

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

На правах рукописи

Мельников Дмитрий Геннадьевич

**Исследование  $\mathcal{N} = 1$  и  $\mathcal{N} = 2$  калибровочных теорий  
квазиклассическим и голографическим методами**

Специальность 01.04.02 – теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва – 2006

Работа выполнена на физическом факультете Московского Государственно-го Университета им. М.В.Ломоносова, г. Москва.

Научный руководитель: д. ф.-м. н., Д.В.Гальцов  
(МГУ им. М.В.Ломоносова, г.Москва)

Официальные оппоненты: д. ф.-м. н. Л.О.Чехов  
(Математический Институт им. В.А.Стеклова РАН)

к. ф.-м. н. М.Ю.Лашкевич  
(ИТФ им. Л.Д.Ландау РАН)

Ведущая организация: Томский Государственный Педагогический Универ-  
ситет, г.Томск

Защита состоится “14“ декабря 2006г. в 16 часов 00 минут на заседании  
диссертационного совета К.501.201.17 МГУ им. М.В.Ломоносова по адресу:  
119992, Москва, Воробьевы горы, д.1, стр.2, физический факультет, ауд.СФА.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке физического факуль-  
тета МГУ им. М.В.Ломоносова.

Автореферат разослан: “\_\_“ ноября 2006г.

Ученый секретарь диссертационного совета,  
доктор физико-математических наук

П.А.Поляков

# Общая характеристика работы

## Актуальность темы

Суперсимметричные теории поля в силу ряда причин представляют интерес для современной физики. Во-первых, некоторые из этих теорий являются упрощенными вариантами более сложных реалистических физических теорий. Суперсимметричные аналоги зачастую обладают качественными сходствами и, вместе с тем, являются более доступными для сложных квантовых вычислений. Во-вторых, некоторые суперсимметричные теории всерьез претендуют на роль моделей, описывающих реальный мир.

Существенный вклад в развитие суперсимметричных теорий в последние два десятилетия внесли методы, разработанные в рамках теории струн. В некоторых случаях теория струн не только оказала существенное влияние на методы используемые в изучении суперсимметричных теорий поля, но и предсказала свойства этих теорий, позже воспроизведенные в рамках методов теории поля.

Особенный интерес вызывают успехи суперсимметричных теорий и теории струн в описании неабелевых калибровочных теорий в режиме сильной связи. В частности, в определенных суперсимметричных моделях, являющихся аналогами теории Янга-Миллса и КХД, было найдено эффективное низкоэнергетическое действие. В других примерах был открыт метод вычисления корреляционных функций теории поля в пределе сильной связи, используя классическое приближение в дуальной теории супергравитации.

Начало изучения эффективных теорий для суперсимметричных моделей было положено в 1982 году в работе Венециано и Янкеловича. Изучение киральной аномалии в  $\mathcal{N} = 1$  суперсимметричной  $SU(N)$  калибровочной теории Янга-Миллса, подтолкнуло этих авторов к идеи вывода низкоэнергетического эффективного действия из простых соображений симметрии. Действие Венециано-Янкеловича,

$$S_{VY} = \int d^4x d^2\theta \ NS \left( \log \frac{S}{\Lambda^3} - 1 \right).$$

совместимое со свойствами симметрии квантовой теории, обладает  $N$  вакуум-

умами, характеризующимися значением вакуумного среднего квадрата глюинных полей  $\langle S \rangle = \langle \lambda \lambda \rangle = e^{2\pi i k/N} \Lambda^3$ , где  $k = 0 \dots N - 1$ . Этот интересный результат имеет прямую аналогию с нарушением киральной симметрии и устройством вакуума КХД.

В 1994 году Зайберг и Виттен построили эффективное действие в  $\mathcal{N} = 2$  суперсимметричной  $SU(2)$  теории Янга-Миллса. В отличие от действия Венециано-Янкеловича, которое содержит только суперпотенциал, действие Зайберга-Виттена является точным эффективным действием на любом масштабе. Вычисление точного действия оказалось возможным благодаря исключительным ограничениям, накладываемым  $\mathcal{N} = 2$  суперсимметрией. Так, действие  $\mathcal{N} = 2$  теории описывается всего лишь одной голоморфной функцией  $\mathcal{F}$  – препотенциалом.

Важную роль в построении действия Зайберга-Виттена сыграли БПС состояния, масса которых пропорциональна модулю центрального заряда алгебры суперсимметрии. Центральный заряд  $\mathcal{N} = 2$  теории с калибровочной группой  $SU(2)$  и  $N_f$  ароматами материи выражается через электрический, магнитный и глобальные  $U(1)^{N_f}$  заряды:

$$Z = n_e a + n_m a_D + \sum_{i=1}^{N_f} m_i S_i / \sqrt{2},$$

где  $m_i$  – масса соответствующего кварка, а  $a$  и  $a_D$  параметризуют пространство вакуумов теории. Более точно,  $a$  и  $a_D$  образуют базис сечения  $SL(2, \mathbb{Z})$  расслоения над пространством модулей. Поскольку пространство модулей является некоторой римановой поверхностью, при обходе по замкнутому контуру сечение, вообще говоря, подкручивается на некоторую нетривиальную  $SL(2, \mathbb{Z})$  матрицу – матрицу монодромий. В то же время физическая масса БПС состояния, а следовательно и центральный заряд, должны оставаться инвариантными при таких преобразованиях, поэтому  $SL(2, \mathbb{Z})$  преобразование перемешивает также и заряды  $n_e$ ,  $n_m$  и  $S$ .

Физически  $SL(2, \mathbb{Z})$  преобразования являются преобразованиями дуальности, аналогичными электромагнитной дуальности Монтонена и Олива. При преобразованиях дуальности физическая теория получает эквивалентное представление, но с другими константами связи и другим спектром БПС

состояний. Изучив действие дуальности на БПС состояния, Зайберг и Виттен восстановили эффективное действие.

Большое влияние на результат Зайберга и Виттена оказали методы теории струн. Метод монодромий для препотенциала  $\mathcal{N} = 2$  теории, полученной методом компактификации теории струн на многообразие Калаби-Яу, применялся ранее в работах Канделаса. В дальнейшем теория струн обогнала теорию поля в предсказании действия для  $\mathcal{N} = 1$   $SU(N)$  теории Янга-Миллса с мультиплетами материи, которое было построено в 2002 году в работах Дикграфа и Вафы. Действие  $\mathcal{N} = 1$  КХД было сначала получено, опираясь на результаты топологической теории струн, матричных моделей теории струн и методы зеркальной симметрии, и лишь позднее при помощи полевого подхода. Причем действие Венециано-Янкеловича, отвечающая чистому Янгу-Миллсу, получается как мера интегрирования в матричном интеграле, но не воспроизводится методами теории поля.

Суперсимметричная теория струн естественно определяется в 10 измерениях. В рамках теории струн существует ответ на вопрос, что происходит с 6 ненаблюдаемыми измерениями. Эти измерения должны быть компактными, причем для существования минимум одной суперсимметрии в четырех измерениях компактное 6-мерное многообразие должно быть кэллеровым с нулевым тензором Риччи, то есть многообразием Калаби-Яу. Особенный интерес представляют модели, в которых наблюдаемый четырехмерный мир помещен на мировой объем совокупности  $D3$ -бран, помещенных в некоторую область пространства Калаби-Яу. Во-первых, это позволяет решить «проблему иерархии» для гравитации: слабость гравитационного взаимодействия объясняется тем, что часть его может «ускользать» в дополнительные измерения. Во-вторых, низкоэнергетическим пределом теории на мировом объеме  $D$ -бран является неабелева калибровочная теория поля.

$D$ -браны являются непертурбативными объектами теории струн. Они возникают как решения классических уравнений гравитации – классического предела теории замкнутых струн. В теории открытых струн  $D$ -браны реализуют граничные условия: концы открытых струн заканчиваются на  $D$ -бранах. Это дает калибровочную теорию в низкоэнергетическом пределе теории открытых струн на мировом объеме  $D$ -браны. Соответственно

конфигурации из совпадающих  $D$ -бран обеспечивают неабелеву калиброчную теорию. Эффективным действием для  $Dp$ -браны является действие Дирака-Борна-Инфельда, которое обобщает концепцию действия частицы в пространстве-времени

$$S_p = -T_p \int d^{p+1}\xi e^{-\phi} \det^{1/2}(g_{ab} + B_{ab} + 2\pi\alpha' F_{ab}),$$

где  $\alpha'$  задает масштаб массы в теории открытых струн. Поля  $\phi$ ,  $g_{ab}$ ,  $B_{ab}$  и  $F_{ab}$  являются степенями свободы открытой теории струн. Полагая  $B_{ab}$  равным нулю, и, раскладывая действие ДБИ в ряд по  $\alpha'$ , в первом порядке можно получить действие Янга-Миллса на мировом объеме  $Dp$ -браны.

Двойственное описание  $D$ -бран как солитонов в теории замкнутых струн, с гравитацией в пределе  $\alpha' \rightarrow 0$ , и граничных объектов в теории открытых струн, несущих калиброчную теорию поля, а также связь замкнутых и открытых струн подтолкнуло физиков к идеи дуальности теории гравитации в пространстве и калиброчной теории на границе пространства. Эта дуальность получила название голографического принципа. Конкретная реализация голографического принципа была осуществлена в работе Мальдасены в 1997 году и получила название AdS/КТП (Конформная Теория Поля) соответствия. Согласно этому соответствию теория струн на классическом решении ПВ супергравитации, описывающем  $N$  совпадающих  $D3$ -бран на границе пространства  $AdS^5$  в 10-мерном пространстве  $AdS_5 \times S^5$ , дуальная  $SU(N)$  конформной  $\mathcal{N} = 4$  теории Янга-Миллса на мировом объеме  $D3$ -бран. Имеет место следующее сопоставление параметров двух теорий:

$$R^4 = \alpha'^2 g_{YM}^2 N.$$

Здесь  $R$  – радиус пространства  $AdS_5$  и сферы  $S^5$ . Это соответствие наиболее интересно в пределе большой константы 'т Хоофта  $\lambda = g_{YM}^2 N$ . Такой предел отвечает описанию теории Янга-Миллса в режиме сильной связи в пределе большого  $N$ . С точки зрения гравитации такой предел означает малую кривизну – классическую гравитацию.

Таким образом, основной интерес к AdS/КТП соответствию вытекает из возможности описания неабелевой калиброчной теории в режиме сильной связи, с использованием решений классических уравнений гравитации. В

частности, возбуждения над классическим решением супергравитации соответствуют операторам в теории поля. Массы этих возбуждений равны аномальным размерностям этих операторов. AdS/КТП соответствие позволяет вычислять корреляционные функции дуальных операторов в калибровочной теории поля.

Недостаток AdS/КТП соответства заключается в том, что оно формулируется для конформной теории с  $\mathcal{N} = 4$ , в которой отсутствуют явления асимптотической свободы и конфайнмента. В связи с этим были произведены попытки обобщить AdS/КТП соответство на неконформный случай. Наиболее успешной из них на данный момент следует признать модель Клебанова-Штрасслера (КШ).

В модели КШ  $N$   $D3$ -бран помещаются в вершину деформированного 6-мерного конуса – конифолда. Это соответствует геометрии  $\mathbb{R}^{3,1} \times S^3 \times S^2$ , что дает  $\mathcal{N} = 1$  теорию на мировом объеме. Кроме того, к обычным  $D3$ -бранам добавляются  $M$  дробных  $D3$ -бран –  $D5$ -бран, намотанных двумя измерениями на  $S^2$ . Дробные браны делают теорию неконформной. Калибровочной теорией на  $D$ -бранах в такой конфигурации является  $SU(N+M) \times SU(N)$  теория  $\mathcal{N} = 1$  Янга-Миллса с двумя киральными суперполями  $A_i$ ,  $B_i$  в  $(\overline{N+M}, N)$  и  $(N+M, \overline{N})$  представлениях калибровочной группы и супер势能ом

$$W = \lambda \epsilon^{ij} \epsilon^{kl} \text{Tr}(A_i A_j B_k B_l).$$

Как показало исследование дуальной теории, данная теория не лежит в одном классе эквивалентности с  $\mathcal{N} = 1$  калибровочной теорией Янга-Миллса, как изначально предполагали Клебанов и Штрасслер, однако она обладает многими схожими свойствами и заслуживает подробного изучения как суперсимметричный аналог КХД.

## Цель работы

Целью диссертации является:

квазиклассическое исследование поведения спектра БПС состояний, отвечающих безмассовому кварку, на пространстве параметров в  $\mathcal{N} = 2$  теории

Янга-Миллса с калибровочной группой  $SU(2)$  и одним гипермультиплетом материи;

вычисление электрического заряда БПС состояния в этой теории;

изучение неабелевых теорий, возникающих на различных геометрических конфигураций  $D$ -бран;

применение голографического принципа для изучения  $\mathcal{N} = 1$  калибровочной теории, возникающей на конфигурации из  $D3$ -бран на вершине шестимерного конуса в модели Клебанова-Штрасслера (КШ).

## Научная новизна

Исследовано поведение БПС состояния при движении вокруг сингулярности на пространстве модулей на уровне классических уравнений.

Дано качественное объяснение явления «распада» БПС состояния при помощи классических объектов, таких как связанное состояния кварка и монополя.

Найдено явное решение, описывающее массивную фермионную частицу в поле монополя ‘т Хоофта-Полякова.

Получена квазиклассическая формула для электрического заряда БПС состояния.

Изучен спектр дифференциальных операторов на сингулярных алгебраических многообразиях, аналогичным интересным конфигурациям  $D$ -бран в теории струн.

Найден спектр возбуждений в модели КШ и на барионной ветви, дуальных оператору энергии-импульса  $T^{\mu\nu}$  в калибровочной теории поля. Показано, что эти возбуждения описываются простым уравнением Клейна-Гордона.

Найдено уравнение, описывающее векторную частицу в модели КШ, для которой дуальным оператором является  $J_\mu^\perp$  – поперечная компонента  $U(1)_{\mathcal{R}}$  тока.

## Практическая и научная ценность

Найдено качественное объяснение явления «распада» БПС состояний в  $\mathcal{N} = 2$   $SU(2)$  теории Янга-Миллса с материей. Свойства монодромий тео-

рии на пространстве модулей интерпретируются в терминах классических частиц и полей.

Предложена формула для электрического заряда, явно отражающая свойства голоморфности теории.

Построена общая процедура нахождения кольца дифференциальных операторов на алгебраически нетривиальных многообразиях.

В модели Клебанова-Штрасслера и ее однопараметрическом обобщении изучено устройство спектра гравитона – бесследового поперечного возбуждения метрики, которое является дуальным оператору тензора энергии-импульса в теории поля.

Показано, что спектр векторной частицы, дуальной сохраняющейся части оператора  $U(1)_{\mathcal{R}}$  тока, совпадает со спектром гравитона. Это позволяет объединить операторы  $T^{\mu\nu}$  и  $J_\mu^\perp$  в один супермультиплет в эффективной низкоэнергетической теории поля.

## **Апробация диссертации и публикации**

Основные результаты диссертации неоднократно докладывались на теоретических семинарах ИТЭФ, на семинаре отделения теоретической физики университета Уппсалы (Uppsala, Sweden, 2002), а также международных школах и конференциях «Ломоносов 2002» (Москва 2002), «Progress in String, Field, and Particle Theory» (Cargèse, France, 2002), «XXXI ITEP Winter School of Physics», (Москва 2003), «XV летняя школа-семинар Волга 2003» (Казань, 2003), «Cargèse Summer School», (Cargèse, France, 2006).

По теме диссертации опубликовано 5 работ.

## **Структура и объем диссертации**

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и приложения. Список литературы содержит около 100 наименований. Общий объем диссертации составляет 110 страниц.

# Краткое содержание диссертации

**Введение** обосновывает актуальность решаемых в работе задач, а также содержит обзор литературы и современных методов, используемых в решении.

**Вторая глава** посвящена изучению математического аспекта появления неабелевых степеней свободы на мировом объеме  $D$ -бран. В этой главе строятся кольца дифференциальных операторов на различных многообразиях, соответствующих конфигурациям  $D$ -бран в бозонном секторе теории открытых струн. Результаты математического метода сравниваются с физическим результатами, известными из теории  $D$ -бран. В этой части развивается и применяется предложенная в работе Меркулова процедура деформационного квантования аффинных многообразий.

Результат Меркулова легко обобщается на случай  $n$  совпадающих гиперплоскостей в  $\mathbb{R}^{N+1}$ , квантование которых приводит к тензорному произведению алгебры матриц  $\text{Mat}(n)$  и  $N$  копий гейзенберговской алгебры, ответственных за направления вдоль гиперплоскостей. Этот результат в точности аналогичен возникновению неабелевых степеней свободы в эффективной теории на стопке из  $n$  совпадающих  $D$ -бран.

Квантование удобно осуществлять, используя методы алгебраической геометрии, поэтому описание кольца дифференциальных операторов на подмногообразии осуществляется построением явной конструкции для произвольной резольвенты кольца функций на подмногообразии. В соответствии с предложенной связью с геометрией  $D$ -бран, свойства кольца дифференциальных операторов должны включать ненарушенную калибровочную симметрию в секторе открытых струн.

После описания общего подхода к построению кольца дифференциальных операторов изучаются интересные примеры алгебраических многообразий. В случае пересекающихся стопок из совпадающих  $n$  и  $m$  бран результат включает две подалгебры, отвечающие неабелевым степеням свободы, живущим на мировых объемах каждой из стопок в отдельности, а также нелокальные операторы, описывающие массивные состояния струн, натянутым

между различными стопками. Этот результат можно представить в виде:

$$\begin{pmatrix} \text{Mat}(m) & \Psi \\ \Psi & \text{Mat}(n) \end{pmatrix}.$$

Здесь  $\text{Mat}(m)$  и  $\text{Mat}(n)$  – матричные алгебры, отвечающие каждой из стопок, а  $\Psi$  – струнам, натянутым между стопками. Структура полной алгебры дифференциальных операторов наиболее очевидна в терминах последовательности Майера-Вьеториса.

Для точек на сингулярной кривой («клюв»), квантовая алгебра ведет себя так, как если бы сингулярность была разрешена («раздута»). Пример точек на орбифолде  $\mathbb{C}^2/\mathbb{Z}_m$  в точности воспроизводит предсказания теории струн: при приближении к сингулярной точке размерность алгебры увеличивается в  $m^2$  раз, что как раз и соответствует разрешению.

**В третьей главе** изучаются свойства БПС состояний в  $\mathcal{N} = 2$  суперсимметричной  $SU(2)$  теории Янга-Миллса с материей. Изучается явление «распада» БПС состояния, описанное в работе Зайберга и Виттена с точки зрения монодромий сечения  $SL(2, \mathbb{Z})$  расслоения, а именно изменение фермионного числа связанного кварк-монопольного состояния при обходе вокруг сингулярности на пространстве модулей, отвечающей безмассовому кварку. Данное явление изучается в квазиклассическом режиме. Решается массивное уравнение Дирака для фермиона в поле монополя ‘т Хоофта-Полякова:

$$i\gamma^\mu D_\mu \Psi - (\hat{m} + \sqrt{2}\hat{\phi})\Psi = 0,$$

где  $\hat{m} + \sqrt{2}\hat{\phi} = \Re(m + \sqrt{2}\phi) + i\gamma^5 \Im m(m + \sqrt{2}\phi)$ . Для решения этого уравнения, с помощью  $U(1)_R$  преобразования вводится комплексная масса:

$$\Im m(M) = -m \frac{\Im m(\phi)}{|\phi|}, \quad m \equiv \Re(M).$$

Таким образом достигается вещественность скалярного поля. Для БПС монополя решение этого уравнения находится явно через гипергеометрические функции. Спектр дискретного решения уравнения Дирака на пространстве модулей описывается формулой  $E = \Im m(M)$ .

В соответствии с предложением Зайберга и Виттена при обходе вокруг сингулярности на пространстве модулей происходит распад связанного со-

стояния. В работе показывается, что решения из непрерывного спектра обладают спектром, который можно описать формулой  $E = |M - a/2|$ , где  $a$  – параметр пространства модулей. Изучение обхода вокруг сингулярности, которая как раз находится в точке  $a = 2m$  приводит к выводу, что формула для спектра дискретного уровня запрещает возвращаться в исходное состояние по энергии при полном обходе сингулярности.

Во второй главе также вычисляется квазиклассическая формула для электрического заряда БПС состояния. Для этого производится вычисление вакуумного среднего оператора плотности электрического тока

$$J_0^a = \langle 0 | \bar{\psi} \gamma_0 T^a \psi | 0 \rangle.$$

Стандартный аргумент показывает, что электрический заряд равен интегралу  $\int d^3x J_0 \phi$ , который дает следующее значение заряда:

$$Q = \frac{1}{2} \frac{m}{a} \left( \operatorname{arctg} \frac{m-a}{\mu} + \operatorname{arctg} \frac{m+a}{\mu} \right) + \frac{1}{4\pi} \frac{\mu}{a} \ln \frac{(m-a)^2 + \mu^2}{(m+a)^2 + \mu^2},$$

где  $\mu = \Im m(M)$ , а параметр полагается вещественным. Поскольку заряды  $\mathcal{N} = 2$  теории должны отражать свойства голоморфности, предлагается обобщение этой формулы с комплексным  $a$  в духе результата Феррари для глобального заряда  $S$ :

$$Q = \frac{1}{2\pi} \Im m \left\{ \frac{m}{a} \ln \frac{m-a}{m+a} \right\}.$$

**В четвертой главе** изучается спектр глюболов – возбуждений над классическим решением уравнений супергравитации, описывающих  $D3$ -бранны в вершине деформированного конифолда. Согласно голографическому принципу эти возбуждения дуальны операторам в калибровочной теории поля на  $D3$ -бранных. Рассматривается геометрия, предложенная в работе Клебанова и Штрасслера (КШ).

Изучается спектр скаляра, минимально взаимодействующего с гравитацией, который удовлетворяет простому уравнению Клейна-Гордона. Показывается, что такому скалярному уравнению удовлетворяет гравитон – бесследовое возбуждение метрики, который является дуальным к оператору тензора энергии-импульса  $T^{\mu\nu}$ .

В случае решения КШ уравнение минимального скаляра принимает вид:

$$\ddot{\varphi} + \frac{8}{3} \frac{\sinh^2 \tau}{\sinh 2\tau - 2\tau} \dot{\varphi} + \frac{m^2}{6} \frac{h(\tau) \sinh^2 \tau}{(\sinh 2\tau - 2\tau)^{2/3}} \varphi = 0,$$

где  $\tau$  – радиальная координата на конифолде, а  $h$  – функция, заданная интегралом. Спектр этого уравнения находится численно методом ВКБ и методом множественной пристрелки. Спектр масс аппроксимируется линейной формулой

$$m \simeq C(n+1),$$

что является типичным для собственных значений на конусе.

Вычисления повторяются для обобщения решения КШ – однопараметрического семейства решений, известного в литературе как барионная ветвь. Строится линеаризованное уравнение Эйнштейна и демонстрируется совпадение спектров гравитона и минимального скаляра. Спектр масс определяется как функция параметра семейства решений.

Далее изучается система линеаризованных уравнений, описывающих возмущение спина 1, дуальное поперечной части  $U(1)_R$  тока:  $\partial^\mu J_\mu^\perp = 0$ . Показывается, что в случае решения КШ система замыкается, так что векторное поле описывается уравнением

$$d(e^{3p+x} *_5 dA) + e^{-2x} (2 - e^{6p} K) e^{-3p-x/2} *_5 A = 0,$$

где  $A$  – 1-форма, описывающая четырехмерное поперечное векторное возбуждение, а  $p$ ,  $x$  и  $K$  – известные функции  $\tau$ .

Показывается, что спектр легчайших возбуждений векторной частицы совпадает со спектром гравитона. Совпадение двух спектров означает, что дуальные этим возбуждениям операторы являются членами одного и того же  $\mathcal{N} = 1$  супермультиплета в теории поля.

**В заключении** содержатся общие выводы и перечисление результатов данной работы.

**В приложении** дается доказательство некоторых утверждений и формул из второй главы, рассматриваются дополнительные примеры. Также приводится линеаризованная система уравнений супергравитации, которая изучается в четвертой главе.

# Основные результаты диссертации

Предложен общий метод построения кольца дифференциальных операторов на подмногообразии аффинного многообразия, задаваемом алгебраическим уравнением, применимый в том числе и к сингулярным многообразиям.

Найдены алгебры дифференциальных операторов для многообразий, соответствующих интересным геометрическим конфигурациям  $D$ -бран, таких как стопки пересекающихся гиперплоскостей, мембран с орбиболдной сингулярностью и сингулярностью типа «ключ». В первом случае алгебра faktorизуется на произведение двух подалгебр, отвечающих безмассовым состояниям на мировом объеме каждой из стопок и подалгебру, отвечающую степеням свободы массивных струн, натянутых между стопками. В сингулярном случае показано, что разрешение сингулярности естественным образом реализуется в соответствующей алгебре операторов.

Построено решение массивного уравнения Дирака в поле монополя 'т Хофта-Полякова в  $\mathcal{N} = 2$  теории Янга-Миллса с калибровочной группой  $SU(2)$  и одним гипермультиплетом материи. Свойства решения использованы для объяснения поведения спектра БПС состояний при обходе сингулярности в пространстве модулей теории. Явление «распада» связанного БПС состояния объясняется в терминах классических объектов, таких как связанное состояние частицы со спином  $1/2$  и монополя 'т Хофта-Полякова.

Явно вычислен электрический заряд БПС состояния, отвечающего массивному кварку в поле монополя 'т Хофта-Полякова. Ответ получен в квазиклассическом приближении. Предложена общая формула для электрического заряда, отвечающая свойством голоморфности и потому справедливая также и за рамками квазиклассики.

Найден спектр уравнения Клейна-Гордона на фоне супергравитационного решения Клебанова и Штрасслера, а также более общего, однопараметрического семейства решений (барионная ветвь). Показано, что данное уравнение описывает гравитон – бесследовое возмущение метрики.

В модели КШ найдено векторное уравнение, описывающее возбуждение спина 1, дуальное поперечной части оператора  $U(1)_{\mathcal{R}}$  тока  $J_{\mu}^{\perp}$ . Показано, что спектр низших собственных значений массы для векторной частицы совпа-

дает со спектром гравитона. Сделан вывод о том, что операторы  $T^{\mu\nu}$  и  $J_\mu^\perp$  объединяются в один супермультиплет в дуальной калибровочной теории.

## Основные публикации автора по теме диссертации

- [1] А.Я.Дымарский, Д.Г.Мельников  
«О спектре глюболов в модели Клебанова-Штрасслера»// *Письма в ЖЭТФ* – 2006. – т.84. – вып.7. – стр.440-444.
- [2] A.Dymarsky, D.Melnikov  
«Comments on BPS Bound State Decay»// *Phys.Rev. D* – 2004. – v69. – p125001-125009.
- [3] A.Dymarsky, D.Melnikov  
«S-Charge Monodromy Mechanism in N=2 SYM from Semiclassical Point of View»// *Proceedings of The Cargese Summer School*, Cargese ASI, France 2002.
- [4] D. Melnikov, A. Solovyov  
«On quantization of singular varieties and applications to D-branes»// *JHEP* – 2002. – v0204. – p045-062.
- [5] Д.Г.Мельников, А.В.Соловьев  
«Квантование сингулярных многообразий. Связь с D-бранами»// *Сборник тезисов Международной конференции Ломоносов 2002*, Москва 2002.

---

Подписано к печати 09.11.06

Усл.печ.л. 0,9 Уч.-изд.л. 0,6

Формат 60 × 90

Тираж 100

1/16

Заказ 512

---

Отпечатано в ИТЭФ, 117218 Москва, Б.Черемушкинская, 25