Задача 2. 1 Вектора состояния и линейные операторы.

Написать программу, которая вычисляет результат действия произвольной (заранее неизвестной) функции $f(\hat{a}_1, \hat{a}_2)$ двух операторов $\hat{a}_1$ и $\hat{a}_2$ на произвольный (заранее неизвестный) вектор состояния $|\psi\rangle$, представленный как линейная комбинация базисных векторов. (При этом **не предполагается,** что коэффициенты при базисных векторах обязательно **числовые**). Формат ответа должен повторять формат исходного вектора.
Для тестирования используйте функцию `f`

$$\exp\left(\frac{a_2^4}{4} + \frac{a_2^2}{2} + \frac{a_1^4}{4} + \frac{a_1^2}{2} \right)$$

причем

$$\hat{a}_1 vv(n,m) = vv(n-1,m) sqrt(n)$$

$$\hat{a}_2 vv(n,m) = sqrt(m) vv(n,m-1)$$

и вектор `psi`, разложенный по базисным векторам `vv`, равен:

$$vv\,(6,4) + \left(1-\sqrt{3}\right)\cdot vv\,(6,2) + \left(-\frac{3\cdot\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} + 1\right)\cdot vv\,(6,0) + \left(1-\frac{\sqrt{30}}{2}\right)\cdot vv\,(4,4) +$$
$$\left(-\frac{\sqrt{30}}{2} + \frac{3\cdot\sqrt{10}}{2} - \sqrt{3} + 1\right)\cdot vv\,(4,2) + \left(-\frac{\sqrt{30}}{2} + \frac{\sqrt{15}}{2} - \frac{3\cdot\sqrt{6}}{4} - \frac{3\cdot 5^{\frac{3}{2}}}{4} + \frac{9\cdot\sqrt{5}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} + 1\right)\cdot$$
$$vv\,(4,0) + \left(-\frac{3\cdot\sqrt{10}}{4} - \sqrt{3} + 1\right)\cdot vv\,(2,4) + \left(\frac{3\cdot\sqrt{30}}{4} - \frac{3\cdot\sqrt{10}}{4} - 2\cdot\sqrt{3} + 4\right)\cdot vv\,(2,2) +$$
$$\left(-\frac{15^{\frac{3}{2}}}{8} + \frac{9\cdot\sqrt{15}}{4} - \frac{3\cdot\sqrt{10}}{4} - \frac{5\cdot\sqrt{6}}{4} + \frac{3\cdot\sqrt{5}}{4} + \frac{3^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2}} - \sqrt{3} + \frac{1}{2^{\frac{3}{2}}} + 1\right)\cdot vv\,(2,0) + \left(-\frac{6^{\frac{3}{2}}}{8} + \frac{5^{\frac{3}{2}}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} + 1\right)\cdot$$
$$vv\,(0,4) + \left(-\frac{5\cdot\sqrt{15}}{4} - \frac{5\cdot\sqrt{6}}{4} + \frac{5^{\frac{3}{2}}}{4} + \frac{3^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2}} - \sqrt{3} + \frac{1}{2^{\frac{3}{2}}} + 1\right)\cdot vv\,(0,2) +$$
$$\left(-\frac{17\cdot 30^{\frac{3}{2}}}{32} + \frac{103\cdot\sqrt{30}}{8} + \frac{27\cdot\sqrt{15}}{\sqrt{2}} - \frac{43\cdot\sqrt{15}}{2^{\frac{3}{2}}} - \frac{10^{\frac{5}{2}}}{32} + \frac{9\cdot\sqrt{10}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{5^{\frac{3}{2}}}{2^{\frac{3}{2}}} + \frac{5^{\frac{3}{2}}}{4} - \frac{3\cdot\sqrt{5}}{2^{\frac{3}{2}}} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{2} + \frac{15}{8}\right)\cdot$$
$$vv\,(0,0)$$

Программа должна работать при произвольных `f,psi`, без переделок вручную.

Как Вы должны знать,

$$f(\hat{A},\hat{B}) = \sum_{m,n=0}^{\infty} \partial_x^n \partial_y^m f(x,y)\Big|_{x=y=0} \frac{\hat{A}^n \hat{B}^m}{n!m!}$$

для коммутирующих операторов $\hat{A}$ и $\hat{B}$.
Имейте в виду, что:

- эта задача решается бесконечным количеством способов, но самый неразумный и громоздкий — использовать `rule` и `pattern` — всегда приходит в голову первым.
- нецелесообразно заранее высчитывать, сколько слагаемых надо вычислять в ряде Тейлора — это выяснится автоматически, когда очередной вклад в окончательный ответ окажется нулевым.
- нецелесообразно выковыривать из волновой функции коэффициенты C_{nm} и сооружать из них матрицу с громадным количеством нулей.

Задача 2. 2 Вектора состояния и линейные операторы.

Написать программу, которая вычисляет результат действия произвольной (заранее неизвестной) функции $f(\hat{a}_1, \hat{a}_2)$ двух операторов $\hat{a}_1$ и $\hat{a}_2$ на произвольный (заранее неизвестный) вектор состояния $|\psi\rangle$, представленный как линейная комбинация базисных векторов. (При этом **не предполагается,** что коэффициенты при базисных векторах обязательно **числовые**). Формат ответа должен повторять формат исходного вектора.
Для тестирования используйте функцию `f`

$$\exp\left(-\frac{a_2^4}{4} + \frac{a_2^2}{2} - \frac{a_1^4}{4} + \frac{a_1^2}{2} \right)$$

причем

$$\hat{a}_1 vv(n,m) = sqrt((-n)-1)vv(n+1,m)$$

$$\hat{a}_2 vv(n,m) = sqrt((-m)-1)vv(n,m+1)$$

и вектор `psi`, разложенный по базисным векторам `vv`, равен:

$$\left(-\frac{65\cdot\sqrt{30}}{8} + \frac{11\cdot\sqrt{15}}{\sqrt{2}} + \frac{23\cdot\sqrt{10}}{4} + 3\cdot\sqrt{6} - \frac{5^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2}} - \frac{3\cdot\sqrt{5}}{\sqrt{2}} - \frac{7\cdot\sqrt{5}}{2} - 3^{\frac{3}{2}} - 2^{\frac{3}{2}} + \frac{39}{4}\right)\cdot vv\,(-1,-1) + \left(\frac{7\cdot\sqrt{15}}{2} + \frac{5\cdot\sqrt{6}}{2} - \frac{7\cdot\sqrt{5}}{2} - 2\cdot\sqrt{3} - \frac{11}{\sqrt{2}} + 2\right)\cdot vv\,(-1,-3) + \left(\frac{3\cdot\sqrt{6}}{2} - \frac{7\cdot\sqrt{5}}{2} - \sqrt{2} + 2\right)\cdot vv\,(-1,-5) + \left(-\frac{15^{\frac{3}{2}}}{4} + \frac{21\cdot\sqrt{15}}{2} + \frac{9\cdot\sqrt{10}}{2} + \frac{5\cdot\sqrt{6}}{2} - \frac{9\cdot\sqrt{5}}{2} - 2\cdot\sqrt{3} - \frac{11}{\sqrt{2}} + 2\right)\cdot vv\,(-3,-1) + \left(-\frac{9\cdot\sqrt{30}}{2} + \frac{9\cdot\sqrt{10}}{2} - 4\cdot\sqrt{3} + 8\right)\cdot vv\,(-3,-3) + \left(\frac{9\cdot\sqrt{10}}{2} - 2\cdot\sqrt{3} + 2\right)\cdot vv\,(-3,-5) + \left(-\sqrt{30} + \sqrt{15} + \frac{3\cdot\sqrt{6}}{2} - \frac{9\cdot\sqrt{5}}{2} - \sqrt{2} + 2\right)\cdot vv\,(-5,-1) + \left(-\sqrt{30} + 3\cdot\sqrt{10} - 2\cdot\sqrt{3} + 2\right)\cdot vv\,(-5,-3) + \left(2 - \sqrt{30}\right)\cdot vv\,(-5,-5) + \left(\frac{3\cdot\sqrt{6}}{2} - \sqrt{2} + 2\right)\cdot vv\,(-7,-1) + \left(2 - 2\cdot\sqrt{3}\right)\cdot vv\,(-7,-3) + 2\cdot vv\,(-7,-5)$$

Программа должна работать при произвольных `f`,`psi`, без переделок вручную.

Как Вы должны знать,

$$f(\hat{A},\hat{B}) = \sum_{m,n=0}^{\infty} \partial_x^n \partial_y^m f(x,y)\Big|_{x=y=0} \frac{\hat{A}^n \hat{B}^m}{n!m!}$$

для коммутирующих операторов $\hat{A}$ и $\hat{B}$.
Имейте в виду, что:

- эта задача решается бесконечным количеством способов, но самый неразумный и громоздкий — использовать `rule` и `pattern` — всегда приходит в голову первым.
- нецелесообразно заранее высчитывать, сколько слагаемых надо вычислять в ряде Тейлора — это выяснится автоматически, когда очередной вклад в окончательный ответ окажется нулевым.
- нецелесообразно выковыривать из волновой функции коэффициенты C_{nm} и сооружать из них матрицу с громадным количеством нулей.

Задача 2. 3 Вектора состояния и линейные операторы.

Написать программу, которая вычисляет результат действия произвольной (заранее неизвестной) функции $f(\hat{a}_1, \hat{a}_2)$ двух операторов $\hat{a}_1$ и $\hat{a}_2$ на произвольный (заранее неизвестный) вектор состояния $|\psi\rangle$, представленный как линейная комбинация базисных векторов. (При этом **не предполагается,** что коэффициенты при базисных векторах обязательно **числовые**). Формат ответа должен повторять формат исходного вектора.
Для тестирования используйте функцию `f`

$$\exp\left(\ a_2^4 - a_2^2 + a_1^4 - a_1^2\ \right)$$

причем

$$\hat{a}_1 vv(l,m,k,n) = vv(l,m-1,k,n) sqrt(((-m)+l+1)(m+l))$$

$$\hat{a}_2 vv(l,m,k,n) = vv(l,m,k,n-1) sqrt(((-n)+k+1)(n+k))$$

и вектор `psi`, разложенный по базисным векторам `vv`, равен:

$$3 \cdot vv\,(2,2,2,2) + \left(6^{\frac{3}{2}} + 3\right) \cdot vv\,(2,2,2,0) + \left(6^{\frac{3}{2}} - 33\right) \cdot vv\,(2,2,2,-2) + \left(6^{\frac{3}{2}} + 3\right) \cdot vv\,(2,0,2,2) + \left(2 \cdot 6^{\frac{3}{2}} + 75\right) \cdot vv\,(2,0,2,0) + \left(39 - 10 \cdot 6^{\frac{3}{2}}\right) \cdot vv\,(2,0,2,-2) + \left(6^{\frac{3}{2}} - 33\right) \cdot vv\,(2,-2,2,2) + \left(39 - 10 \cdot 6^{\frac{3}{2}}\right) \cdot vv\,(2,-2,2,0) + \left(435 - 22 \cdot 6^{\frac{3}{2}}\right) \cdot vv\,(2,-2,2,-2)$$

Программа должна работать при произвольных `f,psi`, без переделок вручную.

Как Вы должны знать,

$$f(\hat{A}, \hat{B}) = \sum_{m,n=0}^{\infty} \partial_x^n \partial_y^m f(x,y) \Big|_{x=y=0} \frac{\hat{A}^n \hat{B}^m}{n! m!}$$

для коммутирующих операторов $\hat{A}$ и $\hat{B}$.
Имейте в виду, что:

- эта задача решается бесконечным количеством способов, но самый неразумный и громоздкий — использовать `rule` и `pattern` — всегда приходит в голову первым.
- нецелесообразно заранее высчитывать, сколько слагаемых надо вычислять в ряде Тейлора — это выяснится автоматически, когда очередной вклад в окончательный ответ окажется нулевым.
- нецелесообразно выковыривать из волновой функции коэффициенты C_{nm} и сооружать из них матрицу с громадным количеством нулей.

Задача 2. 4 Вектора состояния и линейные операторы.

Написать программу, которая вычисляет результат действия произвольной (заранее неизвестной) функции $f(\hat{a}_1, \hat{a}_2)$ двух операторов $\hat{a}_1$ и $\hat{a}_2$ на произвольный (заранее неизвестный) вектор состояния $|\psi\rangle$, представленный как линейная комбинация базисных векторов. (При этом **не предполагается,** что коэффициенты при базисных векторах обязательно **числовые**). Формат ответа должен повторять формат исходного вектора.
Для тестирования используйте функцию `f`

$$\exp\left(-a_2^4 - a_2^2 + a_1^4 + a_1^2 \right)$$

причем

$$\hat{a}_1 vv(l,m,k,n) = vv(l,m+1,k,n) sqrt((l-m)(m+l+1))$$

$$\hat{a}_2 vv(l,m,k,n) = vv(l,m,k,n+1) sqrt((k-n)(n+k+1))$$

и вектор `psi`, разложенный по базисным векторам `vv`, равен:

$$\left(-64 \cdot 6^{\frac{3}{2}} - 1724\right) \cdot vv\,(2,2,2,2) + \left(-16 \cdot 6^{\frac{3}{2}} - 140\right) \cdot vv\,(2,2,2,0) + \left(-8 \cdot \sqrt{6} - 44\right) \cdot vv\,(2,2,2,-2) + \left(52 - 8 \cdot 6^{\frac{5}{2}}\right) \cdot vv\,(2,0,2,2) - 92 \cdot vv\,(2,0,2,0) + \left(4 - 8 \cdot \sqrt{6}\right) \cdot vv\,(2,0,2,-2) + \left(8 \cdot \sqrt{6} + 148\right) \cdot vv\,(2,-2,2,2) + \left(8 \cdot \sqrt{6} + 4\right) \cdot vv\,(2,-2,2,0) + 4 \cdot vv\,(2,-2,2,-2)$$

Программа должна работать при произвольных `f,psi`, без переделок вручную.

Как Вы должны знать,

$$f(\hat{A}, \hat{B}) = \sum_{m,n=0}^{\infty} \partial_x^n \partial_y^m f(x,y) \Big|_{x=y=0} \frac{\hat{A}^n \hat{B}^m}{n!m!}$$

для коммутирующих операторов $\hat{A}$ и $\hat{B}$.
Имейте в виду, что:

- эта задача решается бесконечным количеством способов, но самый неразумный и громоздкий — использовать `rule` и `pattern` — всегда приходит в голову первым.
- нецелесообразно заранее высчитывать, сколько слагаемых надо вычислять в ряде Тейлора — это выяснится автоматически, когда очередной вклад в окончательный ответ окажется нулевым.
- нецелесообразно выковыривать из волновой функции коэффициенты C_{nm} и сооружать из них матрицу с громадным количеством нулей.

Задача 2. 5 Вектора состояния и линейные операторы.

Написать программу, которая вычисляет результат действия произвольной (заранее неизвестной) функции $f(\hat{a}_1, \hat{a}_2)$ двух операторов $\hat{a}_1$ и $\hat{a}_2$ на произвольный (заранее неизвестный) вектор состояния $|\psi\rangle$, представленный как линейная комбинация базисных векторов. (При этом **не предполагается,** что коэффициенты при базисных векторах обязательно **числовые**). Формат ответа должен повторять формат исходного вектора.
Для тестирования используйте функцию `f`

$$\exp\left(\ a_2^4 + a_2^2 - a_1^4 - a_1^2\ \right)$$

причем

$$\hat{a}_1 vv(l,m,k,n) = vv(l,m-1,k,n) sqrt((m-l)(m+l+1))$$

$$\hat{a}_2 vv(l,m,k,n) = vv(l,m,k,n-1) sqrt((n-k)(n+k+1))$$

и вектор `psi`, разложенный по базисным векторам `vv`, равен:

$$5 \cdot vv\,(2,6,2,6) + \left(5 - 10 \cdot 6^{\frac{3}{2}}\right) \cdot vv\,(2,6,2,4) + \left(-10 \cdot \sqrt{21} - 180 \cdot \sqrt{14} + 5\right) \cdot vv\,(2,6,2,2) + \left(10 \cdot 6^{\frac{3}{2}} + 5\right) \cdot vv\,(2,4,2,6) - 4315 \cdot vv\,(2,4,2,4) + \left(-4330 \cdot \sqrt{21} - 540 \cdot \sqrt{14} + 10 \cdot 6^{\frac{3}{2}} + 5\right) \cdot vv\,(2,4,2,2) + \left(10 \cdot \sqrt{21} + 540 \cdot \sqrt{14} + 5\right) \cdot vv\,(2,2,2,6) + \left(-12950 \cdot \sqrt{21} + 180 \cdot \sqrt{14} - 10 \cdot 6^{\frac{3}{2}} + 5\right) \cdot vv\,(2,2,2,4) + \left(360 \cdot \sqrt{14} - 280 \cdot 6^{\frac{5}{2}} - 272575\right) \cdot vv\,(2,2,2,2)$$

Программа должна работать при произвольных `f,psi`, без переделок вручную.

Как Вы должны знать,

$$f(\hat{A}, \hat{B}) = \sum_{m,n=0}^{\infty} \partial_x^n \partial_y^m f(x,y)\Big|_{x=y=0} \frac{\hat{A}^n \hat{B}^m}{n!m!}$$

для коммутирующих операторов $\hat{A}$ и $\hat{B}$.
Имейте в виду, что:

- эта задача решается бесконечным количеством способов, но самый неразумный и громоздкий — использовать `rule` и `pattern` — всегда приходит в голову первым.
- нецелесообразно заранее высчитывать, сколько слагаемых надо вычислять в ряде Тейлора — это выяснится автоматически, когда очередной вклад в окончательный ответ окажется нулевым.
- нецелесообразно выковыривать из волновой функции коэффициенты C_{nm} и сооружать из них матрицу с громадным количеством нулей.

Задача 2. 6 Вектора состояния и линейные операторы.

Написать программу, которая вычисляет результат действия произвольной (заранее неизвестной) функции $f(\hat{a}_1, \hat{a}_2)$ двух операторов $\hat{a}_1$ и $\hat{a}_2$ на произвольный (заранее неизвестный) вектор состояния $|\psi\rangle$, представленный как линейная комбинация базисных векторов. (При этом **не предполагается,** что коэффициенты при базисных векторах обязательно **числовые**). Формат ответа должен повторять формат исходного вектора.
Для тестирования используйте функцию `f`

$$\exp\left(-a_2^4 - a_2^2 - a_1^4 - a_1^2 \right)$$

причем

$$\hat{a}_1 vv(l, m, k, n) = vv(l, m+1, k, n) sqrt(((-m) - l)((-m) + l + 1))$$

$$\hat{a}_2 vv(l, m, k, n) = vv(l, m, k, n+1) sqrt(((-n) - k)((-n) + k + 1))$$

и вектор `psi`, разложенный по базисным векторам `vv`, равен:

$$\left(24 \cdot \sqrt{21} + 1296 \cdot \sqrt{14} + 14 \cdot 6^{\frac{9}{2}} + 980286\right) \cdot vv\,(2, -2, 2, -2) + \left(15564 \cdot \sqrt{21} + 1080 \cdot \sqrt{14} + 2 \cdot 6^{\frac{5}{2}} + 6\right) \cdot vv\,(2, -2, 2, -4) + \left(12 \cdot \sqrt{21} + 648 \cdot \sqrt{14} + 6\right) \cdot vv\,(2, -2, 2, -6) + \left(15564 \cdot \sqrt{21} + 1080 \cdot \sqrt{14} + 2 \cdot 6^{\frac{5}{2}} + 6\right) \cdot vv\,(2, -4, 2, -2) + \left(4 \cdot 6^{\frac{5}{2}} + 5190\right) \cdot vv\,(2, -4, 2, -4) + \left(2 \cdot 6^{\frac{5}{2}} + 6\right) \cdot vv\,(2, -4, 2, -6) + \left(12 \cdot \sqrt{21} + 648 \cdot \sqrt{14} + 6\right) \cdot vv\,(2, -6, 2, -2) + \left(2 \cdot 6^{\frac{5}{2}} + 6\right) \cdot vv\,(2, -6, 2, -4) + 6 \cdot vv\,(2, -6, 2, -6)$$

Программа должна работать при произвольных `f,psi`, без переделок вручную.

Как Вы должны знать,

$$f(\hat{A}, \hat{B}) = \sum_{m,n=0}^{\infty} \partial_x^n \partial_y^m f(x, y)\Big|_{x=y=0} \frac{\hat{A}^n \hat{B}^m}{n!m!}$$

для коммутирующих операторов $\hat{A}$ и $\hat{B}$.
Имейте в виду, что:

- эта задача решается бесконечным количеством способов, но самый неразумный и громоздкий — использовать `rule` и `pattern` — всегда приходит в голову первым.
- нецелесообразно заранее высчитывать, сколько слагаемых надо вычислять в ряде Тейлора — это выяснится автоматически, когда очередной вклад в окончательный ответ окажется нулевым.
- нецелесообразно выковыривать из волновой функции коэффициенты C_{nm} и сооружать из них матрицу с громадным количеством нулей.

Задача 2. 7 Вектора состояния и линейные операторы.

Написать программу, которая вычисляет результат действия произвольной (заранее неизвестной) функции $f(\hat{a}_1, \hat{a}_2)$ двух операторов $\hat{a}_1$ и $\hat{a}_2$ на произвольный (заранее неизвестный) вектор состояния $|\psi\rangle$, представленный как линейная комбинация базисных векторов. (При этом **не предполагается,** что коэффициенты при базисных векторах обязательно **числовые**). Формат ответа должен повторять формат исходного вектора.
Для тестирования используйте функцию `f`

$$\exp\left(\ \frac{a_2^6}{6} - \frac{a_2^3}{\sqrt{6}} - \frac{a_1^6}{6} + \frac{a_1^3}{\sqrt{6}}\ \right)$$

причем

$$\hat{a}_1 vv(n,m) = vv(n-1,m) sqrt(n)$$

$$\hat{a}_2 vv(n,m) = sqrt((-m)-1) vv(n,m+1)$$

и вектор `psi`, разложенный по базисным векторам `vv`, равен:

$$\left(14 - 7\cdot\sqrt{5}\right)\cdot vv\,(9,-1) + \left(14\cdot\sqrt{5}+7\right)\cdot vv\,(9,-4) + 7\cdot vv\,(9,-7) + \left(14\cdot\sqrt{105} - 28\cdot\sqrt{21} - 7\cdot\sqrt{5} + 14\right)\cdot vv\,(6,-1) + \left(-28\cdot\sqrt{105} - 14\cdot\sqrt{21} + 14\cdot\sqrt{5} + 7\right)\cdot vv\,(6,-4) + \left(7 - 14\cdot\sqrt{21}\right)\cdot vv\,(6,-7) + \left(84\cdot\sqrt{105} - 10\cdot 21^{\frac{3}{2}} - 7\cdot 5^{\frac{3}{2}} + 84\right)\cdot vv\,(3,-1) + \left(42\cdot\sqrt{105} + 20\cdot 21^{\frac{3}{2}} - 133\right)\cdot vv\,(3,-4) + \left(42\cdot\sqrt{105} - 14\cdot\sqrt{5} + 7\right)\cdot vv\,(3,-7) + \left(-\frac{196\cdot\sqrt{105}}{3} + \frac{490\cdot\sqrt{21}}{3} + 42\cdot\sqrt{5} - 105\right)\cdot vv\,(0,-1) + \left(-\frac{98\cdot\sqrt{105}}{3} - \frac{980\cdot\sqrt{21}}{3} + 21\cdot\sqrt{5} + 210\right)\cdot vv\,(0,-4) + \left(21\cdot\sqrt{5} - \frac{98\cdot\sqrt{105}}{3}\right)\cdot vv\,(0,-7)$$

Программа должна работать при произвольных `f,psi`, без переделок вручную.

Как Вы должны знать,

$$f(\hat{A},\hat{B}) = \sum_{m,n=0}^{\infty} \partial_x^n \partial_y^m f(x,y)\Big|_{x=y=0} \frac{\hat{A}^n \hat{B}^m}{n!m!}$$

для коммутирующих операторов $\hat{A}$ и $\hat{B}$.
Имейте в виду, что:

- эта задача решается бесконечным количеством способов, но самый неразумный и громоздкий — использовать `rule` и `pattern` — всегда приходит в голову первым.
- нецелесообразно заранее высчитывать, сколько слагаемых надо вычислять в ряде Тейлора — это выяснится автоматически, когда очередной вклад в окончательный ответ окажется нулевым.
- нецелесообразно выковыривать из волновой функции коэффициенты C_{nm} и сооружать из них матрицу с громадным количеством нулей.

Задача 2. 8 Вектора состояния и линейные операторы.

Написать программу, которая вычисляет результат действия произвольной (заранее неизвестной) функции $f(\hat{a}_1, \hat{a}_2)$ двух операторов $\hat{a}_1$ и $\hat{a}_2$ на произвольный (заранее неизвестный) вектор состояния $|\psi\rangle$, представленный как линейная комбинация базисных векторов. (При этом **не предполагается,** что коэффициенты при базисных векторах обязательно **числовые**). Формат ответа должен повторять формат исходного вектора.
Для тестирования используйте функцию `f`

$$\exp\left(-\frac{a_2^6}{6} + \frac{a_2^3}{\sqrt{6}} + \frac{a_1^6}{6} - \frac{a_1^3}{\sqrt{6}} \right)$$

причем

$$\hat{a}_1 vv(n,m) = sqrt((-n)-1)vv(n+1,m)$$

$$\hat{a}_2 vv(n,m) = sqrt(m)vv(n,m-1)$$

и вектор `psi`, разложенный по базисным векторам `vv`, равен:

$$\left(-16\cdot\sqrt{105} - \frac{32\cdot\sqrt{35}}{\sqrt{3}} - 8\cdot\sqrt{5} + 16\right)\cdot vv\,(-1,6) + \left(-16\cdot\sqrt{105} - \frac{32\cdot\sqrt{35}}{\sqrt{3}} + \frac{160\cdot\sqrt{21}}{3} + \frac{640\cdot\sqrt{7}}{\sqrt{3}} - 8\cdot 5^{\frac{3}{2}} + 96\right)\cdot vv\,(-1,3) + \left(-400\cdot\sqrt{21} + 48\cdot\sqrt{5} - 120\right)\cdot vv\,(-1,0) + \left(-16\cdot\sqrt{105} + 16\cdot\sqrt{5} + 8\right)\cdot vv\,(-4,6) + \left(-16\cdot\sqrt{105} + 160\cdot\sqrt{21} - 152\right)\cdot vv\,(-4,3) + \left(-240\cdot\sqrt{21} + 24\cdot\sqrt{5} + 240\right)\cdot vv\,(-4,0) + \left(16\cdot\sqrt{21} + 8\right)\cdot vv\,(-7,6) + \left(-32\cdot\sqrt{105} + 16\cdot\sqrt{21} - 16\cdot\sqrt{5} + 8\right)\cdot vv\,(-7,3) + \left(48\cdot\sqrt{105} + 24\cdot\sqrt{5}\right)\cdot vv\,(-7,0) + 8\cdot vv\,(-10,6) + \left(8 - 16\cdot\sqrt{5}\right)\cdot vv\,(-10,3) + 24\cdot\sqrt{5}\cdot vv\,(-10,0)$$

Программа должна работать при произвольных `f,psi`, без переделок вручную.

Как Вы должны знать,

$$f(\hat{A}, \hat{B}) = \sum_{m,n=0}^{\infty} \partial_x^n \partial_y^m f(x,y)\Big|_{x=y=0} \frac{\hat{A}^n \hat{B}^m}{n!m!}$$

для коммутирующих операторов $\hat{A}$ и $\hat{B}$.
Имейте в виду, что:

- эта задача решается бесконечным количеством способов, но самый неразумный и громоздкий — использовать `rule` и `pattern` — всегда приходит в голову первым.
- нецелесообразно заранее высчитывать, сколько слагаемых надо вычислять в ряде Тейлора — это выяснится автоматически, когда очередной вклад в окончательный ответ окажется нулевым.
- нецелесообразно выковыривать из волновой функции коэффициенты C_{nm} и сооружать из них матрицу с громадным количеством нулей.

Задача 2. 9 Вектора состояния и линейные операторы.

Написать программу, которая вычисляет результат действия произвольной (заранее неизвестной) функции $f(\hat{a}_1, \hat{a}_2)$ двух операторов $\hat{a}_1$ и $\hat{a}_2$ на произвольный (заранее неизвестный) вектор состояния $|\psi\rangle$, представленный как линейная комбинация базисных векторов. (При этом **не предполагается,** что коэффициенты при базисных векторах обязательно **числовые**). Формат ответа должен повторять формат исходного вектора.
Для тестирования используйте функцию `f`

$$\exp\left(\ a_2^4 + a_2^2 + a_1^6 - a_1^3\ \right)$$

причем

$$\hat{a}_1 vv(l,m,k,n) = vv(l,m-1,k,n) sqrt(((-m)+l+1)(m+l))$$

$$\hat{a}_2 vv(l,m,k,n) = vv(l,m,k,n+1) sqrt((k-n)(n+k+1))$$

и вектор `psi`, разложенный по базисным векторам `vv`, равен:

$$\left(-3\cdot 6^{\frac{3}{2}} - 99\right)\cdot vv\,(3,3,2,2) + \left(9 - 3\cdot 6^{\frac{3}{2}}\right)\cdot vv\,(3,3,2,0) + 9\cdot vv\,(3,3,2,-2) + \left(-216\cdot\sqrt{30} - 3\cdot 6^{\frac{3}{2}} - 1188\cdot\sqrt{5} - 99\right)\cdot vv\,(3,0,2,2) + \left(-216\cdot\sqrt{30} - 3\cdot 6^{\frac{3}{2}} + 108\cdot\sqrt{5} + 9\right)\cdot vv\,(3,0,2,0) + \left(108\cdot\sqrt{5} + 9\right)\cdot vv\,(3,0,2,-2) + \left(-216\cdot\sqrt{30} + 1077\cdot 6^{\frac{3}{2}} - 1188\cdot\sqrt{5} + 35541\right)\cdot vv\,(3,-3,2,2) + \left(-216\cdot\sqrt{30} + 1077\cdot 6^{\frac{3}{2}} + 108\cdot\sqrt{5} - 3231\right)\cdot vv\,(3,-3,2,0) + \left(108\cdot\sqrt{5} - 3231\right)\cdot vv\,(3,-3,2,-2)$$

Программа должна работать при произвольных `f,psi`, без переделок вручную.

Как Вы должны знать,

$$f(\hat{A},\hat{B}) = \sum_{m,n=0}^{\infty} \partial_x^n \partial_y^m f(x,y)\Big|_{x=y=0} \frac{\hat{A}^n \hat{B}^m}{n!m!}$$

для коммутирующих операторов $\hat{A}$ и $\hat{B}$.
Имейте в виду, что:

- эта задача решается бесконечным количеством способов, но самый неразумный и громоздкий — использовать `rule` и `pattern` — всегда приходит в голову первым.
- нецелесообразно заранее высчитывать, сколько слагаемых надо вычислять в ряде Тейлора — это выяснится автоматически, когда очередной вклад в окончательный ответ окажется нулевым.
- нецелесообразно выковыривать из волновой функции коэффициенты C_{nm} и сооружать из них матрицу с громадным количеством нулей.

Задача 2. 10 Вектора состояния и линейные операторы.

Написать программу, которая вычисляет результат действия произвольной (заранее неизвестной) функции $f(\hat{a}_1, \hat{a}_2)$ двух операторов $\hat{a}_1$ и $\hat{a}_2$ на произвольный (заранее неизвестный) вектор состояния $|\psi\rangle$, представленный как линейная комбинация базисных векторов. (При этом **не предполагается,** что коэффициенты при базисных векторах обязательно **числовые**). Формат ответа должен повторять формат исходного вектора.
Для тестирования используйте функцию `f`

$$\exp\left(\ -a_2^4 + a_2^2 + a_1^6 + a_1^3\ \right)$$

причем

$$\hat{a}_1 vv(l, m, k, n) = vv(l, m+1, k, n) sqrt((l-m)(m+l+1))$$

$$\hat{a}_2 vv(l, m, k, n) = vv(l, m, k, n-1) sqrt(((-n)+k+1)(n+k))$$

и вектор `psi`, разложенный по базисным векторам `vv`, равен:

$$\left(-24\cdot 5^{\frac{3}{2}} - 3590\right)\cdot vv\,(3,3,2,2) + \left(8\cdot 30^{\frac{3}{2}} + 7180\cdot\sqrt{6} - 24\cdot 5^{\frac{3}{2}} - 3590\right)\cdot vv\,(3,3,2,0) + \left(8\cdot 30^{\frac{3}{2}} + 7180\cdot\sqrt{6} - 888\cdot 5^{\frac{3}{2}} - 132830\right)\cdot vv\,(3,3,2,-2) + \left(10 - 24\cdot 5^{\frac{3}{2}}\right)\cdot vv\,(3,0,2,2) + \left(8\cdot 30^{\frac{3}{2}} - 20\cdot\sqrt{6} - 24\cdot 5^{\frac{3}{2}} + 10\right)\cdot vv\,(3,0,2,0) + \left(8\cdot 30^{\frac{3}{2}} - 20\cdot\sqrt{6} - 888\cdot 5^{\frac{3}{2}} + 370\right)\cdot vv\,(3,0,2,-2) + 10\cdot vv\,(3,-3,2,2) + \left(10 - 20\cdot\sqrt{6}\right)\cdot vv\,(3,-3,2,0) + \left(370 - 20\cdot\sqrt{6}\right)\cdot vv\,(3,-3,2,-2)$$

Программа должна работать при произвольных `f,psi`, без переделок вручную.

Как Вы должны знать,

$$f(\hat{A}, \hat{B}) = \sum_{m,n=0}^{\infty} \partial_x^n \partial_y^m f(x,y)\Big|_{x=y=0} \frac{\hat{A}^n \hat{B}^m}{n!m!}$$

для коммутирующих операторов $\hat{A}$ и $\hat{B}$.
Имейте в виду, что:

- эта задача решается бесконечным количеством способов, но самый неразумный и громоздкий — использовать `rule` и `pattern` — всегда приходит в голову первым.
- нецелесообразно заранее высчитывать, сколько слагаемых надо вычислять в ряде Тейлора — это выяснится автоматически, когда очередной вклад в окончательный ответ окажется нулевым.
- нецелесообразно выковыривать из волновой функции коэффициенты C_{nm} и сооружать из них матрицу с громадным количеством нулей.