа**, совершаемая в единицу времени на кончике трещины, в случае винтовой дислокации, равна:

$$g = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{AvK}{4} = \frac{vK^2}{2\mu} \left(1 - \frac{v}{\beta^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{vK^2}{2\mu\gamma}, \quad (14.8)$$

где:  $\gamma = \sqrt{1 - \frac{v^2}{\beta^2}}$ . Из этой формулы следует, что поток энергии на кончике трещины обращается в нуль, при  $K = 0$ , то есть тогда, когда скорость вспарывания  $v = \beta$ . **Предельная скорость распространения винтовой дислокации не превосходит скорость распространения поперечных волн в среде.**

В случае плоской задачи, поток энергии обращается в нуль, когда скорость вспарывания становится равной скорости распространения волн Релея в среде. Эти выводы изменяются при рассмотрении сил сцепления.

## КРИТЕРИИ РАЗРУШЕНИЯ

Известно, что под действием напряжений выше критического все материалы разрушаются, поэтому естественно описывать критерии разрушения через предел прочности материалов. Однако, в реальных условиях пределы прочности одного и того же материала существенно изменяются. Поэтому теории, основанные понятиями прочности как константы, не могут описать все разнообразие поведения материала в процессе разрушения.

В 1920 году Гриффитс предположил, что разрушение сопровождается образованием трещин, с которыми связаны дефекты энергии. Критерий Гриффитса основан на равенстве энергии, потребляемой трещиной на приращение ее длины и подводом механической энергии внешними источниками.

В 1950 году механика разрушения была сформулирована Ирвином на основе концепции коэффициентов интенсивности. На начальной стадии процесса вспарывания, когда  $v=0$ , критерий Ирвина равен критерию Гриффитса. Если коэффициент интенсивности превысит свое критическое значение, то трещина будет распространяться.

## Лекция 15

### ПОЛЕ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ РАСТУЩЕЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ТРЕЩИНЫ

Считаем, что в исходном состоянии среда находится под однородной нагрузкой и в некоторый момент времени в начале координат зарождается плоская сдвиговая трещина, поверхность разрыва которой определяется эллипсом, заданным в декартовой системе координат как (рис. 41.):

$$S(t) = \left[ x_3 = 0, \frac{x_1^2}{u^2} + \frac{x_2^2}{v^2} \leq t^2 \right].$$

Скорости распространения разрыва  $u$  и  $v$  — постоянны и не превышают скорости распространения поперечных волн в среде.

Предварительно напряженное состояние характеризуется тензором напряжений  $\sigma$ , а тензор напряжений, связанный с подвижкой  $\tau$ , так что полное напряжение равно  $\sigma + \tau$ . Как и в задаче о плоской трещине, разрыв непрерывности в плоскости трещины дается только продольными смещениями. Границные условия имеют вид:  $\tau_{33} = 0$  всюду на плоскости  $x_3 = 0$  и  $u_1 = u_2 = 0$  вне  $S(t)$ .

Функция подвижки при растущей эллиптической трещине сдвига определяется как:

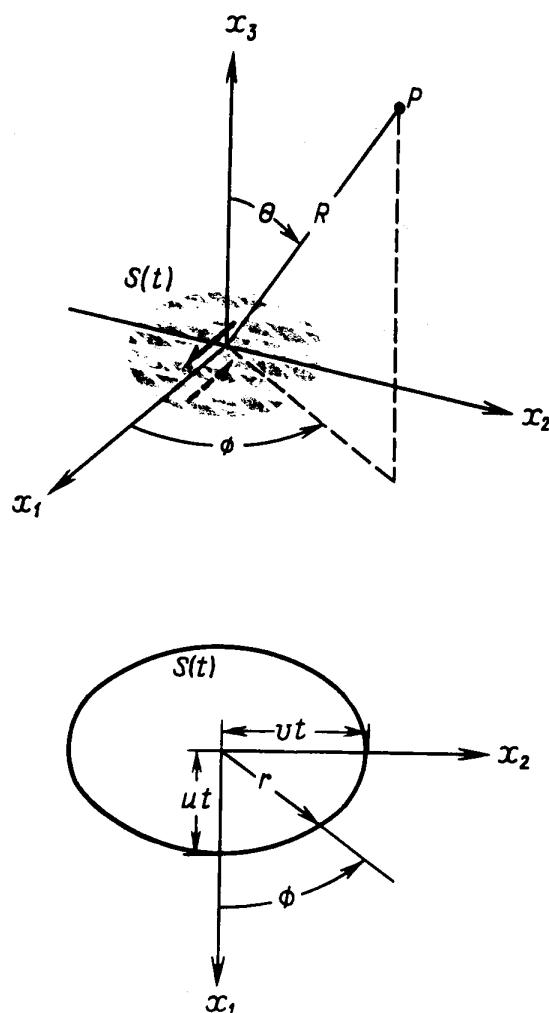


Рис. 41. Распространяющаяся эллиптическая трещина

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \left( t^2 - \frac{x_1^2}{u^2} - \frac{x_2^2}{v^2} \right)^{1/2} \text{ на } x_3 = +0 \text{ и } S(t). \quad (15.1)$$

Поле упругих смещений, вызываемое этой функцией подвижки дает скачок напряжений  $\tau_{13} \approx a$ ,  $\tau_{23} \approx b$ , где  $a, b$  — компоненты скорости частиц в центре трещины.

На движущейся части разрыва общее напряжение сдвига пропорционально  $\sigma_{13} + \tau_{13}$  с коэффициентом пропорциональности, равным коэффициенту динамического трения.

Обозначим время прихода кончика трещины в точку  $(x_1, x_2, 0)$  как  $t_c = \sqrt{\frac{x_1^2}{u^2} + \frac{x_2^2}{v^2}}$ . Скорость частиц на плоскости  $x_3 = 0$  определяется граничными условиями и равна:

$$\dot{u}_1 \approx a \sqrt{\frac{t_c}{2}} \frac{1}{\sqrt{t-t_c}} H(t-t_c). \quad (15.2)$$

Компоненты смещений и напряжений в плоскости  $x_3 = 0$  описываются выражениями:

$$\dot{u}_3 \sim \frac{2\beta^2 V a \cos \phi}{U \alpha^2 F^{1/2} B_S} \left[ \frac{1}{2} \frac{\alpha^2}{\beta^2} + B_S^2 - B_P B_S \right] \sqrt{\frac{t_c}{2}} \frac{1}{\sqrt{t_c - t}} H(t_c - t), \quad (15.3)$$

$$\begin{aligned} \tau_{13} &\sim \frac{4\mu\beta^2 a}{U^2 \alpha^3 F B_S} \left[ (B_P - B_S) B_S V^2 \cos^2 \phi + \frac{1}{4} (U^2 B_S^2 F - V^2 \cos^2 \phi) \frac{\alpha^2}{\beta} \right], \\ &\times \sqrt{\frac{t_c}{2}} \frac{1}{\sqrt{t_c - t}} H(t_c - t), \end{aligned} \quad (15.4)$$

$$\tau_{23} \sim \frac{4\mu\beta^2 \cos \phi \sin \phi}{\alpha^3 F B_S} \left[ B_S B_P - B_S^2 - \frac{1}{4} \frac{\alpha^2}{\beta^2} \right] \times \sqrt{\frac{t_c}{2}} \frac{1}{\sqrt{t_c - t}} H(t_c - t), \quad (15.5)$$

где  $\mu$  — модуль сдвига, а безразмерные величины определены как:

$$U = \frac{u}{\alpha}; \quad V = \frac{v}{\alpha};$$

$$F = U^2 \sin^2 \phi + V^2 \cos^2 \phi,$$

из энергетического соотношения следует:

$$B_P^2 + 1 = B_S^2 + \frac{\alpha^2}{\beta^2} = \frac{U^4 \sin^2 \phi + V^4 \cos^2 \phi}{U^2 V^2 F}.$$

Поскольку эти смещения и напряжения описывают локальные свойства среды в районе кончика трещины, то представляется естественным введение локальной системы координат (рис. 42).

Нормальные и тангенциальные компоненты тензора испытывают поворот за счет геометрии области очага на угол  $\chi$ :

$$\begin{aligned}\tau_{3n} &= \tau_{31} \cos \chi + \tau_{23} \sin \chi, \\ \tau_{3t} &= -\tau_{31} \sin \chi + \tau_{23} \cos \chi.\end{aligned}\quad (15.6)$$

Компонента скорости распространения разрыва в направлении нормали к поверхности разрушения равна:

$$v_n = \frac{uv}{\alpha} \left[ \frac{F}{(U^4 \sin^2 \phi + V^4 \cos^2 \phi)} \right]^{1/2}. \quad (15.7)$$

Это выражение связано с функцией Релея  $R\left(\frac{1}{v_n}\right)$  и коэффициентами  $B_P, B_S$  следующим соотношением:

$$R\left(\frac{1}{v_n}\right) = \frac{\frac{\alpha^2}{\beta^2} \frac{v_n^2}{\beta^2} - 4B_S B_P + 4B_S^2}{\alpha^2 v_n^2}.$$

Теперь локальные смещения и напряжения можно разделить на «плоские»  $(u_n, \tau_{3n})$  и «антиплоские»  $(u_t, \tau_{t3})$  компоненты. Они равны для «плоских» компонент:

$$\dot{u}_n \sim \frac{av_n V \cos \phi}{\alpha U F^{1/2}} \sqrt{\frac{t_c}{2}} \frac{1}{\sqrt{t-t_c}} H(t-t_c), \quad (15.8)$$

$$\tau_{3n} \sim -\frac{\mu \beta^2 v_n V a R \left(\frac{1}{v_n}\right)}{B_S U F^{1/2}} \cos \phi \sqrt{\frac{t_c}{2}} \frac{1}{\sqrt{t_c-t}} H(t_c-t). \quad (15.9)$$

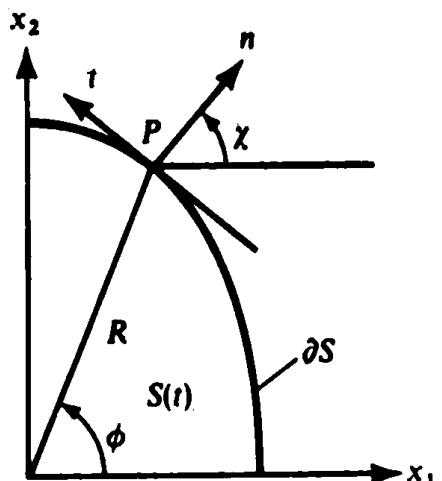


Рис. 42. Локальная система координат для описания нормальных и тангенциальных смещений и напряжений в плоскости эллиптической трещины сдвига

Для «антиплоских» компонент:

$$\dot{u}_t \sim -\frac{av_n U \sin \phi}{\alpha V F^{1/2}} \sqrt{\frac{t_c}{2}} \frac{1}{\sqrt{t-t_c}} H(t-t_c), \quad (15.10)$$

$$\tau_{t3} \sim -\frac{\mu U v_n a B_S}{V F^{1/2} \alpha^2} \sin \phi \sqrt{\frac{t_c}{2}} \frac{1}{\sqrt{t_c-t}} H(t_c-t). \quad (15.11)$$

Сингулярность «плоских» компонент напряжения исчезает, когда скорость распространения разрыва становится равной скорости распространения волн Релея, а «антиплоских» — когда скорость распространения разрыва равна скорости поперечных волн в среде.

**Поток энергии** на единицу длины фронта разрушения равен:

$$g = \lim \int (\tau_{3n} \Delta \dot{u}_n + \tau_{t3} \Delta \dot{u}_t) dn = \\ = \frac{\pi \mu \beta^2 v_n a^2 t_c}{4 \alpha^3 U^2 V^2 B_S F} \left[ B_S^2 \left( \frac{v_n}{\beta} \right)^2 U^4 \sin^2 \phi - R \left( \frac{1}{v_n} \right) \alpha^2 v_n^2 V^4 \cos^2 \phi \right]. \quad (15.12)$$

Смещения при  $\phi = 0$  полностью соответствуют «плоской» задаче,

При  $\phi = \frac{\pi}{2}$  — чистый «антиплоский» случай. Результирующая форма трещины приблизительно описывается эллипсом, большая и малая оси которого увеличивают свою длину со скоростями распространения поперечных волн и волн Релея.

## Лекция 16

### СИЛЫ СЦЕПЛЕНИЯ НА КОНЦАХ РАЗРЫВА

Силы сцепления распределены по внутренней стороне разрыва в области конца трещины и направлены в сторону, противоположную действию внешних напряжений.

Рассмотрим винтовую дислокацию в движущейся системе координат. Общее напряжение на поверхности разрыва можно представить в виде:

$$\sigma_{yz}(x', 0) = \sigma_{yz}^d + \sigma_c(x'_1), \quad (16.1)$$

где:  $\sigma_{yz}^d$  — напряжения, возникающие по всей длине трещины за счет динамического трения,  $\sigma_c(x'_1)$  — напряжение за счет сил сцепления, действующие только на конце трещины  $-d < x'_1 \leq 0$ . Если  $d$  — мало, то упругое поле, обусловленное силами сцепления на конце трещины, не оказывает существенного влияния на поле вне этой области.

Для грубой оценки высоких частот в спектрах сейсмических колебаний, вызванных распространением трещины, будем считать, что силы сцепления равномерно распределены в концевой зоне. Тогда, коэффициент интенсивности:

$$K = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_{-d}^0 \sqrt{\sigma_c(x_1)} dx = \frac{2\sigma_c}{\sqrt{\pi}} \sqrt{2d}. \quad (16.2)$$

Поверхностная энергия, приходящаяся на единицу площади:

$$G = \frac{2\sigma_c d}{\mu\pi} \left(1 - \frac{v^2}{\beta^2}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (16.3)$$

Величины  $G, \sigma_c, d$  зависят от скорости распространения разрушения. В общем случае мы знаем о них очень мало.

Чем больше длина концевой части трещины, тем медленней идет скольжение на начальной стадии процесса. Постоянная времени, контролирующая поведение спектра сейсмических колебаний в области высоких частот определяется как:

$$t = \frac{d}{v} = \frac{\pi\mu G}{2\sigma_c v} \sqrt{1 - \frac{v^2}{\beta^2}}. \quad (16.4)$$

Статические эксперименты на образцах горных пород дают значения величин, порядка:  $G = 10^3$  эрг/см<sup>2</sup>,  $\sigma_c = 10^9$  дин/см<sup>2</sup>. При этом,  $t = 10^{-9}$  с. Спектр сейсмических волн простирается до диапазона гигагерц.

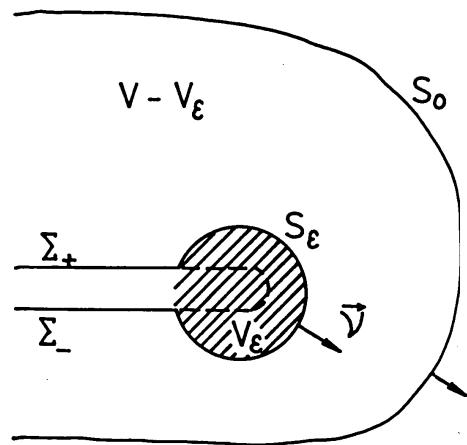


Рис.43. К определению сил сцепления на разрыве

В реальных условиях  $G$  возрастает с увеличением длины трещины, так как статический коэффициент интенсивности возрастает для больших трещин. Следовательно, возрастает и объем  $V$  и область, занятая микротрещинами и пластической деформацией. Эта область будет потреблять энергию, приводя к увеличению значения  $G$  для сильных землетрясений. Обычно  $G = 10^8$  эрг/см<sup>2</sup>, что на несколько порядков больше теоретической величины.

Физическая природа сил сцепления станет ясной, если запишем:

$$\sigma_{yz}(x', 0) = \sigma_{yz}^d + \sigma_c [\varepsilon(x')] \text{ при } x \leq 0.$$

Здесь  $\varepsilon(x')$  — пластическая деформация в материале, заполняющем трещину. Если ширина трещины равна  $b$ , то эквивалентный этой деформации скачек смещений будет  $\Delta w = b\varepsilon$ .

На достаточно больших, по сравнению с размерами концевой зоны, расстояниях от конца трещины, силы сцепления не будут влиять на функцию подвижки, которая будет определяться макроскопическими параметрами, такими как форма, длина и величина сброшенных напряжений.

Ранее мы определили сброшенные напряжения, как функцию  $\sigma_{yz}^0 - \sigma_{yz}^d$ . С учетом сил сцепления оно будет равно  $\sigma_{yz}^0 - \sigma_{yz}^d - \sigma_c$  и значит, влияние сил сцепления увеличивает концентрацию напряжений.

## БАРЬЕРНАЯ МОДЕЛЬ ОЧАГА

Движение кончика трещины может быть остановлено из-за наличия в плоскости разрыва барьера высокой поверхностной энергии.

Простейший критерий разрушения сводится к заданию разности напряжений в двух точках, расположенных по разные стороны от разрыва. Напряжение в точке, расположенной внутри трещины равно  $\sigma_{yz}^d$ , вне трещины —  $\sigma_{yz}^0 - \tau_{yz}$ . Как только разность напряжений превысит некоторое предельное значение  $S_c$ ,  $\tau_{yz} - \sigma_{yz}^d + \sigma_{yz}^0 \geq S_c$  образуется разрыв и кончик трещины сдвигается вперед относительно своего первоначального положения. В соответствие с критерием Ирвина:

$$S_c = 2 \frac{K_c}{\sqrt{2\pi d}}.$$

Разность между работой неупругих сил на фронте разрушения и работой по преодолению сил динамического трения определяет удельную поверхностную энергию.

$$G = \frac{1}{4} (\sigma^S - \sigma^d) u = \frac{K_c^2}{8\mu} \frac{\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu}, \quad (16.5)$$

где  $\sigma^S$  — напряжение статического трения,  $\sigma^d$  — напряжение динамического трения.

Когда кончик трещины проходит высокоэнергетический барьер, возникают три ситуации возможного распространения разрыва:

Начальное напряжение велико, тогда барьер **быстро разрушается**. Распространение разрушения носит плавный характер и импульс сейсмического сигнала имеет простую форму и **низкочастотный спектр**. Сброшенное напряжение **велико**.

Начальное напряжение мало. Кончик трещины **обходит барьер**, оставив его не тронутым. Распространение разрушения носит резкий характер и генерируется последовательность **высокочастотных волн**. Процесс заканчивается **низкими** значениями сброшенных напряжений.

Начальное напряжение имеет промежуточное значение. Кончик трещины сначала обходит барьер, но затем барьер разрушается за счет нарастания напряжений. Сейсмограммы имеют вид **коротких импульсов, наложенных на длиннопериодные колебания**. Сейсмическое излучение при этом меньше зависит от направления вспарывания.

Таким образом, разнообразие процессов вспарывания объясняется наличием барьеров различной прочности в плоскости разрыва. Барьерная модель позволяет изучать очаговые зоны сильных землетрясений и короткопериодные колебания, наиболее опасные для человека.

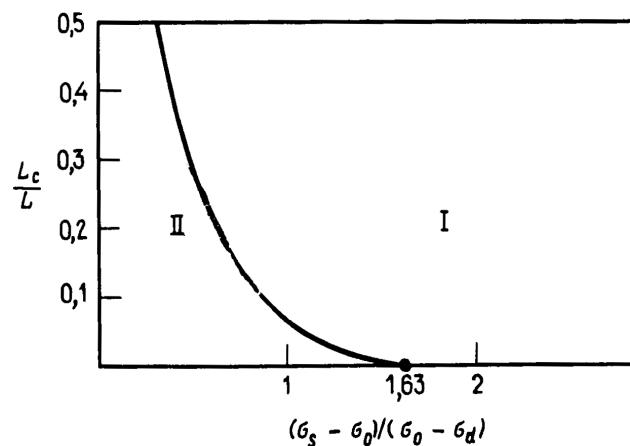


Рис. 44. Определение скорости распространения конца трещины

## Лекция 17

# МАГНИТУДЫ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

### История и основные положения при определении магнитуд

Магнитуда была введена в сейсмологические наблюдения в 1935 году Рихтером и представляет собой инструментальную оценку землетрясений. Магнитуда является зарегистрированным смещением почвы, изменяющимся с расстоянием от источника и с глубиной. Для определения магнитуды используются стандартизованные приборы. Она используется для определения размеров источника и излученной сейсмической энергии. Часто используется при анализе каталогов данных и в инженерных задачах.

Рихтером магнитуды использовались для классификации локальных событий на юге Калифорнии. Регистрация производилась **короткопериодным сейсмометром Вуда-Андерсена с периодом  $T = 0.8$  с., затуханием  $D = 0.8$  и максимальным увеличением  $V = 2800$** . Магнитуды, определенные для разных типов волн, различны.

Мировая стандартизированная сейсмическая сеть провела переопределение магнитуд для событий, начиная с 1960 года, и выяснила некоторые закономерности:

1. Разные периоды волн несут в себе информацию о различных процессах в источнике.

2. В зависимости от размеров источника меняется спектральный состав колебаний, но связь между критической частотой спектра и размером не является линейной. Короткопериодная составляющая спектра спадает по закону  $f^2$  или  $f^{-3}$ .

3. Максимум скорости смещения соответствует величине сейсмической энергии. Если магнитуда используется для определения энергии, то должны анализироваться записи как можно более широкополосных приборов.

4. Длиннопериодная составляющая спектра смещений контролирует напряжения, снимаемые в очаговой зоне. Чем больше снимаемые напряжения, тем больше отношение  $m_b/M_s$ . Это отношение используется также для отделения тектонических землетрясений от взрывов.

5. Калибровочные функции, использующиеся при вычислении магнитуд, не всегда корректно учитывают влияние изменения эпицентрального расстояния и глубины.

В связи с этим, разработаны различные методики определения магнитуд для наблюдений различных типов волн. В 1977 году Канамори предложил определять моментную магнитуду, связанную с неупругой подвижкой в источнике. Для оценки размера очага используются:  $M_0$ ,  $f_c$ ,  $M_w$  — на телесейсмических расстояниях и  $m_b$ ,  $M_L$  — на региональных. Маг-

Магнитуда определяется как корреляционное соотношение с величиной сейсмического момента, сейсмической энергии, снимаемых напряжений, размеров и площади источника и интенсивности смещения почвы.

Переопределение магнитуд для района южной Калифорнии показало, что:

1. высокий уровень сейсмической активности 40-х годов сменился длительным **затишьем**, которое завершилось сильным землетрясением в начале пятидесятых.(1952, Kerey Country,  $M_L = 7,5$ ).

2. изменение скорости сейсмической активности часто является **предвестником** сильного землетрясения и может быть использовано в задачах прогноза;

3. локальные магнитуды в районе Калифорнии не позволили определить период повторяемости землетрясений. Трудности выделения экстремальных составляющих связаны со **взаимодействием** крупных событий между собой.

## ШКАЛЫ МАГНИТУД

Построение шкалы магнитуд основано на нескольких простых правилах:

Изменение величины смещения с расстоянием и с глубиной — эффект геометрического расхождения и затухания сейсмических волн, подающийся эмпирическим статистическим оценкам. Он описывается т.н. калибровочной функцией:

$$\sigma(\Delta, h) = -\log A_0(\Delta, h),$$

где  $A_0(\Delta, h)$  — референц-амплитуда для события с нулевой магнитудой.

**Магнитуда пропорциональна отношению**  $\frac{A}{T}$ , т.е. — **скорости смещения почвы.**

Максимальное значение отношения амплитуды к периоду является наиболее стабильной оценкой магнитуды.

На региональных расстояниях магнитуда существенно зависит от направленности излучения из источника и для всех расстояний — от эффекта фильтрации волны структурой среды в районе регистрирующей станции.

Согласно сказанному, магнитуда, в общем виде, определяется как:

$$M = \log\left(\frac{A}{T}\right)_{\max} + \sigma(\Delta, h) + C_R + C_S, \quad (17.1)$$

где  $C_R$  — коррекция на направленность излучения из источника,  $C_S$  — коррекция на эффект фильтрации структурой среды. Кроме того, калибровочная функция, в общем виде зависит от частоты. Так, для Р-волн с периодом  $T < 1s$ , магнитуда на 0,6 больше, а для  $T \geq 4s$  — на 0,3 меньше среднего значения.

## ЛОКАЛЬНЫЕ МАГНИТУДЫ

Шкала Рихтера уже имеет чисто историческое значение.

Определение локальных магнитуд производится на эпицентральных расстояниях **от 30 км до 600 км** с учетом затухания волн. При этом предполагается, что глубина не превосходит 18 км.

$$M_L = \log A_{\max} - \log A_0 . \quad (17.2)$$

Обращает на себя внимание то, что в этой формуле нет периодов. Периоды высокочастотных колебаний в волнах  $P_g, S_g, L_g, R_g$  определить сложно.

Первоначальное определение магнитуд предполагало, что на расстоянии 100 км. амплитуда смещения  $A_{\max} = 1\mu$ , что соответствует  $M_L = 0$ . Различия в амплитудах на горизонтальных компонентах, вызванное излучением источника, корректируется использованием суммарной горизонтальной составляющей смещений:

$$A_H = \sqrt{A_N^2 + A_E^2} .$$

Локальные калибровочные функции определяются для различных тектонических регионов: платформ, горных систем, рифтовых зон, переходных зон, океанических структур и они существенно различны. Так, для южной Африки и Норвегии, при одинаковых смещениях на сейсмограммах, магнитуды могут различаться на 1,7 .

На эпицентральных расстояниях от **130 до 250 км.** магнитуды  $P_g S_g$ - волн определяются по формуле Ииды:

$$M_L = \log A + 1,5 \lg(t_S - t_P) + 1,2 , \quad (17.3)$$

где  $(t_S - t_P)$  — разность времен вступления волн, пропорциональная эпицентральному расстоянию. На аналогичном принципе основано определение т.н. длительной магнитуды, используемой при анализе коды волн или локальных землетрясений. Кода представляет собой колебания, рассеянные на неоднородностях в среде. Длительность сигнала пропорциональна размеру слабого землетрясения.

## ТЕЛЕСЕЙСМИЧЕСКИЕ МАГНИТУДЫ

*Магнитуды по поверхностным волнам*

Для определения магнитуд по поверхностным волнам измеряется максимум горизонтального смещения почвы, соответствующий **фазе Эйри** на сейсмограммах. Минимум групповой скорости наблюдается в астеносфере. Магнитуда по поверхностным волнам всегда **больше**, чем магнитуда по объемным волнам.

$$M_S = \log A_{H \max} (\Delta) + \sigma_s (\Delta), \quad (17.4)$$

где  $T = 20\text{s.}$ ,  $\Delta = 20^{\circ}\text{--}180^{\circ}$ .

Калибровочная функция  $\sigma_s (\Delta)$  определяет соотношение между амплитудами смещения и эпицентralным расстояниям и описывает уменьшение амплитуд с расстоянием (рост калибровочной функции). Рост амплитуд или уменьшение калибровочной функции на больших расстояниях связано с геометрической фокусировкой или расфокусировкой лучей при распространении (в антиполюсе сферической поверхности Земли).

В 1967 году на ассамблее IASPEI в Цюрихе для длиннопериодных вертикально поляризованных волн R и волн P и PKP с частотой  $\approx 1\text{Hz}$ , зарегистрированных на расстояниях  $2^{\circ} \leq \Delta \leq 160^{\circ}$  для очагов на глубине  $h \geq 50\text{ km}$  была принята следующая формула для определения магнитуд:

$$M_S = \log \left( \frac{A}{T} \right)_{\max} + 1,66 \log \Delta + 3,3. \quad (17.5)$$

Период фазы Эйри зависит не только от эпицентralного расстояния, но и от строения верхней мантии. Минимальные периоды 7–18 сек. Характерны для расстояний  $10^{\circ}\text{--}140^{\circ}$ . Максимальный период для континентальных областей более 28 сек., а для океанических – еще выше. В 1979 году комиссией ISC была рекомендована формула связи между магнитудами, определенными по вертикальным и горизонтальным компонентам поверхностных волн в виде:

$$MLV - 0,97MLH = 0,19$$

с коэффициентом корреляции 0.98 и стандартным отклонением 0,11.

Американская служба NEIC определяет магнитуды только по вертикальным компонентам волн.

Коррекция на глубину источника уменьшает величины магнитуд для очагов на глубинах 50–100 км на 0,1–0,5 значения по сравнению с поверхностными; для глубин 100–700 км — на 0,5–0,7 от поверхностной.

Японское метеорологическое агентство JMA использует формулу:

$$M = \log \sqrt{{A_N}^2 + {A_E}^2} + 1,73 \log \Delta - 0,83, \quad (17.6)$$

где амплитуды смещений почвы определяются в микрометрах. Эта формула позволяет учесть горизонтальные неоднородности в земной коре и верхней мантии и рефракцию волн на границах плит. Горизонтальные неоднородности приводят к фокусировке и расфокусировке волн, что может быть причиной аномально большого смещения в континентальных областях при малых сейсмических моментах, определяемых процессом в источнике. Региональные соотношения между магнитудой и сейсмическим моментом имеют максимальный разброс для сильных землетрясений с магнитудой более 7.

Современные методы оценки магнитуд основываются на анализе спектральных составляющих смещений и их скоростей.

#### *Магнитуды по телесейсмическим объемным волнам*

Гутенбергом была предложена формула для определения магнитуд по короткопериодным  $T = 5 \div 12\text{s}$  объемным волнам P, PP,...S...; для промежуточных и глубоких землетрясений:

$$m_b = \log \left( \frac{A}{T} \right)_{\max} + Q(h, \Delta). \quad (17.8)$$

Калибровочная функция  $Q(\Delta, h)$  обычно нормируется на значение  $m = 10^{-6}$  метра и называется унифицированной магнитудой. Максимальное значение смещения определяется по первым 5-ти полу периода запись. На региональных расстояниях необходимо учитывать функции направленности излучения из источника. Для разных типов волн, из-за разных углов выхода, эти функции — различны.

Из наблюдений было получено, что имеет место увеличение амплитуд P-волн на эпицентральных расстояниях  $20^\circ$  и  $40^\circ$ , что связано с границами в мантии на глубинах 410 км и 660 км. Увеличение калибровочной функции имеет место также вблизи  $90^\circ$  из-за рефракции лучей на внешней границе ядра, где скорости P-волн резко уменьшаются. Это приводит к уменьшению магнитуд на 0,2 от среднего значения. Затухание различных типов объемных волн также — различно и может изменить значение магнитуд на 0,5.

Амплитуды P-волн измеряются в нанометрах:  $1\text{nm} = 10^{-9}$  метра.

Спектральная функция отклика среды определяет энергию излучения, критическую частоту, статический сейсмический момент и снимаемые напряжения, зависит от механизма очага и характера вспарывания и для разных частот спектра — различна.

Для определения магнитуд Р-, РР-,.S-,...волн используются наблюдения на эпицентральных расстояниях от  $21^\circ$  до  $100^\circ$ ; волн РКР —  $100^\circ$ - $145^\circ$ ; волн РККР —  $145^\circ$ - $164^\circ$ . Для многих землетрясений, особенно — в районе Тихоокеанского региона (о-ва Фиджи, Кермадек) имеется большое отличие по определениям магнитуд региональной и телесейсмической сетью.

## МОМЕНТНАЯ МАГНИТУДА

Сейсмический момент может быть определен как низкочастотная составляющая спектра Р волн. Для **длиннопериодных** колебаний (с периодом более 100 сек.) используется т.н. моментная магнитуда  $M_W$  :

$$M_W = \frac{2}{3} \log M_0 - 0,67 . \quad (17.9)$$

Эта величина близка к значению магнитуды по поверхностным волнам для землетрясений, протяженность которых более 100 км.

Моментная магнитуда важна для анализа энергии цунами:  $M_t \approx M_W$ , где магнитуда цунами

$$M_t = \log H_{\max} + \log \Delta + 5.8 . \quad (17.10)$$

Здесь  $H_{\max}$  — максимальная высота волны цунами.

## МАКРОСЕЙСМИЧЕСКАЯ МАГНИТУДА

Используется в инженерных расчетах и в описание такого параметра как **сейсмический риск**. Макросейсмические магнитуды определяются только по наиболее высокочастотной составляющей спектра. Для ее определения вводится понятие **интенсивности смещений**  $I_0$  на эпицентральных расстояниях не превосходящих линейные размеры очага (**в ближней зоне**). Смещения в ближней зоне экспоненциально уменьшаются при удалении от разрыва, поэтому понятие интенсивности ограничено радиусом ближней зоны. С учетом изменения амплитуд с глубиной для европейских стран принята следующая формула:

$$M_{ms} = 0.5I_0 + \log h + 0.35 . \quad (17.11)$$

Для разных регионов эта формула имеет разные коэффициенты. Макросейсмическая магнитуда иногда определяется для слабых землетрясений (с магнитудой менее 5).

## Лекция 18

### СЕЙСМИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ, ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ МАГНИТУДА И ДРУГИЕ СООТНОШЕНИЯ РАЗМЕРНОСТИ

Одним из основных параметров в описании землетрясений является излученная сейсмическая энергия. Теоретически поток энергии определяется как величина, пропорциональная квадрату скорости смещения, наблюдавшегося на сейсмограммах. Практически энергия всегда определяется по эмпирическим формулам.

Преимущественное использование эмпирических соотношений имеет под собой, по крайней мере, два обоснования. Первое — до 1980 года большинство сейсмических данных было аналогового типа, что не позволяло иметь амплитудные спектры в результате рутинной обработки. Второе — полное определение излучаемой сейсмической энергии требует получать информацию о спектрах по обе стороны от критической частоты, т.е. как в низкочастотном, так и в высокочастотном диапазонах. Приборы до 1970 года имели очень узкую полосу пропускания, что ограничивало диапазон излучения. Эти причины отодвинули теоретические и технологические разработки измерений полной энергии на более поздние времена, когда появилась сеть широкополосных цифровых станций.

Наблюдения широкополосных станций необходимо корректировать на:

1. частотно зависимую функцию направленности излучения, полученную по механизмам очага землетрясений,
2. поглощение волн средой на пути распространения и в районе регистрирующей станции,
3. увеличение аппаратуры.

Фильтрующие свойства среды и регистрирующей аппаратуры известны лучше, чем излучение из источника. Поэтому эмпирические соотношения до сих пор остаются актуальными.

### МЕТОД ОЦЕНКИ ИЗЛУЧАЕМОЙ ЭНЕРГИИ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ

Измерение излучаемой энергии по спектрам мощности объемных волн предложен в 1986 году Boatwright and Choy. Спектры квадрата скорости смещения корректируются на излучение из очаговой области, глубину очага, эффекты распространения волн в среде.

Для поверхностных землетрясений и прямых волн и волн, отраженных от земной поверхности (P, pP, PP, sP и т.п.), при условии, что временная функция вспарывания в источнике превосходит время пробега волны, для объемных волн группы P-энергия излучения определяется как:

$$E_S^P = 4\pi \langle F^P \rangle^2 \frac{R^P}{F^{gP}} \sqrt{\varepsilon_{gP}}, \quad (18.1)$$

где  $\varepsilon_{gP}$  — интеграл от квадрата скорости смещения почвы по времени.

Для времен, больших чем время пробега волн:

$$\varepsilon_{gP} = \rho \alpha \int_0^t \dot{u}(t)^2 dt.$$

$F^P$  — квадрат функции направленности излучения P-волн,  $R^P$  — фактор геометрического расхождения P-волн,  $\dot{u}(t)$  — скорость смещения, откорректированная на частотно-зависимое затухание в среде.  $F^{gP}$  - обобщенный коэффициент направленности излучения для волн группы P, определяемый как:

$$\left( F^{gP} \right)^2 = \left( F^P \right)^2 + \left( PP \cdot F^{pP} \right)^2 + \frac{2\alpha q}{3\beta} \left( SP \cdot F^{sP} \right)^2, \quad (18.2)$$

где: PP, SP — коэффициенты отражения плоских волн pP, sP от земной поверхности,  $\rho, \alpha, \beta$  — плотность и скорости распространения P- и S-волн соответственно.  $q = 15.6$  — отношение энергии S-волн и энергии P-волн.

Корректирующие факторы исходят, прежде всего, из предположения, что источник является двойным диполем. Необходимо также учесть изменение амплитуд с глубиной и то, что энергия распределяется между P- и S-волнами.

Для телесейсмических наблюдений излучаемая из очага энергия определяется в широком диапазоне частот от 0,01 до 5 Hz. Затухание объемных продольных волн в этом диапазоне частот было определено в 1982 году Cormier. Используя теорему Парсефаля, он определил:

$$\varepsilon_{gP} = \frac{\rho \alpha}{\pi} \int_0^{t_0} \dot{u}(\omega) e^{\omega t_\alpha^2} d\omega, \quad (18.3)$$

где  $t_\alpha$  — пропорционально времени пробега суммы лучей в неупругой среде. Для P-волн этот параметр изменяется в интервале от 1с. до 0.5 с. на

частотах от 0.1 Hz до 2.0 Hz. На частотах выше 0.3 Гц имеет место спад, объяснимый региональными вариациями спектра. Спад менее крутой для очагов вблизи земной поверхности. Если анализируемая частота превышает критическую, то спад спектра принимается равным  $\omega^{-1}$ .

На практике частоты аппроксимируются на бесконечность и тогда энергия определяется как результат численного интегрирования плюс интеграл вычетов:

$$\varepsilon_{gP} = \rho\alpha N + \rho\alpha R , \quad (18.4)$$

где интеграл вычетов  $R = \frac{\omega_c}{\pi} \dot{u}_c (\omega_c)^{-2}$ ,  $\omega_c$  — критическая частота. Хотя

S-волны обладают более сильным возбуждением в источнике, они также более сильно затухают при распространении в условиях горизонтально неоднородной Земли, чем P-волны. Поэтому практически используют только P-волны для определения энергии излучения. Формула для расчета общей сейсмической энергии определяется как:

$$E_S = (1+q) E_S^P . \quad (18.5)$$

Энергия измеряется в Нм: 1 Нм =  $10^7$  дин см =  $10^7$  эрг.

## ДАННЫЕ

Используемые для измерения энергии данные должны удовлетворять следующим требованиям:

1) Спектры скоростей смещений должны быть получены для как можно более широкого диапазона частот, включая как докритические, так и закритические значения. Критическая частота определяется размером источника и сложностью вспарывания.

Для объемных волн спектры должны быть рассчитаны в диапазоне 0,01–5,0 Гц.

2) Временное окно на сейсмограмме должно быть больше времени вспарывания в источнике, включая субисточники при сложном вспарывании.

## ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ МАГНИТУДЫ $M_E$

Формула Гутенберга–Рихтера, устанавливающая соотношение между сейсмической энергией и магнитудой:

$$\log E_S = a + bM \text{ где } a, b = \text{const} . \quad (18.6)$$

Для магнитуд по поверхностным волнам было получено осредненное соотношение:

$$\log E_S = 4,8 + 1,5M_S . \quad (18.7)$$

Однако, для сильных землетрясений с большой площадью разрыва и для глубокофокусных очагов эта формула не приемлема. Одной частоты, для которой определяется магнитуда не достаточно для корректного описания излучения из очага. Поэтому энергия не может определяться непосредственно через магнитуду. Она является независимым параметром.

Choy and Boartwright рассмотрели связь между независимым образом (по широкополосным спектрам) определенной сейсмической энергией и магнитудой по поверхностным волнам для 378 землетрясений у поверхности. Регрессионное соотношение, полученное методом наименьших квадратов в предположении, что  $b = 1,5$  имело вид:

$$\log E_S = 4,4 + 1,5M_S . \quad (18.8)$$

Изменение параметра  $a$  на 0,4, по сравнению с осредненными значениями приводит к изменению энергии вдвое.

Из этой зависимости была определена энергетическая магнитуда, равная:

$$M_E = \frac{2}{3} \log E_S - 2,9 . \quad (18.9)$$

Это выражение противоположно соотношению Гутенберга–Рихтера. Оно использует зависимость магнитуды от энергии, а не энергии от магнитуды.

Соотношение между магнитудой, сейсмическим моментом и кажущимся напряжением на разрыве.

Сейсмическая энергия и величина сейсмического момента практически определяют снимаемое напряжение на разрыве:

$$\tau_\alpha = \frac{\mu E_S}{M_0} , \text{ здесь } \mu — \text{средняя жесткость в области источника.}$$

Соотношение между  $M_0$  и  $E_S$ , полученное методом наименьших квадратов, дает:

$E_S = 1,6 \cdot 10^{-5} M_0$ , откуда среднее снимаемое напряжение  $\bar{\tau}_\alpha \approx 0,5 \text{ MPa}$  при средней плотности в области источника  $\approx 0,3 \cdot 10^5 \text{ MPa}$  с точностью  $\approx 95\%$ .

Среднее значение, получаемое из соотношения гутенберга-Рихтера равно 0,47 Мпа, а разброс значений в интервале 0,03–6,69 Мпа. Эмпирические формулы игнорируют этот разброс и не могут быть использованы для определения энергии.

Величины снимаемых напряжений с учетом разброса значений характеризуют физически различные параметры вспарывания в очаге землетрясения, в частности, соотношение между энергией и снимаемыми напряжениями определяет тип функции вспарывания (механизм очага), напряжения в литосфере и тектонику региона.

### Замечание

Хотя энергетическая магнитуда, также как моментная могут быть использованы для оценки размеров источника, по своему физическому смыслу они не эквивалентны.  $M_E$  получается из спектра скорости смещения (мощности) и описывает сейсмический потенциал среды.  $M_W$  определяется по низкочастотной асимптоте спектра смещений и описывает статическое смещение в очаге. Поскольку каждая из них описывает различные состояния, a priori они не должны быть равными. Условие их равенства следует из определяющих соотношений:

$$\begin{aligned} M_E &= \frac{2}{3} \log E_S - 2,9, \\ M_W &= \frac{2}{3} \log M_0 - 6.0, \end{aligned} \tag{18.10}$$

отсюда:  $\frac{E_S}{M_0} = 2,2 \cdot 10^{-5}$  и снимаемые напряжения должны быть порядка

$\tau_\alpha = 2,2 \cdot 10^{-5} \text{ MPa}$ . Для землетрясений вблизи земной поверхности

$$\mu = 0,3 - 0,6 \cdot 10^5 \text{ MPa},$$

тогда  $M_E = M_S$  только для землетрясений с кажущими снимаемыми напряжениями в диапазоне:  $0,66 \leq \tau \leq 1,32 \text{ MPa}$ . Это очень узкий диапазон снимаемых напряжений в общем разбросе от 0,03 до 6,69 Мпа. В среднем, внутриплитовые землетрясения характеризуются более высокими снимаемыми напряжениями (10 Мпа), чем межплитовые (3 Мпа).

Энергетические магнитуды предпочтительнее для описания размеров очаговой области, чем моментные.

## РЕГИОНАЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ СЕЙСМИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Локальные и региональные оценки излученной из очага энергии, также как и телесейсмические должны быть проведены с учетом неоднородности излучения из источника, неупругого поглощения в среде, локальных различий в строении коры в районе регистрирующей станции. Сейсмическая энергия была оценена по скорости смещения в S-волне:

$$E_S = 4\pi c^2 r^2 \rho_r \beta_r \int_0^\infty \dot{u}_c(t)^2 dt = 4\pi c^2 r^2 \rho_r \beta_r \int_0^\infty \dot{u}(\omega)^2 d\omega, \quad (18.11)$$

здесь:  $c$  — коррекция на изменение амплитуд при отражении от земной поверхности,

$r$  — коррекция на геометрическое расхождение при распространении,

$\rho$  — плотность в районе источника,

$\beta$  — скорость распространения S-волн.

Неупругое затухание в среде обычно описывается фактором:  $\exp\left(\frac{\omega r}{Q}\right)$ . Канамори использовал следующую формулу для определения энергии по S волнам сильных землетрясений Калифорнии.

$$E_\beta = 4\pi r^2 C_f \left[ \frac{r_0 q(r_0)}{r q(r)} \right]^2 \rho_0 \beta_0 \int_0^\infty \dot{u}^2(t) dt, \quad (18.12)$$

где:  $\rho_0, \beta_0$  — плотность и скорость поперечных волн в гипоцентре,  $C$  — отражение от земной поверхности,  $r$  — гипоцентральное расстояние, приблизительно равное эпицентральному при глубине источника не более 8 км. В общем случае:  $r = \sqrt{\Delta^2 + h^2}$ . Фактор затухания  $q(r) = Cr^{-n} \exp(-kr)$ , для землетрясений южной Калифорнии определяется с параметрами:  $c = 0,4970, n = 1,03, k = 0,0035 km^{-1}$ .

## ВЫВОДЫ

Энергия, определяемая по энергетическим и моментным магнитудам — различные;

Энергетические магнитуды более соответствуют описанию тектонических процессов, сейсмическому и цунами потенциалам. Моментные описывают статические подвижки в очаговой зоне.

Из других наиболее важных соотношений следует указать следующие:

1. между сейсмическим моментом и площадью разрыва:

$$M_0 = 1,33 \cdot 10^{15} A_r^{\frac{3}{2}},$$

2. полученное Abe(1975). Здесь  $A_r = LW = 0,5L^2$ ,  $L, W$  — длина и ширина разрыва. Средняя подвижка по разрыву  $\bar{u} = 4,0 \cdot 10^{-5} L$ , а среднее отношение длины разрыва к его ширине около 30.

В другом виде было дано соотношение Purcaru and Berchemer (1982):

$$\log M_0 = (1,5 \pm 0,02) \log A_r + (15,25 \pm 0,05) \quad (18.13)$$

двойная логарифмическая зависимость между сейсмическим моментом и протяженностью разрыва. При одинаковом сейсмическом моменте для межплитовых землетрясений сдвигового типа протяженность очага в 6 раз больше чем для внутриплитовых землетрясений. Отношение между величиной смещения на разрыве к протяженности разрыва определяется в интервале:

$$1 \cdot 10^{-5} \leq \frac{\bar{u}}{L} \leq 6 \cdot 10^{-5} \quad (18.14)$$

для межплитовых и внутриплитовых землетрясений. Так как это отношение не зависит от механизма очага, для внутриплитовых землетрясений имеет место более высокое трение сцепления, чем для межплитовых. Наклон кривых на зависимостях длины очага от сейсмического момента сильных землетрясений (с магнитудой более 6,5) равен 0,5. Это соответствует тому, что сейсмический момент пропорционален квадрату длины очага. Ширина очага пропорциональна зоне трещинноватости в структурах литосферы. Если глубина гипоцентра не превосходит 30 км., размер очаговой зоны может определяться только по протяженности очага.

## СЛОВАРЬ ТЕРМИНОВ

**Активный разлом** — разрыв, увеличивающий свои линейные размеры в процессе вспарывания, ассоциируется с очагом землетрясения.

**Афтершоки** — более слабые сейсмические толчки, наблюдающиеся в области возбуждения среды после сильного землетрясения.

**Вектор Бюргерса** — направление подвижки.

**Взброс** — разрыв со смещением по падению, при котором висячий бок смещается вверх. Происходит в условиях относительного сжатия в очаговой области.

**Винтовая дислокация** — дислокация, при которой направление подвижки (вектор Бюргерса) параллельно линии дислокации.

**Висячий бок** — блок горных пород по одну из сторон площадки разрыва, образующий острый угол с горизонтом.

**Вспарывание** — процесс распространения разрушения в очаге землетрясения, сопровождаемый излучением сейсмических волн.

**Вулканические землетрясения** — землетрясения типа центра расширения в областях активных вулканов.

**Гипоцентр (фокус)** землетрясения — координаты точки начала вспарывания в очаге землетрясения, определяемые широтой, долготой и глубиной.

**Границная частота** — частота пересечения высокочастотной и низкочастотной асимптот в спектре излучаемых сейсмических волн.

**Двойной диполь** — силовая модель очага землетрясения сдвигового типа.

**Динамика разрыва** — описание разрыва с анализом сил, действующих в очаге землетрясения.

**Дислокация** — линейные нарушения правильной структуры кристаллической решетки горных пород.

**Квадрантное распределение знаков** — чередование знаков первых вступлений в различных азимутах от эпицентра землетрясения.

**Кинематика разрыва** — описание разрыва, при котором не рассматриваются силы, действующие в очаге.

**Краевая дислокация** — дислокация при которой направление подвижки (вектор Бюргерса) перпендикулярен линии дислокации.

**Крипп** — скольжение вдоль разлома. Разломы, находящиеся в условиях криппа не генерируют сильных землетрясений

**Лежащий бок** — блок горных пород по одну из сторон площадки разрыва, образующий тупой угол с горизонтом.

**Магнитуда** землетрясения — относительная величина силы землетрясения.

Определяется по видимой записи на сейсмограмме как десятичный логарифм наибольшего смещения, соответствующего типа волн, зарегистрированного прибором определенного типа с учетом поправок на эпицентровое расстояние и глубину очага землетрясения.

**Модель Севиджа** — кинематическая модель очага землетрясения в виде двухстороннего разрыва, распространяющегося с постоянной скоростью.

**Модель Хаскелла** — кинематическая модель очага землетрясения, описывающая процесс вспарывания пятью параметрами: длиной и шириной площадки разрыва, постоянной скоростью вспарывания, величиной полной подвижки и временем ее нарастания в очаге землетрясения.

**Надвиг** — взброс по пологой площадке разрыва.

**Направление подвижки** — направление определяющееся перемещением висячего бока относительно лежащего или угол, между направлением простирания площадки разрыва и вектором подвижки.

**Нодальные плоскости** — система двух ортогональных плоскостей, разделяющая области сжатия от областей растяжения в очаговой зоне землетрясения. Одна из нодальных плоскостей ассоциируется с плоскостью подвижки.

**Очаг землетрясения** — быстрый разрыв сплошности упругой среды под действием тектонических напряжений, превышающих предел упругости горных пород.

**Падение разрыва** — угол в вертикальной плоскости, отсчитываемый от горизонта.

**Первое вступление Р-волн** — смещение на сейсмограмме в момент прихода продольной волны. Обычно смещение вверх (положительная полярность) указывает на сжатие горных пород, смещение вниз (отрицательная полярность) — на растяжение.

**Площадка разрыва** — плоскость, в которой распространяется разрушение.

Характеризуется простиранием и падением.

**Подвижка** по разрыву — смещение блоков горных пород по разные стороны от разрыва.

**Ползучесть** — медленное смещение вдоль разлома не приводящее к землетрясению.

**Прогноз землетрясений** — предсказание времени, места и магнитуды возможного следующего землетрясения, а также — характера сильных движений в очаговой области.

**Простирание разрыва** — направление (угол) в горизонтальной плоскости, отсчитываемое по часовой стрелке от направления на север.

**Разлом** — трещина или система трещин в горных породах, разные стороны которых смещены друг относительно друга. Величина смещений изменяется в широком диапазоне размеров и соответствует событиям разных масштабов.

**Сейсмичность** — распределение землетрясений во времени и пространстве.

**Сейсмический момент** — момент сил, приводящий к смещениям в очаге землетрясения.

Определяется произведением модуля сдвига в очаге на величину средней подвижки по разрыву и на площадь площадки вспарывания.

**Сброс** — разрыв со смещением по падению в вертикальной плоскости, при котором висячий бок опускается вниз. Происходит в условиях относительного растяжения в области очага.

**Сдвиг** — разрыв со смещением по простиранию в горизонтальной плоскости.

**Сетка Вульфа** — стереографическая проекция фокальной сферы на поверхность Земли.

**Скорость вспарывания на разрыве** — определяется упругими параметрами горных пород в области очага землетрясения.

**Скорость смещения частиц**

**в излучаемых сейсмических волнах** — определяется скоростью вспарывания на разрыве и начальным напряжением в среде.

**Снимаемые напряжения** — напряжения, сбрасываемые в процессе вспарывания непосредственно на разрыве.

**Стопп-фаза** — высокочастотная составляющая упругих смещений, связанная с остановкой процесса разрушения.

**Тектонические землетрясения** — землетрясения сдвигового типа или типа трещин отрыва в тектонически активных областях.

**Точечный источник** — сейсмический источник, максимальные размеры которого много меньше длин излучаемых им волн.

**Фокальная сфера** — сфера малого, по сравнению с размерами очага, радиуса с центром в гипоцентре землетрясения.

**Форшоки** землетрясения - слабые сейсмические толчки, предшествующие сильному землетрясению.

**Функция Грина** — функция эквивалентная смещению от источника типа единичного одностороннего импульса, сосредоточенного во времени и пространстве.

**Энергия** землетрясения определяет состояние среды до и после землетрясения, но не процесс вспарывания.

**Эпицентр** землетрясения — проекция гипоцентра землетрясения на поверхность Земли.

## СОДЕРЖАНИЕ

Лекция 1	
ВВЕДЕНИЕ.....	3
РАЗВИТИЕ НАУЧНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ОБ ОЧАГАХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ.....	4
Лекция 2	
ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ОБЛАСТИ ОЧАГА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ.....	6
Лекция 3	
ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ОЧАГА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ.....	10
Лекция 46	
ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ТЕОРИИ ОЧАГА .....	14
Лекция 5	
ТЕОРЕМА ПРЕДСТАВЛЕНИЯ .....	20
Лекция 6	
ТЕНЗОР ПЛОТНОСТИ СЕЙСМИЧЕСКОГО МОМЕНТА .....	25
Лекция 7	
УПРУГИЕ ВОЛНЫ, ИЗЛУЧАЕМЫЕ ТОЧЕЧНЫМ ИСТОЧНИКОМ.....	29
Лекция 8	
ФУНКЦИИ НАПРАВЛЕННОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ.....	34
Лекция 9	
МЕХАНИЗМ ОЧАГА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ .....	37

Лекция 10	
СПЕКТР СМЕЩЕНИЙ В ДАЛЬНЕЙ ЗОНЕ .....	43
Лекция 11	
КИНЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОЧАГА .....	49
Лекция 12	
КИНЕМАТИКА СМЕЩЕНИЙ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ.....	54
Лекция 13	
КРАЕВАЯ ДИСЛОКАЦИЯ (ПЛОСКАЯ ЗАДАЧА).....	59
Лекция 14	
ДИНАМИКА РАЗРЫВА.....	62
Лекция 15	
ПОЛЕ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ РАСТУЩЕЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ТРЕЩИНЫ.....	65
Лекция 16	
СИЛЫ СЦЕПЛЕНИЯ НА КОНЦАХ РАЗРЫВА.....	68
Лекция 17	
МАГНИТУДЫ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ .....	72
Лекция 18	
СЕЙСМИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ, ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ МАГНИТУДА И ДРУГИЕ СООТНОШЕНИЯ РАЗМЕРНОСТИ .....	78
СЛОВАРЬ ТЕРМИНОВ .....	85
СОДЕРЖАНИЕ .....	89



Учебное издание

*ВОРОНИНА Елена Викторовна*

**МЕХАНИКА ОЧАГА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ  
спецкурс**

ЛР № 021293 от 18.06.98

Подписано в печать 6.10.2004. Формат А5.

Печать офсетная. Объем 5,75 п.л.

Тираж 100 экз.

Заказ №

Физический факультет МГУ  
119992, ГСП-2, Москва, Ленинские горы, МГУ им. М.В. Ломоносова

Отпечатано в отделе оперативной печати  
физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова