

Задача 2.

Найти основное состояние двумерного симметричного гармонического осциллятора

$$\Phi[\psi] = \frac{\int dx dy \left[\frac{1}{2} (\vec{\nabla} \psi(x, y))^2 + \frac{\vec{x}^2}{2} \psi^2(x, y) \right]}{\int dx dy \psi^2(x, y)}$$

методом конечных элементов. Используйте квадратные конечные элементы, соответствующие неполному полиному 3-го порядка без слагаемых x^3 и y^3 , итого 8 свободных параметров. В качестве параметров используйте значение самой волновой функции в 8 точках — в вершинах квадрата и в серединах сторон.

Замостите квадрат $-5 < x < 5$, $-5 < y < 5$ квадратами со стороной 0.1. Получите собственно энергию, кинетическую энергию и потенциальную энергию. Во всех 3 случаях ошибка должна иметь порядок 10^{-7} .

Указание 1: для генерации матриц соответствующих квадратичных форм используйте систему аналитических вычислений, не стоит что-либо вычислять/набирать вручную.

Указание 2: $(x + x_0)^2 = x^2 + 2x * x_0 + x_0^2$, так что здесь можно обойтись маленькими локальными матрицами, задача в некотором (нестрогом) смысле трансляционно инвариантная.