

#### Задача 4.1 Алгебра операторов.

Написать программу, которая упорядочивает произвольную линейную комбинацию произведений операторов рождения-уничтожения для бозонов к нормальному виду, т.е. все операторы  $b = a^+$  рождения должны стоять слева от операторов уничтожения  $a = a^-$ . Как Вы *несомненно должны* знать

$$\hat{a}\hat{b} = \hat{b}\hat{a} + \hbar$$

Программа должна работать для любого выражения без переделок вручную.

Для тестирования программы используйте выражение

$$\begin{aligned} &v([\ ])(1 - h + 2h^2 - 6h^3 + 24h^4) + v([b])(1 - 2h + 6h^2 - 24h^3) + \\ &v([a])(1 - 2h + 6h^2 - 24h^3) + v([a, b])(1 - 4h + 18h^2 - 96h^3) + \\ &v([a, a, b, b])(1 - 9h + 72h^2) + v([a, b, b])(1 - 6h + 36h^2) + \\ &v([a, a, b])(1 - 6h + 36h^2) + v([a, a, b, b, b])(1 - 12h) + v([a, a, a, b, b])(1 - 12h) + \\ &v([a, a, a, b, b, b])(1 - 16h) + v([a, a, a, b, b, b, b]) + v([a, a, a, a, b, b, b, b]) + \\ &v([a, a, a, a, b, b, b]) \end{aligned}$$

#### Задача 4.2 Алгебра операторов.

Написать программу, которая упорядочивает произвольную линейную комбинацию произведений операторов рождения-уничтожения для бозонов к антинормальному виду, т.е. все операторы  $b = a^+$  рождения должны стоять справа от операторов уничтожения  $a = a^-$ . Как Вы *несомненно должны* знать

$$\hat{b}\hat{a} = \hat{a}\hat{b} - \hbar$$

Программа должна работать для любого выражения без переделок вручную.

Для тестирования программы используйте выражение

$$\begin{aligned} &v([\ ])(1 + h + 2h^2 + 6h^3 + 24h^4) + v([b, a])(1 + 4h + 18h^2 + 96h^3) + \\ &v([b])(1 + 2h + 6h^2 + 24h^3) + v([a])(1 + 2h + 6h^2 + 24h^3) + \\ &v([b, b, a, a])(1 + 9h + 72h^2) + v([b, b, a])(1 + 6h + 36h^2) + \\ &v([b, a, a])(1 + 6h + 36h^2) + v([b, b, b, a, a, a])(1 + 16h) + v([b, b, b, a, a])(1 + 12h) + \\ &v([b, b, a, a, a])(1 + 12h) + v([b, b, b, b, a, a, a, a]) + v([b, b, b, b, a, a, a]) + \\ &v([b, b, b, a, a, a, a]) \end{aligned}$$

### Задача 4.3 Алгебра операторов.

Написать программу, которая упорядочивает произвольную линейную комбинацию произведений операторов координаты и импульса к  $rq$ -виду, т.е. все операторы координаты  $q$  должны стоять справа от операторов импульса  $p$ . Как Вы *несомненно должны* знать

$$\hat{q}\hat{p} = \hat{p}\hat{q} + i\hbar$$

Программа должна работать для любого выражения без переделок вручную.

Для тестирования программы используйте выражение

$$\begin{aligned} & v([q, q, q, q, p, p, p, p]) + v([q, q, q, q, p, p, p]) + v([q, q, q, p, p, p, p]) + \\ & (1 - 16 i h) v([q, q, q, p, p, p]) + (1 - 12 i h) v([q, q, q, p, p]) + (1 - 12 i h) v([q, q, p, p, p]) + \\ & (1 - 9 i h - 72 h^2) v([q, q, p, p]) + (1 - 6 i h - 36 h^2) v([q, q, p]) + \\ & (1 - 6 i h - 36 h^2) v([q, p, p]) + (1 - 4 i h - 18 h^2 + 96 i h^3) v([q, p]) + \\ & (1 - 2 i h - 6 h^2 + 24 i h^3) v([q]) + (1 - 2 i h - 6 h^2 + 24 i h^3) v([p]) + \\ & v([\ ])(1 - i h - 2 h^2 + 6 i h^3 + 24 h^4) \end{aligned}$$

### Задача 4.4 Алгебра операторов.

Написать программу, которая упорядочивает произвольную линейную комбинацию произведений операторов координаты и импульса к  $qp$ -виду, т.е. все операторы координаты  $q$  должны стоять слева от операторов импульса  $p$ . Как Вы *несомненно должны* знать

$$\hat{p}\hat{q} = \hat{q}\hat{p} - i\hbar$$

Программа должна работать для любого выражения без переделок вручную.

Для тестирования программы используйте выражение

$$\begin{aligned} & (1 - 2 i h - 6 h^2 + 24 i h^3) v([q]) + (1 - 6 i h - 36 h^2) v([p, q, q]) + \\ & (1 - 4 i h - 18 h^2 + 96 i h^3) v([p, q]) + (1 - 12 i h) v([p, p, q, q, q]) + \\ & (1 - 9 i h - 72 h^2) v([p, p, q, q]) + (1 - 6 i h - 36 h^2) v([p, p, q]) + \\ & v([p, p, p, q, q, q, q]) + (1 - 16 i h) v([p, p, p, q, q, q]) + (1 - 12 i h) v([p, p, p, q, q]) + \\ & v([p, p, p, p, q, q, q, q]) + v([p, p, p, p, q, q, q]) + (1 - 2 i h - 6 h^2 + 24 i h^3) v([p]) + \\ & v([\ ])(1 - i h - 2 h^2 + 6 i h^3 + 24 h^4) \end{aligned}$$

**Задача 4. 5** Алгебра операторов.

Написать программу, которая упорядочивает произвольную линейную комбинацию произведений операторов рождения-уничтожения для бозонов к нормальному виду, т.е. все операторы  $b = a^+$  рождения должны стоять слева от операторов уничтожения  $a = a^-$ . Как Вы *несомненно должны* знать

$$\hat{a}\hat{b} = -\hat{b}\hat{a} + \hbar$$

Программа должна работать для любого выражения без переделок вручную. Для тестирования программы используйте выражение

$$\begin{aligned} &v([a, a, b, b]) (1 + h) + v([]) (1 + h) + v([b]) + v([a, b, b]) - \\ &v([a, b]) + v([a, a, b, b, b]) + v([a, a, b]) + v([a, a, a, b, b, b]) - \\ &v([a, a, a, b, b, b]) + v([a, a, a, b, b]) + v([a, a, a, a, b, b, b]) + v([a, a, a, a, b, b, b]) + \\ &v([a]) \end{aligned}$$

**Задача 4. 6** Алгебра операторов.

Написать программу, которая упорядочивает произвольную линейную комбинацию произведений операторов рождения-уничтожения для бозонов к антинормальному виду, т.е. все операторы  $b = a^+$  рождения должны стоять справа от операторов уничтожения  $a = a^-$ . Как Вы *несомненно должны* знать

$$\hat{b}\hat{a} = -\hat{a}\hat{b} + \hbar$$

Программа должна работать для любого выражения без переделок вручную. Для тестирования программы используйте выражение

$$\begin{aligned} &v([b, b, a, a]) (1 + h) + v([]) (1 + h) + v([b, b, b, b, a, a, a, a]) - \\ &v([b, b, b, b, a, a, a, a]) - v([b, b, b, a, a, a, a, a]) - v([b, b, b, a, a, a]) - \\ &v([b, b, b, a, a]) - v([b, b, a, a, a]) - v([b, b, a]) - v([b, a, a]) - \\ &v([b, a]) - v([b]) - v([a]) \end{aligned}$$

#### Задача 4.7 Алгебра операторов.

Написать программу, которая упорядочивает произвольную линейную комбинацию произведений операторов момента  $a = J_3$  и  $b = J_+$  к ба-виду, т.е. все операторы  $J_+$  должны стоять слева от операторов  $J_3$ . Как Вы *несомненно* **должны** знать

$$\hat{a}\hat{b} = \hat{b}\hat{a} + \hbar\hat{b}$$

Программа должна работать для любого выражения без переделок вручную.

Для тестирования программы используйте выражение

$$\begin{aligned} &v([b, b, b, b]) (1 - 4h + 16h^2 - 64h^3 + 256h^4) + v([b, b]) (1 - 2h + 4h^2 - 8h^3) + \\ &v([b, b, b]) (1 - 3h + 9h^2 - 27h^3) + v([a, b, b, b, b]) (1 - 8h + 48h^2 - 256h^3) + \\ &v([a, a, b, b, b, b]) (1 - 12h + 96h^2) + v([a, b, b, b]) (1 - 6h + 27h^2) + \\ &v([a, b, b]) (1 - 4h + 12h^2) + v([a, a, b, b]) (1 - 6h) + v([a, a, b, b, b]) (1 - 9h) + \\ &v([a, a, a, b, b, b, b]) (1 - 16h) + v([a, a, a, b, b, b]) + v([a, a, a, b, b]) + \\ &v([a, a, a, a, b, b, b, b]) \end{aligned}$$

#### Задача 4.8 Алгебра операторов.

Написать программу, которая упорядочивает произвольную линейную комбинацию произведений операторов момента  $a = J_3$  и  $b = J_-$  к ба-виду, т.е. все операторы  $J_-$  должны стоять слева от операторов  $J_3$ . Как Вы *несомненно* **должны** знать

$$\hat{a}\hat{b} = \hat{b}\hat{a} - \hbar\hat{b}$$

Программа должна работать для любого выражения без переделок вручную.

Для тестирования программы используйте выражение

$$\begin{aligned} &v([b, b, b, b]) (1 + 4h + 16h^2 + 64h^3 + 256h^4) + v([a, b, b, b, b]) (1 + 8h + 48h^2 + 256h^3) + \\ &v([b, b, b]) (1 + 3h + 9h^2 + 27h^3) + v([b, b]) (1 + 2h + 4h^2 + 8h^3) + \\ &v([a, a, b, b, b, b]) (1 + 12h + 96h^2) + v([a, b, b, b]) (1 + 6h + 27h^2) + \\ &v([a, b, b]) (1 + 4h + 12h^2) + v([a, a, a, b, b, b, b]) (1 + 16h) + \\ &v([a, a, b, b, b]) (1 + 9h) + v([a, a, b, b]) (1 + 6h) + v([a, a, a, b, b, b]) + \\ &v([a, a, a, a, b, b, b, b]) + v([a, a, a, a, b, b, b]) \end{aligned}$$

**Задача 4.9** Алгебра операторов.

Написать программу, которая упорядочивает произвольную линейную комбинацию произведений операторов момента  $a = J_1$ ,  $b = J_2$  и  $c = J_3$  к cba-виду, т.е. все операторы  $J_3$  должны стоять слева от операторов  $J_2$  и  $J_1$ , а все операторы  $J_1$  должны стоять справа от операторов  $J_3$  и  $J_2$ . Как Вы *несомненно должны* знать

$$\hat{a}\hat{b} = \hat{b}\hat{a} + i\hbar\hat{c} \quad \hat{b}\hat{c} = \hat{c}\hat{b} + i\hbar\hat{a} \quad \hat{a}\hat{c} = \hat{c}\hat{a} - i\hbar\hat{b}$$

Программа должна работать для любого выражения без переделок вручную.

Для тестирования программы используйте выражение

$$\begin{aligned} &v([b, b]) (1 + i h + 2 h^2 + 5 i h^3 + 12 h^4) + v([c, c]) (1 - i h - 2 h^2 - 5 i h^3 - 20 h^4) + \\ &v([a, a]) (1 - i h - 2 h^2 - 5 i h^3 - 20 h^4) + v([a, b, c]) (1 - 4 i h + 12 h^2 - 52 i h^3) + \\ &v([b, b, c, c]) (1 + 12 h^2) + v([a, a, b, b]) (1 + 12 h^2) + v([b, b, b, b]) (1 + i h - 2 h^2) + \\ &v([c, c, c, c]) (1 - i h - 2 h^2) + v([a, a, a, a]) (1 - i h - 2 h^2) + \\ &v([a, a, c, c]) (1 - 6 i h - 12 h^2) + v([a, b, b, b, c]) (1 + 4 i h) + v([a, b, c, c, c]) (1 - 4 i h) + \\ &v([a, a, a, b, c]) (1 - 4 i h) + v([a, a, b, b, c, c]) \end{aligned}$$

**Задача 4.10** Алгебра операторов.

Написать программу, которая упорядочивает произвольную линейную комбинацию произведений операторов момента  $a = J_1$ ,  $b = J_2$  и  $c = J_3$  к abc-виду, т.е. все операторы  $J_3$  должны стоять справа от операторов  $J_2$  и  $J_1$ , а все операторы  $J_1$  должны стоять слева от операторов  $J_3$  и  $J_2$ . Как Вы *несомненно должны* знать

$$\hat{b}\hat{a} = \hat{a}\hat{b} - i\hbar\hat{c} \quad \hat{c}\hat{b} = \hat{b}\hat{c} - i\hbar\hat{a} \quad \hat{c}\hat{a} = \hat{a}\hat{c} + i\hbar\hat{b}$$

Программа должна работать для любого выражения без переделок вручную.

Для тестирования программы используйте выражение

$$\begin{aligned} &v([b, b]) (1 - i h + 2 h^2 - 5 i h^3 + 12 h^4) + v([c, c]) (1 + i h - 2 h^2 + 5 i h^3 - 20 h^4) + \\ &v([a, a]) (1 + i h - 2 h^2 + 5 i h^3 - 20 h^4) + v([c, b, a]) (1 + 4 i h + 12 h^2 + 52 i h^3) + \\ &v([c, c, b, b]) (1 + 12 h^2) + v([b, b, a, a]) (1 + 12 h^2) + v([c, c, c, c]) (1 + i h - 2 h^2) + \\ &v([a, a, a, a]) (1 + i h - 2 h^2) + v([b, b, b, b]) (1 - i h - 2 h^2) + \\ &v([c, c, a, a]) (1 + 6 i h - 12 h^2) + v([c, c, c, b, a]) (1 + 4 i h) + v([c, b, a, a, a]) (1 + 4 i h) + \\ &v([c, b, b, b, a]) (1 - 4 i h) + v([c, c, b, b, a, a]) \end{aligned}$$

**Задача 4. 11** Алгебра операторов.

Написать программу, которая упорядочивает произвольную линейную комбинацию произведений операторов момента  $a = J_+$ ,  $b = J_3$  и  $c = J_-$  к сба-виду, т.е. все операторы  $J_-$  должны стоять слева от операторов  $J_3$  и  $J_+$ , а все операторы  $J_+$  должны стоять справа от операторов  $J_-$  и  $J_3$ . Как Вы *несомненно должны* знать

$$\hat{a}\hat{b} = \hat{b}\hat{a} - \hbar\hat{a} \quad \hat{b}\hat{c} = \hat{c}\hat{b} - \hbar\hat{c} \quad \hat{a}\hat{c} = \hat{c}\hat{a} + 2\hbar\hat{b}$$

Программа должна работать для любого выражения без переделок вручную.

Для тестирования программы используйте выражение

$$\begin{aligned} &v([b]) (1 - 2h - 2h^2 + 2h^3 + 6h^4 + 16h^5) + v([b, b]) (1 - 2h + 4h^2 + 14h^3 + 48h^4) + \\ &v([a, c]) (1 + 2h - 4h^2 - 16h^3 - 72h^4) + v([b, b, b]) (1 - 2h + 2h^2 + 36h^3) + \\ &v([a, b, c]) (1 - 4h - 20h^2 - 120h^3) + v([a, a, c, c]) (1 + 4h + 16h^2) + \\ &v([b, b, b, b]) (1 - 2h + 8h^2) + v([a, b, b, c]) (1 - 2h - 56h^2) + \\ &v([a, a, b, c, c]) (1 + 8h) + v([c, c]) (1 + 2h) + v([a, a]) (1 + 2h) + \\ &v([a, b, b, b, c]) (1 - 8h) + v([b, c, c]) + v([a, a, b, b, c, c]) + v([a, a, b]) \end{aligned}$$

**Задача 4. 12** Алгебра операторов.

Написать программу, которая упорядочивает произвольную линейную комбинацию произведений операторов момента  $a = J_+$ ,  $b = J_3$  и  $c = J_-$  к абс-виду, т.е. все операторы  $J_+$  должны стоять слева от операторов  $J_3$  и  $J_-$ , а все операторы  $J_-$  должны стоять справа от операторов  $J_+$  и  $J_3$ . Как Вы *несомненно должны* знать

$$\hat{b}\hat{a} = \hat{a}\hat{b} + \hbar\hat{a} \quad \hat{c}\hat{b} = \hat{b}\hat{c} + \hbar\hat{c} \quad \hat{c}\hat{a} = \hat{a}\hat{c} - 2\hbar\hat{b}$$

Программа должна работать для любого выражения без переделок вручную.

Для тестирования программы используйте выражение

$$\begin{aligned} &v([b]) (1 + 2h - 2h^2 - 2h^3 + 6h^4 - 16h^5) + v([b, b]) (1 + 2h + 4h^2 - 14h^3 + 48h^4) + \\ &v([c, a]) (1 - 2h - 4h^2 + 16h^3 - 72h^4) + v([c, b, a]) (1 + 4h - 20h^2 + 120h^3) + \\ &v([b, b, b]) (1 + 2h + 2h^2 - 36h^3) + v([c, c, a, a]) (1 - 4h + 16h^2) + \\ &v([b, b, b, b]) (1 + 2h + 8h^2) + v([c, b, b, a]) (1 + 2h - 56h^2) + \\ &v([c, b, b, b, a]) (1 + 8h) + v([c, c]) (1 - 2h) + v([a, a]) (1 - 2h) + \\ &v([c, c, b, a, a]) (1 - 8h) + v([c, c, b, b, a, a]) + v([c, c, b]) + v([b, a, a]) \end{aligned}$$