



Московский государственный университет
имени М.В. Ломоносова

Физический факультет



ДВИ по физике с решениями задач **2015-2025**



ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫЕ
КУРСЫ



[phys.msu.ru/
podgotovitelnye-
kursy.php](https://phys.msu.ru/podgotovitelnye-kursy.php)

ФИЗФАК —
АБИТУРИЕНТАМ:



t.me/open_ff

ПОРТАЛ
ОТКРЫТЫЙ ФИЗФАК:



open.phys.msu.ru

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

ФИЗИКА
ЗАДАЧИ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ
2015–2025 гг.
(с ответами и решениями)

Москва
Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова
2026

УДК 53(075.3)

ББК 22.3я729

Ф50

Коллектив авторов:

*Власова И.М., Журавлев А.В., Зотеев А.В., Иванов В.Ю., Иванова И.Б.,
Лукашева Е.В., Мартышов М.Н., Никанорова Е.А., Плотников Г.С.,
Поляков О.П., Поляков П.А., Стрыгин С.Е., Чесноков С.С., Чистякова Н.И.,
Шалыгина О.А., Шевцов В.С., Шулейко Д.В.*

Физика. Задачи вступительных испытаний 2015–2025 гг. (с ответами и решениями) / Под ред. С.Н. Балыбина – М.: Физический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова – 2026. – 96 с.

ISBN 978-5-

Сборник содержит задачи дополнительных вступительных испытаний по физике, проводившихся на физическом факультете МГУ им. М.В. Ломоносова в 2015 – 2025 гг. Приводятся подробные решения, обоснования применимости используемых законов и допущений, а также анализ полученных ответов.

Для учащихся старших классов, абитуриентов, учителей и преподавателей, ведущих занятия по физике со школьниками.

УДК 53(075.3)

ББК 22.3я729

Подписано в печать 03.06.2026 г.

Формат 60х90/16. Объем 6 п.л. Тираж 1000 экз.

ISBN 978-5-

© Авторский коллектив, 2026

©

ОГЛАВЛЕНИЕ

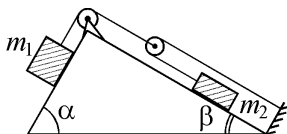
УСЛОВИЯ ЗАДАЧ.....	4
I. Механика.....	4
II. Молекулярная физика и термодинамика	14
III. Электродинамика.....	23
IV. Оптика	31
ОТВЕТЫ.....	36
РЕШЕНИЯ	44
I. Механика.....	44
II. Молекулярная физика и термодинамика	60
III. Электродинамика.....	75
IV. Оптика	89

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ

I. МЕХАНИКА

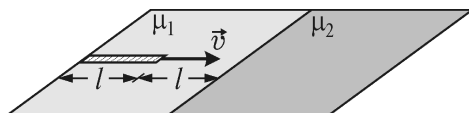
2015 год

15.I.1. На гранях закрепленной призмы находятся два груза массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 1$ кг, соединенные друг с другом и неподвижной опорой невесомыми и нерастяжимыми нитями через систему невесомых блоков (см. рисунок). Правая грань призмы гладкая, левая – шероховатая с коэффициентом трения $\mu = 0,6$. Определите модуль ускорения левого груза a_1 . Углы при основании призмы $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 30^\circ$. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с².



15.I.2. На горизонтальной поверхности стола лежит доска массой $M = 0,5$ кг, а на доске сидит лягушка массой $m = 50$ г. В некоторый момент времени лягушка совершает прыжок, отталкиваясь от доски, и приобретает скорость $v = 1$ м/с, направленную под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту. Считая, что длительность толчка лягушки о доску равна $\tau = 0,1$ с, а сила, действующая на лягушку во время толчка, практически постоянна, определите, при каких значениях коэффициента трения μ доски о стол, доска в момент толчка будет оставаться неподвижной. Модуль ускорения свободного падения примите равным $g = 10$ м/с².

15.I.3. По горизонтальному столу скользит слева направо тонкая однородная линейка длиной $l = 20$ см. По-



верхность стола состоит из двух панелей, обработанных с различным качеством. Коэффициент трения между линейкой и левой панелью равен μ_1 , а между линейкой и правой панелью – μ_2 (см. рисунок). В тот момент, когда расстояние от правого конца линейки

до линии соприкосновения (стыка) панелей равно l , модуль скорости линейки $v = 1$ м/с. При каком максимальном значении коэффициента трения $\mu_2 = \mu_{2\max}$ линейка может полностью попасть на правую панель, если коэффициент трения $\mu_1 = 0,05$, а вектор скорости линейки направлен перпендикулярно стыку панелей? Модуль ускорения свободного падения примите равным $g = 10$ м/с².

2016 год

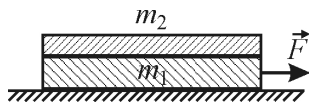
16.I.1. Снаряд массой $m = 16$ кг вылетел из пушки под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. В верхней точке траектории снаряд разорвался на две части, причем осколки снаряда упали на землю одновременно. Осколок массой $m_1 = 4$ кг упал почти на пушку, а другой осколок упал на землю на расстоянии $S = 8$ км от пушки. Пренебрегая сопротивлением воздуха и массой взрывчатого вещества в снаряде, найдите кинетическую энергию снаряда E_k в момент вылета из пушки. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с².

16.I.2. В маленьком бассейне с вертикальными стенками плавает игрушечный плот, на котором лежат одинаковые игрушки. На стенке бассейна нанесена шкала для измерения высоты уровня воды. Когда ребенок перенёс с плота на бортик бассейна одну игрушку, высота уровня воды изменилась на $\Delta h_1 = 6$ см. Он хотел перенести туда же и вторую игрушку, но уронил ее, и игрушка упала на дно. Высота уровня воды после этого изменилась еще на $\Delta h_2 = 1$ см. Во сколько раз n плотность материала игрушки больше, чем плотность воды?

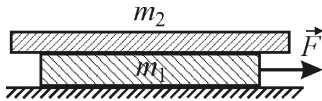
16.I.3. Брусок массой $M = 100$ г, прикрепленный посредством пружины к неподвижной стенке, совершает гармонические колебания на гладком столе с амплитудой $A_0 = 5$ см. В момент прохождения бруском положения равновесия на него падает вертикально кусок пластилина массой $m = 56,25$ г и сразу прилипает к бруску. Определите установившуюся амплитуду A_1 колебаний бруска с прилипшим к нему пластилином.

2017 год

17.1.1. На гладкой горизонтальной поверхности лежит брус массой $m_1 = 2$ кг и длиной $l = 1$ м (рисунок). Сверху на брус положили однородную доску такой же длины, масса которой $m_2 = 1$ кг. Через время $t_0 = 1$ с после того, как за привязанную к брусу веревку начали тянуть в горизонтальном направлении с силой $F = 8$ Н, левый конец доски стал опускаться вниз. Определите коэффициент трения μ между доской и бруском. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с².

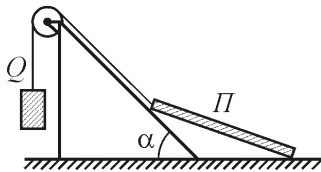


17.1.2. Брус массой $m_1 = 6$ кг лежит на гладкой горизонтальной поверхности (см. рисунок). Сверху на брус симметрично относительно него положили однородную доску массой $m_2 = 4$ кг. Через время $t_0 = 2$ с после того, как за веревку, привязанную к брусу, начали тянуть в горизонтальном направлении с силой $F = 36$ Н, левый конец доски стал опускаться вниз. Определите длину бруса l , если коэффициент трения между доской и бруском $\mu = 0,3$. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с².

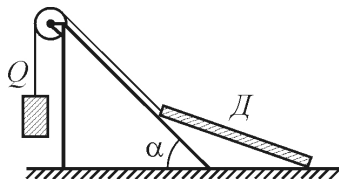


17.1.3. По гладкому горизонтальному льду замёрзшего озера скользит доска массой $M = 20$ кг со скоростью, модуль которой равен $u_0 = 2$ м/с. Скорость доски параллельна её длинной стороне. В некоторый момент времени стоящий на льду человек аккуратно опустил на эту доску брусок массой $m = 1$ кг так, чтобы его центр масс оказался на прямой, проходящей через центр масс доски параллельно её длинной стороне. Определите коэффициент трения μ бруска о доску, если брусок перестал скользить по доске, переместившись относительно нее на расстояние $l = 95$ см. Считайте, что модуль ускорения свободного падения $g = 10$ м/с². Ответ округлите до двух знаков после запятой.

17.1.4. Тонкая однородная пластина Π опирается одним ребром на гладкую горизонтальную поверхность, а другим – на шероховатую наклонную плоскость, образующую с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$ (см. рисунок). Модуль действующей на пластину силы тяжести $P = 10$ Н. К середине верхнего ребра пластины прикреплена гладкая невесомая нить, переброшенная через блок. На другом конце нити подвешен груз Q . Отрезок нити между пластиной Π и блоком параллелен наклонной плоскости, а между грузом Q и блоком – вертикален. Определите вес груза Q , при котором рассмотренная система будет находиться в равновесии, если коэффициент трения пластины о наклонную плоскость равен $\mu = 0,2$. Числовой ответ округлите до двух значащих цифр.

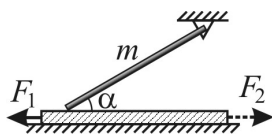


17.1.5. Тонкая однородная дощечка D опирается одним ребром на гладкую горизонтальную поверхность, а другим – на шероховатую наклонную плоскость, образующую с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$ (см. рисунок). Модуль действующей на дощечку силы тяжести $P = 10$ Н. К середине верхнего ребра дощечки прикреплена гладкая невесомая нить, переброшенная через блок. На другом конце нити подвешен груз Q . Отрезок нити между дощечкой D и блоком параллелен наклонной плоскости, а между грузом Q и блоком – вертикален. Определите коэффициент трения μ дощечки о наклонную плоскость, зная, что равновесие системы нарушается, если вес груза Q превышает 5 Н. Числовой ответ округлите до двух значащих цифр.



2018 год

18.1.1. Тяжелый однородный тонкий стержень, одним концом шарнирно прикрепленный к неподвижной опоре, другим концом опирается на доску, лежащую на гладком горизонтальном столе, причем угол между доской и стержнем $\alpha = 30^\circ$ (см. рисунок). Если к доске приложить горизонтальную

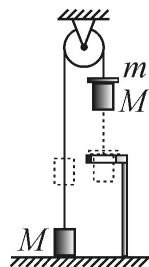


силу, по модулю равную $F_1 = 1$ Н и направленную вдоль доски влево, она будет двигаться в ту же сторону с постоянной скоростью. С какой по модулю силой F_2 можно привести доску в равномерное движение в противоположном направлении? Коэффициент трения между стержнем и доской $\mu = 0,3$. Трением доски о поверхность стола можно пренебречь.

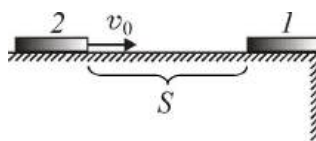
18.I.2. Трасса для соревнований по бобслею имеет перепад высот от старта до финиша $h = 107$ м. На стартовом горизонтальном участке («полоса разгона») спортсмены разогнали боб до скорости $u_0 = 6$ м/с, с которой пересекли линию старта. В конце спуска по ледяному жёлобу сразу после финиша спортсмены используют специальное тормозное устройство для гашения скорости боба на горизонтальной поверхности. Тормозной путь боба составил при этом $s = 42$ м. Считая, что коэффициент трения увеличивается на этом участке пропорционально расстоянию x от линии финиша: $\mu(x) = \alpha \cdot x$ ($\alpha = 0,1 \text{ м}^{-1}$), определите, какая часть η всей механической энергии боба была потеряна за счёт сил трения на участке трассы от конца полосы разгона до финиша. Ускорение свободного падения считайте равным $g = 10 \text{ м/с}^2$.

2019 год

19.I.1. Два одинаковых груза массами $M = 1$ кг каждый соединены между собой легкой нерастяжимой нитью, переброшенной через невесомый блок, причем правый груз находится выше левого. На правый груз осторожно положили перегрузок в виде диска с прорезью, выступающего за края груза, после чего система грузов пришла в движение. Переместившись вниз на некоторое расстояние, правый груз встретил ограничитель в виде горизонтально закрепленного кольца, сквозь которое груз прошел беспрепятственно, а перегрузок был удержан кольцом. На какую величину ΔT изменится сила натяжения нити после прохождения правым грузом кольца ограничителя, если масса перегрузка $m = 250$ г? Ускорение свободного падения примите равным $g = 10 \text{ м/с}^2$.



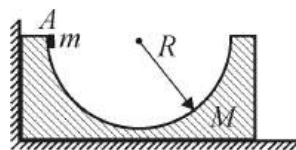
19.1.2. На краю стола лежит шайба 1 радиуса $R = 10$ см. Такая же шайба 2 находится на расстоянии $S = 15$ см от первой шайбы (см. рисунок). Какую



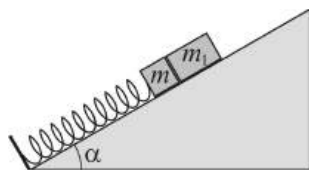
минимальную скорость v_0 надо ударом сообщить второй шайбе в направлении первой, чтобы та упала со стола? Коэффициент трения шайб о поверхность стола равен $\mu = 0,2$. Соударение шайб считайте центральным и абсолютно упругим. Центры шайб расположены на одном перпендикуляре к краю стола. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с².

2020 год

20.1.1. На гладкой горизонтальной поверхности вплотную к вертикальной стенке стоит брусок массой $M = 0,8$ кг, в котором сделано гладкое углубление полусферической формы радиусом $R = 0,2$ м (см. рисунок). Из точки A из состояния покоя начинает соскальзывать маленькая шайба массой $m = 0,2$ кг. Найдите максимальную высоту h относительно нижней точки полусферы, на которую поднимется шайба при ее последующем движении.



20.1.2. На гладкой наклонной плоскости, лежат два бруска массами $m = 100$ г и $m_1 = 3m$. Нижний брусок прикреплен к одному из концов лёгкой пружины, другой конец которой приделан к неподвижной опоре (см. рисунок). Определите



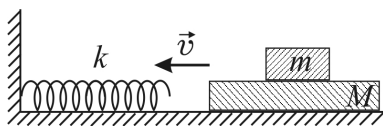
максимальное расстояние $x_{\max}$, на которое можно сместить бруски вниз по наклонной плоскости, для того чтобы после того, как их отпустят из состояния покоя, в процессе движения верхний брусок не отрывался от нижнего. Наклонная плоскость образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Жёсткость пружины $k = 200$ Н/м. Модуль ускорения свободного падения считайте равным $g = 10$ м/с².

2021 год

21.1.1. На гладкой горизонтальной поверхности лежат две одинаковые шайбы, связанные лёгкой нерастяжимой слегка натянутой нитью. Тонкий брусок, масса которого в $k = 2$ раза превышает массу каждой из шайб, движется поступательно со скоростью $u_0 = 2$ м/с перпендикулярно нити и ударяет точно в ее середину (см. рисунок). Считая размер шайб пренебрежимо малым по сравнению с длиной нити, определите модуль u скорости каждой шайбы относительно бруска в момент удара шайб о брусок.

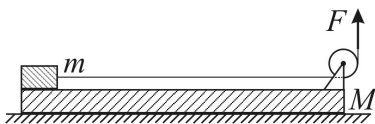


21.1.2. По гладкой горизонтальной плоскости со скоростью $v = 1$ м/с скользит доска массой $M = 20$ кг, на которой лежит брусок. Доска вступает в соприкосновение с горизонтально расположенной лёгкой пружиной жёсткостью $k = 100$ Н/м, один конец которой прикреплён к стене (см. рисунок). Коэффициент трения между бруском и доской равен $\mu = 0,2$. Центры масс бруска и доски лежат в одной вертикальной плоскости с осью пружины. Скорость доски параллельна оси пружины. При какой массе бруска m он не сдвинется с доски в дальнейшем? Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с². Считайте, что пружина при взаимодействии с доской сжимается не полностью.



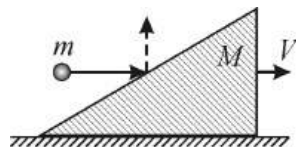
2022 год

22.1.1. На гладком горизонтальном столе лежит доска, на одном из краёв которой находится небольшой брусок, а на другом – небольшой блок. К бруску прикреплена невесомая нерастяжимая гладкая нить, перекинутая через блок. Нить начинают тянуть вертикально вверх с силой $F = 50$ Н. Чему равна длина доски L , если брусок доезжает до



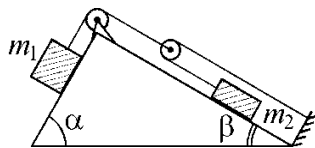
блока за время $t = 0,5$ с. Масса доски равна $M = 10$ кг, бруска $m = 5$ кг, коэффициент трения между бруском и доской равен $\mu = 0,6$. Модуль ускорения свободного падения считайте равным $g = 10$ м/с².

22.1.2. Гладкий клин массой $M = 1$ кг покоится на горизонтальном столе. В наклонную поверхность клина попадает маленький шарик массой $m = 100$ г, летящий горизонтально, и после абсолютно упругого удара о поверхность клина отскакивает вертикально вверх. На какую высоту h поднимется шарик относительно точки удара, если после удара клин приобретает скорость $V = 1$ м/с? Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с².



2023 год

23.1.1. На гранях закрепленной призмы находятся два тела массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 1$ кг, соединенные друг с другом и неподвижной опорой невесомыми и нерастяжимыми нитями через систему невесомых блоков (см. рисунок). При этом ускорение левого тела направлено вдоль наклонной плоскости вниз, а правого тела – вдоль наклонной плоскости вверх. Правая грань призмы гладкая, левая – шероховатая с коэффициентом трения $\mu = 0,6$. Определите модуль ускорения левого груза a_1 . Углы при основании призмы $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 30^\circ$. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с².



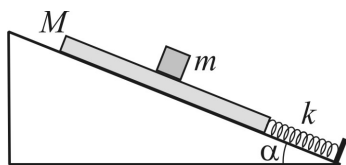
23.1.2. Два маленьких упругих шарика одинаковой массой подвешены на невесомых нерастяжимых нитях, прикрепленных к массивным штативам так, что шарики соприкасаются при вертикальном положении нитей, а прямая, соединяющая их центры, горизон-

тальна. Длины нитей отличаются в два раза. Нити отклонили в одной плоскости в разные стороны до горизонтального положения, а затем шарики отпустили без толчка с такой задержкой во времени, что они столкнулись в нижней точке их траекторий. Определите отношение n модуля натяжения длинной нити сразу после столкновения шариков к модулю натяжения этой нити непосредственно перед столкновением.

2024 год

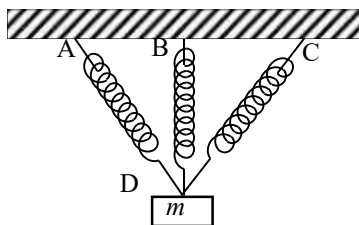
24.I.1. Шайба, скользящая по гладкой горизонтальной поверхности, попадает на шероховатую наклонную плоскость, которая составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом. Шайба проходит вверх по наклонной плоскости расстояние $l = 12$ м за время $\tau = 2$ с, после чего останавливается и соскальзывает вниз. Определите скорость шайбы V_1 после того как она снова окажется на горизонтальной поверхности. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с². Ответ выразите в м/с и округлите до целых.

24.I.2. Гладкая наклонная плоскость образует угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом. На плоскости лежит доска массой $M = 800$ г, нижний конец которой упирается торцом в лёгкую пружину жесткостью $k = 10$ Н/м, закреплённую у основания наклонной плоскости (см. рисунок). На доске находится кубик массой $m = 200$ г. Доску плавно смещают вниз вдоль наклонной плоскости, сжимая пружину, и отпускают с нулевой начальной скоростью. Найдите максимальное смещение доски, при котором кубик не будет скользить по доске во время возникших в системе колебаний. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с². Коэффициент трения между доской и кубиком $\mu = 0,75$.

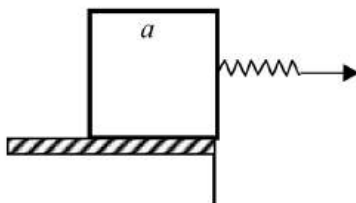


2025 год

25.I.1. Три одинаковые невесомые пружины прикреплены в точках А, В и С к горизонтальной плоскости, как показано на рисунке. В точке D к ним подвешен груз массой m . Длины отрезков АВ и ВС равны длине недеформированных пружин. Углы, которые пружины AD и CD составляют с вертикалью, равны $\alpha = 30^\circ$. Определите модуль ускорения груза сразу после внезапного разрыва пружины CD. Модуль ускорения свободного падения примите равным $g = 9,8 \text{ м/с}^2$.



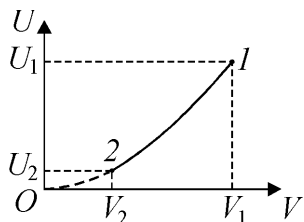
25.I.2. Деревянный кубик лежит на краю горизонтальной поверхности стола. Одно из нижних рёбер кубика совпадает с границей стола. Масса кубика $m = 0,8 \text{ кг}$, а длина его ребра $a = 0,1 \text{ м}$. К середине крайней грани кубика прикреплена пружина (см. рис.). Какую минимальную работу надо совершить, чтобы уронить кубик со стола, потянув пружину в горизонтальном направлении? Коэффициент трения между кубиком и столом $\mu = 0,5$. Известно, что подвешенный на данной пружине кубик удлиняет её на величину $x_0 = 5 \text{ см}$. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10 \text{ м/с}^2$. Ответ выразите в Дж, округлив до сотых долей.



II. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

2015 год

15.II.1. Какую работу A надо совершить для сжатия некоторого количества идеального одноатомного газа в $k = 3$ раза, если внутренняя энергия газа U меняется при этом так, как показано на рисунке? Участок $1 - 2$ – отрезок параболы с вершиной в начале координат. Исходное значение внутренней энергии газа равно $U_1 = 135$ кДж.



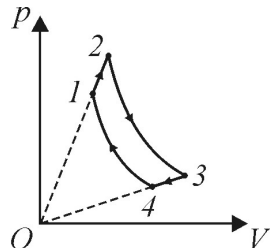
15.II.2. В цилиндре под поршнем при температуре 20°C находятся воздух, водяные пары и вода. Число молей воздуха равно числу молей пара, а масса воды в три раза больше массы пара. Объем смеси медленно увеличивают при постоянной температуре до тех пор, пока относительная влажность воздуха не уменьшится до 50%. Определите конечное давление влажного воздуха p , если давление насыщенного пара при 20°C равно $p_{\text{нас}} = 2,33$ кПа.

15.II.3. Герметично закрытый сосуд объемом $V = 2$ л находится при температуре $t_1 = 36^\circ\text{C}$. При этом половину сосуда занимает вода, а другую половину – насыщенный водяной пар. На какую величину ΔN увеличится число молекул водяного пара в сосуде при его нагревании до температуры $t_0 = 100^\circ\text{C}$? Давление насыщенного водяного пара при температуре 36°C составляет $p_{\text{нас}} = 5,9$ кПа. Нормальное атмосферное давление $p_0 = 100$ кПа. Изменением объема воды за счет изменения ее плотности и частичного испарения можно пренебречь. Постоянная Больцмана $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

2016 год

16.П.1. U-образную трубку постоянного сечения расположили вертикально, частично заполнили ртутью и отметили уровень ртути на ее стенках. Затем левое колено трубки герметично закрыли, а в открытое правое колено трубки долили некоторое количество ртути, в результате чего поверхность ртути в коленях сместилась от первоначального положения. Определите атмосферное давление p_0 , если отношение смещений уровней ртути в правом и левом коленях от первоначального положения равно $n = 4$, а высота воздушного столба в левом колене $L = 25$ см. Ответ дайте в миллиметрах ртутного столба. Температуру воздуха считайте постоянной.

16.П.2. Над идеальным газом проводится циклический процесс, состоящий из двух участков $1-2$, $3-4$, на которых давление пропорционально объему, и двух адиабат $2-3$, $4-1$ (см. рисунок). Известно, что изменение температуры газа на участке $1-2$ равно $\Delta T_1 = 20$ К, а модуль изменения температуры на участке $3-4$ равен $\Delta T_2 = 15$ К. Найдите коэффициент полезного действия цикла η .



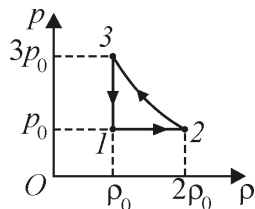
16.П.3. Горизонтально расположенный цилиндр, герметично закрытый с обоих торцов, разделён поршнем на две равные части, длина каждой из которых равна $l = 30$ см. В каждой части цилиндра находится вода и её пар при температуре $t = 100$ °С. При этом масса воды в каждой из частей в 5 раз меньше массы пара. Площадь поперечного сечения поршня равна $S = 20$ см², а его масса $M = 200$ г. На какое расстояние h сместится поршень через достаточно большой промежуток времени, если цилиндр поставить вертикально, а температуру содержимого цилиндра поддерживать постоянной? Трение между поршнем и стенками цилиндра считайте пренебрежимо малым, модуль ускорения свободного падения примите равным $g = 10$ м/с², а нормальное атмосферное давление – $p_0 = 10^5$ Па. Ответ приведите в миллиметрах, округлив до целых.

2017 год

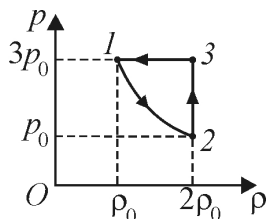
17.П.1. В закрытом с обоих торцов цилиндре при температуре 100°C находятся пары воды и гелий, отделённые друг от друга гладким тяжёлым поршнем. Когда ось цилиндра была горизонтальной, объёмы пара и гелия были равны друг другу, а давление водяного пара было в $n = 3$ раза меньше давления насыщенного пара воды при 100°C . После того, как цилиндр поставили вертикально, через достаточно большой промежуток времени половина пара сконденсировалась. Определите установившееся давление p гелия в вертикально расположенном цилиндре, если температура в обеих частях цилиндра всё время поддерживалась неизменной. Нормальное атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па.

17.П.2. Над одноатомным идеальным газом совершают процесс, в котором давление газа линейно уменьшается с ростом его объема. При этом отношение конечного объема газа к начальному $V_2/V_1 = m = 4$, а отношение конечного давления к начальному $p_2/p_1 = n = 1/2$. Найдите, во сколько раз k количество теплоты, полученное газом в этом процессе, больше изменения его внутренней энергии.

17.П.3. Идеальный одноатомный газ совершает в тепловом двигателе цикл $1-2-3-1$, в котором давление p газа изменяется с изменением его плотности ρ так, как показано на рисунке, причём график процесса $2-3$ представляет собой участок гиперболы, описываемой уравнением $p = b + k/\rho$. Определите КПД цикла η . Ответ приведите в процентах, округлив до одного знака после запятой.

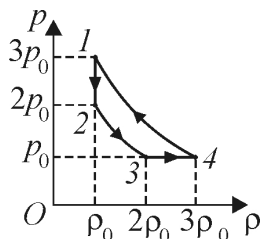


17.П.4. Идеальный одноатомный газ совершает в тепловом двигателе цикл $1-2-3-1$, в котором давление p газа изменяется с изменением его плотности ρ так, как показано на рисунке, причём график процесса $1-2$ пред-



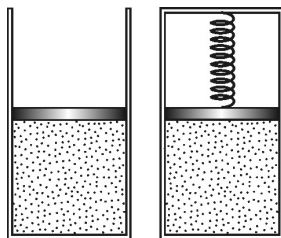
ставляет собой участок гиперболы, описываемой уравнением $p = b + k/\rho$. Определите коэффициент полезного действия (КПД) цикла η . Ответ приведите в процентах, округлив до одного знака после запятой.

17.П.5. Идеальный одноатомный газ совершает в тепловом двигателе цикл $1-2-3-4-1$, в котором давление p газа изменяется с изменением его плотности ρ так, как показано на рисунке, причём графики процессов $2-3$ и $4-1$ представляют собой участки гипербол. Определите коэффициент полезного действия (КПД) цикла η . Ответ приведите в процентах, округлив до одного знака после запятой.



2018 год

18.П.1. В двух достаточно высоких цилиндрических сосудах, расположенных вертикально, содержится по одному молу идеального одноатомного газа при одной и той же температуре. В левом сосуде, открытом сверху, газ сжат тяжелым поршнем и атмосферным давлением. В правом, герметично закрытом сосуде, газ находится под невесомым тонким поршнем, который удерживается в равновесии пружиной, помещенной между поршнем и крышкой сосуда. При этом длина недеформированной пружины равна высоте сосуда. В пространстве над поршнем создан вакуум. Оба сосуда нагревают до одной и той же конечной температуры. Найдите отношение n работы, совершенной газом в левом сосуде, к работе, совершенной газом в правом сосуде. Трением при перемещении поршней можно пренебречь.



18.П.2. Плотность влажного воздуха при температуре $t_0 = 27^\circ\text{C}$ и давлении $p_0 = 10^5$ Па равна $\rho = 1,15$ кг/м³. Чему равна относительная влажность ϕ этого воздуха, если плотность насыщенного водя-

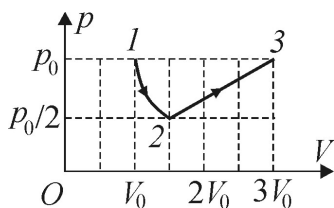
УСЛОВИЯ ЗАДАЧ

ного пара при температуре t_0 равна $\rho_0 = 25,8 \text{ г/м}^3$? Универсальная газовая постоянная $R = 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$, молярная масса сухого воздуха $M_1 = 29 \text{ г/моль}$, молярная масса воды $M_2 = 18 \text{ г/моль}$. Ответ приведите в процентах, округлив до целых.

2019 год

19.П.1. В два одинаковых цилиндрических сообщающихся сосуда, герметично закрытых крышками, налита жидкость плотностью $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$. Сверху над жидкостью находится идеальный газ. Расстояние между уровнем жидкости и крышками сосудов равно $h = 50 \text{ см}$. В начальном состоянии температура и давление газа в обоих сосудах были одинаковыми и соответственно равными $T_0 = 300 \text{ К}$ и $p_0 = 10^3 \text{ Па}$. Определите, до какой температуры T надо нагреть газ в правом сосуде, чтобы в левом сосуде жидкость поднялась на высоту $\Delta h = 1 \text{ см}$, если температуру газа в левом сосуде поддерживать равной T_0 . Давлением паров жидкости, тепловым расширением жидкости и сосудов можно пренебречь. Ускорение свободного падения считайте равным $g = 10 \text{ м/с}^2$.

19.П.2. Над некоторым количеством идеального одноатомного газа осуществляют процесс, представленный на графике, где участок $1 - 2$ – адиабатное расширение. Найдите отношение η работы, совершенной газом, к количеству теплоты, полученному газом от нагревателя.



2020 год

20.П.1. В вертикальном цилиндрическом сосуде под легким подвижным поршнем находится некоторое количество одноатомного идеального газа. В положении равновесия поршень удерживается в сосуде атмосферным давлением. При этом расстояние от поршня до дна сосуда равно $h_0 = 1 \text{ м}$. Поддерживая температуру газа постоянной, сверху на поршень медленно насыпают песок массой

$m = 1$ кг. Найдите количество теплоты Q , которое необходимо сообщить газу, чтобы вернуть поршень в первоначальное положение. Трение поршня о стенки сосуда считайте пренебрежимо малым, ускорение свободного примите равным $g = 10$ м/с².

20.II.2. В сосуде находится воздух с относительной влажностью $\varphi = 80\%$ при температуре $T = 373$ К. Объём сосуда $V = 10$ л. Воздух в сосуде изотермически сжимают, уменьшая его объём в два раза. Найдите массу m сконденсировавшейся при этом воды. Универсальную газовую постоянную примите равной $R = 8,3$ Дж/(К·моль), а нормальное атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па. Молярная масса воды $M = 18$ г/моль. Объёмом сконденсировавшейся воды можно пренебречь.

2021 год

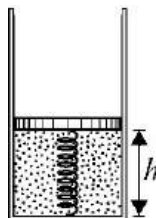
21.II.1. В сосуде объёмом $V = 3$ л находится насыщенный водяной пар при температуре $t = 100$ °С. До какого объёма V_1 нужно сжать пар при постоянной температуре, чтобы в сосуде образовалась вода массой $m = 1$ г? Нормальное атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па. Универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К). Молярная масса воды $M = 18$ г/моль. Ответ приведите в литрах.

21.II.2. В закрытом с обоих концов и откачанном цилиндрическом сосуде объёмом $V = 2$ л может свободно перемещаться невесомый тонкий поршень. В сосуд с одной стороны от поршня ввели $m_1 = 2$ г воды, а с другой стороны $m_2 = 1$ г азота. Какую часть x объёма цилиндра будет занимать азот при температуре $t = 100$ °С в обеих частях цилиндра? Молярные массы воды и азота равны соответственно $M_1 = 18$ г/моль и $M_2 = 28$ г/моль. Нормальное атмосферное давление примите равным $p_0 = 10^5$ Па. Универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К). Ответ приведите в процентах.

2022 год

22.П.1. Сосуд с газом, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда с длиной $l = 1$ м, двигают горизонтально с ускорением $a = 10 \text{ м/с}^2$, направленным вдоль длинной стороны. Найдите разность плотностей газа $\Delta \rho$ вблизи задней и передней стенок сосуда. Плотность газа в неподвижном сосуда $\rho_0 = 1,3 \text{ кг/м}^3$, его молярная масса $\mu = 0,029 \text{ кг/моль}$, температура $T = 273 \text{ К}$. Универсальную газовую постоянную примите равной $R = 8,3 \text{ Дж/(моль}\cdot\text{К)}$. Силой тяжести, действующей на молекулы газа, можно пренебречь.

22.П.2. Невесомый поршень соединен с дном цилиндрического сосуда пружиной жесткостью $k = 100 \text{ Н/м}$. В сосуде под поршнем находится идеальный одноатомный газ, а над поршнем – вакуум. В начальном состоянии расстояние между поршнем и дном сосуда составляет $h = 0,2$ м. Найдите количество теплоты ΔQ , которое нужно сообщить газу, чтобы расстояние между поршнем и дном сосуда удвоилось. Считайте, что пружина не деформирована при $h = 0$.



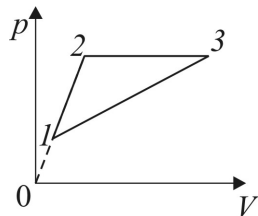
2023 год

23.П.1. С одноатомным идеальным газом проводят процесс, в котором внутренняя энергия газа пропорциональна квадрату объёма, который он занимает. Каково изменение ΔU внутренней энергии газа в таком процессе, если газу сообщили количество теплоты $Q = 20 \text{ Дж}$?

23.П.2. В гладком вертикальном цилиндре под невесомым поршнем находится влажный воздух. Давление в цилиндре равно $p_0 = 1 \text{ атм}$, а температура $t = 100^\circ\text{C}$. Объём цилиндра изотермически уменьшили в $n = 4$ раза. Определите давление в цилиндре после сжатия, если в начальном состоянии плотность сухого воздуха в $k = 3$ раза превышает плотность водяного пара. Молярная масса сухого воздуха равна $\mu = 29 \text{ г/моль}$, воды – $\mu_v = 18 \text{ г/моль}$.

2024 год

24.П.1. Идеальный одноатомный газ, взятый в количестве $\nu = 1$ моль, используется в качестве рабочего тела в цикле тепловой машины, pV -диаграмма которого изображена на рисунке. В процессе $1 - 2$ объём газа возрастает в $n = 2$ раза, а в процессе $2 - 3$ объём дополнительно возрастает ещё в $k = 3$ раза. Найдите коэффициент полезного действия (КПД) тепловой машины, работающей по указанному циклу.



24.П.2. С одноатомным идеальным газом проводят процесс, в котором внутренняя энергия газа пропорциональна квадрату объёма, который он занимает. Каково изменение ΔU внутренней энергии газа в таком процессе, если газу сообщили количество теплоты $Q = 20$ Дж?

2025 год

25.П.1. Увлекающийся физикой школьник налил в неглубокую тарелку воду массой $m = 40$ г, а затем сверху аккуратно поставил перевернутый вверх дном нагретый тонкостенный цилиндрический стакан. До какой температуры T_0 необходимо нагреть этот стакан, чтобы после остывания его до комнатной температуры $T = 300$ К в него втянулась вся вода, находящаяся в тарелке? Площадь сечения стакана равна $S = 10$ см², а высота стакана равна $h = 10$ см. Атмосферное давление равно $p_0 = 100$ кПа. Считать, что нагретый стакан и его содержимое имели одинаковую температуру, а объём воды в перевернутом вверх дном нагретом стакане изначально считать малым. Явлением испарения, поверхностным натяжением и расширением стенок стакана пренебречь.

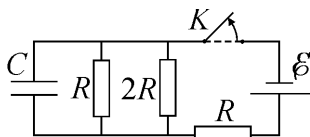
25.П.2. В вертикально стоящем открытом сверху цилиндрическом сосуде, заполненном воздухом, находятся в равновесии два тонких одинаковых тяжелых поршня. Давление между поршнями равно удвоенному нормальному атмосферному давлению p_0 . Расстояние между поршнями и расстояние от нижнего поршня до дна сосуда одинаковы и равны $l = 20$ см. В результате оказанного на верхний поршень давления он перемещается на место, где ранее находился нижний поршень. Определите, на каком расстоянии x от дна сосуда будет находиться нижний поршень? Температуру воздуха считать постоянной. Трением пренебречь.

III. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

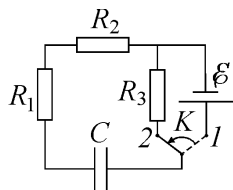
2015 год

15.III.1. Конденсатор емкостью $C_1 = 10$ мкФ зарядили от источника постоянного напряжения с ЭДС $\mathcal{E}$. Отключив конденсатор от источника, его соединили с незаряженным конденсатором емкостью $C_2 = 2C_1$. После установления напряжения на конденсаторах их обкладки замкнули проводником с достаточно большим сопротивлением, в котором выделилось количество теплоты $Q = 0,3$ Дж. Определите ЭДС источника $\mathcal{E}$.

15.III.2. В приведенной на рисунке схеме электроёмкость конденсатора $C = 6$ мкФ, ЭДС источника $\mathcal{E} = 5$ В, а ключ K замкнут. Какое максимальное количество теплоты Q может выделяться на резисторе $2R$ после размыкания ключа? Внутреннее сопротивление источника считайте пренебрежимо малым.



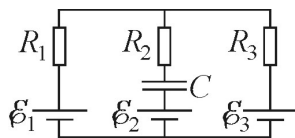
15.III.3. В цепи, схема которой изображена на рисунке, ключ K сначала достаточно долго удерживали в положении 1. Затем ключ перевели в положение 2. Известно, что после этого на сопротивлении R_1 выделилось количество теплоты $Q_1 = 1$ мДж. Определите ЭДС $\mathcal{E}$ источника. При расчетах примите $R_1 = 100$ Ом; $R_2 = 200$ Ом; $R_3 = 300$ Ом; $C = 120$ мкФ.



2016 год

16.III.1. Три одинаковых точечных заряда $q = 10^{-8}$ Кл удерживают на одной прямой так, что расстояние между первым и вторым зарядами равно $3a$, а между первым и третьим зарядами равно $7a$, где $a = 10$ см. Определите минимальную работу, которую нужно совершить, чтобы переместить эти заряды в вершины прямоугольного треугольника с катетами длиной $3a$ и $4a$, преодолевая действие только электростатических сил, создаваемых этими зарядами. Электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

16.Ш.2. В электрической схеме, представленной на рисунке, сопротивления резисторов $R_1 = R_2 = R_3 = 10 \text{ Ом}$, электроемкость конденсатора $C = 2 \text{ мкФ}$, ЭДС источников $\mathcal{E}_1 = 10 \text{ В}$, $\mathcal{E}_2 = 8 \text{ В}$, $\mathcal{E}_3 = 5 \text{ В}$, их внутренние сопротивления пренебрежимо малы. Найдите заряд q на пластинах конденсатора.



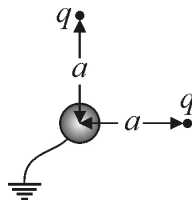
16.Ш.3. Ученик собрал электрическую цепь, состоящую из источника и подключенного к нему нагрузочного резистора. При этом сопротивление резистора ученик подобрал таким, чтобы в резисторе выделялась максимально возможная мощность. Во сколько раз n изменится коэффициент полезного действия (КПД) цепи, если к источнику вместо одного подключить два таких резистора, соединенных параллельно?

2017 год

17.Ш.1. Заряженная частица массой $m = 1 \text{ мг}$ находится в вакууме в электрическом поле неподвижного равномерно заряженного шара. Частицу удерживают в состоянии покоя на некотором расстоянии от центра шара, действуя на нее силой $F = 1 \text{ мН}$. Затем частицу отпускают, и она начинает двигаться. Пройдя от исходного положения расстояние $s = 1 \text{ м}$, частица приобретает скорость $v = 1 \text{ м/с}$. Каково ускорение a частицы в этот момент времени? Частица и шар заряжены одноименно.

17.Ш.2. Заряженную частицу массой $m = 1 \text{ мг}$ удерживают в состоянии покоя на в вакууме некотором расстоянии от центра неподвижного равномерно заряженного шара, действуя на нее силой $F = 1 \text{ мН}$. Когда частицу отпускают, она, пройдя от исходного положения расстояние $s = 1 \text{ м}$, движется с ускорением $a = 0,25 \text{ м/с}^2$. Какова скорость v частицы в этот момент времени? Частица и шар заряжены одноименно.

17.III.3. Два одинаковых точечных заряда $q = 10^{-7}$ Кл находятся на расстояниях $a = 1$ м от центра заземлённой проводящей сферы радиуса $R = 5$ см (рисунок). Отрезки, проведённые из центра сферы к зарядам, взаимно перпендикулярны. Расстояния от зарядов и сферы до окружающих тел достаточно велики. Определите модуль F силы, с которой заряды действуют на сферу. Электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.



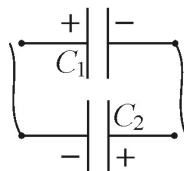
17.III.4. Резистор сопротивлением $R = 8$ Ом подключен к источнику постоянного тока с внутренним сопротивлением $r = 4$ Ом. Резистор с каким сопротивлением R_x надо подсоединить параллельно резистору R , чтобы мощность, выделяющаяся во внешней цепи, не изменилась?

17.III.5. При поочередном подключении резисторов с сопротивлениями $R_1 = 9$ Ом и $R_2 = 4$ Ом к источнику постоянного тока с ЭДС $\mathcal{E} = 10$ В во внешней цепи выделяется одинаковая мощность. Определите величину этой мощности N .

2018 год

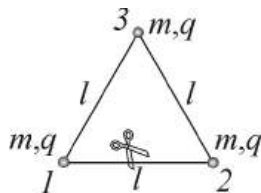
18.III.1. Плоский конденсатор ёмкостью $C = 400$ пФ присоединён к источнику постоянного напряжения $U = 2$ кВ. Не отключая конденсатор от источника, его пластины медленно раздвинули так, что расстояние между ними увеличилось в $n = 4$ раза. Определите работу $A_{\text{мех}}$, совершенную силами, раздвигавшими пластины конденсатора.

18.III.2. Разность потенциалов между обкладками конденсатора ёмкостью $C_1 = 1$ мкФ равна $V_1 = 20$ В. Второй конденсатор ёмкостью $C_2 = 3$ мкФ заряжен до разности потенциалов между обкладками $V_2 = 10$ В. Разноименно заряженные пластины этих конденсаторов соединили проводниками. Определите, во сколько раз k при этом изменилась общая энергия конденсаторов.

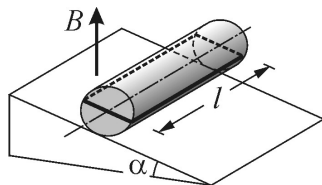


2019 год

19.П.1. Три одинаковых маленьких шарика массой $m = 10$ г каждый, несущие заряды $q = 10^{-8}$ Кл, связаны тремя непроводящими нитями длиной $l = 5$ см каждая и располагаются на гладком непроводящем горизонтальном столе, образуя правильный треугольник (см. рисунок). Нить, соединяющую шарики 1 и 2, перерезают и шарики приходят в движение. Пренебрегая поляризацией поверхности стола, найдите максимальную скорость v_3 шарика 3. Электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

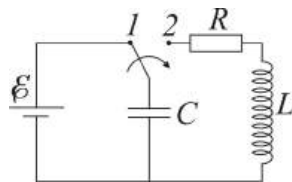


19.П.2. Деревянный цилиндр массой $m = 25$ г и длиной $l = 10$ см лежит на наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$, так, что ось цилиндра горизонтальна. Цилиндр плотно (без зазора) охватывает закрепленная на нем тонкая прямоугольная проволочная рамка, плоскость которой проходит через ось цилиндра. Вся система находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 1$ Тл, вектор которой направлен вертикально. Какой минимальный ток $I_{\min}$ нужно пропускать по рамке, чтобы цилиндр не скатывался по наклонной плоскости? Трение между цилиндром и наклонной плоскостью достаточно велико для того, чтобы цилиндр не скользил. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с².



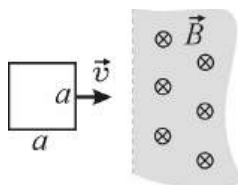
2020 год

20.П.1. В электрической схеме, представленной на рисунке, конденсатор электроёмкостью $C = 1$ мкФ сначала заряжается от источника с ЭДС $\mathcal{E} = 10$ В, затем ключ переводят в положение 2. Какое количество теплоты Q_L выделится за всё время возникших затухающих колебаний на катушке, если она изготовлена из медной проволоки дли-



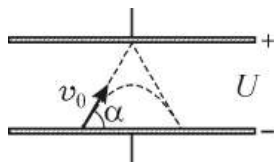
ной $l = 10$ м и сечением $S = 1 \text{ мм}^2$. Сопротивление резистора $R = 1,7 \text{ Ом}$. Удельное сопротивление меди примите равным $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

20. III.2. Квадратную проволочную рамку двигают с постоянной скоростью, перпендикулярной одной из сторон рамки. В некоторый момент времени рамка входит в область, занимаемую однородным магнитным полем, вектор индукции которого перпендикулярен плоскости рамки, причем ее скорость перпендикулярна прямой, ограничивающей область магнитного поля. Какое количество теплоты Q выделится в рамке за время, в течение которого она полностью окажется в магнитном поле? Сторона рамки $a = 10$ см, сопротивление рамки $R = 1 \text{ Ом}$, модуль скорости рамки $v = 1 \text{ м/с}$, магнитная индукция $B = 1 \text{ Тл}$.

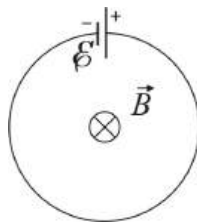


2021 год

21. III.1. Между пластинами плоского конденсатора, помещенного в вакуум, создано однородное электрическое поле. Из некоторой точки с поверхности отрицательно заряженной пластины с одной и той же скоростью $v_0 = 10 \text{ м/с}$ и под одним и тем же углом $\alpha = 60^\circ$ к пластине вылетают два маленьких шарика, один из которых не заряжен, а второй несет положительный заряд $q = 10^{-7} \text{ Кл}$. Незаряженный шарик возвращается к первой пластине после упругого удара о противоположную пластину. Заряженный шарик возвращается к первой пластине, не достигнув противоположной пластины. Какова масса m заряженного шарика, если известно, что оба шарика вернулись на первую пластину в одной и той же точке? Разность потенциалов между пластинами конденсатора $U = 750 \text{ В}$. Действием силы тяжести можно пренебречь. Считайте, что при ударе о пластину конденсатора незаряженный шарик заряда не приобретает.



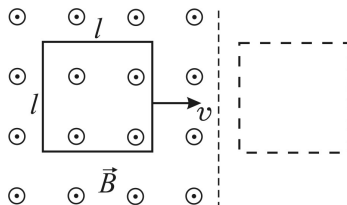
- 21.III.2.** Плоский контур с источником постоянно-го тока находится во внешнем однородном магнитном поле, вектор магнитной индукции которого $\vec{B}$ перпендикулярен плоскости контура (см. рисунок). На сколько процентов n по отношению к первоначальному значению изменится мощность, выделяющаяся в контуре, после того как магнитная индукция начнет уменьшаться со скоростью $k = 0,01$ Тл/с? Площадь контура $S = 0,1$ м², ЭДС источника $\mathcal{E} = 10$ мВ. Ответ округлите до целых.



2022 год

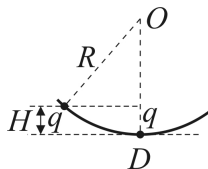
- 22.III.1.** Отрицательно заряженная частица массой $m = 9 \cdot 10^{-30}$ кг вращается по круговой орбите радиуса $r = 5 \cdot 10^{-11}$ м вокруг неподвижной положительно заряженной частицы, несущей такой же по модулю заряд. Найдите период обращения частицы T , если известно, что полная механическая энергия частицы равна $E = -2 \cdot 10^{-18}$ Дж.

- 22.III.2.** Квадратная проволочная рамка со стороной $l = 30$ см помещена в однородное магнитное поле, линии индукции которого направлены перпендикулярно плоскости рамки. Модуль вектора магнитной индукции равен $B = 1$ Тл, поле имеет резко очерченную границу, параллельную стороне рамки (см. рисунок). Каково сопротивление рамки R , если при её выдвигании с постоянной скоростью $v = 5$ м/с из области с магнитным полем в ней выделяется количество теплоты, равное $Q = 90$ мДж?



2023 год

23.III.1. По тонкому гладкому непроводящему стержню начинает скользить из состояния покоя заряженная бусинка массой m и положительным зарядом q . Стержень имеет форму дуги окружности радиусом R и расположен в вертикальной плоскости. Начальное положение бусинки находится на высоте $H = R/5$ относительно нижней точки стержня D . На этой же высоте над точкой D расположен неподвижный положительный заряд q . Найдите силу P , с которой бусинка действует на стержень в точке D , пренебрегая эффектами, связанными с появлением поляризационных зарядов.



23.III.2. Из однородной проволоки сделали замкнутый контур в форме квадрата со стороной $a = 1$ м и расположили его горизонтально. После этого стали растягивать контур за две диагонально расположенные вершины до тех пор, пока он не превратился в ромб с острым углом $\alpha = 60^\circ$. Найдите среднюю силу тока I , который протекал в контуре в процессе его деформации, если обе вершины контура двигали относительно неподвижного центра квадрата с постоянными скоростями, по модулю равными $v = 1$ м/с. Сопротивление проволоки $R = 1$ Ом, а модуль вертикальной составляющей индукции магнитного поля Земли $B = 50$ мкТл.

2024 год

24.III.1. Три одинаковые заряженные частицы в некоторый момент времени оказываются в вершинах равностороннего треугольника со стороной $l = 28$ см и летят с одинаковыми по модулю скоростями к центру этого треугольника. При уменьшении расстояния между соседними частицами в два раза скорости также уменьшились в два раза. До какого наименьшего расстояния сблизятся частицы? Ответ дайте в сантиметрах, округлив до целых.

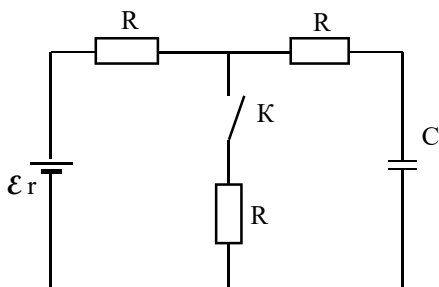
24.III.2. Два незаряженных конденсатора с ёмкостями $C_1 = 1$ мкФ и $C_2 = 3$ мкФ подключают последовательно к источнику с напря-

жением $U = 10$ В. После зарядки конденсаторов конденсатор C_1 отключают от схемы и, не разряжая его, вновь подключают к схеме, перевернув на 180° . Определите заряд конденсатора C_2 через большой промежуток времени после переключения.

2025 год

25.III.1. К источнику постоянного напряжения подсоединены параллельно два электронагревателя, имеющие сопротивления $R_1 = 300$ Ом и $R_2 = 400$ Ом соответственно. На первой спирали выделяется тепловая мощность $P_1 = 20$ Вт, а вторая спираль используется для нагревания небольшого теплоизолированного сосуда, содержащего $\nu = 1$ моль одноатомного идеального газа. Найти изменение температуры ΔT в сосуде за время $\tau = 8,3$ с. Универсальную газовую постоянную примите равной $R = 8,3$ Дж/(моль·К). Считайте, что всё выделяемое спиралью тепло идёт на мгновенный нагрев газа. Ответ выразите в кельвинах, округлив до целого числа.

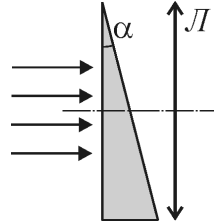
25.III.2. В схеме, показанной на рисунке, ключ К был замкнут в течение длительного времени. Затем ключ размыкают. Найти количество теплоты Q , выделившееся на резисторах и внутреннем сопротивлении источника тока за время перезарядки конденсатора после размыкания ключа. Сопротивления резисторов равны $R = 1$ кОм, внутреннее сопротивление источника тока $r = 100$ Ом, его ЭДС $\mathcal{E} = 100$ В, емкость конденсатора $C = 4$ мкФ.



IV. ОПТИКА

2015 год

15.IV.1. Параллельный пучок света падает по нормали на грань стеклянной призмы. Угол при вершине призмы равен $\alpha = 0,1$ рад, показатель преломления стекла $n = 1,5$. За призмой установлена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = 1$ м так, что главная оптическая



ось линзы перпендикулярна входной грани призмы (см. рисунок). На каком расстоянии x от главной оптической оси линзы будет сфокусирован световой пучок, преломленный призмой?

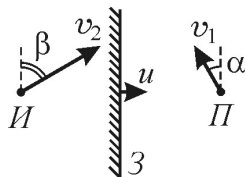
Указание. Для упрощения расчетов воспользуйтесь приближенной формулой $\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x$, справедливой для малых значений аргумента x , заданного в радианах.

15.IV.2. Действительное изображение предмета, находящегося на расстоянии $a = 8$ см от тонкой собирающей линзы, получается с некоторым увеличением. После перемещения линзы вдоль ее главной оптической оси на расстояние $l = 4$ см линза дает мнимое изображение предмета с таким же увеличением. Определите фокусное расстояние линзы F .

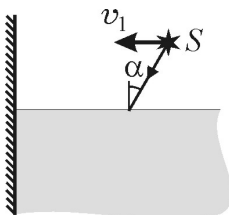
15.IV.3. Две тонкие линзы с одинаковыми по модулю фокусными расстояниями расположены так, что их главные оптические оси совпадают. Первая линза является рассеивающей, а вторая – собирающей. Расстояние между линзами равно модулю их фокусного расстояния. Предмет расположен перпендикулярно главной оптической оси перед рассеивающей линзой в ее левом фокусе. Определите увеличение Γ , даваемое этой системой линз.

2016 год

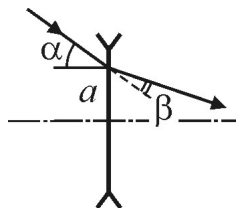
16.IV.1. Плоское зеркало $З$ движется поступательно с некоторой постоянной скоростью, вектор которой направлен перпендикулярно плоскости зеркала. Предмет $П$ движется со скоростью $v_1 = 1$ см/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к плоскости зеркала, а его изображение $И$ движется под углом $\beta = 60^\circ$ к плоскости зеркала (см. рисунок). Найдите модуль u скорости зеркала.



16.IV.2. Источник света S , испускающий тонкий луч, движется горизонтально над поверхностью воды в бассейне, приближаясь к его стенке с постоянной скоростью $v_1 = 0,5$ м/с, вектор которой перпендикулярен стенке. Луч направлен в воду так, что угол падения равен $\alpha = 30^\circ$. С какой скоростью v_2 движется под водой по вертикальной стенке бассейна световое пятно от луча? Показатель преломления воды $n = 1,33$.

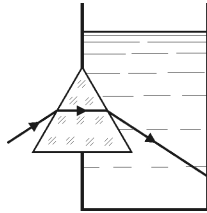


16.IV.3. На поверхность тонкой рассеивающей линзы падает луч света на расстоянии $a = 1$ см от центра линзы под углом $\alpha = 0,1$ рад к ее главной оптической оси. Найдите модуль фокусного расстояния линзы f , если вышедший из линзы луч отклоняется от первоначального направления на угол $\beta = 0,05$ рад. Учтите, что для малых значений аргумента x , заданного в радианной мере, справедлива приближенная формула $\operatorname{tg} x \approx x$.

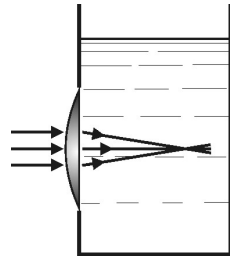


2017 год

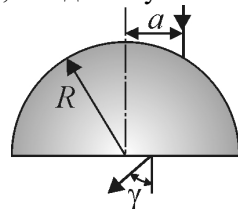
17.IV.1. Стекла́нная призма, поперечное сечение которой представляет собой равносторонний треугольник, плотно заделана в отверстие в вертикальной стенке аквариума (см. рисунок). На боковую грань призмы пускают световой луч так, что внутри призмы он распространяется параллельно ее основанию. Первоначально пустой аквариум заполняют водой. На какой угол ϑ повернется при этом луч, идущий в аквариуме? Показатель преломления призмы $n_{\text{пр}} = 1,41$, показатель преломления воды $n_{\text{в}} = 1,33$. Ответ приведите в градусах, округлив до целых.



17.IV.2. В отверстие в вертикальной стенке аквариума плотно заделана тонкая плоско-выпуклая линза с фокусным расстоянием $F = 20$ см (см. рисунок). На выпуклую поверхность линзы падает параллельно ее главной оптической оси узкий пучок света, который фокусируется внутри первоначально пустого аквариума. Если аквариум заполнить некоторой жидкостью, то точка, в которой фокусируются лучи, сместится на расстояние $\Delta l = 4$ см. Определите показатель преломления жидкости n . Углы падения и преломления лучей считайте малыми. Учтите, что для малых значений аргумента x , заданного в радианах, справедливы приближенные формулы $\sin x \approx \tan x \approx x$.



17.IV.3. На сферическую поверхность прозрачного полушара радиуса $R = 10$ см с показателем преломления $n = 1,5$ падает луч света, параллельный оси, перпендикулярной основанию полушара и проходящей через его центр (см. рисунок). Точка падения луча находится на расстоянии $a = 1$ см от этой оси. Какой угол γ образует луч, вышедший из по-



лушара, с нормалью к его основанию? При расчетах учтите, что $a \ll R$, а для малых значений аргумента x , заданного в радианах, справедливо приближенное равенство $\sin x \approx x$.

17.IV.4. На расстоянии $f = 15$ м от объектива проекционного аппарата расположен экран с размерами 2×3 м. На экране получено четкое изображение диапозитива, имеющего размеры 24×36 мм. При этом изображение занимает половину площади экрана. Рассчитайте оптическую силу D тонкой линзы, которую следует вплотную приставить к объективу проекционного аппарата, не меняя его положения, чтобы четкое изображение точно уложилось в размеры экрана. Объектив проекционного аппарата считайте тонкой линзой. Ответ приведите в диоптриях, округлив до одного знака после запятой.

17.IV.5. На расстоянии $f = 10$ м от объектива проекционного аппарата расположен экран с размерами 2×3 м. На экране получено четкое изображение диапозитива, имеющего размеры 24×36 мм. При этом изображение занимает половину площади экрана. На какое расстояние Δf следует переместить проекционный аппарат, чтобы четкое изображение заняло всю площадь экрана? Объектив проекционного аппарата считайте тонкой линзой.

2018 год

18.IV.1. Два плоских зеркала образуют двугранный угол $\alpha = 60^\circ$. Вдоль биссектрисы этого угла равномерно движется светящаяся точка со скоростью $v = 2$ см/с. Через какой промежуток времени Δt расстояние между первыми изображениями точки в зеркалах изменится на величину $\Delta x = 12$ см?

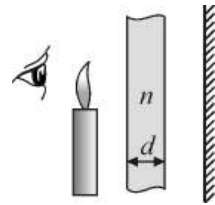
18.IV.2. На горизонтальном дне широкого сосуда лежит достаточно большое плоское зеркало. В сосуд наливают жидкость с показателем преломления $n = 1,5$, и кладут на верхнюю поверхность жидкости непрозрачный экран, закрывающий ее поверхность полностью. В центре экрана находится маленькое круглое отверстие,

освещаемое рассеянным светом. Какова площадь S освещенной области на нижней стороне экрана, если толщина слоя жидкости равна $h = 10$ см? Ответ приведите в квадратных сантиметрах, округлив до целых.

2019 год

19.IV.1. Предмет высотой $h = 2$ см расположен на расстоянии $a = 20$ см от плосковыпуклой тонкой линзы с фокусным расстоянием $F = 16$ см перпендикулярно её главной оптической оси. Выпуклая поверхность линзы обращена к предмету. Определите высоту H изображения предмета, даваемого этой линзой после того, как её плоскую поверхность посеребрят.

19.IV.2. Перед плоским зеркалом, расположенным вертикально, стоит горящая свеча, изображение пламени которой рассматривают, направив взгляд по нормали к поверхности зеркала. На какое расстояние x сместится изображение пламени, если между свечой и зеркалом поместить плоскопараллельную стеклянную пластинку, параллельную зеркалу? Толщина пластинки $d = 1,2$ см, показатель преломления стекла $n = 1,5$. Углы падения света на пластинку и преломления в ней считайте малыми. Учтите, что для малых значений аргумента α , заданного в радианах, справедливо приближенное равенство $\sin \alpha \approx \alpha$.



ОТВЕТЫ

I. МЕХАНИКА

$$15.I.1. \quad a_1 = \frac{(m_1 \sin \alpha - 2m_2 \sin \beta - \mu m_1 \cos \alpha)}{m_1 + 4m_2} g \approx 0,22 \text{ м/с}^2.$$

$$15.I.2. \quad \mu \geq \frac{mv \cos \alpha}{mv \sin \alpha + (M + m) g \tau} \approx 0,06.$$

$$15.I.3. \quad \mu_{2\max} = \frac{v^2}{gl} - 3\mu_1 = 0,35$$

$$16.I.1. \quad E_k = \frac{3}{8} \frac{mgS}{\sin 2\alpha} \approx 0,55 \text{ МДж}$$

$$16.I.2. \quad n = \frac{1}{1 - \Delta h_2 / \Delta h_1} = 1,2$$

$$16.I.3. \quad A_1 = A_0 \sqrt{\frac{M}{M + m}} = 4 \text{ см}$$

$$17.I.1. \quad \mu = \frac{F - (m_1 l / t_0^2)}{(m_1 + m_2)g} = 0,2$$

$$17.I.2. \quad l = (F - (m_1 + m_2)\mu g) \frac{t_0^2}{m_1} = 4 \text{ м}$$

$$17.I.3. \quad \mu = \frac{Mv_0^2}{2gl(m + M)} \approx 0,20$$

$$17.I.4. \quad \frac{P}{2}(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \leq Q \leq \frac{P}{2}(\sin \alpha + \mu \cos \alpha),$$

т.е. $2,8 \text{ Н} \leq Q \leq 4,2 \text{ Н}$

$$17.I.5. \quad \mu = \frac{2Q - P \sin \alpha}{P \cos \alpha} \approx 0,41$$

$$18.I.1. \quad F_2 = F_1 \frac{1 + \mu \operatorname{tg} \alpha}{1 - \mu \operatorname{tg} \alpha} \approx 1,42 \text{ Н}$$

$$18.I.2. \eta = 1 - \frac{\alpha \cdot s^2 g}{v_0^2 + 2gh} = 0,2 \text{ или } 20\%$$

$$19.I.1. \Delta T = -\frac{Mmg}{2M+m} \approx -1,11 \text{ Н}$$

$$19.I.2. v_{\min} = \sqrt{2\mu g(S+R)} = 1 \text{ м/с}$$

$$20.I.1. h = \frac{MR}{m+M} = 0,16 \text{ м}$$

$$20.I.2. x_{\max} = \frac{(m+m_1)g \sin \alpha}{k} = 1 \text{ см}$$

$$21.I.1. u = v_0 \sqrt{\frac{k}{k+2}} \approx 1,4 \text{ м/с}$$

$$21.I.2. m \geq \frac{kv^2}{(\mu g)^2} - M = 5 \text{ кг}$$

$$22.I.1. L = \frac{(M+m)(F-\mu mg)t^2}{2Mm} = 0,85 \text{ м}$$

$$22.I.2. h = \frac{MV^2}{2mg} \left(\frac{M}{m} - 1 \right) = 4,5 \text{ м}$$

$$23.I.1. a_1 = \frac{m_1 \sin \alpha - 2m_2 \sin \beta - \mu m_1 \cos \alpha}{m_1 + 4m_2} g \approx 0,22 \text{ м/с}^2$$

$$23.I.2. n = 2/3$$

$$24.I.1. v_1 = 2\sqrt{gl \sin \alpha - \frac{l^2}{\tau^2}} = 4\sqrt{6} \text{ м/с} \approx 10 \text{ м/с}$$

$$24.I.2. A = \frac{(m+M)g}{k} (\mu \cos \alpha - \sin \alpha) \approx 0,15 \text{ м}$$

$$25.I.1. a = \frac{g}{2 \cos \alpha + \frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}} = \frac{g}{2\sqrt{3} - 1} \approx 4 \text{ м/с}^2$$

$$25.I.2. A = \frac{\mu mg}{2} (\mu x_0 - \mu a + a) = 0,15 \text{ Дж}$$

II. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

$$15. \text{II.1. } A = \frac{k^2 - 1}{3k^2} U_1 = 40 \text{ кДж}$$

$$15. \text{II.2. } p = \frac{5}{8} p_{\text{нас}} \approx 1,46 \text{ кПа}$$

$$15. \text{II.3. } \Delta N = \frac{p_0 V}{2k(t_0 + 273)} \left(1 - \frac{p_{\text{нас}}}{p_0} \cdot \frac{t_0 + 273}{t_1 + 273} \right) \approx 1,8 \cdot 10^{22}$$

$$16. \text{II.1. } p_0 = \rho g L(n - 1) = 750 \text{ мм рт. ст.}$$

$$16. \text{II.2. } \eta = \left(1 - \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} \right) \cdot 100\% = 25\%$$

$$16. \text{II.3. } h = \frac{p_0 S / 5 + Mg}{p_0 S - Mg} \cdot l \approx 64 \text{ мм}$$

$$17. \text{II.1. } p = \frac{2p_0}{4n - 1} = \frac{2}{11} p_0 \approx 18,2 \text{ кПа}$$

$$17. \text{II.2. } k = \frac{4nm - 4 + m - n}{3(mn - 1)} = \frac{5}{2}$$

$$17. \text{II.3. } \eta = \frac{2}{19} \cdot 100\% \approx 10,5\%$$

$$17. \text{II.4. } \eta = \frac{2}{21} \cdot 100\% \approx 9,5\%$$

$$17. \text{II.5. } \eta = \frac{5}{64} \cdot 100\% \approx 7,8\%$$

$$18. \text{II.1. } n = \frac{A_{\text{лев}}}{A_{\text{прав}}} = 2$$

$$18. \text{II.2. } \varphi = \frac{(p_0 M_1 - \rho R T) M_2}{(M_1 - M_2) \rho_0 R T} \cdot 100\% \approx 84\%$$

$$19. \Pi. 1. \quad T = T_0 \frac{(h + \Delta h)}{p_0 h} \left(2\rho g \Delta h + \frac{p_0 h}{h - \Delta h} \right) \approx 373 \text{ К}$$

$$19. \Pi. 2. \quad \eta = \frac{3p_0 V_0/2}{9p_0 V_0/2} = \frac{1}{3}$$

$$20. \Pi. 1. \quad Q = \frac{5}{2} mgh_0 = 25 \text{ Дж}$$

$$20. \Pi. 2. \quad m = \frac{p_0 MV}{RT} \left(\frac{\phi}{100\%} - \frac{1}{2} \right) \approx 1,7 \text{ г}$$

$$21. \Pi. 1. \quad V_1 = V - \frac{mRT}{p_0 M} \approx 1,28 \text{ л}$$

$$21. \Pi. 2. \quad x = \frac{m_2 R(t + 273)}{M_2 p_0 V} \cdot 100\% \approx 55\%$$

$$22. \Pi. 1. \quad \Delta \rho = \frac{\mu}{RT} \rho_0 a l \approx 1,7 \cdot 10^{-4} \text{ кг/м}^3$$

$$22. \Pi. 2. \quad \Delta Q = 6kh^2 = 24 \text{ Дж}$$

$$23. \Pi. 1. \quad \Delta U = \frac{3}{4} Q = 15 \text{ Дж}$$

$$23. \Pi. 2. \quad p'_0 = p_0 \left(\frac{nk\mu_\epsilon}{k\mu_\epsilon + \mu} + 1 \right) \approx 3,6 \text{ атм}$$

$$24. \Pi. 1. \quad \eta = \frac{n(n-1)(k-1)}{4(n^2-1) + 5n^2(k-1)} = \frac{1}{13} \approx 0,077$$

$$24. \Pi. 2. \quad \Delta U = \frac{3}{4} Q = 15 \text{ Дж}$$

$$25. \Pi. 1. \quad T_0 \approx 500 \text{ К}$$

$$25. \Pi. 2. \quad x = l(3 - \sqrt{6}) = 20(3 - \sqrt{6}) \approx 11 \text{ см}$$

III. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

$$15. \text{III.1. } \mathcal{E} = \frac{\sqrt{2Q(C_1 + C_2)}}{C_1} \approx 424 \text{ В}$$

$$15. \text{III.2. } Q = \frac{2C\mathcal{E}^2}{75} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ Дж, или } 4 \text{ мкДж}$$

$$15. \text{III.3. } \text{Дж } \mathcal{E} = \sqrt{\frac{2Q_1}{C} \cdot \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_1}} = 10 \text{ В}$$

$$16. \text{III.1. } A = \frac{q^2}{70\pi\epsilon_0 a} \approx 5,1 \cdot 10^{-7}$$

$$16. \text{III.2. } q = C \cdot \left(\frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3}{R_1 + R_3} R_1 - \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 \right) = 10^{-6} \text{ Кл, или } 1 \text{ мкКл}$$

$$16. \text{III.3. } n = \frac{2}{3}, \text{ т.е. КПД уменьшится в полтора раза}$$

$$17. \text{III.1. } a = \frac{mv^4}{4Fs^2} = 0,25 \text{ м/с}^2$$

$$17. \text{III.2. } v = \sqrt[4]{\frac{4aFs^2}{m}} = 1 \text{ м/с}$$

$$17. \text{III.3. } F = \frac{q^2 R \sqrt{2}}{2\pi\epsilon_0 a^3} \approx 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ Н}$$

$$17. \text{III.4. } R_x = \frac{Rr^2}{R^2 - r^2} \approx 2,7 \text{ Ом}$$

$$17. \text{III.5. } N = \frac{\mathcal{E}^2}{\left(\sqrt{R_1} + \sqrt{R_2}\right)^2} = 4 \text{ Вт}$$

$$18.III.1. A_{\text{мех}} = \frac{CU^2}{2} \left(\frac{n-1}{n} \right) = 0,6 \text{ мДж}$$

$$18.III.2. k = \frac{(C_2 V_2 - C_1 V_1)^2}{(C_1 + C_2)(C_1 V_1^2 + C_2 V_2^2)} = \frac{1}{28}$$

$$19.III.1. v_3 = \frac{q}{\sqrt{6\pi m \varepsilon_0 l}} \approx 3,5 \text{ см/с.}$$

$$19.III.2. I_{\text{min}} = \frac{mg \sin \alpha}{2Bl} = 0,625 \text{ А}$$

$$20.III.1. Q_L = \frac{\rho l}{RS + \rho l} \cdot \frac{C \mathcal{E}^2}{2} \approx 4,55 \text{ мкДж}$$

$$20.III.2. Q = \frac{B^2 v a^3}{R} = 1 \text{ мДж}$$

$$21.III.1. m = \frac{qU}{v_0^2 \sin^2 \alpha} = 1 \text{ мкг}$$

$$21.III.2. n = \frac{2Sk\mathcal{E} + (Sk)^2}{\mathcal{E}^2} \cdot 100\% = 21\% . \text{ Мощность увеличится}$$

$$22.III.1. T = 2\pi r \sqrt{-\frac{m}{2E}} \approx 4,7 \cdot 10^{-16} \text{ с}$$

$$22.III.2. R = \frac{B^2 l^3 v}{Q} = 1,5 \text{ Ом}$$

$$23.III.1. P = \frac{7}{5} mg + \frac{11}{15} \cdot \frac{kq^2}{H^2}$$

$$23.III.2. I = \frac{Bva(1 - \sin \alpha)}{R[\cos(\alpha/2) - \sqrt{2}/2]} \approx 156 \text{ мкА}$$

$$24.III.1. r_{\text{min}} = \frac{3}{7} l = 12 \text{ см}$$

$$24.\text{III.2. } q_2 = \frac{C_1 C_2 (C_1 + 3C_2)}{(C_1 + C_2)^2} U \approx 19 \text{ мкКл}$$

$$25.\text{III.1. } \Delta T = \frac{2R_1}{3R_2 R} P_1 \cdot \tau = 10 \text{ К}$$

$$25.\text{III.2. } Q = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} \left(\frac{R+r}{2R+r} \right)^2 \approx 5,4 \text{ мДж}$$

IV. ОПТИКА

$$15.\text{IV.1. } x \approx (n-1)\alpha F = 5 \text{ см}$$

$$15.\text{IV.2. } F = a - \frac{l}{2} = 6 \text{ см}$$

$$15.\text{IV.3. } \Gamma = 1$$

$$16.\text{IV.1. } u = \frac{v_1 (\cos \alpha \operatorname{tg} \beta - \sin \alpha)}{2} = 0,5 \text{ см/с}$$

$$16.\text{IV.2. } v_2 = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha} \cdot v_1 \approx 1,2 \text{ м/с}$$

$$16.\text{IV.3. } f = \frac{a}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg}(\alpha - \beta)} \approx \frac{a}{\beta} = 20 \text{ см}$$

$$17.\text{IV.1. } \vartheta = \arcsin\left(\frac{n_{\text{пр}}}{2}\right) - \arcsin\left(\frac{n_{\text{пр}}}{2n_{\text{б}}}\right) \approx 13^\circ$$

$$17.\text{IV.2. } n = 1 + \frac{\Delta l}{F} = 1,2$$

$$17.\text{IV.3. } \gamma \approx \frac{a}{R} (n-1) = 0,05 \text{ рад}$$

$$17.IV.4. D = \frac{1}{f}(\Gamma - \Gamma_0) \approx 1,6 \text{ дптр, где } \Gamma = \frac{2000}{24} \approx 83,3;$$

$$\Gamma_0 = \frac{\Gamma}{\sqrt{2}} \approx 58,9$$

$$17.IV.5. \Delta f = f_1 \cdot \frac{\Gamma_2 - \Gamma_1}{\Gamma_1 + 1} \approx 4 \text{ м, где } \Gamma_2 = \frac{2000}{24} \approx 83,3;$$

$$\Gamma_1 = \frac{\Gamma}{\sqrt{2}} \approx 58,9$$

$$18.IV.1. \Delta t = \frac{\Delta x}{2v \sin \alpha} \approx 3,5$$

$$18.IV.2. S = \frac{4\pi h^2}{n^2 - 1} \approx 1005 \text{ см}^2$$

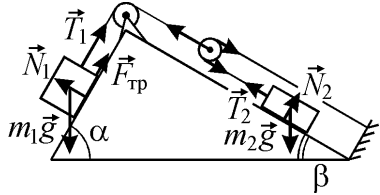
$$19.IV.1. H = \frac{Fh}{2a - F} \approx 13 \text{ мм}$$

$$19.IV.2. x = 2d \frac{n-1}{n} = 0,8 \text{ см}$$

РЕШЕНИЯ

I. МЕХАНИКА

15.I.1. Решение. Тела движутся под действием сил, изображенных на рисунке, где $m_{1,2}\vec{g}$ – силы тяжести, $\vec{N}_{1,2}$ – нормальные составляющие сил реакции призмы, $\vec{T}_{1,2}$ – силы



натяжения нитей, $\vec{F}_{тр}$ – сила трения скольжения. По второму закону Ньютона имеем: $m_1 a_1 = m_1 g \sin \alpha - T_1 - \mu m_1 g \cos \alpha$ (для левого груза), $m_2 a_2 = T_2 - m_2 g \sin \beta$ (для правого груза). Кроме того, справедливы равенства, вытекающие из условия, что нити нерастяжимы и невесомы, а именно $a_2 = 2a_1$, $T_1 = 2T_2$. Решая записанную систему уравнений, находим, что

$$a_1 = \frac{(m_1 \sin \alpha - 2m_2 \sin \beta - \mu m_1 \cos \alpha)}{m_1 + 4m_2} g \approx 0,22 \text{ м/с}^2.$$

15.I.2. Решение. Согласно второму закону Ньютона изменение импульса лягушки за время τ равно импульсу суммы сил, действующих на лягушку, за это же время. Поскольку на лягушку действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и сила реакции доски $\vec{R}$, то изменение импульса лягушки $m\Delta\vec{v} = (m\vec{g} + \vec{R})\tau$. Учтем, что до прыжка лягушка покоилась, и разложим силу реакции доски на две составляющие: нормальную к доске $\vec{N}$ и касательную к ней $\vec{F}$. Тогда закон изменения импульса лягушки в проекции на вертикальное и горизонтальное направления принимает вид: $mv \sin \alpha = (N - mg)\tau$, $mv \cos \alpha = F\tau$. По третьему закону Ньютона сила, с которой лягушка действует на доску, равна по модулю и противоположна по направлению силе реакции доски $\vec{R}$. Поскольку по условию доска

остается неподвижной, $F = F_{\text{тр}}$, где $F_{\text{тр}}$ – модуль силы трения покоя, удерживающий доску на месте. Сила нормального давления доски на стол в момент прыжка лягушки равна $N_0 = N + Mg$. По закону сухого трения сила трения покоя удовлетворяет неравенству $F_{\text{тр}} \leq \mu N_0$. Решая записанную систему, находим, что

$$\mu \geq \frac{mv \cos \alpha}{mv \sin \alpha + (M + m)g\tau} \approx 0,06.$$

15.1.3. Решение. Модуль работы силы трения на всем перемещении линейки можно представить в виде суммы трех слагаемых: $A = A_0 + A_1 + A_2$. Здесь $A_0 = \mu_1 mgl$ – модуль работы силы трения на перемещении линейки по левой панели до стыка с правой панелью (m – масса линейки), A_1 – модуль работы силы трения, действующей со стороны левой панели, на перемещении линейки с левой панели на правую панель. Обозначив через x длину той части линейки, которая находится на левой панели, для модуля силы трения, действующей со стороны левой панели, имеем

$$F_1 = \mu_1 \frac{mg}{l} x. \text{ Заметим, что эта сила изменятся в зависимости от } x$$

линейно в пределах от $\mu_1 mg$ до нуля. Поэтому модуль работы силы F_1 на перемещении l равен $A_1 = \frac{1}{2} \mu_1 mgl$. Аналогично можно

найти модуль работы силы трения F_2 , действующей со стороны правой панели, на том же перемещении: $A_2 = \frac{1}{2} \mu_2 mgl$. Мы пред-

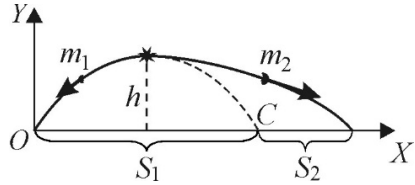
полагаем, что линейка остановилась, оказавшись целиком в правой панели. Применив теорему об изменении кинетической энергии,

получим равенство $\frac{mv^2}{2} = \mu_1 mgl + \frac{1}{2} \mu_1 mgl + \frac{1}{2} \mu_2 mgl$. Отсюда нахо-

дим максимальную величину коэффициента трения μ_2 , а именно

$$\mu_{2\text{max}} = \frac{v^2}{gl} - 3\mu_1 = 0,35.$$

16.I.1. Решение. Траектория снаряда до разрыва и траектории осколков после разрыва изображены на рисунке. Если бы снаряд не разорвался, то дальность его полета была бы равна



$S_1 = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$. (см. штриховую линию на рисунке). Здесь v_0 –

начальная скорость снаряда. Поскольку осколки упали на землю одновременно, после разрыва снаряда их скорости были направлены горизонтально. Их центр масс, двигаясь по воображаемой траектории неразорвавшегося снаряда, упал бы в точке C на расстоянии S_1 от пушки. Обозначим через S_2 расстояние от точки падения центра масс до точки падения второго осколка. В соответствии с определением центра масс, $\frac{S_1}{S_2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{m - m_1}{m_1} = 3$. Следовательно

$$S = S_1 + S_2 = \frac{4v_0^2 \sin 2\alpha}{3g}, \quad \text{откуда} \quad \text{получаем, что} \quad v_0^2 = \frac{3gS}{4 \sin 2\alpha}.$$

Начальная кинетическая энергия снаряда равна

$$E_k = \frac{mv_0^2}{2} = \frac{3}{8} \frac{mgS}{\sin 2\alpha} \approx 0,55 \text{ МДж}.$$

16.I.2. Решение. Когда одна игрушка массой m оказалась на бортике, масса плота с игрушками стала меньше на величину m , и уровень воды понизился на $\Delta h_1 = \frac{m}{\rho_0 S}$, где ρ_0 – плотность воды, S – площадь дна бассейна. Когда вторую игрушку сняли с плота, уровень воды понизился еще на $\frac{m}{\rho_0 S}$, а когда после этого игрушка упала в воду, уровень воды поднялся на $\frac{m}{\rho S}$, где ρ – плотность материала игрушки. Таким образом,

$$\Delta h_2 = \frac{m}{\rho_0 S} - \frac{m}{\rho S} = \frac{m}{\rho_0 S} \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho} \right) = \Delta h_1 \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho} \right).$$

Отсюда находим, что $n = \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{1}{1 - \frac{\Delta h_2}{\Delta h_1}} = 1,2$.

16.I.3. Решение. Обозначим через v_0 скорость бруска при прохождении положения равновесия до прилипания пластилина, а через v_1 – скорость бруска сразу после прилипания к нему пластилина. По закону сохранения импульса в момент прилипания пластилина к бруску имеем $Mv_0 = (M + m)v_1$. Следовательно, максимальная скорость бруска с прилипшим пластилином равна $v_1 = \frac{M \cdot v_0}{M + m}$. Из за-

кона сохранения энергии следуют уравнения $\frac{kA_0^2}{2} = \frac{Mv_0^2}{2}$ и

$$\frac{kA_1^2}{2} = \frac{(M + m)v_1^2}{2}, \text{ где } k - \text{ жесткость пружины. Из этих уравнений}$$

находим, что $A_1 = A_0 \sqrt{\frac{M}{M + m}} = 4 \text{ см.}$

17.I.1. Решение. Пусть a_1 и a_2 – ускорения бруса и доски в неподвижной системе отсчета. Уравнения движения для бруса и доски имеют вид: $m_1 a_1 = F - f$, $m_2 a_2 = f$, где $f = \mu m_2 g$. Отсюда следует, что $a_2 = \mu g$, $a_1 = \frac{1}{m_1} (F - \mu m_2 g)$. Модуль ускорения доски относи-

тельно бруса $a_{\text{отн}} = a_1 - a_2 = \frac{F}{m_1} - \mu g \left(\frac{m_2}{m_1} + 1 \right)$. Доска начнет «све-

шиваться», когда её центр тяжести достигнет конца бруса, т.е. при $\frac{a_{\text{отн}} t_0^2}{2} = \frac{l}{2}$. В итоге получаем что $\mu = \frac{F - (m_1 l / t_0^2)}{(m_1 + m_2) g} = 0,2$.

17.1.2. Решение. Пусть a_1 и a_2 – ускорения бруса и доски в неподвижной системе отсчета. Уравнения движения для бруса и доски имеют вид: $m_1 a_1 = F - f$, $m_2 a_2 = f$, где $f = \mu m_2 g$. Отсюда следует,

что $a_2 = \mu g$, $a_1 = \frac{1}{m_1}(F - \mu m_2 g)$. Ускорение доски относительно

бруса $a_{\text{отн}} = a_1 - a_2 = \frac{F}{m_1} - \mu g \left(\frac{m_2}{m_1} + 1 \right)$. Левый конец доски начнет

опускаться вниз, когда ее центр тяжести достигнет конца бруса, т.е.

при $\frac{a_{\text{отн}} t_0^2}{2} = \frac{l}{2}$. В итоге получаем что $l = (F - (m_1 + m_2)\mu g) \frac{t_0^2}{m_1} = 4 \text{ м}$.

17.1.3. Решение. Поскольку силы сухого трения скольжения, действующие на доску и брусок по модулю равны μmg , то относительно человека брусок начинает двигаться с ускорением $a_1 = \mu g$ в направлении движения доски, а доска начинает тормозить с

ускорением $a_2 = \frac{m}{M} \mu g$, направленным противоположно ее движению.

Брусок и доска после соприкосновения будут двигаться поступательно прямолинейно со скоростями $v_1 = a_1 t$ и $v_2 = v_0 - a_2 t$. Скольжение бруска по доске прекратится, когда скорости этих тел относительно льда станут равными, т.е. выполнится условие

$a_1 t_0 = v_0 - a_2 t_0$. Отсюда $t_0 = \frac{M v_0}{\mu g(m + M)}$. Поскольку за это время

брусок переместится относительно льда на расстояние $x = \mu g t_0^2 / 2$,

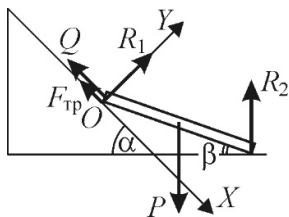
а доска сместится на расстояние $X = v_0 t_0 - \frac{\mu m g t_0^2}{2M}$, то

$l = X - x = \left(v_0 - \mu g t_0 \frac{(m + M)}{2M} \right) t_0$. Подставляя сюда найденное выше

выражение для t_0 , получаем, что $l = \frac{M v_0^2}{2 \mu g(m + M)}$. Отсюда

$$\mu = \frac{M v_0^2}{2 g l(m + M)} \approx 0,20.$$

17.1.4. Решение. Пусть ось OX инерциальной системы отсчета направлена вдоль наклонной плоскости, а ось OY – перпендикулярно ей (см. рисунок). Поскольку нить невесомая и гладкая, а груз Q покоится, то условие отсутствия ускорения у центра масс пластины можно представить в виде $-Q - F_{\text{тр}} - R_2 \sin \alpha + P \sin \alpha = 0$, $R_1 + R_2 \cos \alpha - P \cos \alpha = 0$, а отсутствие углового ускорения пластины относительно оси, проходящей через точку O , в виде: $R_2 l \cos \beta - P \frac{l}{2} \cos \beta = 0$. Здесь Q –

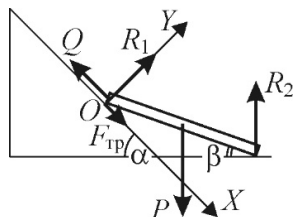


модуль силы, действующей со стороны нити на пластину, R_1 и R_2 модули нормальных составляющих сил реакции наклонной плоскости и горизонтальной поверхности, $F_{\text{тр}} = \mu R_1$ – модуль силы трения пластины о наклонную плоскость, l – длина пластины. При этом изображенное на рисунке направление силы трения покоя соответствует минимальному значению Q . Решая совместно приведённую систему уравнений, находим, что $Q_{\min} = \frac{P}{2}(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$. Если же

значение силы Q максимально, то направление силы трения будет противоположным показанному на рисунке, а потому проекцию силы трения следует считать положительной. Решение соответствующей этому случаю системы уравнений дает $Q_{\max} = \frac{P}{2}(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$. Таким образом, искомая величина удовлетво-

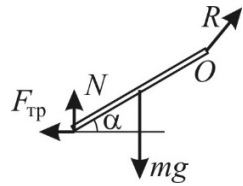
ряет неравенствам $\frac{P}{2}(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \leq Q \leq \frac{P}{2}(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$ т.е. $2,8 \text{ Н} \leq Q \leq 4,2 \text{ Н}$.

17.1.5. Решение. Пусть ось OX инерциальной системы отсчета направлена вдоль наклонной плоскости, а ось OY – перпендикулярно ей (см. рисунок). Поскольку нить невесомая и гладкая, а груз Q покоится, то условие отсутствия ускорения у цен-



тра масс дощечки можно представить в виде: $-Q + F_{\text{тр}} - R_2 \sin \alpha + P \sin \alpha = 0$, $R_1 + R_2 \cos \alpha - P \cos \alpha = 0$, а отсутствие углового ускорения дощечки относительно оси, проходящей через точку O , в виде: $R_2 l \cos \beta - P \frac{l}{2} \cos \beta = 0$. Здесь Q – модуль силы, действующей со стороны нити на дощечку, R_1 и R_2 – модули нормальных составляющих сил реакции наклонной плоскости и горизонтальной поверхности, $F_{\text{тр}} = \mu R_1$ – модуль силы трения дощечки о наклонную плоскость, l – длина дощечки. При этом изображенное на рисунке направление силы трения покоя соответствует максимальному значению силы Q . Решая совместно приведённую систему уравнений, находим, что $\mu = \frac{2Q - P \sin \alpha}{P \cos \alpha} \approx 0,41$.

18.1.1. Решение. При движении доски влево на стержень действуют силы, модули и направления которых указаны на рисунке, где N – модуль нормальной составляющей силы реакции доски, $F_{\text{тр}} = \mu N$ – модуль силы трения скольжения, mg – модуль силы тяжести (m – масса стержня), R – модуль силы реакции шарнира. Пусть l – длина стержня. Уравнение моментов, записанное относительно оси, проходящей через точку подвеса стержня (точку O), имеет вид:



$mg \frac{l}{2} \cos \alpha = Nl \cos \alpha + \mu Nl \sin \alpha$. Отсюда $N = \frac{mg}{2(1 + \mu \tg \alpha)}$. Поскольку

ку доска движется влево равномерно, то

$F_1 = F_{\text{тр}} = \mu N = \frac{\mu mg}{2(1 + \mu \tg \alpha)}$. При движении доски вправо сила трения

изменит направление на противоположное. Рассуждая анало-

гично, находим, что $F_2 = \frac{\mu mg}{2(1 - \mu \tg \alpha)}$. По условию задачи

$\mu \tg \alpha = 0,3 \cdot \tg 30^\circ \approx 0,17 < 1$, поэтому $F_2 = F_1 \frac{1 + \mu \tg \alpha}{1 - \mu \tg \alpha} \approx 1,42$ Н.

18.I.2. Решение. Работа силы трения на этапе торможения боба равна $A_{\text{тр}} = -\frac{1}{2}\alpha s^2 mg$. Поэтому, по закону сохранения и превра-

щения механической энергии $\left(\frac{mv_0^2}{2} + mgh\right)(1 - \eta) - \frac{1}{2}\alpha s^2 mg = 0$.

Отсюда находим, что $\eta = 1 - \frac{\alpha \cdot s^2 g}{v_0^2 + 2gh} = 0,2$, или 20 %.

19.I.1. Решение. Уравнения движения грузов на начальном этапе имеют вид: $Ma = T - Mg$ (для левого груза), $(M + m)a = (M + m)g - T$ (для правого груза с перегрузком). Отсюда натяже-

ние нити при ускоренном движении системы $T_1 = \frac{2M(M + m)}{2M + m}g$.

При равномерном движении системы, когда перегрузок удален с правого груза, натяжение нити равно $T_2 = Mg$. Искомая величина

$$\Delta T = T_2 - T_1 = -\frac{Mmg}{2M + m} \approx -1,11 \text{ Н.}$$

19.I.2. Решение. Скорость налетающей шайбы непосредственно перед ударом можно определить из закона сохранения энергии, а именно

$$\frac{mv_0^2}{2} - \mu mgS = \frac{mv_1^2}{2}.$$

Здесь учтено, что работа силы трения скольжения μmg до удара отрицательна. Из законов сохранения импульса и механической энергии при абсолютно упругом центральном ударе одинаковых шайб следует, что шайбы «обмениваются скоростями».

Таким образом, v_1 будет начальной скоростью движения шайбы, лежавшей на краю стола. Эта шайба упадёт, если после удара сместится на расстояние R . Поэтому v_1 должна быть больше значения, которое

$$\text{можно найти из равенства } \frac{mv_1^2}{2} - \mu mgR = 0.$$

Используя записанные уравнения, приходим к выводу, что искомая скорость должна удовлетворять неравенству $v \geq \sqrt{2\mu g(S + R)} = 1 \text{ м/с}$.

20.1.1. Решение. При скольжении шайбы по левой стороне сферической поверхности брусок будет удерживаться на месте стенкой и останется в покое. По закону сохранения механической энергии шайба в нижней точке сферической поверхности приобретет скорость $v_0 = \sqrt{2gR}$, направленную горизонтально. При дальнейшем движении шайбы и бруска будет сохраняться проекция импульса на горизонтальную ось и механическая энергия. Поскольку в момент достижения шайбой максимальной высоты относительная скорость шайбы и бруска обратятся в нуль, то по законам сохранения импульса и механической энергии имеем: $mv_0 = (m + M)v$,

$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{(m + M)v^2}{2} + mgh$, где v – скорости бруска и шайбы в этот момент. Исключая из записанных выражений v , находим, что

$$h = \frac{M}{m + M} \cdot \frac{v_0^2}{2g} = \frac{MR}{m + M} = 0,16 \text{ м.}$$

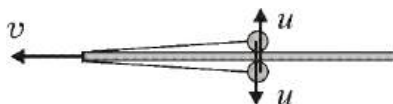
20.1.2. Решение. Если верхний брусок не будет в процессе движения отрываться от нижнего, то бруски будут совершать гармониче-

ские колебания с круговой частотой $\omega = \sqrt{\frac{k}{m + m_1}}$, а уравнение

движения верхнего кубика в проекции на ось, параллельную наклонной плоскости, будет иметь вид: $m_1 a = m_1 g \sin \alpha - N$, где N – сила реакции со стороны нижнего бруска. Верхний брусок оторвётся от нижнего при $N = 0$. Поэтому максимальное ускорение, которое может иметь этот брусок, $a_{\max} = g \sin \alpha$. Поскольку максимальное ускорение тела, совершающего гармонические колебания с амплитудой $x_{\max}$, равно $a_{\max} = \omega^2 x_{\max}$, то

$$x_{\max} = \frac{(m + m_1)g \sin \alpha}{k} = 1 \text{ см.}$$

21.1.1. Решение. Поскольку по условию размеры шайб малы по сравнению с длиной нити, можно считать, что в момент удара шайб о



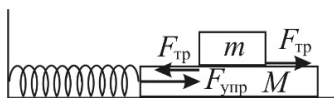
брусок их относительные скорости направлены перпендикулярно бруску и равны по модулю u . Скорости шайб в направлении движения бруска в момент их удара о брусок равны скорости бруска v . Запишем закон сохранения импульса в проекции на направление движения бруска и закон сохранения механической энергии, считая, что кинетическая энергия вращения шайб пренебрежимо мала.

Имеем: $kmv_0 = kmv + 2mv$, $\frac{kmv_0^2}{2} = \frac{kmv^2}{2} + 2\frac{m(v^2 + u^2)}{2}$. Из этих

уравнений следуют равенства $v = \frac{kv_0}{k+2}$, $kv_0^2 = (k+2)v^2 + 2u^2$. Ис-

ключая отсюда v , получаем, что $u = v_0 \sqrt{\frac{k}{k+2}} \approx 1,4 \text{ м/с}$.

21.1.2. Решение. После касания



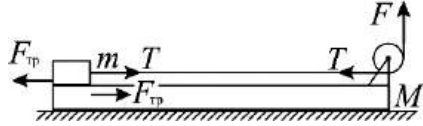
пружины доской пружина начнёт сжиматься. При этом на доску в горизонтальном направлении будут действовать сила упругости со стороны пружины и сила трения со стороны бруска, а на брусок сила трения о доску (см. рисунок). Если брусок не скользит по доске, то ускорения этих тел одинаковы. По второму закону Ньютона $Ma = F_{\text{упр}} - F_{\text{тр}}$ и $ma = F_{\text{тр}}$, причём $F_{\text{тр}} = F_{\text{max}} = \mu N = \mu mg$. Поэтому максимально допустимое ускорение доски с бруском равно $a_{\text{max}} = \mu g$. Движение доски вместе с бруском до момента полного сжатия пружины описывается уравнением гармонических колебаний на первой четверти периода. Из этого уравнения следует, что амплитудное значение ускорения доски с бруском равно $a_0 = v\omega$,

где $\omega = \sqrt{\frac{k}{M+m}}$ – круговая частота свободных колебаний систе-

мы. Условие задачи будет выполнено, если $a_0 \leq a_{\max}$. Следова-

$$\text{тельно, } m \geq \frac{kv^2}{(\mu g)^2} - M = 5 \text{ кг.}$$

22.1.1. Решение. Так как нить гладкая и невесомая, сила натяжения нити одинакова во всех её точках и равна по модулю

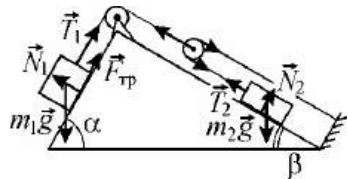


силе F . Силы, действующие на доску и брусок, указаны на рисунке. В проекции на горизонтальное направление второй закон Ньютона для бруска и доски $ma_1 = T - \mu mg$, $Ma_2 = T - \mu mg$, где a_1 и a_2 – ускорения бруска и доски относительно инерциальной системы отсчета, связанной со столом. Ускорение бруска относительно доски равно $a = a_1 - a_2$, поэтому $L = \frac{at^2}{2} = \frac{(M+m)(F - \mu mg)t^2}{2Mm} = 0,85 \text{ м.}$

22.1.2. Решение. По закону сохранения импульса в проекции на горизонтальное направление имеем $mv = MV$, где v – модуль скорости шарика перед ударом. Из закона сохранения механической энергии следует равенство $\frac{mv^2}{2} = mgh + \frac{MV^2}{2}$. Решая записанную

$$\text{систему уравнений, находим, что } h = \frac{MV^2}{2mg} \left(\frac{M}{m} - 1 \right) = 4,5.$$

23.1.1. Решение. Тела движутся под действием сил, изображенных на рисунке, где $m_{1,2}\vec{g}$ – силы тяжести, $\vec{N}_{1,2}$ – нормальные составляющие сил реакции призмы, $\vec{T}_{1,2}$ – силы натяжения нити,



тей, $\vec{F}_{\text{тр}}$ – сила трения скольжения. По второму закону Ньютона имеем: $m_1 a_1 = m_1 g \sin \alpha - T_1 - \mu m_1 g \cos \alpha$ (для левого груза),

$m_2 a_2 = T_2 - m_2 g \sin \beta$ (для правого груза). Кроме того, справедливы равенства $a_2 = 2a_1$, $T_1 = 2T_2$. Решая записанную систему уравнений, находим, что

$$a_1 = \frac{m_1 \sin \alpha - 2m_2 \sin \beta - \mu m_1 \cos \alpha}{m_1 + 4m_2} g \approx 0,22 \text{ м/с}^2.$$

23.I.2. Решение. Согласно закону сохранения механической энергии модуль скорости шарика на нити длиной L непосредственно перед столкновением равен $u_1 = \sqrt{2gL}$, а модуль скорости шарика на нити длиной $2L$ равен $u_2 = 2\sqrt{gL}$. Здесь g – модуль ускорения свободного падения. При этом скорости направлены горизонтально и взаимно противоположно. Согласно законам сохранения импульса и механической энергии, при абсолютно упругом центральном соударении шарики равной массы «обмениваются» скоростями. Уравнение движения шарика на длинной нити в нижней точке тра-

ектории имеет вид $\frac{mu^2}{2L} = T - mg$, где u модуль скорости шарика, а

T – модуль силы натяжения нити в этот момент. Поэтому, непосредственно перед столкновением шариков модуль натяжения

длинной нити $T' = \frac{mu_2^2}{2L} + mg = 3mg$, а сразу после столкновения

$T'' = \frac{mu_1^2}{2L} + mg = 2mg$. Следовательно, искомое отношение

$$n = \frac{T''}{T'} = \frac{2}{3}.$$

24.I.1.Решение. При движении шайбы по наклонной плоскости на неё действует сила трения скольжения равная $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$, где μ – коэффициент трения шайбы о наклонную плоскость. Эта сила совершает работу $A_{\text{тр}} = -\mu mgl \cos \alpha$ как при движении шайбы вверх, так и при движении шайбы вниз. Учитывая это, запишем закон изменения пол-

ной механической энергии для этих двух этапов движения:

$$\frac{mv_0^2}{2} - \mu mgl \cos \alpha = mgl \sin \alpha, \quad mgl \sin \alpha - \mu mgl \cos \alpha = \frac{mv_1^2}{2}.$$

Здесь v_0 – начальная скорость шайбы на наклонной плоскости. Отсюда получим скорость шайбы после того, как она снова окажется на горизонтальной поверхности $v_1 = \sqrt{v_0^2 - 4\mu g l \cos \alpha}$. Для того, чтобы

найти v_0 и μ рассмотрим отдельно движение шайбы вверх по наклонной плоскости. Направим ось OX вдоль наклонной плоскости вверх, а начало координат совместим с границей между горизонтальной поверхностью и наклонной плоскостью. Координата x

и скорость тела v зависят от времени по законам $x(t) = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ и

$v(t) = v_0 - at$ соответственно. В момент времени τ (момент остановки

шайбы) можем записать, что $x(\tau) = v_0 \tau - \frac{a\tau^2}{2} = l$;

$v(\tau) = v_0 - a\tau = 0$. Решая эту систему уравнений, найдем начальную

скорость шайбы $v_0 = \frac{2l}{\tau}$ и ускорение, с которым она двигалась

$a = \frac{2l}{\tau^2}$. С другой стороны, используя второй закон Ньютона в проекции на ось OX , а именно $-ma = -mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$, получим,

что $a = g \sin \alpha + \mu g \cos \alpha$. Приравнявая два выражения для ускорения a , найдем коэффициент трения $\mu = \frac{1}{\cos \alpha} \left(\frac{2l}{g\tau^2} - \sin \alpha \right)$. Под-

ставляя результаты для v_0 и μ в выражение для скорости v_1 , получим окончательно $v_1 = 2\sqrt{gl \sin \alpha - \frac{l^2}{\tau^2}} = 4\sqrt{6} \text{ м/с} \approx 10 \text{ м/с}$.

24.1.2. Решение. Направим ось OX системы координат, связанной с наклонной плоскостью, вниз вдоль наклонной плоскости. Начало системы координат свяжем с координатой нижнего края доски в положении равновесия. Положение равновесия характеризуется

начальным сжатием пружины x_p , т.е. $(M + m)g \sin \alpha = kx_p$. По условию доску с кубиком смещают вниз вдоль наклонной плоскости, сжимая пружину, и отпускают с нулевой скоростью. Если после этого доска с кубиком совершает колебания, при которых кубик не скользит по доске, то эти колебания будут гармоническими, т.к. доска и кубик будут двигаться как одно целое. Уравнение движения доски с кубиком в проекции на ось OX имеет вид $(M + m)\ddot{x} = (M + m)g \sin \alpha - k(x_p + x)$. Используя соотношение для x_p , это уравнение можно переписать в виде: $(M + m)\ddot{x} + kx = 0$. Из последнего уравнения следует, что доска с кубиком совершает

гармонические колебания с круговой частотой $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{M + m}}$. Во

время колебаний между доской и кубиком действует сила трения $F_{\text{тр}}$. Кубик движется в соответствии с уравнением $m\ddot{x} = mg \sin \alpha - F_{\text{тр}}(t)$. Сила трения в этом уравнении является возвращающей силой. Она зависит от времени и меняет знак при изменении направления движения доски. Максимальное значение сила трения принимает в крайнем нижнем положении доски $|F_{\text{тр}}^{\text{max}}| = mg \sin \alpha + m|\ddot{x}_{\text{max}}|$. Здесь $|\ddot{x}_{\text{max}}|$ — максимальное ускорение доски с кубиком, равное $|\ddot{x}_{\text{max}}| = \omega_0^2 A$, где A — искомое максимальное смещение доски (амплитуда колебаний). В то же время, сила трения между кубиком и доской, если кубик не скользит по доске, не превышает значения силы трения скольжения в условиях данной задачи, т.е. при $|F_{\text{тр}}^{\text{max}}| \leq \mu mg \cos \alpha$. Таким образом, должно выполняться следующее неравенство: $mg \sin \alpha + m\omega_0^2 A \leq \mu mg \cos \alpha$. Это не-

равенство даёт возможность найти максимальное смещение доски, при котором кубик не будет скользить по доске во время возникших в системе колебаний. Имеем $\frac{k}{m + M} A \leq g(\mu \cos \alpha - \sin \alpha)$. Таким образом, максимальное смещение доски, при котором колебания

доски с кубиком будут гармоническими, равно

$$A = \frac{(m+M)g}{k}(\mu \cos \alpha - \sin \alpha) \approx 0,15 \text{ м.}$$

25.I.1. Решение. Пусть отрезки АВ, ВС и длины недеформированных пружин равны l . Поскольку $F_1 \cos \alpha + F_3 \cos \alpha + F_2 = mg$ и $F_1 \sin \alpha - F_3 \sin \alpha = 0$, то $F_1 = F_3$ и $2F_3 \cos \alpha + F_2 = mg$. Если длины пружин AD и CD равны l_1 , а длина пружины BD равна l_2 , то $F_3 = k(l_1 - l)$ и $F_2 = k(l_2 - l)$, где $l_1 = \frac{l}{\sin \alpha}$ и $l_2 = l \operatorname{ctg} \alpha$. Следова-

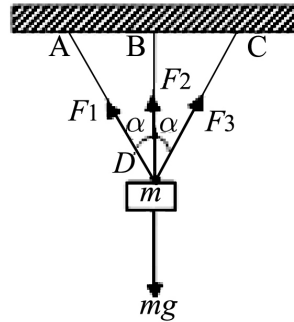
тельно, $F_2 = F_3 \frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}$. При равно-

весии $\vec{F}_1 + \vec{F}_3 + \vec{F}_2 + m\vec{g} = \vec{F}_3 + \vec{R} = 0$, где $\vec{R} = -\vec{F}_1 - \vec{F}_2 + m\vec{g}$. После разрыва пружины на груз будет действовать сила

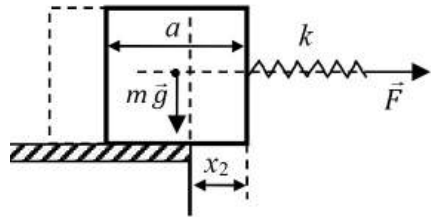
$$\vec{R} = -\vec{F}_3, \text{ где } F_3 = \frac{mg}{2 \cos \alpha + \frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}}.$$

Таким образом, ускорение груза

$$a = \frac{g}{2 \cos \alpha + \frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}} = \frac{g}{2\sqrt{3} - 1} \approx 4 \text{ м/с}^2.$$



25.I.2. Решение. Если пружину потянуть горизонтально, то работа внешней силы будет равна работе равной ей силы упругости $F_{\text{упр}}$ со стороны пружины, действующей на кубик. При этом совершаемая работа минимальна, если движение бруска будет равномерным и практически с нулевой скоростью. Совершенная работа складывается из



работы по удлинению пружины на этапе, пока кубик покоится $A_1 = kx_1^2/2$, и работы против силы трения $A_2 = \mu mg \cdot x_2$: $A = A_1 + A_2$. Коэффициент жёсткости пружины k в первом слагаемом легко определить из условия равновесия груза подвешенного на пружине: $0 = kx_0 - mg$. Работу A_2 совершает равная силе трения по модулю сила упругости $F_{\text{упр}} = \mu mg$. По сути, это же равенство определяет и максимальную деформацию пружины x_1 (которая сохраняется неизменной при движении кубика) – им обеспечено условие равномерного движения кубика: $0 = kx_1 - \mu mg$ – т.е. максимальная сила натяжения пружины равна силе трения скольжения. Чтобы опрокинуть кубик со стола, его надо сдвинуть таким образом, чтобы момент силы натяжения пружины (относительно оси, проходящей через край стола перпендикулярно плоскости чертежа) превысил момент силы тяжести. Если через x_2 обозначить необходимое для этого перемещение кубика, то условие опрокидывания запишется так: $F_{\text{упр}} \cdot \frac{a}{2} \geq mg \left(\frac{a}{2} - x_2 \right)$ (см. рисунок). Отсюда нетрудно

получить условие для смещения кубика: $x_2 \geq \frac{a}{2}(1 - \mu)$.

Следовательно, минимальное смещение кубика будет равно $x_2 = \frac{a}{2}(1 - \mu)$. Выразив жёсткость пружины k и деформацию x_1 , и подставив в выражение для работы получим:

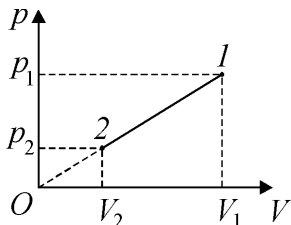
$$A = \frac{\mu mg}{2} (\mu x_0 - \mu a + a) = 0,15 \text{ Дж.}$$

II. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

15.II.1. Решение. Внутренняя энергия иде-

ального одноатомного газа $U = \frac{3}{2} \nu RT$, т.е.

$U \sim T$. Поскольку участок 1–2 – отрезок параболы, то и $T \sim V^2$. Из уравнения состояния газа $pV = \nu RT$ следует, что на этом



участке $p \sim V$. Работу по сжатию газа найдём, вычислив площадь фигуры под графиком $p = p(V)$, т.е.

трапеции. Имеем $A = \frac{1}{2}(kp_2 + p_2)(kV_2 - V_2) = \frac{1}{2}(k^2 - 1)p_2V_2$. Из

сравнения выражений $U_2 = \frac{3}{2} \nu RT_2$ и $p_2V_2 = \nu RT_2$ следует, что

$p_2V_2 = \frac{2}{3}U_2$, а значит искомая работа равна $A = \frac{k^2 - 1}{3}U_2$. Учיתי-

вая, что $U_2 = \frac{1}{k^2}U_1$, получаем окончательно, что

$$A = \frac{k^2 - 1}{3k^2}U_1 = 40 \text{ кДж.}$$

15.II.2. Решение. Поскольку в начальном состоянии пар в цилин-

дре является насыщенным, и число молей воздуха равно числу молей пара, то парциальное давление сухого воздуха в этом состоянии равно $p_{\text{возд } 0} = p_{\text{нас}}$. При медленном расширении смеси в 4

раза вся вода испарится, а пар останется насыщенным, т.е. относительная влажность воздуха сохранится равной 100%. Для того чтобы относительная влажность воздуха уменьшилась до 50%, нужно увеличить объём смеси ещё в два раза. Таким образом, конечный объём смеси равен восьми начальным объемам. Следовательно, конечное давление сухого воздуха $p_{\text{возд к}} = p_{\text{нас}}/8$. Искомое давле-

ние влажного воздуха $p = p_{\text{возд к}} + p_{\text{пара к}} = \frac{p_{\text{нас}}}{8} + \frac{p_{\text{нас}}}{2} = \frac{5}{8}p_{\text{нас}} \approx$

$\approx 1,46 \text{ кПа.}$

15.II.3. Решение. Состояние водяного пара описывается уравнением $p = nkT$, где p – давление пара, $n = 2N / V$ – концентрация молекул пара, N – число молекул пара, T – его абсолютная температура. Отсюда $N = \frac{pV}{2kT}$. Таким образом, начальное число молекул пара $N_{\text{нач}} = \frac{p_{\text{нас}}V}{2kT_1}$, где $T_1 = 273 + t_1 = 309$ К. Учтем, что при температуре $T_0 = 273 + t_0 = 373$ К. давление насыщенного водяного пара совпадает с нормальным атмосферным давлением p_0 . Число молекул пара при равно $N_{\text{кон}} = \frac{p_0V}{2kT_0}$. Следовательно,

$$\Delta N = N_{\text{кон}} - N_{\text{нач}} = \frac{p_0V}{2kT_0} \left(1 - \frac{p_{\text{нас}}}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T_1} \right) = \frac{p_0V}{2k(t_0 + 273)} \left(1 - \frac{p_{\text{нас}}}{p_0} \cdot \frac{t_0 + 273}{t_1 + 273} \right) \approx \approx 1,8 \cdot 10^{22}.$$

16.II.1. Решение. Обозначим через H высоту слоя ртути, которую налили в правое колено, а через h – смещение ртути в левом колене от исходного уровня. Тогда изменение уровня ртути в правом колене будет $H - h$, а давление воздуха в левом колене $p = p_0 + \rho g(H - 2h)$, где ρ – плотность ртути, g – ускорение свободного падения. По закону Бойля–Мариотта $pLS = p_0(L + h)S$, где S – площадь сечения трубки. Из этих уравнений находим, что $p_0 = \frac{\rho g(H - 2h)L}{h}$. Учитывая, что по условию $\frac{H - h}{h} = n$, получаем окончательно, что $p_0 = \rho gL(n - 1) = 750$ мм рт. ст.

16.II.2. Решение. Газ получает теплоту от нагревателя на участке $1 - 2$ и отдает теплоту холодильнику на участке $3 - 4$. КПД цикла по определению равен $\eta = A / Q_{12}$, где A – работа, совершаемая газом за цикл. Поскольку изменение внутренней энергии газа в циклическом процессе равно нулю, из первого закона термодинамики следует, что работа газа равна алгебраической сумме количеств теплоты, которыми газ обменивается с окружающими телами.

Таким образом, $A = Q_{12} - |Q_{34}|$. Кроме того, $Q_{12} = C(T_2 - T_1) = C\Delta T_1$, $Q_{34} = C(T_4 - T_3) = -C\Delta T_2$, где C – теплоемкость газа в процессе, в котором давление пропорционально объему. Предлагаем читателям самостоятельно убедиться в том, что теплоемкость ν молей одноатомного идеального газа в таком процессе равна $C = 2\nu R$, где R – универсальная газовая постоянная.

$$\eta = \left(1 - \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}\right) \cdot 100\% = 25\%.$$

16.П.3. Решение. В горизонтально расположенном цилиндре пар является насыщенным и его давление равно p_0 . Когда цилиндр ставят вертикально, поршень начинает опускаться, пар в нижней части цилиндра конденсируется, а вода в верхней части испаряется. Если в нижней части цилиндра не весь пар сконденсировался, а в верхней части цилиндра вся вода испарилась, то при равновесии поршня давление ненасыщенного пара в верхней части цилиндра уменьшилось до величины $p_1 = p_0 - Mg/S$. Если число молей пара в каждой из частей горизонтально расположенного цилиндра обозначить через ν , то число молей воды в этих частях по условию будет равно $\nu/5$. Поэтому, согласно уравнению Менделеева–Клапейрона, давление в горизонтально расположенном цилиндре должно удовлетворять соотношению $p_0 Sl = \nu RT$, а в верхней части вертикального цилиндра установившееся давление p_1 будет удовлетворять соотношению $p_1 S(l + h) = 1,2\nu RT$. Из записанных соотношений находим, что $h = \frac{p_0 S / 5 + Mg}{p_0 S - Mg} \cdot l \approx 64$ мм.

17.П.1. Решение. Пусть $p_n = p_0 = 10^5$ Па – давление насыщенного пара воды при 100°C , V – объёмы пара и гелия в исходном состоянии, ν_n – число молей пара, а ν_r – число молей гелия. Поскольку давления и объёмы пара и гелия в исходном состоянии равны друг другу, то $\nu_r = \nu_n = \frac{p_0 V}{nRT}$. Здесь $T = 373$ К. Так как в вертикально

стоящем цилиндре часть пара сконденсировалась при неизменной температуре, то гелий должен находиться в верхней части цилиндра, а давление в нижней части цилиндра должно стать равным p_0 . Поскольку плотность пара во много раз меньше плотности воды при 100°C , то объёмом сконденсировавшейся воды можно пренебречь, а потому занятый гелием объём можно считать равным

$$V_1 = 2V - \frac{V}{2n} = \frac{(4n-1)V}{2n}. \text{ Поэтому, согласно уравнению Менделеева – Клапейрона, искомое давление гелия равно } p = \nu_r RT / V_1 = \frac{2p_0}{4n-1} = \frac{2}{11} p_0 \approx 18,2 \text{ кПа.}$$

17.II.2. Решение. Работа, совершенная газом в рассматриваемом процессе, $A = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)$, изменение внутренней энергии

газа $\Delta U = \frac{3}{2}(p_2 V_2 - p_1 V_1)$. Согласно первому закону термодинамики

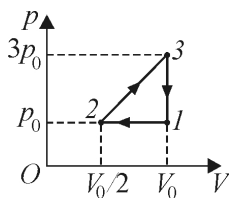
$\Delta Q = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) + \frac{3}{2}(p_2 V_2 - p_1 V_1)$. Искомое отношение

$$\begin{aligned} \text{равно } k &= \frac{4p_2 V_2 - 4p_1 V_1 + p_1 V_2 - p_2 V_1}{3(p_2 V_2 - p_1 V_1)} = \frac{4 \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{V_2}{V_1} - 4 + \frac{V_2}{V_1} - \frac{p_2}{p_1}}{3 \left(\frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{V_2}{V_1} - 1 \right)} = \\ &= \frac{4mn - 4 + m - n}{3(mn - 1)} = \frac{5}{2}. \end{aligned}$$

17.II.3. Решение. Согласно условию, на участке 2–3 зависимость давления газа от его плотности описывается законом вида $p = b + k/\rho$. Из системы уравнений

$$p_0 = b + \frac{k}{2\rho_0}, \quad 3p_0 = b + \frac{k}{\rho_0} \text{ нахо-$$

дим, что $b = -p_0$, $k = 4p_0\rho_0$ и $p = p_0 \left(-1 + 4 \frac{\rho_0}{\rho} \right)$,



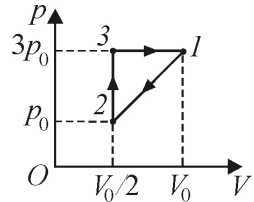
или $p = p_0 \left(-1 + 4 \frac{V}{V_0} \right)$, где V_0 – объем газа в состояниях 1 и 3. Таким образом, pV -диаграмма цикла имеет вид, изображенный на рисунке. Работа газа за один цикл $A = \frac{1}{2} 2 p_0 V_0 \left(1 - \frac{1}{2} \right) = \frac{p_0 V_0}{2}$. Газ получает теплоту на участке 2–3, а отдает теплоту на участках 3–1 и 1–2. Следовательно, полученное от нагревателя количество теплоты $Q_{\text{н}} = \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_2) + \frac{1}{2} 4 p_0 V_0 \left(1 - \frac{1}{2} \right)$. Учитывая, что согласно уравнению Менделеева–Клапейрона, $\nu R T_2 = p_0 \frac{V_0}{2}$, $\nu R T_3 = 3 p_0 V_0$, находим, что $Q_{\text{н}} = 19 p_0 V_0 / 4$. КПД цикла равен $\eta = A / Q_{\text{н}} = \frac{2}{19} \approx 10,5\%$.

17.П.4. Решение. Согласно условию, на участке 1–2 зависимость давления газа от его плотности описывается законом вида $p = b + k/\rho$. Из системы уравнений

$$p_0 = b + \frac{k}{2\rho_0}, \quad 3p_0 = b + \frac{k}{\rho_0} \quad \text{находим, что}$$

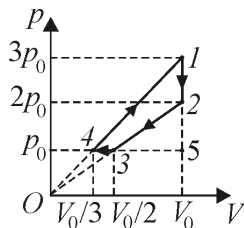
$$b = -p_0, \quad k = 4p_0\rho_0 \quad \text{и} \quad p = p_0 \left(-1 + 4 \frac{\rho_0}{\rho} \right), \quad \text{или} \quad p = p_0 \left(-1 + 4 \frac{V}{V_0} \right),$$

где V_0 – объем газа в состоянии 1. Таким образом, pV -диаграмма цикла имеет вид, изображенный на рисунке. Работа газа за один цикл $A = \frac{1}{2} 2 p_0 V_0 \left(1 - \frac{1}{2} \right) = \frac{p_0 V_0}{2}$. Газ получает теплоту на участках 2–3 и 3–1, а отдает теплоту на участке 1–2. Следовательно, полученное от нагревателя количество теплоты $Q_{\text{н}} = \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_2) + \frac{5}{2} \nu R (T_1 - T_3)$. Учитывая, что согласно уравнению Менделеева–



Клапейрона, $\nu RT_1 = 3p_0V_0$, $\nu RT_2 = \frac{p_0V_0}{2}$, $\nu RT_3 = \frac{3p_0V_0}{2}$, находим, что $Q_{\text{н}} = \frac{21p_0V_0}{4}$. КПД цикла равен $\eta = \frac{A}{Q_{\text{н}}} = \frac{2}{21} \approx 9,5\%$.

17.II.5. Решение. Согласно условию, на участке 2–3 зависимость давления газа от его плотности описывается законом вида $p = k/\rho$. Из уравнения $2p_0 = k/\rho_0$ находим, что $k = 2p_0\rho_0$ и $p = 2p_0 \frac{\rho_0}{\rho}$, или $p = 2p_0 \frac{V}{V_0}$, где V_0 – объем



газа в состояниях 1 и 2. Рассуждая аналогично, находим, что на участке 4–1 давление зависит от объема по закону $p = 3p_0 \frac{V}{V_0}$. Та-

ким образом, pV -диаграмма цикла имеет вид, изображенный на рисунке. Работу газа за один цикл, численно равную площади S_{1234} фигуры 1–2–3–4, удобно рассчитать по формуле $A = S_{154} - S_{253} = \frac{1}{2} 2p_0 \left(1 - \frac{1}{3}\right) V_0 - \frac{1}{2} p_0 \left(1 - \frac{1}{2}\right) V_0 = \frac{5p_0V_0}{12}$. Газ полу-

чает теплоту на участке 4–1 и отдает теплоту на участках 1–2, 2–3 и 3–4. Следовательно, полученное от нагревателя количество теплоты $Q_{\text{н}} = \frac{3}{2} \nu R(T_1 - T_4) + \frac{1}{2} 4p_0 \left(1 - \frac{1}{3}\right) V_0$. Учитывая, что согласно

уравнению Менделеева–Клапейрона $\nu RT_1 = 3p_0V_0$, $\nu RT_4 = p_0 \frac{V_0}{3}$, находим, что $Q_{\text{н}} = \frac{16p_0V_0}{3}$. КПД цикла $\eta = \frac{A}{Q_{\text{н}}} = \frac{5}{64} \approx 7,8\%$.

18.II.1. Решение. Нагревание газа в левом сосуде происходит при постоянном давлении. Совершаемая газом в этом процессе работа $A_{\text{лев}} = \nu R \Delta T$. Здесь ν – количество газа, R – универсальная газовая постоянная, ΔT – приращение температуры газа. Поскольку сжатие пружины x в правом сосуде совпадает с высотой поршня

над дном сосуда, то давление газа в правом сосуде $p = kx/S$ пропорционально его объему ($p \sim V$). При этом прямая, изображающая график процесса на pV -диаграмме, проходит через начало координат. Если обозначить через p_0 , V_0 и T_0 начальные, а через p , V и T – конечные давление, объем и температуру газа, то $\frac{p}{V} = \frac{p_0}{V_0}$, и

$$\begin{aligned} \text{работа газа } A_{\text{прав}} &= \frac{1}{2}(p - p_0)(V - V_0) = \frac{1}{2}(pV - p_0V_0) = \frac{1}{2}\nu R(T - T_0) = \\ &= \frac{1}{2}\nu R\Delta T. \end{aligned}$$

Таким образом, бóльшую работу при нагревании совершит газ в левом сосуде. Отношение работ, совершенных газами,

$$n = \frac{A_{\text{лев}}}{A_{\text{прав}}} = 2.$$

18.П.2. Решение. Согласно уравнению Менделеева–Клапейрона, плотность идеального газа $\rho_{\text{иг}}$ выражается через его давление p , молярную массу M и абсолютную температуру T по формуле

$$\rho_{\text{иг}} = \frac{pM}{RT}.$$

По закону Дальтона давление влажного воздуха p_0 равно сумме парциальных давлений сухого воздуха $p_{\text{св}}$ и водяного пара $p_{\text{п}}$. Поэтому плотность влажного воздуха может быть записана в виде

$$\rho = \frac{p_{\text{св}}M_1 + p_{\text{п}}M_2}{RT} = \frac{(p_0 - p_{\text{п}})M_1 + p_{\text{п}}M_2}{RT}.$$

Из последнего выражения находим, что $p_{\text{п}} = \frac{p_0M_1 - \rho RT}{M_1 - M_2}$. Учитывая, что относи-

тельная влажность воздуха по определению равна $\varphi = \frac{p_{\text{п}}}{p_{\text{н}}}$, а дав-

ление насыщенного пара $p_{\text{н}} = \frac{\rho_0 RT}{M_2}$, получаем, что

$$\varphi = \frac{(p_0M_1 - \rho RT)M_2}{(M_1 - M_2)\rho_0 RT} \approx 84\%.$$

19.II.1. Решение. После того, как в правом сосуде из-за нагревания газа его объём увеличится, жидкость в правом сосуде опустится на Δh и (с учётом одинаковых площадей сосудов) на столько же поднимется в левом сосуде. Разность давлений газа в этих сосудах станет равной $p_2 - p_1 = 2\rho g \Delta h$. Поскольку температура в левом сосуде остаётся постоянной, то согласно закону Бойля–Мариотта,

$$p_0 h = p_1 (h - \Delta h), \text{ откуда } p_1 = \frac{p_0 h}{h - \Delta h}.$$

Для правого сосуда, используя объединенный газовый закон, получим, что $\frac{p_0 h}{T_0} = \frac{p_2 (h + \Delta h)}{T}$,

откуда $p_2 = \frac{p_0 h T}{(h + \Delta h) T_0}$. Следовательно, справедливо равенство

$$\frac{p_0 h T}{(h + \Delta h) T_0} - \frac{p_0 h}{h - \Delta h} = 2\rho g \Delta h. \text{ Отсюда находим, что}$$

$$T = T_0 \frac{(h + \Delta h)}{p_0 h} \left(2\rho g \Delta h + \frac{p_0 h}{h - \Delta h} \right) \approx 373 \text{ К.}$$

19.II.2. Решение. Работа A газа равна сумме работ $A_{12} + A_{23}$. На этапе адиабатного расширения ($Q = 0$) работа равна $A_{12} = -\Delta U_{12} =$

$$= -\frac{3}{2} \left(\frac{p_0}{2} \cdot \frac{3}{2} V_0 - p_0 V_0 \right) = \frac{3}{8} p_0 V_0. \text{ На втором этапе работа вычисляется}$$

как площадь под графиком зависимости $p(V)$, т.е.

$$A_{23} = \frac{1}{2} \left(p_0 + \frac{p_0}{2} \right) \cdot \frac{3}{2} V_0 = \frac{9}{8} p_0 V_0. \text{ Таким образом, полная работа газа}$$

равна $A = \frac{3}{2} p_0 V_0$. Теплоту газ получает только на этапе увеличения

давления. Она равна сумме приращения внутренней энергии и работы, совершенной газом, т.е. $Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23} =$

$$= \frac{3}{2} \left(p_0 \cdot 3V_0 - \frac{p_0}{2} \cdot \frac{3}{2} V_0 \right) + \frac{9}{8} p_0 V_0 = \frac{9}{2} p_0 V_0. \text{ Искомое отношение рав-}$$

$$\text{но } \eta = \frac{3 p_0 V_0 / 2}{9 p_0 V_0 / 2} = \frac{1}{3}.$$

20.П.1. Решение. Из условия равновесия поршня следует, что давление газа в сосуде равно p_0 в начальном состоянии, и

$p_1 = p_0 + \frac{mg}{S}$, когда на поршень насыпали песок. Здесь p_0 – атмосферное давление, S – площадь поршня. По закону Бойля–Мариотта имеем: $p_0 V_0 = p_1 V_1$, где $V_0 = h_0 S$, $V_1 = (h_0 - \Delta h) S$. Отсюда находим, что под действием веса песка поршень переместится вниз

на расстояние $\Delta h = \frac{mgh_0}{Sp_0 + mg}$. Для того, чтобы вернуть поршень в исходное положение, газ должен совершить работу

$A = p_1 \Delta V = \left(p_0 + \frac{mg}{S} \right) \Delta h S = mgh_0$. Сообщенное при этом количество

теплоты равно $Q = \Delta U + A = \frac{3}{2} p_1 \Delta V + p_1 \Delta V = \frac{5}{2} A$, т. е.

$$Q = \frac{5}{2} mgh_0 = 25 \text{ Дж.}$$

20.П.2. Решение. Согласно уравнению Менделеева–Клапейрона, записанного для водяного пара в сосуде, а именно $\phi_1 p_{\text{нп}} V = \frac{m_1}{M} RT$,

первоначальная масса пара равна $m_1 = \frac{\phi_1 p_{\text{нп}} MV}{RT}$. Здесь $\phi_1 = \frac{\phi}{100\%}$,

$p_{\text{нп}}$ – парциальное давление насыщенного водяного пара, равное при 100°C нормальному атмосферному давлению p_0 . При уменьшении объема сосуда вдвое пар в сосуде становится насыщенным

и его масса будет $m_2 = \frac{p_{\text{нп}} MV}{2RT}$. Масса сконденсировавшейся воды

$$m = m_1 - m_2 = \frac{p_0 MV}{RT} \left(\frac{\phi}{100\%} - \frac{1}{2} \right) \approx 1,7 \text{ г.}$$

21.П.1. Решение. Поскольку при температуре $t = 100^\circ\text{C}$ давление насыщенного водяного пара равно нормальному атмосферному давлению p_0 , из уравнения Менделеева–Клапейрона следует, что

масса пара в исходном состоянии $m_0 = \frac{p_0 MV}{RT} \approx 1,74 \text{ г}$. Масса пара,

оставшегося после сжатия, $m_1 = m_0 - m = 0,74$ г. Объем, занимаемый паром массой m_1 при температуре $t = 100^\circ\text{C}$, равен

$$V_1 = V - \frac{mRT}{p_0 M} \approx 1,28 \text{ л.}$$

21.II.2. Решение. При температуре 100°C давление насыщенных паров воды равно нормальному атмосферному давлению p_0 . Из уравнения Менделеева–Клапейрона $p_0 V = \frac{m_1}{M_1} RT$, где $T = t + 273$,

следует, что объем, который занимал бы водяной пар, образовавшийся из данного количества воды, при давлении p_0 равен

$$V = \frac{m_1}{M_1 p_0} RT \approx 3,4 \text{ л.}$$

Поэтому пары воды будут насыщенными, даже если будут занимать весь объём цилиндра. Следовательно, в обеих частях цилиндра установится давление p_0 . Объём, занимаемый

азотом, при этом равен $V_2 = \frac{m_2}{M_2 p_0} RT$. Отсюда

$$x = \frac{V_2}{V} = \frac{m_2 RT}{M_2 p_0 V} = \frac{m_2 R(t + 273)}{M_2 p_0 V} \cdot 100\% \approx 55\%.$$

22.II.1. Решение. Обозначим силу, действующую на газ со стороны задней стенки, через F_1 , а со стороны передней стенки – через F_2 . По второму закону Ньютона $ma = F_1 - F_2$, где m – масса всего газа. С другой стороны, $F_1 = p_1 S$, $F_2 = p_2 S$, где $p_{1,2}$ – давления газа у задней и передней стенок сосуда, S – площадь поперечного сечения сосуда. Выражая плотность газа через давление из уравнения Менделеева–Клапейрона и учитывая, что $S = V/l$, а $V = m/\rho_0$, получаем, что $\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{\mu}{RT} \rho_0 a l \approx 1,7 \cdot 10^{-4} \text{ кг/м}^3$.

22.II.2. Решение. В соответствии с первым законом термодинамики $\Delta Q = \Delta U + A$, где $\Delta U = \frac{3}{2} \nu R(T - T_0)$ – изменение внутренней

энергии газа, $A = \frac{k}{2}(4h^2 - h^2)$ – работа газа, равная изменению потенциальной энергии упругой деформации пружины. Из уравнения Менделеева–Клапейрона, записанного для начального и конечного состояний газа, находим, что $p_0 V_0 = \frac{kh}{S} hS = kh^2 = \nu RT_0$, $pV = \frac{k2h}{S} 2hS = 4kh^2 = \nu RT$. Следовательно, $\Delta U = \frac{9}{2} kh^2$. Учитывая, что $A = \frac{3}{2} kh^2$, получаем, что $\Delta Q = 6kh^2 = 24$ Дж.

23.П.1. Решение. Внутренняя энергия одноатомного идеального газа $U = \frac{3}{2} \nu RT$. По условию $U = \alpha V^2$, где α – некоторый постоянный коэффициент. В соответствии с уравнением Менделеева–Клапейрона $\nu RT = pV$, поэтому в данном процессе $p \sim V$. Работу, совершённую газом, можно найти, вычислив площадь под графиком зависимости p от V . Площадь трапеции равна

$$A = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}(p_1 V_2 - p_1 V_1 + p_2 V_2 - p_2 V_1).$$

Поскольку $p \sim V$, то $p_1 V_2 = p_2 V_1$ и $A = \frac{1}{2}(p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{1}{2} \nu R \Delta T$.

Изменение внутренней энергии $\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$. Согласно первому закону термодинамики: $Q = \Delta U + A$. В данном процессе $Q = \Delta U + \frac{\Delta U}{3} = \frac{4}{3} \Delta U$. Отсюда $\Delta U = \frac{3}{4} Q = 15$ Дж.

23.П.2. Решение. По закону Дальтона начальное давление влажного воздуха равно сумме давлений сухого воздуха и водяных паров:

$$p_0 = p + p_v = \frac{\rho RT}{\mu} + \frac{\rho_v RT}{\mu_v} = \frac{\rho_v RT}{\mu \mu_v} (k \mu_v + \mu), \text{ где } T - \text{температура}$$

влажного воздуха, ρ – плотность сухого воздуха, ρ_v – плотность водяных паров. Отсюда плотность водяных паров равна

$\rho_B = \frac{p_0 \mu_B}{RT(k\mu_B + \mu)}$, а его парциальное давление $p_B = \frac{p_0 \mu_B}{k\mu_B + \mu}$. Давление сухого воздуха в начальном состоянии равно $p = \frac{k p_B RT}{\mu} = \frac{k p_0 \mu_B}{k\mu_B + \mu}$. Так как масса сухого воздуха не изменяется,

то после сжатия давление сухого воздуха возрастет в n раз: $p' = \frac{n k p_0 \mu_B}{k\mu_B + \mu}$. Давление пара после сжатия также должно возрасти в

n раз, но, если получится, что его давление окажется больше, чем давление насыщенного пара при этой температуре, то $p'_B = p_{\text{нп}} = p_0$ (p_0 – давление насыщенного пара при температуре 100°C):

$$p'_B = \frac{n p_0 \mu}{k\mu_B + \mu} = \frac{4 \cdot 29}{3 \cdot 18 + 29} p_0 \approx 1,4 p_0 > p_0. \quad \text{Значит,} \quad p'_B = p_{\text{нп}} = p_0.$$

Окончательно получаем выражение для давления в цилиндре после

$$\text{сжатия: } p'_0 = \frac{n k p_0 \mu_B}{k\mu_B + \mu} + p_0 = p_0 \left(\frac{n k \mu_B}{k\mu_B + \mu} + 1 \right) \approx 3,6 p_0 = 3,6 \text{ атм.}$$

24.II.1. Решение. По условию задачи $V_2 = nV_1$, а $V_3 = kV_2 = nkV_1$. Используя уравнение процесса $1-2$, получим, что $p_2 = np_1$, а так как $pV = \nu RT$, то $T_2 = n^2 T_1$. Аналогично, используя уравнение процесса $2-3$, получим, что $T_3 = kT_2 = n^2 k T_1$. КПД цикла тепловой машины вычисляется по формуле: $\eta = A/Q^+$, где A – работа, совершённая газом за цикл, а Q^+ – полученное газом за цикл количество теплоты. Для изображённого на рисунке цикла, используя полученные выше соотношения между давлениями, объёмами и температурами узловых точек цикла, имеем:

$$A = \frac{1}{2}(p_2 - p_1)(V_3 - V_2) = \frac{1}{2} p_1 V_1 n(n-1)(k-1), \quad Q^+ = Q_{12} + Q_{23} = \Delta U_{12} + A_{12} + Q_{23}. \quad \text{Здесь изменение внутренней энергии газа на участке } 1-2 \text{ равно } \Delta U_{12} = C_V(T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R T_1(n^2 - 1), \text{ работа газа}$$

на участке $1-2$ $A_{12} = \frac{1}{2}(p_2 + p_1)(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}p_1V_1(n^2 - 1)$, количество теплоты, полученное газом на участке $2-3$ $Q_{23} = C_p(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}\nu RT_1 n^2(k-1)$. Подставляя найденные выражения в формулу для Q^+ , получим, что $Q^+ = 2\nu RT_1(n^2 - 1) + \frac{5}{2}\nu RT_1 n^2(k-1)$. Окончательно, $\eta = \frac{n(n-1)(k-1)}{4(n^2 - 1) + 5n^2(k-1)} = \frac{1}{13} \approx 0,077$.

24.П.2. Решение. Внутренняя энергия одноатомного идеального газа $U = \frac{3}{2}\nu RT$. По условию $U = \alpha V^2$, где α – некоторый постоянный коэффициент. В соответствии с уравнением Менделеева–Клапейрона $pV = \nu RT$, поэтому в данном процессе $p \sim V$. Работу, совершённую газом, можно найти, вычислив площадь под графиком зависимости p от V . Площадь трапеции равна $A = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}(p_1V_2 - p_1V_1 + p_2V_2 - p_2V_1)$. Поскольку $p \sim V$, то $p_1V_2 = p_2V_1$ и $A = \frac{1}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = \frac{1}{2}\nu R\Delta T$. Изменение внутренней энергии $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$. Согласно первому закону термодинамики, $Q = \Delta U + A$. В данном процессе $Q = \Delta U + \frac{\Delta U}{3} = \frac{4}{3}\Delta U$. Отсюда $\Delta U = \frac{3}{4}Q = 15$ Дж.

25.П.1. Решение. 1. Запишем уравнение Менделеева – Клапейрона для воздуха в стакане в нагретом состоянии и при комнатной температуре:

$$p_0V_0 = \nu RT_0, \quad (1)$$

$$pV = \nu RT, \quad (2)$$

где объемы воздуха в стакане в двух состояниях определяются формулами $V_0 = Sh$ и $V = Sx$, x — расстояние от дна перевернутого стакана до уровня втянутой в него воды, V — количество воздуха в стакане.

2. Запишем условие равновесия столба воды в стакане после ее втягивания в стакан:

$$p_0 S = pS + mg, \quad (3)$$

где p — давление воздуха в стакане при комнатной температуре.

3. Выразим массу всей втянутой в стакан воды через ее объем:

$$m = \rho S(h - x), \quad (4)$$

где ρ — плотность воды.

4. Объединяя уравнения (1–4), получим:

$$T_0 = \frac{T}{\left(1 - \frac{mg}{p_0 S}\right) \left(1 - \frac{m}{\rho S h}\right)} = \frac{300}{\left(1 - \frac{0,04 \cdot 10}{10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-4}}\right) \cdot \left(1 - \frac{0,04}{10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-4} \cdot 0,1}\right)} \approx 500 \text{ К.}$$

25.II.2. Решение. Пусть площадь поршней равна S , масса поршней — m . Поскольку поршни находятся в равновесии, то справедливы следующие соотношения:

$$2p_0 S = p_0 S + mg, \quad (1)$$

$$p_n S = 2p_0 S + mg, \quad (2)$$

где p_n — давление воздуха между нижним поршнем и дном сосуда. Из (1) и (2) получим:

$$mg = p_0 S, \quad p_n = 3p_0.$$

Пусть на поршень действуют силой F , тогда давление верхним и нижним поршнями станет равным $\frac{F}{S} + 2p_0$, а между нижним и

дном сосуда станет равным $\frac{F}{S} + 3p_0$. Если верхний поршень опу-

стился вниз и занял положение нижнего поршня, то расстояние между поршнями стало равным $l - x$. Поскольку по условию задачи процесс изотермический, то по закону Бойля – Мариотта получим:

$$2p_0Sl = \left(\frac{F}{S} + 2p_0 \right) S(l - x), \quad (3)$$

$$3p_0Sl = \left(\frac{F}{S} + 3p_0 \right) Sx. \quad (4)$$

Из соотношения (3) получим:

$$x = \frac{Fl}{F + 2p_0S}. \quad (5)$$

Подставив полученное выражение для x в (4), получим:

$$F = \sqrt{6}p_0S. \quad (6)$$

Определим искомую величину, подставив соотношение (6) в (5):

$$x = l(3 - \sqrt{6}) = 20(3 - \sqrt{6}) \approx 11 \text{ см.}$$

III. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

15.III.1. Решение. После соединения конденсаторов напряжения на них установятся одинаковыми, а их суммарный заряд останется равным первоначальному заряду первого конденсатора, т.е.

$$U_2 = U_1, \quad (C_1 + C_2)U_1 = C_1\mathcal{E}. \quad \text{Следовательно, } U_1 = \frac{C_1\mathcal{E}}{C_1 + C_2}.$$

После замыкания конденсаторов проводником с большим сопротивлением они полностью разрядятся, а выделившееся при этом количество теплоты практически будет равно электрической энергии, которой обладали конденсаторы до замыкания, а именно,

$$Q = \frac{(C_1 + C_2)U_1^2}{2}. \quad \text{Из написанных соотношений следует, что}$$
$$\mathcal{E} = \frac{\sqrt{2Q(C_1 + C_2)}}{C_1} \approx 424 \text{ В}.$$

15.III.2. Решение. Сопротивление цепи при замкнутом ключе K равно $5R/3$. Поэтому до размыкания ключа сила тока, протекающего через источник, равна $I = \frac{3\mathcal{E}}{5R}$, а напряжение на конденсаторе

$$\text{равно } U = \frac{2}{3}RI = \frac{2\mathcal{E}}{5}.$$

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{2C\mathcal{E}^2}{25} \quad \text{выделится в виде теплоты на резисторах } R \text{ и } 2R$$

после размыкания ключа в количествах, обратно пропорциональных их сопротивлениям, т.е. на резисторе $2R$ выделится $1/3$ часть

$$\text{этой энергии. Отсюда получаем, что } Q = \frac{2C\mathcal{E}^2}{75} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ Дж, или}$$

4 мкДж.

15.III.3. Решение. В исходном состоянии конденсатор зарядится до разности потенциалов $\mathcal{E}$. После перебрасывания ключа K в положение 2 конденсатор полностью разрядится и в цепи, состоящей из резисторов R_1 , R_2 и R_3 , выделится количество теплоты

$Q = C\varepsilon^2/2$. Поскольку в последовательной цепи значения количества теплоты, выделяющегося на отдельных резисторах, пропорциональны их сопротивлениям, то $Q = \frac{C\varepsilon^2}{2} \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3}$. Отсюда

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{2Q_1}{C} \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_1}} = 10 \text{ В.}$$

16.III.1. Решение. Потенциал точки, находящейся на расстоянии r от точечного заряда q , относительно бесконечно удалённой от

него точки равен $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$. Согласно принципу суперпозиции электростатических по-

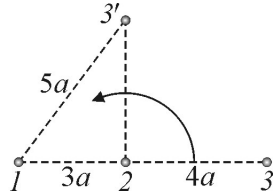
лей потенциал, создаваемый первым и вторым зарядами в точке 3,

где удерживают третий заряд, равен $\varphi_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{7a} + \frac{1}{4a} \right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{11}{28a}$, а потенциал вершины прямоугольного треугольника

с длиной основания $3a$ и высотой $4a$ (точки $3'$ на рисунке), в крайних точках основания которого находятся точечные заряды q , равен

$\varphi_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{4a} + \frac{1}{5a} \right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{9}{20a}$. Поэтому искомая работа

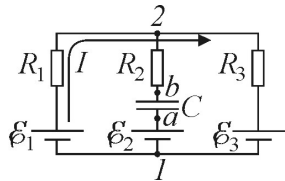
равна $A = q(\varphi_3 - \varphi_1) = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a} \cdot \left(\frac{9}{20} - \frac{11}{28} \right) = \frac{q^2}{70\pi\varepsilon_0 a} \approx 5,1 \cdot 10^{-7} \text{ Дж.}$



16.III.2. Решение. По цепи течет постоянный ток I , направление которого указано на рисунке стрелкой. По закону Ома для

полной цепи $I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{R_1 + R_3}$. Разность потен-

циалов между точками 1 и 2 находим из закона Ома для неоднородного участка цепи, согласно которому $\varphi_2 - \varphi_1 = \varepsilon_1 - IR_1$, а разность потенциалов между обкладками конденсатора



$\varphi_a - \varphi_b = \varphi_1 + \mathcal{E}_2 - \varphi_2 = IR_1 - \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$. Следовательно, заряд на конденсаторе равен $q = C \cdot (\varphi_a - \varphi_b) = C \cdot \left(\frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R_1 + R_2} R_1 - \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 \right) = 10^{-6}$ Кл, или 1 мкКл.

16.III.3. Решение. Используя закон Ома для полной цепи и закон Джоуля–Ленца, находим, что мощность, выделяющаяся в резисторе сопротивлением R , равна $N = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(R + r)^2}$, где $\mathcal{E}$ – ЭДС источника,

r – его внутреннее сопротивление. Анализ этого выражения показывает, что оно достигает максимума при $R = r$. Например, находя производную от N по R , а именно $N' = \frac{\mathcal{E}^2 [(R + r)^2 - 2(R + r)R]}{(R + r)^4}$, и приравнявая ее нулю, приходим к записанному выше условию.

КПД цепи, определяемый как $\eta = \frac{N}{N_{\text{полн}}}$, где $N_{\text{полн}} = \frac{\mathcal{E}^2}{R + r}$ – мощность, развиваемая источником, равен $\eta = \frac{R}{R + r}$. Поэтому в первом

случае КПД $\eta_1 = \frac{r}{r + r} = \frac{1}{2}$, а во втором случае $\eta_2 = \frac{r/2}{r/2 + r} = \frac{1}{3}$.

Искомое отношение равно $n = \eta_2 / \eta_1 = 2/3$, т.е. КПД уменьшится в полтора раза.

17.III.1. Решение. Пусть q – заряд частицы, Q – заряд шара, r – начальное расстояние между частицей и центром шара. По закону Кулона $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qQ}{r^2}$, где ϵ_0 – электрическая постоянная. Учитывая,

что потенциальная энергия электростатического отталкивания зарядов q и Q , находящихся на расстоянии x друг от друга, равна $\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 x}$, по закону сохранения энергии имеем

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qQ}{r} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qQ}{r+s} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qQs}{r(r+s)} = F \frac{sr}{r+s}.$$

По второму закону Ньютона $ma = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qQ}{(r+s)^2} = F \left(\frac{r}{r+s} \right)^2$. Объ-

единя записанные выражения, получаем, что $a = \frac{mv^4}{4Fs^2} = 0,25 \text{ м/с}^2$.

17.III.2. Решение. Пусть q – заряд частицы, Q – заряд шара, r – начальное расстояние между частицей и центром шара. По закону Кулона $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qQ}{r^2}$, где ϵ_0 – электрическая постоянная. Учитывая, что потенциальная энергия электростатического отталкивания зарядов q и Q , находящихся на расстоянии x друг от друга, равна $\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 x}$, по закону сохранения энергии имеем

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qQ}{r} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qQ}{r+s} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qQs}{r(r+s)} = F \frac{sr}{r+s}.$$

По второму закону Ньютона $ma = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qQ}{(r+s)^2} = F \left(\frac{r}{r+s} \right)^2$. Объ-

единя записанные выражения, получаем, что $v = \sqrt[4]{\frac{4aFs^2}{m}} = 1 \text{ м/с}$.

17.III.3. Решение. Потенциал изолированной незаряженной сферы, центр которой находится на расстоянии a от точечного заряда q , равен $\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a}$. Поскольку сфера заземлена и находится в поле

двух зарядов, то справедливо равенство $\frac{2q}{4\pi\epsilon_0 a} + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} = 0$. Отсю-

да следует, что заряд Q , индуцированный на поверхности сферы, равен $Q = 2qR/a$. Учитывая, что $R \ll a$, можно считать, что этот заряд эквивалентен точечному заряду Q , находящемуся в центре

сферы. Следовательно, модуль искомой силы $F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$, где в соответствии с законом Кулона, $F_1 = F_2 = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 a^2}$. Из записанных выражений получаем, что $F = \frac{q^2 R \sqrt{2}}{4\pi\epsilon_0 a^3} \approx 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ Н}$.

17.III.4. Решение. Условие равенства мощностей, выделяющихся во внешней цепи при разных сопротивлениях нагрузки R_1 и R_2 , можно записать в виде $N = \frac{\mathcal{E}^2 R_1}{(R_1 + r)^2} = \frac{\mathcal{E}^2 R_2}{(R_2 + r)^2}$, где $\mathcal{E}$ – ЭДС источника. Из этого равенства находим, что $r = \sqrt{R_1 R_2}$. Следовательно: $\sqrt{\frac{R_x R^2}{R_x + R}} = r$ и $R_x = \frac{R r^2}{R^2 - r^2} \approx 2,7 \text{ Ом}$.

17.III.5. Решение. Условие равенства мощностей, выделяющихся во внешней цепи при разных сопротивлениях нагрузки R_1 и R_2 , можно записать в виде $N = \frac{\mathcal{E}^2 R_1}{(R_1 + r)^2} = \frac{\mathcal{E}^2 R_2}{(R_2 + r)^2}$, где $\mathcal{E}$ – ЭДС источника. Отсюда следует, что $r = \sqrt{R_1 R_2}$, а выделяющаяся мощность равна $N = \frac{\mathcal{E}^2}{(\sqrt{R_1} + \sqrt{R_2})^2} = 4 \text{ Вт}$.

18.III.1. Решение. До начала раздвигания пластин энергия конденсатора была равна $W_n = \frac{CU^2}{2}$. После раздвигания пластин ёмкость конденсатора уменьшилась в n раз, а его энергия стала равной $W_k = \frac{CU^2}{2n}$. При этом через источник протёк заряд $\Delta q = \left(\frac{1}{n} - 1\right)CU$.

Следовательно, работа сторонних сил источника за время раздвижения пластин равна $A_{\text{ист}} = U \Delta q = \left(\frac{1}{n} - 1 \right) C U^2$. Согласно закону изменения энергии справедливо равенство $W_{\text{н}} + A_{\text{мех}} + A_{\text{ист}} = W_{\text{к}}$. Отсюда $A_{\text{мех}} = W_{\text{к}} - W_{\text{н}} - A_{\text{ист}}$. Окончательно получаем, что

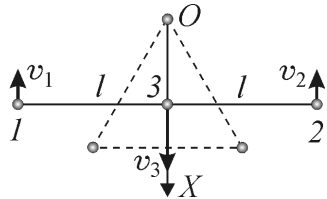
$$A_{\text{мех}} = \frac{C U^2}{2} \left(\frac{n-1}{n} \right) = 0,6 \text{ мДж}.$$

18.III.2. Решение. Начальная энергия двух заряженных конденсаторов $W_0 = \frac{C_1 V_1^2}{2} + \frac{C_2 V_2^2}{2}$. После соединения разноименно заряженных обкладок суммарный заряд на них станет $q = |C_2 V_2 - C_1 V_1|$. Поскольку конденсаторы соединили параллельно, их полная энергия после перезарядки будет $W_1 = \frac{q^2}{2(C_1 + C_2)}$. Искомое отношение энергий $k = \frac{W_1}{W_0} = \frac{(C_2 V_2 - C_1 V_1)^2}{(C_1 + C_2)(C_1 V_1^2 + C_2 V_2^2)} = \frac{1}{28}$.

19.III.1. Решение. Поскольку силы взаимодействия между шариками являются внутренними и консервативными, в системе из трех шариков сохраняется импульс и полная механическая энергия. В проекции на ось OX закон сохранения импульса дает равенство $mv_3 - mv_1 - mv_2 = 0$. Так как массы шариков одинаковы, из закона сохранения импульса и из соображений симметрии следует, что $v_1 = v_2 = v_3/2$. Используя формулу для потенциальной энергии взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2 , находящихся на расстоянии x друг от друга, а именно,

$$W = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 x},$$

находим потенциальную энергию системы в началь-



ном состоянии. Она равна $W_{\text{нач}} = W_{12} + W_{13} + W_{23} = 3 \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 l}$. Здесь

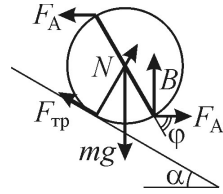
W_{ij} – энергия отталкивания i -го и j -го зарядов. Потенциальная энергия системы будет минимальной, когда заряды удалятся на максимальное расстояние, т.е. будут располагаться на одной прямой. Следовательно, конечная потенциальная энергия равна

$$W_{\text{кон}} = W_{13} + W_{23} + W'_{12} = 2 \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 l} + \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 2l} = \frac{5q^2}{4\pi\epsilon_0 2l}.$$

По закону сохранения механической энергии $\frac{3q^2}{4\pi\epsilon_0 l} = \frac{mv_3^2}{2} + \frac{2m(v_3/2)^2}{2} + \frac{5q^2}{4\pi\epsilon_0 2l}$.

$$\text{Отсюда } v_3 = \frac{q}{\sqrt{6\pi m \epsilon_0 l}} \approx 3,5 \text{ см/с.}$$

19.III.2. Решение. Цилиндр находится в равновесии под действием сил, модули и направления которых показаны на рисунке, где mg – модуль силы тяжести, N – модуль нормальной составляющей силы реакции наклонной плоскости, $F_{\text{тр}}$ – модуль силы трения покоя, F_A – модуль силы Ампера. Записывая уравнение моментов относительно оси цилиндра, имеем: $2F_A R \sin \varphi = F_{\text{тр}} R$, где R – радиус цилиндра, φ – угол, который плоскость рамки образует с горизонтом. Из условия равновесия цилиндра следует, что $F_{\text{тр}} = mg \sin \alpha$. По закону Ампера $F_A = IBl$. Учитывая эти соотношения, находим ток



$$I = \frac{mg \sin \alpha}{2Bl \sin \varphi}.$$

Минимальное значение найденный ток принимает

$$\text{при } \sin \varphi = 1, \text{ т.е. при } \varphi = 90^\circ, \text{ это значение } I_{\min} = \frac{mg \sin \alpha}{2Bl} = 0,625 \text{ А.}$$

20.III.1. Решение. Энергия заряженного конденсатора, равна $W_0 = C\varepsilon^2/2$. В процессе колебаний сила тока, протекающего по резистору и по катушке, одинакова в каждый момент времени.

Поэтому отношение количества теплоты, выделяющейся на этих участках цепи за всё время протекания процесса пропорционально отношению их омических сопротивлений: $\frac{Q_R}{Q_L} = \frac{R}{R_L}$, где $R_L = \rho \frac{l}{S}$ — омическое сопротивление катушки. Вся энергия W_0 заряженного конденсатора перейдёт в теплоту $Q = Q_R + Q_L = \left(1 + \frac{R}{R_L}\right) \cdot Q_L$. На долю катушки придётся $Q_L = \frac{R_L}{R + R_L} W_0$. В итоге получаем

$$Q_L = \frac{\rho l}{RS + \rho l} \cdot \frac{C\mathcal{E}^2}{2} \approx 4,55 \text{ мкДж.}$$

20. III. 2. Решение. Во время вхождения рамки в область, занимаемую магнитным полем, в ее стороне, параллельной границе магнитного поля, возникает ЭДС индукции $\mathcal{E} = Bva$, в результате чего по рамке начинает течь индукционный ток $I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{Bva}{R}$. По закону Джоуля–Ленца количество теплоты, выделившееся в рамке за время τ ее вхождения в магнитное поле, равно $Q = I^2 R \tau$. По истечении этого времени рамка полностью окажется в магнитном поле и индукционный ток прекратится. Поскольку $\tau = \frac{a}{v}$, из записанных выражений следует, что $Q = \frac{B^2 va^3}{R} = 1 \text{ мДж.}$

21. III. 1. Решение. Под действием постоянного электрического поля заряженный шарик летит по параболической траектории, а траектория незаряженного шарика представляет собой два прямолинейных отрезка равной длины. В направлении, параллельном пластинам, оба шарика летят с одинаковыми постоянными скоростями. Поскольку по условию шарик возвращается в одну и ту же точку первой пластины, они затрачивают на движение одно и то же время. Обозначив через d расстояние между пластинами, находим, что время движения незаряженного шарика от одной пласти-

ны до другой, $t_0 = \frac{d}{v_{0y}}$, где $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$. Такое же время заряженный шарик движется от момента вылета до достижения вершины параболы. Модуль ускорения заряженного шарика $a = \frac{v_{0y}}{t_0} = \frac{v_{0y}^2}{d}$, а его перемещение в направлении, перпендикулярном пластинам, за время t_0 составляет $y_{\max} = v_{0y}t_0 - \frac{at_0^2}{2} = \frac{d}{2}$. Таким образом, заряженный шарик в направлении, перпендикулярном пластинам, долетает ровно до середины конденсатора. При этом он проходит разность потенциалов $\Delta\varphi = \frac{U}{2}$. Из закона сохранения механической энергии для заряженного шарика имеем $\frac{mv_0^2 \sin^2 \alpha}{2} = \frac{qU}{2}$. Отсюда $m = \frac{qU}{v_0^2 \sin^2 \alpha} = 1 \text{ мг.}$

21.III.2. Решение. Пусть R – полное сопротивление контура, включающее в себя внутреннее сопротивление источника. Тогда выделяющаяся в контуре мощность при неизменном магнитном поле равна $N_1 = \frac{\mathcal{E}^2}{R}$. Когда магнитное поле начнет убывать, в контуре

возникнет ЭДС индукции, по модулю равная $|\mathcal{E}_{\text{инд}}| = S \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| = kS$.

Согласно правилу Ленца, индукционный ток направлен по часовой стрелке, следовательно, ЭДС индукции складывается с ЭДС источника. Мощность, выделяющаяся в контуре, станет равной

$$N_2 = \frac{(\mathcal{E} + kS)^2}{R}. \quad \text{Искомая величина} \quad n = \frac{N_2 - N_1}{N_1} \cdot 100\% = \\ = \frac{2Sk\mathcal{E} + (Sk)^2}{\mathcal{E}^2} \cdot 100\% = 21\%. \text{ Мощность увеличится.}$$

22.III.1. Решение. Согласно второму закону Ньютона, уравнение

движения частицы по круговой орбите имеет вид $\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r^2}$,

где v – скорость частицы, q – ее заряд, ϵ_0 – электрическая постоянная. Кинетическая энергия частицы $E_k = mv^2/2$, а ее потен-

циальная энергия $E_\pi = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r}$. Используя уравнение движения

частицы, E_π можно записать как $E_\pi = -mv^2$. Полная механическая энергия частицы $E = E_k + E_\pi = -mv^2/2$. Поскольку период

обращения частицы $T = 2\pi r/v$, то $E = -\frac{1}{2}m \cdot (2\pi r/T)^2$ и

$$T = 2\pi r \sqrt{-\frac{m}{2E}} \approx 4,7 \cdot 10^{-16} \text{ с.}$$

22.III.2. Решение. При выдвигании рамки из области магнитного поля модуль изменения потока вектора индукции через поверхность, ограниченную рамкой, за время Δt равен $\Delta\Phi = Blv\Delta t$. Соответственно, в рамке возникает ЭДС электромагнитной индукции,

по модулю равная $\mathcal{E} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = Blv$. Данная ЭДС будет действовать,

пока рамка проходит границу области с магнитным полем, то есть в течение времени $\tau = l/v$. По закону Джоуля–Ленца количество

теплоты, выделяемое проводником с током $Q = \mathcal{E}^2 \tau / R$. Комбини-

руя три последних равенства, получим, что $R = \frac{B^2 l^3 v}{Q} = 1,5 \text{ Ом.}$

23.III.1. Решение. Согласно закону изменения

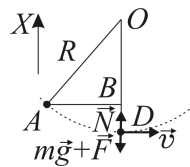
полной механической энергии: $mv^2/2 - mgH =$

$= q(\varphi_A - \varphi_D)$, где φ_A и φ_D – потенциалы, создаваемые

неподвижным зарядом q в точках A и D .

Из геометрических соображений следует, что

$\triangle ABO$ – прямоугольный треугольник со сторонами $AO = 5H$,



$OB = 4H$, $BA = 3H$, поэтому $\varphi_A = \frac{kq}{3H}$, $\varphi_D = \frac{kq}{H}$, тогда

$$v^2 = 2gH - \frac{4kq^2}{3mH}. \text{ Здесь } k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}.$$

Согласно второму закону Ньютона, записанному в проекции на ось X в точке D : $ma = N - mg - F_k$, $a = v^2/R$, $F_k = kq^2/H^2$. Здесь N – сила реакции стержня, a – проекция ускорения бусинки на ось X , v – скорость бусинки в точке D , F_k – сила Кулона, действующая на бусинку со стороны заряда q . Из этой системы, получаем выражение для N , а

$$\text{именно } N = \frac{7}{5}mg + \frac{11}{15} \cdot \frac{kq^2}{H^2}.$$

По третьему закону Ньютона, сила, действующая на стержень со стороны бусинки, равна по модулю

$$\text{силе реакции стержня: } P = N = \frac{7}{5}mg + \frac{11}{15} \cdot \frac{kq^2}{H^2}.$$

23.III.2. Решение. Согласно закону электромагнитной индукции, ЭДС индукции, возникающая при деформации контура,

$$\mathcal{E} = -\frac{B\Delta S}{\Delta t}, \text{ где } \Delta S - \text{изменение площади контура за время } \Delta t.$$

Индукционный ток в контуре равен $I = |\mathcal{E}|/R$. За время Δt в контуре протекает заряд. Из записанных выражений следует, что за время деформации контура в нем протекает полный заряд

$$q = \frac{B(S_0 - S_1)}{R}, \text{ где } S_0 = a^2 - \text{начальная площадь, а } S_1 = a^2 \sin \alpha -$$

конечная площадь, ограниченная контуром. Таким образом,

$$q = \frac{Ba^2(1 - \sin \alpha)}{R}.$$

Средняя сила тока в контуре равна отношению заряда q , протекшего в контуре, к промежутку времени τ , за который произошла деформация контура. Поскольку

$$\tau = \frac{a[\cos(\alpha/2) - \sqrt{2}/2]}{v}, \text{ окончательно получаем, что}$$

$$I = \frac{Bva(1 - \sin \alpha)}{R[\cos(\alpha/2) - \sqrt{2}/2]} \approx 156 \text{ мкА}.$$

24.III.1. Решение. Запишем закон сохранения полной энергии системы из трёх заряженных частиц для начального положения частиц и после уменьшения расстояний между соседними частицами

$$\text{вдвое: } 3 \cdot \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 l} + 3 \cdot \frac{mV_0^2}{2} = 3 \cdot \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 (l/2)} + 3 \cdot \frac{m(V_0/2)^2}{2}.$$

Аналогично, для начального и конечного положений частиц, учитывая что при наименьшем расстоянии скорость частиц обратится в ноль:

$$3 \cdot \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 l} + 3 \cdot \frac{mV_0^2}{2} = 3 \cdot \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r_{\min}}.$$

Из первого равенства получим, что

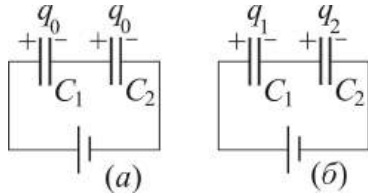
$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{4}{3} \cdot \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 l}.$$

Подставив во второе равенство, находим, что

$$r_{\min} = \frac{3}{7}l = 12 \text{ см.}$$

24.III.2. Решение. После подключения последовательно соединенных незаряженных конденсаторов к источнику заряды конденсаторов установятся одинаковыми и равными

$$q_0 = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U, \text{ где } U - \text{ЭДС источника.}$$



После переключения конденсатора C_1 заряды конденсаторов установятся равными q_1 и q_2 , для которых справедливы уравнения

$$-q_1 + q_2 = 2q_0 \quad \text{и} \quad \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} = U. \quad \text{Отсюда находим, что}$$

$$q_2 = \frac{C_1 C_2 (C_1 + 3C_2)}{(C_1 + C_2)^2} U \approx 19 \text{ мкКл.}$$

25.III.1. Решение. Согласно закону Джоуля – Ленца, количество теплоты, выделившееся в участке проводника при протекании по нему постоянного электрического тока, равно $Q = u^2 \tau / R$, где u – разность потенциалов на концах участка, R – его сопротивление,

τ – время протекания тока. При параллельном соединении проводников разность потенциалов на них одинакова. Следовательно, тепловые мощности, выделяющиеся на участках такой цепи, обратно пропорциональны значениям их сопротивлений. Поэтому на втором нагревателе будет выделяться мощность $P_2 = \frac{R_1}{R_2} \cdot P_1$. По условию задачи следует считать, что всё

выделившееся на втором нагревателе количество теплоты $Q_2 = P_2 \tau$ будет передано газу, у которого на эту же величину возрастёт и внутренняя энергия $\Delta U = 1,5\nu R \Delta T$, поскольку процесс нагревания газа происходит при постоянном объёме, и работа газом не совершается. Таким образом, мы приходим к равенству $\frac{R_1}{R_2} P_1 \cdot \tau = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$, откуда легко получить и ответ задачи:

$$\Delta T = \frac{2R_1}{3R_2 R} P_1 \cdot \tau = 10 \text{ К.}$$

25.III.2. Решение. Рассмотрим исходное состояние схемы, когда ключ К замкнут. По левому контуру схемы течёт ток силой

$$I = \frac{\mathcal{E}}{2R + r}, \text{ напряжение на конденсаторе } U = IR = \frac{\mathcal{E} R}{2R + r}, \text{ заряд}$$

конденсатора $q_1 = CU = \frac{C\mathcal{E} R}{2R + r}$ и энергия конденсатора

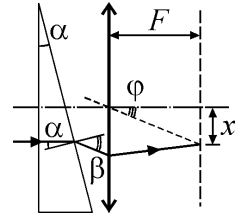
$$W_1 = \frac{CU^2}{2} = \frac{C}{2} \left(\frac{\mathcal{E} R}{2R + r} \right)^2. \text{ После размыкания ключа ток в схеме пре-}$$

кратится. Заряд конденсатора станет равным $q_2 = C\mathcal{E}$, а энергия конденсатора станет $W_2 = C\mathcal{E}^2/2$. Согласно закону сохранения энергии работа источника тока A равна сумме приращения энергии электрического поля конденсатора ΔW (разность конечной W_2 и начальной W_1 энергий конденсатора) и энергии Q , выделившейся в виде количества теплоты на резисторах R и внутреннем сопротив-

лении источника тока r : $A = W_2 - W_1 + Q$. За время перезарядки конденсатора по цепи протечёт заряд Δq , равный разности конечного q_2 и начального q_1 зарядов конденсатора: $\Delta q = C\mathcal{E} - CU = C\mathcal{E} \frac{R+r}{2R+r}$. Источник тока за это время совершит работу, равную произведению ЭДС источника $\mathcal{E}$ и протёкшего через него заряда Δq : $A = \mathcal{E} \Delta q = C\mathcal{E}^2 \frac{R+r}{2R+r}$. Из соотношения для работы источника A следует, что количество теплоты Q , выделившееся внутри схемы за время перезарядки конденсатора, равно: $Q = A + W_1 - W_2$. Подставим в данное соотношение выражение для работы источника тока и записанные ранее выражения для начальной W_1 и конечной W_2 энергии электрического поля в конденсаторе: $Q = C\mathcal{E}^2 \frac{R+r}{2R+r} + \frac{C\mathcal{E}^2}{2} \left(\frac{R}{2R+r} \right)^2 - \frac{C\mathcal{E}^2}{2}$. После несложных преобразований для искомого количества выделившейся теплоты Q получим следующий результат: $Q = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} \left(\frac{R+r}{2R+r} \right)^2 \approx 5,4 \text{ мДж}$.

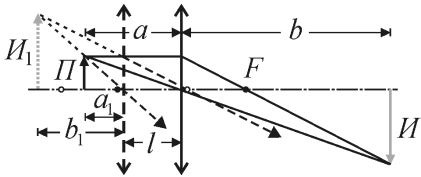
IV. ОПТИКА

15.IV.1. Решение. Угол φ , на который призма отклоняет падающий на нее пучок света, определяется формулой $\varphi = \beta - \alpha$ (см. рисунок). Здесь β – угол преломления, определяемый законом Снеллиуса $n \sin \alpha = \sin \beta$, или $n\alpha \approx \beta$. Отсюда $\varphi \approx (n-1)\alpha$. Параллельный пучок лучей линза



собирает в побочном фокусе. При этом луч, идущий через центр линзы, не преломляется. Отсюда $x = F \cdot \operatorname{tg} \varphi \approx F \cdot \varphi \approx F \cdot (n-1)\alpha = 5 \text{ см.}$

15.IV.2. Решение. Построение действительного изображения I и мнимого изображения I_1 предмета Π показано на рисунке. Для исходного положения линзы использованы сплошные линии, для смещенного – штриховые.

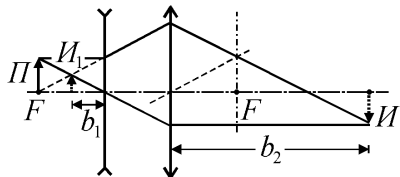


Используя обозначения, приведенные на рисунке, по формуле тонкой линзы имеем: $1/a + 1/b = 1/F$ (для исходного положения линзы), $1/a_1 - 1/b_1 = 1/F$ (для смещенного ее положения). Увеличение предмета в первом случае определяется выражением

$$\Gamma = \frac{b}{a} = \frac{F}{a - F}, \text{ а во втором случае } \Gamma_1 = \frac{b_1}{a_1} = \frac{b_1}{a - l} = \frac{F}{F - a + l}.$$

Учитывая, что по условию $\Gamma_1 = \Gamma$, из этих выражений получаем, что $F = a - l/2 = 6 \text{ см.}$

15.IV.3. Решение. Построение изображения I предмета Π , которое дает система линз, показано на рисунке. Видно, что размер изображения совпадает с размером предмета, т.е. $\Gamma = 1$. Этот же



результат можно получить путем расчета. Рассеивающая линза формирует мнимое изображение предмета I_1 . Расстояние b_1 от рассеивающей линзы до этого изображения согласно формуле тонкой линзы $1/A - 1/b_1 = -1/F$ равно $b_1 = F/2$, а увеличение этого изображения $\Gamma_1 = b_1/F = 1/2$. Изображение I_1 играет роль предме-

та для собирающей линзы и находится на расстоянии $F + b_1 = \frac{3}{2}F$

от нее. По формуле $\frac{2}{3F} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{F}$ находим, что расстояние от линзы

до даваемого ею изображения $b_2 = 3F$, а увеличение этого изобра-

жения $\Gamma_2 = \frac{b_2}{1,5F} = 2$. Увеличение, даваемое системой линз,

$$\Gamma = \Gamma_1 \cdot \Gamma_2 = 1.$$

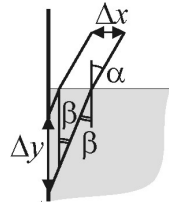
16.IV.1. Решение. Поскольку проекции скоростей предмета и изображения на направление, параллельное зеркалу, равны, то

$$v_1 \cos \alpha = v_2 \cos \beta, \text{ откуда } v_2 = v_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \beta}.$$

Введем неподвижную координатную систему, направив ось OY перпендикулярно зеркалу, а начало координат совместив с плоскостью зеркала в некоторый момент времени $t = 0$. Если l – расстояние от предмета до зеркала при $t = 0$, то в момент времени t координаты предмета и изображения станут равными соответственно $y_{\text{п}} = l - v_1 t \sin \alpha$ и $y_{\text{и}} = -l + v_2 t \sin \beta$. Поскольку зеркало находится посередине между предметом и изображением, то его координата в момент времени t составит величину $y_3 = (y_{\text{п}} + y_{\text{и}})/2$. Следовательно, проекция ско-

$$u = \frac{v_1 (\cos \alpha \operatorname{tg} \beta - \sin \alpha)}{2} = 0,5 \text{ см/с}.$$

16.IV.2. Решение. Ход луча, преломленного на границе раздела воздуха и воды, изображен на рисунке при двух положениях источника. Видно, что горизонтальное перемещение Δx источника и вертикальное перемещение Δy светлого пятна на стенке бассейна связаны соотношением $\Delta y = \frac{\Delta x}{\operatorname{tg} \beta}$, где β –



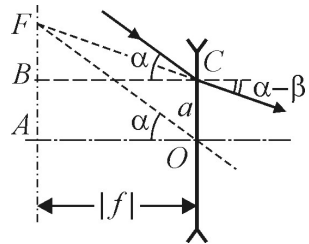
угол преломления. По закону преломления $\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n}$. Следова-

тельно, $\operatorname{tg} \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}$. При равномерном движении за

время Δt источник сместится на $\Delta x = v_1 \Delta t$, а светлое пятно на стенке бассейна – на $\Delta y = v_2 \Delta t$. Окончательно

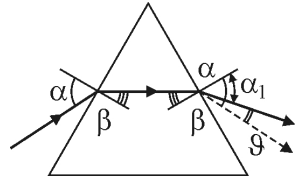
$v_2 = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha} \cdot v_1 \approx 1,2$ м/с. Пятно движется по стенке вверх.

16.IV.3. Решение. Ход лучей изображен на рисунке. При построении преломленного в линзе луча использован вспомогательный луч FO , параллельный падающему и проходящий через оптический центр линзы O без преломления. Согласно известному свойству тонкой рассеивающей линзы, продолжения всех параллельных лучей, падающих на нее, пересекаются в точке F фокальной плоскости. С учетом того, что фокусное расстояние рассеивающей линзы отрицательно, из треугольников AOF и BCF находим, что $f \operatorname{tg} \alpha =$



$= a + f \operatorname{tg}(\alpha - \beta)$, откуда $f = \frac{a}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg}(\alpha - \beta)} \approx \frac{a}{\beta} = 20$ см.

17.IV.1. Решение. Ход лучей изображен на рисунке. Штриховой линией справа от призмы показан луч, выходящий из призмы в воздух, а сплошной линией – тот же луч, выходящий из призмы в воду. По закону преломления имеем: на границе



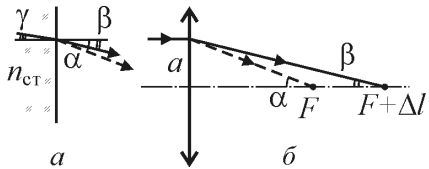
«стекло – воздух» $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{\text{пр}}$, а на границе «стекло – вода»

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta} = \frac{n_{\text{пр}}}{n_{\text{в}}}. \text{ Отсюда } \alpha = \arcsin(n_{\text{пр}} \sin \beta), \quad \alpha_1 = \arcsin\left(\frac{n_{\text{пр}}}{n_{\text{в}}} \sin \beta\right),$$

причем $\beta = 30^\circ$ и $\sin \beta = 1/2$. Искомый угол, на который повернется

$$\text{ся луч, } \vartheta = \alpha - \alpha_1. \text{ Таким образом, } \vartheta = \arcsin\left(\frac{n_{\text{пр}}}{2}\right) - \arcsin\left(\frac{n_{\text{пр}}}{2n_{\text{в}}}\right) \approx \approx 13^\circ.$$

17.IV.2. Решение. На рисунке *a* показан ход лучей, преломляющихся на плоской поверхности, ограничивающей линзу. Пусть один из лучей, идущих в толще линзы, падает на эту поверхность под углом γ . Тогда в случае вы-



хода луча из линзы в воздух (штриховая линия на рисунке *a*) по закону преломления имеем $n_{\text{ст}} \sin \gamma = \sin \alpha$, а в случае выхода луча из линзы в жидкость (сплошная линия на рисунке *a*) имеем $n_{\text{ст}} \sin \gamma = n \sin \beta$. Здесь $n_{\text{ст}}$ – показатель преломления стекла. Из

этих равенств получаем, что $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$. Ход лучей, покинувших

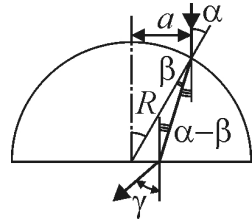
линзу, изображен на рисунке *б*. Видно, что $\tan \alpha = a/F$,

$$\tan \beta = \frac{a}{F + \Delta l}.$$

Поскольку падающий на линзу пучок света по условию является узким, то $\alpha \ll 1$, $\beta \ll 1$. Следовательно, справедливы

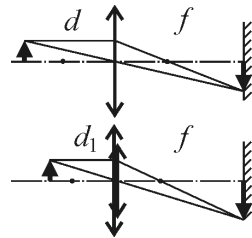
приближенные равенства $\alpha \approx \frac{a}{F}$, $\beta \approx \frac{a}{F + \Delta l}$, $\frac{\alpha}{\beta} \approx n$. Отсюда находим, что $n = 1 + \frac{\Delta l}{F} = 1,2$.

17.IV.3. Решение. Ход луча изображен на рисунке, где α – угол падения луча на сферическую поверхность полушара, а β – угол преломления на этой поверхности. По закону преломления $\sin \beta = \frac{1}{n} \sin \alpha$, или приближенно



$\beta \approx \frac{\alpha}{n}$. Поскольку $\alpha \approx \frac{a}{R}$, то $\beta \approx \frac{a}{nR}$. Из рисунка видно, что угол падения луча на плоскую поверхность полушара равен $\alpha - \beta \approx \frac{a}{R} \cdot \frac{n-1}{n}$. Поэтому по закону преломления на этой поверхности $\gamma \approx n(\alpha - \beta)$. Следовательно, искомый угол $\gamma \approx \frac{a}{R}(n-1) = 0,05$ рад.

17.IV.4. Решение. По условию взаимное расположение объектива и экрана не изменяется, а формирование резкого изображения на экране достигается в результате изменения расстояния от диапозитива до объектива (см. рисунок). Как известно, линейное увеличение Γ , даваемое линзой, может быть рассчитано по



формуле $\Gamma = \frac{f}{d}$, где d – расстояние от диапозитива до линзы (объектива), а f – расстояние от линзы до экрана, которое не изменяется. Из формулы тонкой линзы следует, что оптическая сила линзы $D = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{f}(\Gamma + 1)$. При сдвинутых вплотную тонких линзах их

оптические силы складываются. Обозначив через D_0 оптическую силу объектива диапроектора, а через D – оптическую силу добавочной линзы, имеем: $D_0 = \frac{1}{f}(\Gamma_0 + 1)$, $D + D_0 = \frac{1}{f}(\Gamma + 1)$, откуда

$D = \frac{1}{f}(\Gamma - \Gamma_0)$. Учитывая, что конечное увеличение

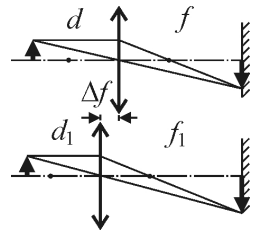
$\Gamma = \frac{2000}{24} = \frac{3000}{36} \approx 83,3$, а начальное $\Gamma_0 = \frac{\Gamma}{\sqrt{2}} \approx 58,9$, находим, что

$D \approx 1,6$ дптр. Таким образом, $D = \frac{1}{f}(\Gamma - \Gamma_0) \approx 1,6$ дптр, где

$\Gamma = \frac{2000}{24} \approx 83,3$; $\Gamma_0 = \frac{\Gamma}{\sqrt{2}} \approx 58,9$.

17.IV.5. Решение. Линейное увеличение, даваемое линзой, $\Gamma = \frac{f}{d}$, откуда $d = \frac{\Gamma}{f}$. Здесь d

– расстояние от диапозитива до линзы, а f – расстояние от линзы до экрана. Из формулы тонкой линзы оптическая сила линзы



$D = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{f}(\Gamma + 1)$. По условию, оптическая сила остается

неизменной, но изменяется расстояние между линзой и экраном.

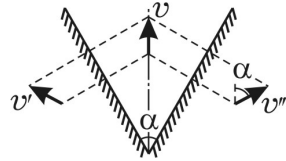
Поэтому $\frac{1}{f_1}(\Gamma_1 + 1) = \frac{1}{f_2}(\Gamma_2 + 1)$. Диапроектор следует удалить от

экрана на расстояние $\Delta f = f_2 - f_1 = f_1 \cdot \frac{\Gamma_2 - \Gamma_1}{\Gamma_1 + 1} \approx 4$ м. Конечное уве-

личение равно $\Gamma_2 = \frac{2000}{24} = \frac{3000}{32} = 83,3$, начальное увеличение

$\Gamma_1 = \frac{\Gamma_2}{\sqrt{2}} = 58,8$.

18.IV.1. Решение. Скорость движущейся точки отражается в плоском зеркале так же, как любой объект. Поэтому скорости изображений точек в зеркалах имеют одинаковую величину, а их направления образуют угол $2\alpha = 120^\circ$ (см. рисунок). Как легко видеть на том же рисунке, скорость взаимного сближения (или удаления) изображений $U = 2v \sin \alpha$. Из законов кинематики равномерного прямолинейного движения следует, что $\Delta t = \Delta x / U$. Таким образом,



$$\Delta t = \frac{\Delta x}{2v \sin \alpha} \approx 3,5 \text{ с.}$$

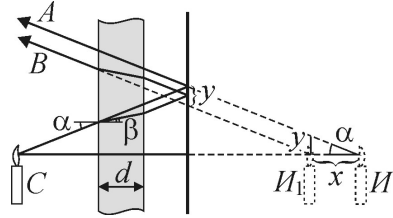
18.IV.2. Решение. Наибольший угол преломления на поверхности жидкости будет у лучей света, падающих по касательной к поверхности. Поэтому в толще жидкости образуется расходящийся конус лучей света, ограниченный предельным углом, для которого $\sin \alpha = 1/n$. При отражении от зеркала на дне угол раствора конуса не изменяется, поэтому радиус освещенной области на нижней поверхности экрана равен $R = 2h \operatorname{tg} \alpha = \frac{2h}{\sqrt{n^2 - 1}} \approx 1005 \text{ см}^2$.

19.IV.1. Решение. Посеребрённую линзу можно рассматривать как систему двух плосковыпуклых линз, прижатых плоскими поверхностями вплотную друг к другу. Оптическая сила такой системы $D = 2/F$, а ее фокусное расстояние $F_1 = F/2$. Согласно формуле тонкой линзы $1/a + 1/b = 1/F_1 = 2/F$, где b – расстояние от линзы до изображения предмета. Следовательно, $b = \frac{aF}{2a - F}$. Поскольку

$H/h = b/a$, то искомая высота изображения предмета равна

$$H = \frac{Fh}{2a - F} \approx 13 \text{ мм.}$$

19.IV.2. Решение. Ход одного из лучей, дающих изображения I и I_1 пламени свечи C , показан на рисунке. Буквой A отмечен луч, распространяющийся в отсутствие пластинки, буквой B – при наличии пластинки. Пусть α – угол



падения луча на пластинку, а β – угол преломления в ней. Учитывая малость углов α и β , запишем закон преломления в виде $\alpha \approx n\beta$. Из рисунка видно, что наличие пластинки приводит к смещению вертикально вниз отраженного от зеркала луча B на расстояние

$y \approx 2(\alpha - \beta)d \approx 2\alpha d \frac{n-1}{n}$. Поскольку $\frac{y}{x} \approx \alpha$, то искомая вели-

чина $x = \frac{y}{\alpha} = 2d \frac{n-1}{n} = 0,8 \text{ см}$.

БАЗИС



КОНТАКТЫ

ТЕЛЕФОН +7 (495) 939-12-41

ПОЧТА welcome.ff@org.msu.ru

ПОСТУПАЙ
ПРАВИЛЬНО

