Результаты расчета и их обсуждение

Результаты расчета магнетосопротивления гранулированного сплава по формуле (7) при различных значениях параметра α (рис. 1) показывают, что инверсное магнетосопротивление может наблюдаться только при положительных значениях параметра α. Ни в модели Шенга–Леви, ни в модели Мотта (10) значение α не может быть положительным. То есть для инверсного магнетосопротивления обязательно участие в переносе d-состояний. Как следует из данных рис. 2, положительное значение α достигается при параметрах, соответствующих реальным сплавам переходных металлов, причем очевидно, что чем меньше роль d-состояний в переносе, тем меньше положительное значение α и меньше (рис. 1) инверсное магнетосопротивление. Участие d-состояний в формировании ГМС может быть частично подавлено в гранулированных сплавах за счет потенциальных барьеров, возникающих на границах раздела гранул и матрицы. Поэтому большие значения α в гранулированных сплавах маловероятны. Характерный вид инверсного магнетосопротивления иллюстрируется кривыми *3* и *4* на рис. 1.

Из этих кривых видно, что величина инверсного магнетосопротивления не превышает 5%, что соответствует эксперименту [8]. Более того, представленные на рис. 1 данные можно интерпретировать и как полевые зависимости магнетосопротивления, так как спин-зависящее рассеяние ($\varkappa_1$) возрастает с увеличением поля. Поэтому смена знака магнетосопротивления с положительного на отрицательный в области средних значений параметра $\varkappa_1$ (кривые *3* и *4* на рис. 1) полностью соответствует экспериментальным данным о полевых зависимостях магнетосопротивления [6–8].

Таким образом, можно сделать вывод о том, что инверсное магнетосопротивление в гранулированных сплавах при наличии спин-зависящего рассеяния связано с участием d-электронов в переносе.

Литература

1. *Levy P.M.* // Sol. St. Phys. 1994. **47**. P. 367.
2. *Gijs M.A., Bauer E.W.* // Adv. Phys. 1997. **46**. P. 285.
3. *Zhang S., Levy P.* // J. Appl. Phys. 1993. **73**. P. 5315.
4. *Hsu S.U., Berthelemy A., Holody P.* et al. // Phys. Rev. Lett. 1997. **78**. P. 2653.
5. *Binder J., Zahr P., Mertig I.* // J. Magn. Magn. Mat. 1997. **165**. P. 100.
6. *Fert A., Hsu S.U., Barthelemy A., Holody P.* et al. // Phys. Rev. Lett. 1997. **78**. P. 2652.
7. *Prudnikov V., Granovsky A., Prudnikova M.* et al. Itinerant Electron Magnetism: Fluctuation Effects. Kluwer Acad. Publ., 1998. P. 353.
8. *Khan H.R., Granovsky A., Prudnikova M.* et al. // J. Magn. Magn. Mater. 1998. **183**. P. 374.
9. *Ведяев А.В., Грановский А.Б., Котельникова О.А.* Кинетические явления в неупорядоченных ферромагнитных сплавах. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1992.

Поступила в редакцию
19.05.99

ГЕОФИЗИКА

УДК 537.86:519.2; 537.876:551.510

ВЛИЯНИЕ ДРЕЙФА СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНЫХ ПРИРОДНЫХ СРЕД НА СТАЦИОНАРНОСТЬ СТАТИСТИКИ РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ ВОЛН

А. Г. Вологдин, В. Д. Гусев

(*кафедра физики атмосферы*)

Исследовано влияние дрейфа случайно-неоднородных сред на стационарные свойства волн при поперечном и продольном распространении. Решена задача для экспериментально-значимого случая усреднения на конечном временном интервале. Показано, что малые изменения (1%) скорости дрейфа приводят к заметному отклонению (10%) от стационарности стохастических характеристик волн. Поэтому необходимо осторожное отношение к гипотезе о постоянстве скорости ветра, доминирующей в радиофизике и геофизике.

Введение

В случайно-неоднородных природных средах неоднородности, которые определяют свойства показателя преломления электромагнитных волн, имеют случайный характер и могут участвовать в общем дрейфовом движении (ветер, течение), что необходимо учесть при анализе стохастических свойств рассеянных на них волн. В натурных экспериментальных исследованиях, вследствие отсутствия статистического ансамбля, обычно используют временное усреднение, выдвигая гипотезу об эргодичности сигналов. Это естественное для данных условий предположение связывают с наличием временной стационарности исследуемых сигналов.

При исследовании временно́й стационарности рассеянных сигналов в работах [1, 2], а также более детально в настоящей работе показано, что стационарность следует из полной статистической однородности рассеивающих неоднородностей среды при обязательной гипотезе постоянства во времени и пространстве скорости дрейфа $\mathbf{V}$. Однако, как показывает опыт, в реальных условиях речь может идти лишь о квазипостоянстве скорости дрейфа. Ниже предлагается оценка степени влияния изменения скорости дрейфа на стационарные свойства волн.

При решении поставленной задачи ограничимся рассеянием электромагнитных волн без рефракции, например, в тропосфере.

1. Общие положения

Рассмотрим распространение плоской волны в приближении геометрической оптики. Показатель преломления случайно-неоднородной среды представим как сумму среднего значения и флуктуационной составляющей: $n = \langle n\rangle + n_1 = n_0 + n_1$, $\langle n\rangle = n_0 = \mathrm{const}$, $\langle n_1\rangle = 0$, $|n_1| \ll n_0$. Флуктуационная составляющая — функция траектории луча $\mathbf{r} = \mathbf{r}(\sigma)$ и времени: $n_1 = n_1(\mathbf{r}(\sigma), t) = n_1(x, y, z, t)$. Зависимость n_1 от времени t в тропосфере определяется собственной изменчивостью неоднородностей, связанной с диффузией и турбулентностью. В этих условиях флуктуационная часть фазы волны в первом приближении теории возмущений выражается через интеграл вдоль невозмущенного луча $r_0(\sigma)$ [3]. В прямоугольной системе координат (с осью z в направлении распространения волны) в однородной (в среднем) среде невозмущенные лучи представляют собой прямые, параллельные оси z, а флуктуационная часть фазы равна (k — волновое число)

$$\varphi_1 = \varphi_1(x, y, z, t) = k\int_0^z n_1(x, y, z', t)\, dz'. \tag{1}$$

Предположим, что среда движется (дрейфует) со скоростью $\mathbf{V}$, которая, вообще говоря, может быть функцией пространственных координат, тогда $n_1 = n_1(\mathbf{r}(\sigma)+\mathbf{V}t, t)$. Таким образом, при дрейфе появляется *дополнительная* зависимость n_1 от времени.

2. Поперечное распространение

Рассмотрим случай, когда скорость дрейфа и направление распространения волны перпендикулярны, т.е. $V_z = 0$. Оси x, y ориентируем так, чтобы $V_x = V = V(z)$, $V_y = 0$. Заметим, что здесь фронт ветра искривлен. Тогда вместо (1) имеем флуктуационную часть фазы и ее дисперсию в виде

$$\begin{aligned} &\varphi_1 = k\int_0^z n_1\Big(x + V(z')t, y, z', t\Big)\, dz', \quad \langle\varphi_1\rangle = 0,\\ &\sigma_\perp^2 = k^2\int_0^z dz_1 \int_0^z \Big\langle n_1\Big(x_1 + V(z_1)t_1, y_1, z_1, t_1\Big)\times\\ &\qquad\times n_1\Big(x_2 + V(z_2)t_2, y_2, z_2, t_2\Big)\Big\rangle\, dz_2, \end{aligned} \tag{2}$$

где под знаком интеграла стоит автокорреляционная функция $B(\ldots)$ при $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$, $t_1 = t_2$.

Предположим, что случайное поле n_1 полностью статистически однородно, т.е. статистически однородно в пространстве и стационарно во времени. Тогда автокорреляционная функция $B(\ldots)$ должна быть функцией разностей аргументов: $B = B(x_1 - x_2 + V(z_1)t_1 - V(z_2)t_2, y_1 - y_2, z_1 - z_2, t_1 - t_2)$. Отсюда видно, что функция B при $V(z_1) \neq V(z_2)$ не стационарна, несмотря на сделанное предположение о полной статистической однородности. Напротив, при $V(z_1) = V(z_2) = V_0 = \mathrm{const}$ функция B стационарна:

$$B = B(x_1 - x_2 + V_0(t_1 - t_2), y_1 - y_2, z_1 - z_2, t_1 - t_2).$$

Следовательно, в движущейся случайно-неоднородной среде только при постоянной скорости дрейфа имеет место стационарность.

Для определения влияния изменения скорости дрейфа обратимся к выражению для дисперсии (2) при $x_1 = x_2 = x$, $y_1 = y_2 = y$, $t_1 = t_2 = t$:

$$\sigma_\perp^2 = k^2\int_0^z dz_1\int_0^z B\Big((V(z_1) - V(z_2))t, z_1 - z_2\Big)\, dz_2.$$

Далее будем везде использовать разложение скорости в ряд Тейлора и учитывать первые два члена, что соответствует модели дрейфа с линейной зависимостью скорости: $V(z) = V_0 + V_0'z$, где V_0' — пространственная производная скорости. Перейдем к новым переменным интегрирования: $z_1 - z_2 = \xi$, $(z_1 + z_2)/2 = \eta$ и получим, что $V(z_1) - V(z_2) = V(\eta+\xi/2) - V(\eta-\xi/2) \approx \xi V_0'$. В итоге в этих переменных дисперсия имеет вид

$$\sigma_\perp^2 = k^2\sigma_1^2\iint_G R(\xi V_0't, \xi)\, d\xi\, d\eta,$$

где G — область интегрирования в плоскости (ξ, η), $R = B/\sigma_1^2$ — коэффициент автокорреляции, а σ_1^2 — дисперсия случайного поля n_1. Для $V_0' = \mathrm{const}$, поступая так, как в [3], с учетом свойств (узости и четности по переменной ξ) коэффициента автокорреляции R получаем

$$\sigma_\perp^2 = \sigma_\perp^2(z, t) = 2k^2\sigma_1^2 z\int_0^\infty R(\xi V_0't, \xi)\, d\xi.$$

При интегрировании этого выражения ограничимся случаем изотропных флуктуаций, когда коэффициент автокорреляции показателя преломления имеет вид $R(\xi V_0't, \xi) = R\Big(\sqrt{(\xi V_0't)^2 + \xi^2}\Big)$ [3]. Это позволяет, вводя дополнительное предположение о том, что его форма имеет вид гауссоиды: $R(u) = \exp(-u^2/a^2)$, выполнить интегрирование:

$$\begin{aligned} \sigma_\perp^2 &= \sigma_\perp^2(z, t) =\\ &= 2k^2\sigma_1^2 z\int_0^\infty \exp\Big\{-\xi^2\Big[1 + (V_0't)^2\Big]/a^2\Big\}d\xi =\\ &= \frac{\sqrt{\pi}\, k^2\sigma_1^2 z a}{\sqrt{1 + (V_0't)^2}}. \end{aligned} \tag{3}$$

Эта дисперсия в стационарной ситуации при $V_0' = 0$ равна

$$\sigma_\perp^2(z) = \sqrt{\pi}\, k^2 \sigma_1^2 z a. \tag{4}$$

Введем относительную величину, с помощью которой можно характеризовать отличие нестационарной ситуации от стационарной:

$$\delta = \frac{\sigma_\perp^2(z,t)}{\sigma_\perp^2(z)} - 1 = \Big[1 + (V_0' t)^2\Big]^{\perp 1/2} - 1. \tag{5}$$

Если взять, например, время $t = 1$ мин, то относительное отклонение, например, $\delta = 0{,}1$ будет наблюдаться при значении пространственной производной $V_0' = 0{,}007$ с$^{\perp 1}$, а $\delta = 0{,}3$ при $V_0' = 0{,}01$ с$^{\perp 1}$. При времени $t = 3$ мин такие же отклонения будут при $V_0' = 0{,}002$ с$^{\perp 1}$ и $V_0' = 0{,}004$ с$^{\perp 1}$.

3. Продольное распространение

Когда направления скорости дрейфа и распространения волны совпадают, т.е. $V_x = V_y = 0$, $V_z = V(z)$, составляющая фазы (1) имеет вид

$$\varphi_1 = k \int\limits_0^z n_1(x, y, z' + V(z')t, t)\, dz'. \tag{6}$$

Производя вычисления при полном сохранении всех сделанных выше предположений и при тех же обозначениях, получаем дисперсию флуктуационной составляющей фазы:

$$\sigma_{||}^2 = \sigma_{||}^2(z,t) = \frac{\sqrt{\pi}\, k^2 \sigma_1^2 z a}{1 + V_0' t}. \tag{7}$$

Вывод о влиянии скорости, который следует отсюда, совершенно аналогичен выводу, сделанному при анализе (3). То есть стационарность наблюдается только при постоянстве скорости дрейфа по пространству. Полагая $V_0' = 0$ в (7), получаем дисперсию $\sigma_{||}^2(z)$ для стационарной ситуации в виде, который совпадает с (4).

Введем, как и в разделе 2, относительную величину

$$\delta = \frac{\sigma_{||}^2(z,t)}{\sigma_{||}(z)} - 1 = \frac{|V_0'|t}{1 + V_0' t}. \tag{8}$$

Для времени $t = 1$ мин относительное отклонение $\delta = 0{,}1$ будет при $V_0' = 0{,}002$ с$^{\perp 1}$, а $\delta = 0{,}3$ при $V_0' = 0{,}004$ с$^{\perp 1}$. При времени $t = 3$ мин такие же отклонения будут при $V_0' = 0{,}0005$ с$^{\perp 1}$ и $V_0' = 0{,}001$ с$^{\perp 1}$. Сравнивая эти значения V_0' с полученными в разделе 2, можно сделать вывод о большем влиянии V_0' при продольном дрейфе. Сопоставляя выражения (5) и (8), можно заметить, что если в поперечном случае знак V_0' не имеет значения, то в продольном — имеет.

4. Практическая реализация

В экспериментах, связанных с темой данной работы, обычно используется временное усреднение на конечных (но достаточно больших) интервалах времени T. Для определенности остановимся на условиях, приведенных в разделе 3.

Временное среднее флуктуационной составляющей (6) равно

$$\widehat{\varphi}_1 = \frac{1}{T}\int\limits_0^T \varphi_1\, dt = \frac{k}{T}\int\limits_0^T\int\limits_0^z n_1(x, y, z' + V(z')t, t)\, dz' dt. \tag{9}$$

Оно является случайной величиной с математическим ожиданием и дисперсией

$$\begin{aligned} \langle\widehat{\varphi}_1\rangle &= \frac{1}{T}\int\limits_0^T \langle\widehat{\varphi}_1\rangle\, dt = \\ &= \frac{k}{T}\int\limits_0^T\int\limits_0^z \langle n_1(x, y, z' + V(z')t, t)\rangle\, dz' dt, \\ \sigma_{1||}^2 &= \Big\langle(\widehat{\varphi}_1 - \langle\widehat{\varphi}_1\rangle)^2\Big\rangle. \end{aligned} \tag{10}$$

Дисперсия в соответствии с неравенством Чебышева является мерой разброса случайной величины (9) относительно ее среднего значения $\langle\widehat{\varphi}_1\rangle$. Поскольку решается задача при условии $\langle n_1\rangle = 0$, из (10) следует $\langle\widehat{\varphi}_1\rangle = \widehat{\langle\varphi_1\rangle} = 0$. Поэтому мера разброса (дисперсия) равна

$$\begin{aligned} \sigma_{1||}^2 = \frac{k^2}{T^2}\int\limits_0^T\int\limits_0^T\int\limits_0^z\int\limits_0^z \times \Big\langle n_1\Big(x, y, z_1' + V(z_1')t_1, t_1\Big) \times \\ \times n_1\Big(x, y, z_2' + V(z_2')t_2, t_2\Big)\Big\rangle dt_1 dt_2 dz_1' dz_2'. \end{aligned} \tag{11}$$

Автокорреляционная функция, стоящая под знаком интеграла, при полной статистической однородности имеет общий вид:

$$B = \sigma_1^2 R\Big(z_1' - z_2' + V(z_1')t_1 - V(z_2')t_2, t_1 - t_2\Big).$$

После замены $z_1' - z_2' = \xi$, $(z_1' + z_2')/2 = \eta$, $t_1 - t_2 = \tau$, $(t_1 + t_2)/2 = \vartheta$ при учете линейной зависимости скорости дрейфа от координат получим

$$\begin{aligned} \sigma_{1||}^2 = \frac{k^2}{T^2}\sigma_1^2 \int\limits_0^T d\vartheta \int\limits_{\perp\infty}^{\infty} d\tau \int\limits_0^z d\eta \int\limits_{\perp\infty}^{\infty} d\xi \times \\ \times R\Big((1 + V_0'\vartheta)\xi + (V_0 + V_0'\eta)\tau, \tau\Big), \end{aligned}$$

где пределы интегрирования увеличены до бесконечных, так как существенный вклад в интегралы дают узкие полосы, в границах которых коэффициент автокорреляции R заметно отличается от нуля. Если теперь представить коэффициент автокорреляции в виде гауссоиды: $R = \exp\Big\{[(1 + V_0'\vartheta)\xi +$

$+(V_0 + V_0'\eta)\tau]^2 a^{\perp 2} + \tau\tau_0^{\perp 2}\Big\}$, то интеграл (11) может быть вычислен [4] и в результате получим искомую дисперсию: $\sigma_{1\|}^2 = \pi k^2 \sigma_1^2 az(\tau_0/T)[\ln(1+V_0'T)/(V_0'T)]$, которая в стационарном случае равна $\sigma_{1\|}^2(V_0' = 0) = = \pi k^2 \sigma_1^2 az\tau_0/T$. Отметим, что дисперсия $\sigma_{1\|}^2$ зависит от знака производной V_0'. Поступая как и ранее, используем последние два выражения для введения относительной величины δ, характеризующей отличие нестационарной ситуации от стационарной: $\delta = |\ln(1 + V_0'T)|/|V_0'T| - 1$. Предполагая, что $|V_0'T| < 1$, имеем $\delta \approx T|V_0'|/2$. Проанализируем этот результат. Если время усреднения $T = 3$ мин, то $\delta = 0{,}1$ будет при $V_0' = 0{,}003$ с$^{\perp 1}$, а $\delta = 0{,}3$ — при $V_0' = 0{,}01$ с$^{\perp 1}$. Если $T = 1$ мин, те же отклонения наблюдаются при $V_0' = 0{,}001$ и $0{,}003$ с$^{\perp 1}$ соответственно.

Не располагая реальными данными о пространственной производной скорости дрейфа, можно все же сделать некоторые практические выводы, если воспользоваться гипотезой Дж. Тейлора [5]. Применение этой гипотезы позволяет, руководствуясь рассуждениями [6], получить связь пространственного и временного радиусов корреляции показателя преломления: $a = V\tau_0$, где V — скорость дрейфа. Тогда, если взять изменение скорости на расстоянии, равном радиусу пространственной корреляции a: $\Delta V = |V_0'|a$, то относительное изменение скорости будет равно $\Delta V/V = |V_0'|\tau_0$. Используем здесь полученные выше значения пространственной производной скорости. При этом учтем приведенные в [7] данные о временно́м радиусе корреляции: $\tau_0 \approx 3$ с. Тогда для времени усреднения $T = 1$ мин относительное отклонение от стационарности $\delta = 0{,}1$ будет наблюдаться при относительном изменении скорости дрейфа $\Delta V/V = 0{,}01$, а $\delta = 0{,}3$ — при $\Delta V/V = 0{,}03$. При времени усреднения $T = 3$ мин соответствующие величины $\Delta V/V$ будут равны 0,003 и 0,01.

Таким образом, констатируем, что малые изменения скорости дрейфа на расстоянии порядка радиуса пространственной корреляции тропосферных неоднородностей ведут к заметному отклонению от стационарности вероятностных характеристик волн.

Выводы

Изменчивость скорости дрейфа в различных средах в пространстве (на длине радиотрассы) или во времени (в течение периода измерения) — причина отклонения вероятностных свойств волн от стационарности и, вообще говоря, от эргодичности. Эти отклонения необходимо учитывать, чтобы избежать ошибок при определении статистических характеристик рассеянных волн. Результаты работы указывают на возможность коррекции ошибок.

К гипотезе постоянства скорости, которая используется во многих работах, нужно относится осторожно. Однако, по литературным данным (см., напр., [8]), свойства скорости дрейфа в исследованиях, как правило, игнорируются.

В заключение отметим, что наличие рефракции волн не сказывается принципиально на полученных результатах о влиянии скорости ветра на стационарность. Поэтому результаты важны для ионосферы, где имеется существенная рефракция. Выводы работы применимы и в задачах акустического зондирования как атмосферы, так и океана при наличии течений.

Литература

1. *Вологдин А.Г., Гусев В.Д.* // LII научная сессия, посвященная Дню радио. Тез. докл. М., 1997. С. 180.
2. *Вологдин А.Г., Гусев В.Д.* // Геомагнетизм и аэрономия. 1998. № 5. С. 178.
3. *Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И.* Введение в статистическую радиофизику. Ч. II. М.: Наука, 1978.
4. *Градштейн И.С., Рыжик И.М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971.
5. *Taylor G.I.* // Proc. Roy. Soc. 1938. **A164**. P. 476.
6. *Ламли Дж., Пановский Г.А.* Структура атмосферной турбулентности. М.: Мир, 1966.
7. *Казаков Л.Я., Ломакин А.Н.* Неоднородности коэффициента преломления воздуха в тропосфере. М.: Наука, 1976.
8. *Семенов А.А., Арсеньян Т.И.* Флуктуации электромагнитных волн на приземных трассах. М.: Наука, 1978.

Поступила в редакцию
18.01.99