

Олимпиады школьников по физике, проводимые физическим факультетом МГУ имени М.В.Ломоносова

Физический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова традиционно участвует в организации и проведении олимпиад школьников по физике «Ломоносов», «Покори Воробьёвы горы!» и «Московской олимпиады школьников».

В 2019-2020 учебном году в соответствии с Перечнем олимпиад школьников этим олимпиадам присвоены следующие уровни:

– «Московская олимпиада школьников» по физике – 1-й уровень

– «Ломоносов» по физике – 2-й уровень

– «Покори Воробьёвы горы!» по физике – 1-й уровень

– «Робофест» по физике – 2-й уровень

Победители олимпиад 1-го и 2-го уровней, а также призеры олимпиад 1-го уровня зачислялись в 2020 г. на физический факультет МГУ без вступительных испытаний, а призеры олимпиад 2-го уровня получали 100 баллов за дополнительное вступительное испытание по физике. Всего в 2020 году на физический факультет было зачислено 218 человек, являющихся победителями и призерами олимпиад школьников, что составляет 54% от общего числа зачисленных на 1 курс абитуриентов.

Олимпиада «Ломоносов 2019-2020» по физике

Отборочный этап

В 2019/2020 учебном году олимпиада «Ломоносов» по физике в МГУ проводилась в два этапа – отборочный и заключительный. Отборочный этап проходил в форме заочного испытания. Задания отборочного этапа составлялись отдельно для учащихся младших (7-х – 9-х) и старших (10-х – 11-х) классов. Эти задания были размещены в личных кабинетах участников на сайте <http://olymp.msu.ru>. Доступ к условиям заданий был открыт для участников с 21 по 28 октября 2019 года. Прием решений и ответов по каждому из туров прекращался одновременно с их завершением.

Победители и призеры отборочного этапа были приглашены для участия в заключительном этапе олимпиады. Ниже приводятся примеры заданий для участников отборочного тура олимпиады Ломоносов. Поскольку числовые данные в условиях задач для каждого участника были индивидуальными, приводимые здесь решения задач и ответы к ним приведены в общем виде.

Задания для 7–9-х классов

Первый тур

1. Одной из характеристик писчей бумаги является ее плотность σ , для измерения которой обычно используется внесистемная единица г/м^2 . Какое давление p оказывает на стол лист бумаги плотностью σ ? Ускорение свободного падения примите равным $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Решение. Сила тяжести, действующая на лист бумаги площадью S , равна $P = \sigma Sg$. Давление, оказываемое листом на стол,

$$p = \frac{P}{S}.$$

Ответ: $p = \sigma g$.

1. Одной из характеристик легковых автомобилей, часто приводимых в рекламных проспектах, является так называемое «время разгона до сотни», т.е. минимальное время t_0 , за которое автомобиль, начиная движения из состояния покоя, достигает скорости $v_0 = 100$ км/ч. Пусть для рекламируемого автомобиля t_0 известно. Какой путь s проедет этот автомобиль за данное время? Движение автомобиля считайте равноускоренным.

Решение. Ускорение автомобиля равно $a = \frac{v_0}{t_0}$. Пройденный за время разгона путь $s = \frac{at_0^2}{2} = \frac{v_0 t_0}{2}$.

Ответ: $s = \frac{v_0 t_0}{2}$.

2. Скорость движения лодки относительно воды в n раз больше скорости течения реки. Во сколько раз k больше времени занимает поездка на лодке между двумя пунктами против течения, чем по течению?

Решение. Обозначим через v_b скорость течения воды, а через $v_{л} = n \cdot v_b$ — скорость движения лодки относительно воды. Пусть расстояние между пунктами следования лодки L . Тогда время движения лодки против течения $t_1 = \frac{L}{v_{л} - v_b} = \frac{L}{v_b(n-1)}$, а по те-

чению $t_2 = \frac{L}{v_{л} + v_b} = \frac{L}{v_b(n+1)}$. Искомое отношение

$$k = \frac{t_1}{t_2} = \frac{n+1}{n-1}.$$

Ответ: $k = \frac{n+1}{n-1}$.

3. Слой льда толщиной h имеет температуру $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Какой минимальной толщины x слой воды при температуре t нужно налить на лед, чтобы он полностью растаял? Удельная теплоемкость воды c_b , а ее плотность ρ_b . Удельная теплота плавления льда λ , а его плотность $\rho_{л}$. Потерями теплоты можно пренебречь.

Решение. Выделим на поверхности льда площадку площадью S . Масса льда, находящегося в пределах этой площадки, $m_{\text{л}} = Sh\rho_{\text{л}}$. Количество теплоты, требующееся для плавления льда, $Q_1 = Sh\rho_{\text{л}}\lambda$. Количество теплоты, которое отдаст налитая на лед вода массой $m_{\text{в}} = Sx\rho_{\text{в}}$ при остывании до температуры плавления льда, $Q_2 = Sx\rho_{\text{в}}c_{\text{в}}(t - t_0)$. Согласно уравнению теплового баланса, $Q_1 = Q_2$. Следовательно, $x = h \frac{\lambda\rho_{\text{л}}}{c_{\text{в}}\rho_{\text{в}}(t - t_0)}$.

Ответ: $x = h \frac{\lambda\rho_{\text{л}}}{c_{\text{в}}\rho_{\text{в}}(t - t_0)}$.

4. Ремонтируя по просьбе бабушки перегоревшую электроплитку, школьник, недолго думая, укоротил ее спираль на n (%) первоначальной длины. На сколько процентов k изменилась после такого «ремонта» электрическая мощность плитки по отношению к ее первоначальному значению? Ответ округлите до десятых.

Решение. Мощность, развиваемая электроплиткой, равна $N = \frac{U^2}{R}$, где U – напряжение сети, R – сопротивление плитки.

Учтем, что $R = \rho \frac{L}{S}$, где ρ – удельное сопротивление спирали, L – ее длина, S – площадь ее поперечного сечения. Тогда первоначальная мощность плитки $N_0 = \frac{U^2 S}{\rho L_0}$, а мощность плитки после

ремонта $N_1 = \frac{U^2 S}{\rho L_0(1 - n_1)} = \frac{N_0}{1 - n_1}$, где $n_1 = n / 100\%$. Следова-

тельно, искомая величина $k = \frac{N_1 - N_0}{N_0} = \frac{n}{1 - n_1}$.

Ответ: $k = \frac{n}{1 - n / 100\%}$.

5. Луч света падает в центр верхней грани прозрачного кубика. Чему равен показатель преломления материала кубика n , если максимальный угол падения, при котором преломленный

луч еще попадает на нижнюю грань кубика, равен α . Ответ округлите до сотых.

Решение. Угол падения на верхнюю грань кубика, удовлетворяющий условию задачи, достигает максимального значения, если совместить плоскость падения с диагоналями верхней и нижней граней кубика (см. рисунок). В этом случае преломленный в центре верхней грани кубика луч проходит через вершину нижней грани, и угол преломления удовлетворяет условию $\operatorname{tg} \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Отсюда

$$\sin \beta = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \text{По закону преломления} \quad \sin \alpha = n \sin \beta.$$

Ответ: $n = \sqrt{3} \sin \alpha$.

Задания для 10-х – 11-х классов

Первый тур

6. Шар массой m_1 , скользящий по гладкой горизонтальной поверхности с некоторой скоростью $\vec{V}_0$, сталкивается с неподвижным шаром массой m_2 . После абсолютно упругого соударения шары разлетаются со скоростями $\vec{V}_1$ и $\vec{V}_2$, отношение модулей которых $v_2/v_1 = n$. Определите угол между векторами $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$, если отношение масс шаров $m_2/m_1 = k$. Шары считайте гладкими, а их диаметры одинаковыми. Ответ приведите в градусах, округлив до десятых.

Решение. Из законов сохранения импульса и энергии имеем равенства $m_1 \vec{v}_0 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$, $\frac{m_1 v_0^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$. Из этих равенств следует, что $\vec{v}_0 = \vec{v}_1 + k \vec{v}_2$, $v_0^2 = v_1^2 + k v_2^2$. Возводя первое равенство в квадрат и учитывая, что квадрат модуля вектора равен скалярному произведению вектора самого на себя, имеем $v_0^2 = (\vec{v}_1 + k \vec{v}_2)^2 = v_1^2 + k^2 v_2^2 + 2k(\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2)$. Сравнивая этот результат

со вторым равенством, получаем, что $(\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2) = \frac{1-k}{2} v_2^2$. Скалярное произведение векторов равно произведению модулей векторов на косинус угла между ними, т.е. $(\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2) = v_1 v_2 \cos \alpha$. Следовательно, $\cos \alpha = \frac{n(1-k)}{2}$.

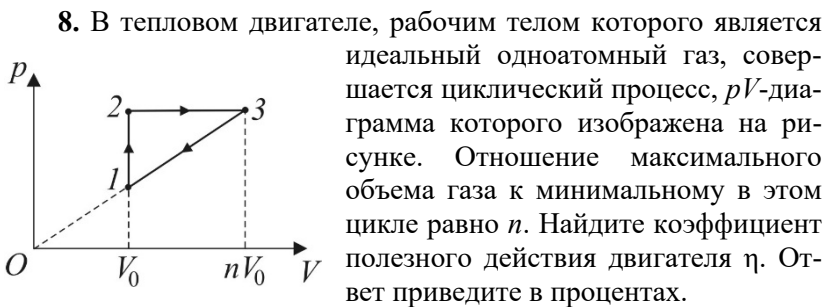
Ответ: $\alpha = \arccos\left(\frac{n(1-k)}{2}\right)$.

7. На гладком горизонтальном столе покоится трубка массой M и длиной L , закрытая с одного торца. В открытый конец трубки влетает маленький шарик массой m со скоростью, направленной вдоль оси трубки. После упругого удара о закрытый торец трубки шарик вылетает наружу. Какой путь S относительно стола пройдет шарик за время, которое он будет находиться внутри трубки? Размером шарика и трением между всеми поверхностями можно пренебречь.



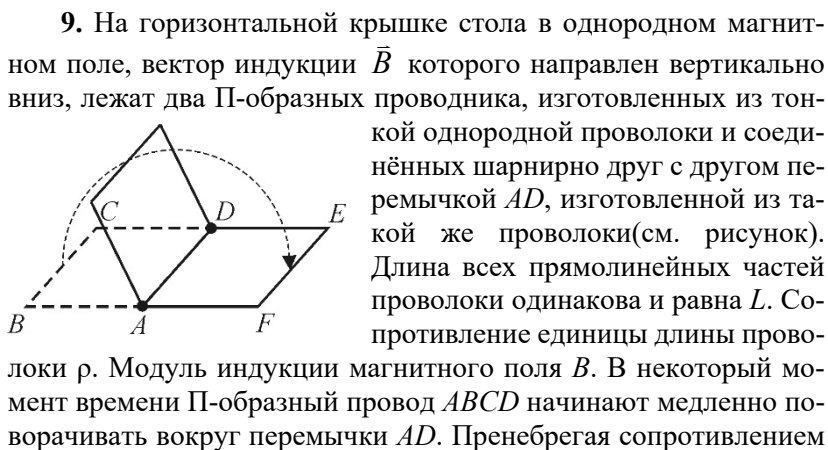
Решение. Пусть начальная скорость шарика V_0 . Из законов сохранения импульса и кинетической энергии в системе «шарик + трубка» следует, что $mV_0 = MV + mV$, $mV_0^2 = MV^2 + mV^2$, где V и V – скорости трубки и шарика после соударения. Из этой системы находим, что $V = \frac{2m}{M+m} v_0$, $v = \frac{m-M}{M+m} v_0$. Поскольку относительная скорость этих тел после удара $V_{\text{отн}} = V - v = v_0$, время, которое шарик движется после соударения внутри трубки, $\tau = \frac{L}{V_{\text{отн}}} = \frac{L}{v_0}$. За это время он проходит путь $S' = |v| \tau = \frac{|m-M|}{M+m} L$. Полный путь, пройденный шариком, $S = L + S'$.

Ответ: $S = L \left(1 + \frac{|m-M|}{M+m} \right)$.



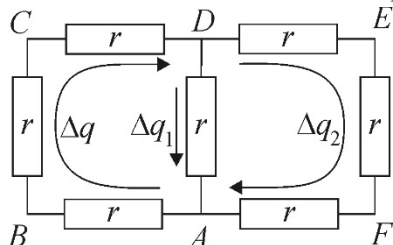
Решение. Работа газа в циклическом процессе равна $A = \frac{1}{2}(np_1 - p_1)(nV_0 - V_0) = \frac{1}{2}(n-1)^2 p_1 V_0$, где p_1 и V_0 – давление и объем газа в точке 1. Газ получает теплоту на участках 1 – 2 и 2 – 3, поэтому полное количество теплоты, полученное газом за цикл, равно $Q_{\text{п}} = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) + \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_2)$, где ν – число молей газа. Используя уравнение состояния газа, это выражение можно преобразовать к виду $Q_{\text{п}} = \frac{1}{2}p_1 V_0 (n-1)(3+5n)$. Коэффициент полезного действия цикла $\eta = \frac{A}{Q_{\text{п}}}$.

Ответ: $\eta = \frac{n-1}{3+5n}$.



в шарнирных соединениях, определите заряд q_{AD} , протёкший по перемычке AD к тому моменту, когда угол поворота станет равным 180° .

Решение. Из условия задачи следует, что к моменту, когда угол поворота куска провода $ABCD$ станет равным 180° , изменение потока магнитного поля, пронизывающего контур $ABCD$, бу-



дет $\Delta\Phi = 2BL^2$. Во время поворота ЭДС индукции возникает только отрезке BC . Поэтому за время поворота по отрезку BC протекает заряд $\Delta q = \frac{\Delta\Phi}{R}$. Здесь

R – сопротивление цепи, состоящей из П-образного контура $ABCD$ с сопротивлением $3r$ и последовательно подключенного к нему контура $AFED$ с сопротивлением $3r/4$, где $r = \rho L$. Следовательно, $R = 3\rho L + \frac{3\rho L}{4} = \frac{15\rho L}{4}$.

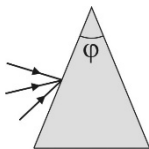
Так как отрезок AD соединён параллельно П-образному контуру $DEFA$, отношение зарядов, протёкших по отрезку AD и П-образному контуру $DEFA$, равно $\frac{q_1}{q_2} = 3$, а сумма этих зарядов равна

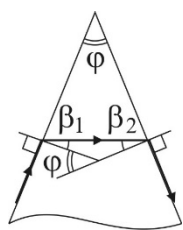
Δq . Следовательно, $q_{AD} \equiv q_1 = \frac{3\Delta q}{4}$. Окончательно получаем, что

$$q_{AD} = \frac{2BL}{5\rho}.$$

Ответ: $q_{AD} = \frac{2BL}{5\rho}$.

10. Каков должен быть минимальный преломляющий угол призмы $\varphi_{\min}$, чтобы ни один из лучей, падающих на одну из ее боковых граней и лежащих в плоскости рисунка, не вышел из другой боковой грани? Призма изготовлена из стекла с показателем преломления n . Ответ приведите в градусах, округлив до десятых.





Решение. Рассмотрим луч, падающий на боковую грань призмы под углом $\alpha = 90^\circ$ (см. рисунок). Угол преломления β_1 этого луча определяется равенством: $\sin \beta_1 = 1/n$. Пусть преломляющий угол призмы ϕ таков, что угол падения рассматриваемого луча на другую боковую грань призмы $\beta_2 = \beta_1$. Поскольку $\phi = \beta_1 + \beta_2$, изображенный на рисунке ход луча имеет место, если $\phi = 2 \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$. Таким образом, для луча, падающего на боковую грань призмы под углом $\alpha = 90^\circ$, условие задачи выполнено при $\phi > 2 \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$. При этом лучи, падающие на боковую грань призмы под меньшими углами, а также все лучи, падающие по другую сторону от нормали к боковой грани, тоже не выйдут из другой ее боковой грани.

Ответ: $\phi_{\min} = 2 \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$.

Заключительный этап

Проведение заключительного этапа олимпиады «Ломоносов» было назначено на 21 февраля 2020 года. Для учащихся всех классов этот этап проводился в очной форме на физическом факультете МГУ и на четырех региональных площадках в городах Калининград, Невинномысск, Нур-Султан (Казахстан) и Чебоксары. Задание для учащихся 7-х – 8-х, а также 9-х классов состояло из четырех задач по темам, изучаемым в рамках программы по физике для основной общеобразовательной школы. Задания для учащихся 10-х – 11-х классов были составлены в полном соответствии с Кодификатором ЕГЭ 2020 года по физике и охватывали основные разделы Кодификатора, а именно, 1) механику, 2) молекулярную физику и термодинамику, 3) электродинамику и 4) оптику. Типовое задание состояло из четырех различных разделов, состоящих из задач и уточняющих вопросов по теории. В первом разделе были помещены задания по механике, во втором

разделе – задания по молекулярной физике и термодинамике, в третьем разделе – задания по электродинамике, в четвертом разделе – задания по оптике

Ниже приводятся задания заключительного этапа олимпиады «Ломоносов – 2019/2020»

Задания для 7-х – 8-х классов

11. На горизонтальной крышке стола стоит сплошной медный куб. Какова масса куба m , если он оказывает на крышку стола давление $p = 8$ кПа? Плотность меди $\rho = 8,9$ г/см³. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с². Ответ приведите в килограммах.

Решение. Давление, оказываемое кубом на стол, $p = \frac{mg}{a^2}$,

где a – длина ребра куба. Отсюда $a = \sqrt{\frac{mg}{p}}$. Масса куба

$m = \rho a^3 = \rho \left(\frac{mg}{p} \right)^{3/2}$. Из равенства $m^2 = \rho^2 \left(\frac{mg}{p} \right)^3$ находим, что

$$m = \frac{p^3}{\rho^2 g^3}.$$

Ответ: $m = \frac{p^3}{\rho^2 g^3} \approx 6,46$ кг.

12. Для длительного хранения сжиженных газов обычно используют сосуды Дьюара, в которых постоянная температура поддерживается за счет хорошей теплоизоляции сосуда и свободного испарения жидкого газа при атмосферном давлении. В одном из таких сосудов при хранении $V = 2$ л жидкого азота при температуре $t_{\text{аз}} = -195$ °С за $\tau_{\text{аз}} = 24$ часа испарилась ровно половина этого количества азота. После этого жидкий азот удалили из сосуда и положили в сосуд кусочек льда массой $m = 40$ г при температуре 0 °С. Определите, через какое время $\tau_{\text{л}}$ лед полностью растает. Удельная теплота парообразования азота $r = 198$ кДж/кг,

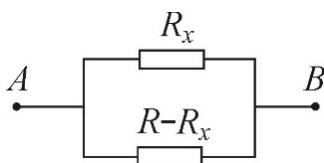
плотность жидкого азота $\rho = 0,8 \text{ г/см}^3$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 0,33 \text{ кДж/г}$. Температура окружающего воздуха $t_0 = 20^\circ\text{C}$. Считайте, что скорость поступления теплоты через стенки сосуда пропорциональна разности температур снаружи и внутри сосуда. Ответ приведите в часах, округлив до одного знака после запятой.

Решение. Количества теплоты, поглощенные льдом и азотом, соответственно равны $Q_{\text{л}} = \lambda m$, $Q_{\text{аз}} = r\rho \frac{V}{2}$. Исходя из условия, что скорость поступления теплоты пропорциональна разности температур снаружи и внутри сосуда, можно записать, что $\frac{Q_{\text{л}}}{\tau_{\text{л}}} = k(t_0 - 0^\circ\text{C})$, $\frac{Q_{\text{аз}}}{\tau_{\text{аз}}} = k(t_0 - t_{\text{аз}})$, где k – коэффициент пропорциональности. Из написанных уравнений находим $\tau_{\text{л}} = \frac{2\lambda m(t_0 - t_{\text{аз}})}{\rho r V(t_0 - 0^\circ\text{C})} \tau_{\text{аз}}$.

Ответ: $\tau_{\text{л}} = \frac{2\lambda m(t_0 - t_{\text{аз}})}{\rho r V(t_0 - 0^\circ\text{C})} \tau_{\text{аз}} \approx 21,5 \text{ ч}$.

13. Сопротивление обмотки реостата $R = 16 \text{ Ом}$, длина реостата $L = 20 \text{ см}$. На каком минимальном расстоянии x от левого конца реостата должен находиться его движок, чтобы сопротивление между точками A и B было равно $R_0 = 3 \text{ Ом}$? Ответ приведите в сантиметрах.

Решение. Эквивалентная схема цепи изображена на рисунке, где через R_x обозначено сопротивление обмотки реостата от его левого конца до движка. Сопротивление между точками A и B



равно $\frac{R_x(R - R_x)}{R_x + R - R_x} = \frac{R_x R - R_x^2}{R}$. По условию $\frac{R_x R - R_x^2}{R} = R_0$. Отсюда получаем квадратное уравнение относительно R_x , а именно

лучаем квадратное уравнение относительно R_x , а именно

$R_x^2 - RR_x + RR_0 = 0$. Условию задачи удовлетворяет меньший корень $R_x = \frac{R}{2} - \sqrt{\frac{R^2}{4} - RR_0}$. Сопротивление R_x связано с искомым

расстоянием x соотношением $R_x = \frac{x}{L} R$, откуда

$$x = \frac{L}{R} R_x = \frac{L}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4R_0}{R}} \right).$$

Ответ: $x = \frac{L}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4R_0}{R}} \right) = 5 \text{ см.}$

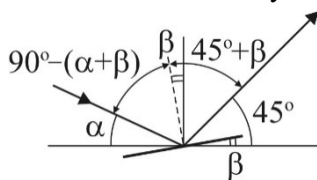
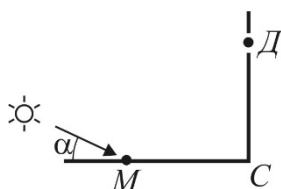
14. Мальчик, находящийся в точке M (см. рисунок), хочет пу-

стить солнечный зайчик в окно девочки (в точку D). Под каким углом β к горизонту он должен расположить плоское зеркальце, если расстояние MC между мальчиком и стеной дома равно высоте CD , на которой расположено окно девочки? Солнечные лучи падают под углом $\alpha = 21^\circ$ к горизонту. Считайте, что мальчик располагает зеркальце у поверхности земли. Ответ приведите в градусах.

Решение. Ход луча света, падающего на зеркальце и после отражения от него попадающего в окно девочки, изображен на рисунке, где нормаль к поверхности зеркальца показана штриховой линией. Из рисунка видно, что угол падения солнечного луча на зеркальце равен

$90^\circ - (\alpha + \beta)$, а угол отражения от него $45^\circ + \beta$. По закону отражения $90^\circ - (\alpha + \beta) = 45^\circ + \beta$. Отсюда $\beta = \frac{45^\circ - \alpha}{2}$.

Ответ: $\beta = \frac{45^\circ - \alpha}{2} = 12^\circ$.



Задания для 9-х классов

15. Поезд начинает двигаться с постоянным ускорением и проходит начальный отрезок пути разгона, составляющий $1/9$ часть от полного пути разгона, со средней скоростью $v_{\text{ср}} = 10$ км/ч. Какова скорость v поезда в конце пути разгона? Ответ приведите в км/ч и округлите до целых.

Решение. Поскольку движение поезда является равноускоренным с нулевой начальной скоростью, справедливы равенства:

$$v_{\text{ср}} = \frac{v_1}{2}, \quad \frac{L}{9} = \frac{v_1 t_1}{2}, \quad L = \frac{v t}{2}. \text{ Здесь } v_1 - \text{ скорость поезда в конце}$$

девятой части пути разгона, t_1 – время его движения на $1/9$ пути разгона, t – полное время движения поезда на всем пути разгона, L – длина пути разгона. Из этих равенств следует, что

$$v = 18v_{\text{ср}} \frac{t_1}{t}. \text{ По законам равноускоренного движения } \left(\frac{t_1}{t} \right)^2 = \frac{1}{9}.$$

Ответ: $v = 6v_{\text{ср}} = 60$ км/ч.

16. Трубка с поперечным сечением $S = 3,5$ см², заполненная водяным паром под давлением $p_0 = 2$ кПа, запаяна с двух концов и расположена горизонтально. При этом находящийся в трубке поршень делит трубку на две равных части. Трубку ставят вертикально, в результате чего поршень смещается, и объем под ним уменьшается в четыре раза. Найдите массу поршня m , если давление насыщенного водяного пара равно $2p_0$. Трением и толщиной поршня можно пренебречь. Температуру пара считайте постоянной. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с². Ответ приведите в килограммах.

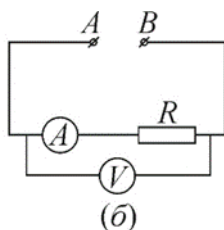
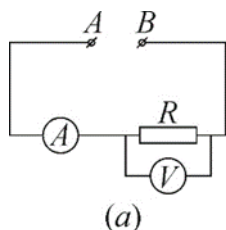
Указание. Для процессов, проводимых при постоянной температуре над ненасыщенным водяным паром, справедливо уравнение $pV = \text{const}$, где p – давление пара, V – его объем.

Решение. При перемещении поршня давление пара в нижней части трубки увеличится до величины $2p_0$, после чего будет оставаться постоянным. При этом часть пара сконденсируется. Пар над поршнем можно считать идеальным газом. Обозначим через V_0 половину объема трубки. Тогда, согласно закону Бойля-

Мариотта, $p_0 V_0 = p_1 \left(V_0 + \frac{3}{4} V_0 \right)$. Следовательно, давление пара над поршнем равно $p_1 = p_0 \frac{V_0}{V_0 + 3V_0/4} = \frac{4}{7} p_0$. Из условия равновесия поршня имеем $p_1 S + mg = 2p_0 S$. Объединяя записанные выражения, получаем, что $m = \frac{10}{7} \cdot \frac{p_0 S}{g}$.

Ответ: $m = \frac{10}{7} \cdot \frac{p_0 S}{g} = 0,1 \text{ кг.}$

17. При включении приборов по схеме, изображенной на рисунке (а), миллиамперметр показывает ток $I_1 = 12 \text{ мА}$, а вольт-



метр – напряжение $V_1 = 9,6 \text{ В}$. При включении тех же приборов по схеме на рисунке (б) миллиамперметр показывает ток $I_2 = 10 \text{ мА}$, а вольтметр – напряже-

ние $V_2 = 12 \text{ В}$. Определите сопротивление резистора R , считая напряжение между точками A и B неизменным. Ответ приведите в килоомах.

Решение. Обозначим через R_A сопротивление миллиамперметра, а через U – напряжение между точками A и B . Тогда для цепей, изображенных на рисунках, справедливы следующие уравнения: $I_1 R_A + V_1 = U$ (для цепи на рисунке (а)), $I_2 (R_A + R) = V_2$ (для цепи на рисунке (б)). Кроме того, по условию задачи $V_2 = U$. Из этой системы находим, что

$$R = \frac{V_2}{I_2} - \frac{V_2 - V_1}{I_1}.$$

Ответ: $R = \frac{V_2}{I_2} - \frac{V_2 - V_1}{I_1} = 1 \text{ кОм.}$

18. В ясный солнечный день рыба плавёт в озере глубиной $H = 1,5$ м. Тень от рыбы на дне озера находится при этом на расстоянии $l = 0,7$ м от неё. На какой глубине h плавёт рыба, если высота солнца над горизонтом составляет $\alpha = 30^\circ$. Показатель преломления воды $n = 1,33$. Ответ приведите с точностью до сантиметра.

Решение. Построим ход солнечного луча, падающего на рыбу и определим местонахождение тени от неё на дне озера (см.

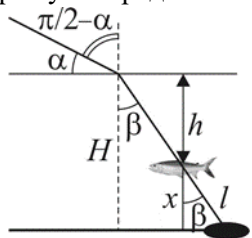


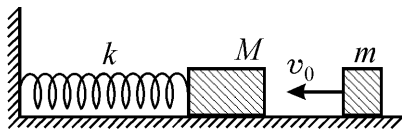
рисунок). Обозначим через x расстояние от рыбы до дна озера. Тогда $h = H - x$. Из закона преломления света получим: $\sin \beta = \sin(\pi/2 - \alpha)/n = \cos \alpha/n$. С другой стороны $\sin \beta = \sqrt{l^2 - x^2}/l$. Решая систему из двух уравнений, получим, что

$$x = \frac{l}{n} \sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha}. \text{ Отсюда глубина } h = H - l \sqrt{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{n^2}}.$$

Ответ: $h = H - l \sqrt{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{n^2}} \approx 97 \text{ см.}$

Вариант задания для 10-х – 11-х классов

19. **Задача.** Брусок массой m скользит с постоянной скоростью по гладкому столу и совершает упругое соударение с бруском массой M , который прикреплен достаточно длинной пружиной к неподвижной стенке (см. рисунок). После удара брусок массой m движется в обратном направлении, а брусок массой M начинает совершать гармонические колебания. Известно, что через время, равное $7/12$ периода колебаний, брусок массой M догнал брусок массой m . Найдите отношение $n = M/m$ масс этих брусков.



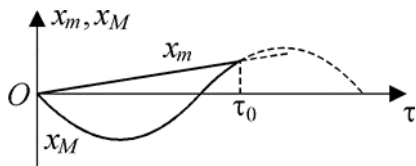
ком массой M , который прикреплен достаточно длинной пружиной к неподвижной стенке (см. рисунок). После удара брусок массой m движется в обратном направлении, а брусок массой M начинает совершать гармонические колебания. Известно, что через время, равное $7/12$ периода колебаний, брусок массой M догнал брусок массой m . Найдите отношение $n = M/m$ масс этих брусков.

После удара брусок массой m движется в обратном направлении, а брусок массой M начинает совершать гармонические колебания. Известно, что через время, равное $7/12$ периода колебаний, брусок массой M догнал брусок массой m . Найдите отношение $n = M/m$ масс этих брусков.

Вопросы. Дайте определения импульса материальной точки и системы материальных точек. Сформулируйте закон сохранения импульса.

Решение. Пусть начальная скорость бруска массой m равна

v_0 . Используя законы сохра-



нения импульса и механической энергии при упругом ударе, находим, что после соударения модули скоростей брусков m и M соответ-

ственно равны $v = \frac{M-m}{M+m}v_0$ и $u = \frac{2m}{M+m}v_0$. Будем использовать

координатную систему с началом в точке соударения брусков и осью Ox , направленной вправо. Тогда закон движения бруска

массой M после соударения имеет вид $x_M = -\frac{u}{\omega} \sin \omega t$, где

$\omega = \sqrt{\frac{k}{M}}$, k – жесткость пружины. Соответственно закон дви-

жения бруска m определяется выражением $x_m = Vt$. Введем обо-

значения $A = \frac{2m}{M+m} \cdot \frac{v_0}{\omega}$, $V = \frac{M-m}{M+m} \cdot \frac{v_0}{\omega}$, $\tau = \omega t$. Тогда законы

движения брусков можно записать в виде $x_M(t) = -A \sin \tau$ и

$x_m(t) = V\tau$ (см. рисунок, где изображены зависимости x_M и x_m от

времени). Условие, при котором брусок массой M догонит брусок массой m в момент времени τ_0 , определяется равенством

$x_M(\tau_0) = x_m(\tau_0)$. Учитывая, что $\tau_0 = \omega \cdot \frac{7}{12} \cdot \frac{2\pi}{\omega} = \frac{7\pi}{6}$, находим,

что $n = \frac{M}{m} = 1 + \frac{6}{7\pi} \approx 1,273$.

Ответ: $n \approx 1,273$.

20. Задача. В горизонтально расположенном открытом с одной стороны цилиндре между дном и гладким подвижным поршнем находится влажный воздух при температуре $t = 100^\circ\text{C}$. При этом поршень располагается на расстоянии $h = 35$ см от дна цилиндра. Цилиндр устанавливают вертикально, поддерживая температуру системы постоянной. Через некоторое время поршень занимает новое положение равновесия, сместившись от первоначального положения на $\Delta h = 5$ см. Определите массу Δm сконденсировавшейся воды. Масса поршня $M = 10$ кг, площадь поперечного сечения цилиндрического сосуда $S = 100$ см², атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па, молярная масса воды $\mu = 18$ г/моль. Модуль ускорения свободного падения считайте равным $g = 10$ м/с², а универсальную газовую постоянную – $R = 8,3$ Дж/(моль К).

Вопросы. Что такое насыщенный пар? Как зависят давление и плотность насыщенного пара от температуры?

Решение. Если количество сухого воздуха обозначить через ϑ , начальную массу водяного пара через $(m + \Delta m)$, давление сухого воздуха в горизонтальном цилиндре через p_{c1} , а давление водяного пара в горизонтальном цилиндре через p_n , то согласно условию задачи $p_{c1} + p_n = p_0$. Согласно уравнению Менделеева–Клапейрона выполняются соотношения: $p_{c1}Sh = \vartheta RT$ и

$$p_nSh = \frac{m + \Delta m}{\mu} RT, \text{ где } T = t + 273. \text{ При установке цилиндра в}$$

вертикальное положение поршень сместится вниз на расстояние Δh . Пренебрегая объёмом сконденсировавшейся воды, для этого

$$\text{случая получим: } p_{c2}S(h - \Delta h) = \vartheta RT, \quad p_{c2} + p_{\text{нп}} = \frac{Mg}{S} + p_0,$$

$$p_{\text{нп}}S(h - \Delta h) = \frac{m}{\mu} RT, \text{ где } p_{c2} - \text{давление сухого воздуха в верти-}$$

кальном цилиндре, $p_{\text{нп}}$ – давление насыщенного пара, равное p_0 , так как $t = 100^\circ\text{C}$. Из полученных соотношений следует, что

$$\Delta m = \frac{\mu}{RT} [p_0 S \Delta h - Mg(h - \Delta h)].$$

Ответ: $\Delta m = \frac{\mu}{RT} [p_0 S \Delta h - Mg(h - \Delta h)] \approx 0,12 \text{ г.}$

21. Задача. На гладкой горизонтальной поверхности расположено легкое непроводящее кольцо, на котором на одинаковых расстояниях друг от друга закреплены $N = 100$ одинаковых маленьких бусинок массами $m = 10$ мг, несущих каждая заряд $q = 10^{-7}$ Кл. Кольцо находится в однородном постоянном магнитном поле, индукция $B_0 = 100$ Тл которого направлена вертикально. Сверху над кольцом закреплена кинокамера. Частоту съемки n , измеряемую в числе кадров в секунду, можно плавно менять. После выключения магнитного поля кольцо начало вращаться, и его стали снимать на киноплёнку. При каком максимальном значении n кольцо в фильме будет оставаться неподвижным? Считайте, что длительность экспозиции каждого кадра при съемке фильма пренебрежимо мала.

Вопросы. Дайте определение магнитного потока. В чем состоит явление электромагнитной индукции?

Решение. На каждую заряженную бусинку действуют силы натяжения кольца, силы кулоновского отталкивания от остальных бусинок и силы со стороны вихревого электрического поля, возникающего при изменении магнитного потока через плоскость кольца. Для каждой бусинки сумма сил натяжения кольца и сил кулоновского отталкивания равна нулю. Вихревое электрическое поле, напряженность E которого направлена по касательной к кольцу, вызывает вращение кольца. По закону электромагнитной индукции (закону Фарадея) $\mathbf{E} = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$, где $\mathbf{E} = E \cdot 2\pi r$ –

ЭДС индукции, $\Phi = B \cdot \pi r^2$ – магнитный поток, пронизывающий кольцо, r – радиус кольца. Имеем $E \cdot 2\pi r = -\frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot \pi r^2$. По вто-

рому закону Ньютона для каждой бусинки $mr\Delta\omega = qE \Delta t$. Применяя закон Фарадея, отсюда получаем, что $\Delta\omega = -\frac{q}{2m}\Delta B$. Следовательно, конечная угловая скорость кольца $\omega_0 = \frac{qB_0}{2m}$.

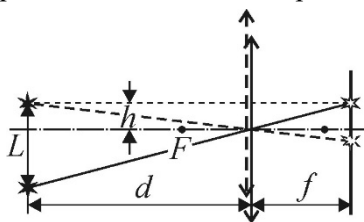
Поскольку камера производит съёмку с частотой n кадров в секунду, промежуток времени между кадрами равен $1/n$ секунды. Если за это время кольцо поворачивается на угол, кратный $\frac{2\pi}{N}$ радиан, то в фильме заряды на кольце будут казаться неподвижными. Таким образом, $\omega_0 = \frac{2\pi n}{N}k$ и $n = \frac{\omega_0 N}{2\pi k} = \frac{qB_0 N}{4\pi m k}$, где $k = 1, 2, 3, \dots$. Максимальное значение n соответствует $k = 1$.

Ответ: $n = \frac{qB_0 N}{4\pi m} \approx 8 \text{ с}^{-1}$.

22. Задача. Тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = 10$ см создает на экране чёткое изображение точечного источника света, расположенного на главной оптической оси линзы. Расстояние от линзы до точечного источника $d = 25$ см. Линзу сместили в направлении, перпендикулярном её оптической оси на расстояние $h = 3$ см. На какое расстояние L нужно переместить источник света, чтобы его изображение осталось в той же точке экрана?

Вопросы. Запишите формулу тонкой линзы и поясните смысл входящих в нее величин. Чему равно увеличение, даваемое линзой?

Решение. Пусть f – расстояние от линзы до экрана. При перемещении линзы это расстояние не меняется. Следовательно,



расстояние от источника света до линзы тоже не должно меняться, иначе на экране не получится его чёткое изображение. Значит, источник нужно переместить перпендикулярно оптической оси в ту же сторону так, чтобы луч, идущий

через оптический центр линзы попадал в ту же точку на экране (см. рисунок). Из подобия треугольников получим

$$\frac{f}{h} = \frac{d+f}{L}. \text{ Запишем формулу, тонкой линзы: } \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}. \text{ Решая}$$

систему из двух уравнений, получим, что $L = \frac{dh}{F}$.

Ответ: $L = \frac{dh}{F} = 7,5 \text{ см.}$

Олимпиада «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ!»

Отборочный этап

Пример задания для 7-9 классов

Задание отборочного тура состояло из тестовой части (проверялись только **ответы**) и творческой части (проверялись и оценивались **решения**).

Часть I. Тестовое задание: пример варианта.

Вопрос 1 (7 баллов). Упругая однородная легкая веревка длиной 1,2 м под весом груза 1 растягивается на 2 см. Вторая веревка, отрезанная от того же мотка, но длиной 2,4 м, под весом груза 2 растягивается на 1 см. Найти суммарное растяжение этих двух веревок под весом этих двух грузов, подвешенных следующим образом: наверху закреплен конец короткой веревки, к другому ее концу подвешен груз 2, к которому прикреплен верхний конец длинной веревки. Внизу к ней прикреплен груз 1 (см. рисунок). Ответ запишите в см, с точностью до десятых, без указания единиц.



Ответ: 6,5.

Комментарий. Пусть k – коэффициент жесткости короткой веревки, а m – масса груза 1. Тогда ее растяжение под весом этого груза $\Delta l = \frac{mg}{k} = 2$ см. Поскольку длинную веревку можно представить как две последовательно соединенных коротких, то при растяжении длинной веревки на ту же величину каждая из коротких растягивается в два раза меньше, то есть на 0,5 см. Следовательно, растягивающая сила (вес груза 2) в четыре раза меньше – масса второго груза $m_2 = \frac{1}{4}m$. Теперь заметим, что в рассматриваемой конструкции короткая веревка растягивается суммарным весом обоих грузов, и поэтому

$$\Delta l'_1 = \frac{(m + m/4)g}{k} = \frac{5}{4} \Delta l. \text{ Длинная веревка растягивается весом}$$

груза 1, который в четыре раза тяжелее груза 2, и

$$\Delta l'_2 = 4 \frac{\Delta l}{2} = 2 \Delta l. \quad \text{Общее} \quad \text{удлинение}$$

$$\Delta l' = \Delta l'_1 + \Delta l'_2 = \frac{13}{4} \Delta l = 6,5 \text{ см.}$$

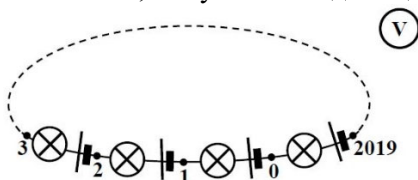
Вопрос 2 (9 баллов). Два небольших тяжелых шарика брошены одновременно практически из одной точки с одинаковыми по величине скоростями 5 м/с. Вектора начальных скоростей лежат в одной вертикальной плоскости, один – под углом 39° к горизонту, другой – под углом 51° к горизонту (горизонтальные проекции скоростей направлены в противоположные стороны). Пренебрегая сопротивлением воздуха, найдите расстояние между шариками спустя 2 с после броска (когда они еще находятся в полете). Ответ запишите в метрах, с точностью до целого значения, без указания единиц.

Ответ: 14.

Комментарий. В отсутствие сопротивления воздуха оба шарика движутся с одинаковыми ускорениями, равными ускорению свободного падения. Поэтому, если наблюдать за ними из свободно падающей системы отсчета, то они движутся с постоянными скоростями $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$, равными начальным скоростям. Расстояние между шариками зависит только от их относительного положения, поэтому $l = |\vec{v}_1 t - \vec{v}_2 t|$. Заметим, что $|\vec{v}_1 t| = |\vec{v}_2 t| = 10$ м, и при этом, как следует из условия, эти вектора направлены перпендикулярно. Значит, отрезок, соединяющий шарик, является гипотенузой равнобедренного прямоугольного треугольника с такими катетами. Поэтому $l = \sqrt{2} |\vec{v}_1 t| \approx 14$ м.

Вопрос 3 (9 баллов). Гирлянда из 2020 одинаковых лампочек и такого же количества одинаковых батареек собрана по схеме, показанной на рисунке. Все лампочки работают в номинальном режиме. ЭДС каждой из батарей равно 12 В, их внутренние сопротивления 0,5 Ом, сопротивление каждой лампочки в номинальном режиме 2 Ом. Какое напряжение покажет вольтметр,

если в этой схеме подключить его к контактам с номерами 1 и 51? Ответ запишите в Вольтах, без указания единиц.



Ответ: 0.

Комментарий: Ток в цепи равен $I = \frac{2020\mathcal{E}}{2020r + 2020R} = 4,8 \text{ А}$.

Поэтому напряжение между соседними контактами $U_{i+1,i} = \mathcal{E} - I(R + r) = 0 \text{ В}$. Следовательно, напряжение между любыми двумя контактами в цепи равно нулю.

Часть II (творческое задание).

1. («Надо чаще встречаться») Два школьника 7 класса одновременно двинулись навстречу друг другу по одной дороге из населенных пунктов Алексеево и Борисово. Они шли с постоянной скоростью, и при встрече оказалось, что точка встречи в 1,5 раза ближе к Борисово, чем к Алексеево, если отмерять расстояние по дороге. Сразу после встречи оба школьника побежали бегом. И теперь они двигались с постоянными скоростями, причем каждый из них увеличил свою скорость (по сравнению с движением до встречи) в одно и то же число раз. Добежав до населенных пунктов, они оба развернулись и с теми же скоростями побежали навстречу друг другу. Во сколько раз точка их второй встречи будет ближе к Алексеево, чем к Борисово (как и в первый раз, расстояния нужно отмерять по дороге)?

Решение. Пусть $v_{A,B}$ – скорости школьников, вышедших соответственно из Алексеево и Борисово. Скорости соотносятся так же, как пройденные до первой встречи расстояния, то есть $\frac{v_A}{v_B} = \frac{s_A}{s_B} = 1,5$. Кроме того, $s_A + s_B = L$ (L – расстояние между

Алексеево и Борисово по дороге), и поэтому $s_A = \frac{3}{5}L$, $s_B = \frac{2}{5}L$.

Пусть x – расстояние от Алексеево до точки второй встречи. Так как скорости школьников увеличились в одинаковое количество раз, то отношение скоростей осталось неизменным. Значит, не изменилось и отношение пройденных расстояний:

$$\frac{(2L/5) + L - x}{(3L/5) + x} = \frac{3}{2}. \text{ Из этого уравнения следует, что } x = \frac{L}{5}.$$

Искомое отношение $\frac{L - x}{x} = 4$.

Ответ: 4.

2. («Тепловой отрыв») В вертикальном цилиндрическом сосуде с теплоизолирующими стенками лежит на дне цилиндрическая ледяная таблетка, диаметр которой в два раза меньше внутреннего диаметра сосуда, а температура равна 0°C . Масса таблетки 80 г. Через дно таблетку начинают нагревать, подводя к ней теплоту. Какое минимальное количество теплоты нужно сообщить таблетке, чтобы она оторвалась от дна сосуда? Удельная теплота плавления льда $\lambda = 334 \text{ Дж/г}$.

Решение. Так как начальная температура таблетки равна температуре плавления льда, то при подведении тепла лед сразу начинает плавиться. В ходе плавления температура льда и образовавшейся воды остаются равными 0°C , поэтому считаем, что таблетка тает «снизу». До отрыва таблетки от дна сосуда вода из-под нее выдавливается на свободное пространство, то есть площадь горизонтального сечения водяного столба равна разности площади дна S и площади сечения таблетки s . Из соотношения диаметров ясно, что $S = 4s$. Тогда сохранение общей массы означает, что при уменьшении высоты таблетки от H_0 до H уровень воды в сосуде увеличивается от 0 до h , причем $\rho_{\text{л}}(H_0 - H)s = \rho_{\text{в}}h(S - s) = 3\rho_{\text{в}}hs$. Здесь $\rho_{\text{л, в}}$ – плотности льда и воды. Таким образом, $H_0 - H = 3\frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}}}h$. В момент отрыва сила Архимеда уравнивает вес оставшейся части таблетки,

то есть $\rho_{\text{л}} H = \rho_{\text{в}} h \Rightarrow h = \frac{\rho_{\text{л}}}{\rho_{\text{в}}} H$. Следовательно,

$H_0 - H = 3H$ и $H = \frac{1}{4} H_0$. Значит, для отрыва таблетки от дна сосуда нужно расплавить три четверти таблетки. Поэтому $Q = \frac{3}{4} \lambda m \approx 20,04 \text{ кДж}$.

Ответ: $Q = \frac{3}{4} \lambda m \approx 20 \text{ кДж}$.

3. («Провод с утечкой») Школьник 8 класса обнаружил в поле за городом остаток электрической линии – два прямолинейных отрезка одинакового однородного провода, закопанных на постоянной небольшой глубине параллельно друг другу. Длина каждого из отрезков была несколько меньше километра (но больше 800 м). Школьник раскопал концы обоих проводов. Провода не были соединены друг с другом, однако, подключив к концам последовательно соединенные аккумулятор и амперметр (сопротивление использованных им небольших соединительных проводов намного меньше внутренних сопротивлений приборов), он обнаружил, что амперметр показывает ток $I_1 = 1,80 \text{ А}$. Школьник подумал: «Очевидно, изоляция проводов от времени испортилась, и между проводами идет ток утечки через землю». Он нашел неподалеку кусок такого же провода длиной $L = 5 \text{ м}$, и подключил его (протянув без контакта с землей) последовательно с амперметром и аккумулятором между концами закопанных проводов. Амперметр показал ток $I_2 = 1,50 \text{ А}$. В третий раз школьник подключил кусок провода к концам параллельно аккумулятору и амперметру (которые друг с другом по-прежнему были соединены последовательно). Теперь ток через амперметр оказался равен $I_3 = 5,00 \text{ А}$. Используя данные школьника, определите:

- сопротивление R_1 $l = 1 \text{ м}$ провода;
- сопротивление $R_{\text{х}}$ закопанного провода (при использованном способе подключения);

- ток утечки i_1 с участка длиной $l = 1$ м в начале (то есть отсчитывая от точек подключения) закопанного провода в первом опыте.

Считайте, что состав и влажность почвы одинаковы по всей длине закопанного провода. Отметим, что наш школьник очень интересуется электротехникой и всегда берет с собой на загородные прогулки аккумулятор с ЭДС $\mathcal{E} = 4,5$ В и точный амперметр.

Решение. Пусть r – сумма внутренних сопротивлений аккумулятора и амперметра, а R_5 – сопротивление 5-метрового провода. Тогда $I_1(r + R_X) = \mathcal{E}$ и $I_2(r + R_X + R_5) = \mathcal{E}$. Из этих уравнений выражается $R_5 = \frac{\mathcal{E}}{I_2} - \frac{\mathcal{E}}{I_1} = 0,5$ Ом. Сопротивление однородного провода постоянного сечения пропорционально его длине,

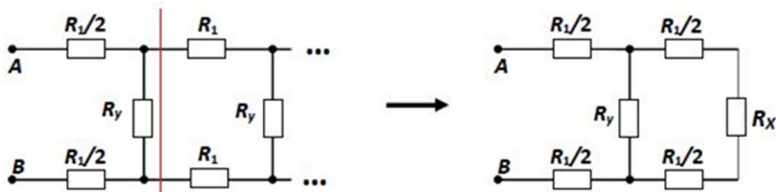
поэтому $R_1 = \frac{l}{L} R_5 = 0,1$ Ом. Кроме того, $I_3 \left(r + \frac{R_5 R_X}{R_5 + R_X} \right) = \mathcal{E}$

. Выразим из первого уравнения $r = \frac{\mathcal{E}}{I_1} - R_X$ и подставим в третье.

Получаем уравнение для определения сопротивления закопанного провода: $R_X^2 - \left(\frac{\mathcal{E}}{I_1} - \frac{\mathcal{E}}{I_3} \right) (R_X + R_5) = 0$. Его положи-

тельный корень дает $R_X = 2$ Ом.

В соответствии с условием, можно считать, что на одинаковые по длине участки закопанного провода приходится одинаковое сопротивление включенной между ними земли (далее будем называть его «сопротивлением утечки»). Составим эквивалентную схему участка с закопанным проводом, изображая влияние среды с помощью сопротивления утечки R_y для каждого метра



пары проводов, подключенного к середине этого метра (см. рисунок слева). Можно заметить, что при «отсечении» первого звена оставшаяся часть схемы практически совпадает сама с собой с подключением на входе пары резисторов с сопротивлением $R_1 / 2$ (см. рисунок справа). Ведь 1 м – это очень малая часть наших проводов с длиной более 800 м, и укорочение их на 1 м изменит сопротивление менее чем на 1% (на самом деле – «очень сильно намного» меньше, так как большая часть тока утечки идет «по линии наименьшего сопротивления», то есть через ближайшие к точкам подключения участки проводов). Значит,

$$R_X = R_1 + \frac{R_y(R_X + R_1)}{R_y + R_X + R_1}.$$

Выразим из этого уравнение сопротивление

утечки: $R_y = \frac{(R_X - R_1)(R_X + R_1)}{2R_1}$. В схеме справа видно, что

ток I_1 , подтекающий к сопротивлению утечки первого метра, делится между ним и остальной частью схемы в соотношении, равном обратному соотношению сопротивлений, то есть

$$i_1 = \frac{R_X + R_1}{R_X + R_1 + R_y} I_1 = \frac{2R_1}{R_X + R_1} I_1 = \frac{2}{21} I_1 \approx 0,17 \text{ А}.$$

Как видно, ток

утечки с первого метра составляет менее 10% от полного тока, но он значительно больше восьмисотой части полного тока – видно, что при однородном распределении сопротивления утечки ток утечки распределен очень неоднородно.

Ответ: $R_1 = 0,1 \text{ Ом}$, $R_X = 2 \text{ Ом}$, $i_y \approx 0,17 \text{ А}$.

Примечание: На самом деле ток утечки стекает не с середины каждого метра, а непрерывно по длине провода. Поэтому данное решение – приближенное (мы считаем 1 м малым участком провода). Чем на большее количество (более коротких) участков мы будем разбивать провод, тем точнее будет такое приближение. Если мы используем разбиение на участки длиной l/n , где n – целое число, то ток утечки с первого метра будет равен сумме токов через n сопротивлений утечки участков, размещенных на этом метре. В этом случае окажется, что

$$i_1 = \left[1 - \left(1 - \frac{2R_1}{nR_x + R_1} \right)^n \right] I_1. \text{ При } n = 1 \text{ получаем «старый» при-}$$

ближенный результат. Чем выше n , тем точнее эта формула, и при $n \rightarrow \infty$ получаем точную формулу. Для ее получения нужно использовать знания за пределами программы 9 класса по математике: необходимо знать о «втором замечательном пределе», то

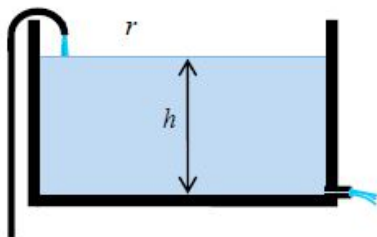
есть о том, что $\left(1 + \frac{1}{n} \right)^n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} e$, где число $e \approx 2,718$ – осно-

вание натурального логарифма. В результате точная формула

имеет вид $i_1 = \left[1 - \exp\left(-\frac{2R_1}{R_x}\right) \right] I_1$ ($\exp(x) \equiv e^x$), и она дает чис-

ленное значение $i_1 = (1 - e^{-0,1}) I_1 \approx 0,17 \text{ A}$. Приближение оказалось очень хорошим – приближенный результат практически не отличается от точного (различие есть, но оно появляется только в четвертой значащей цифре!). Кроме того, данная формула показывает, что через первые 100 м (для вычисления вместо R_1 нужно использовать $R_{100} = 100R_1$) закопанных проводов протекает более 99,995 % всего тока – действительно, «последние метры» оказывают очень малое влияние на ток.

4. («Эксперимент с насосом») Однажды некий школьник 9 класса на даче приспособил электронасос, купленный его родителями, для подачи воды в большой резервуар. Уровень воды в



колодце был практически постоянен, и насос подавал воду в резервуар по трубе постоянного сечения $S = 5 \text{ см}^2$. В резервуаре у самого дна было сделано отверстие с патрубком сечением $S' = 10 \text{ см}^2$, через который вода выливалась в о-

сирительный канал (см. рисунок). Школьник обнаружил, что, изменяя мощность, потребляемую насосом, можно регулировать высоту установившегося уровня воды в резервуаре h . Он подобрал значения мощности, при которых высота уровня имела заданные

значения (см. таблицу). Пользуясь его данными, найдите, на какую высоту H поднимает воду насос при закачивании ее в резервуар. Воду считайте идеальной жидкостью, а ее течение – ламинарным. Также используйте предположение, что КПД насоса не зависит от потребляемой мощности. После вычислений оцените точность полученного результата и точность выполнения предположения о постоянстве КПД.

Таблица:

h , см $\pm$ 1 см	50	75	100	125
P , Вт ± 1 Вт	770	1037	1344	1628

Решение. Мы считаем, что течение воды сквозь отверстие с патрубком – ламинарное, из области вблизи дна, где давление $p_A + \rho gh$ (p_A – атмосферное давление), а скорость пренебрежимо мала, в область, где давление равно p_A , а скорость v' . В этом случае, используя уравнение Бернулли (или закон сохранения энергии) $p_A + \rho gh = p_A + \frac{\rho v'^2}{2}$, найдем, что скорость вытекания воды $v' = \sqrt{2gh}$. Поскольку уровень воды в резервуаре (в установившемся режиме) неизменен, то поток воды, поступающий в резервуар, равен потоку воды, покидающей его через отверстие. Этот поток равен $\Pi = Sv = S'v' = S'\sqrt{2gh}$. Значит, скорость воды в трубке подачи $v = \frac{S'}{S}\sqrt{2gh}$.

Двигатель насоса должен разогнать воду до требуемой скорости v и поднять на необходимую высоту H , и его полезная работа над водой за время Δt равна $A = \rho \cdot \Pi \Delta t \left(\frac{v^2}{2} + gH \right)$, поэтому полезная мощность $P_n = \frac{A}{\Delta t} = \rho g S' \sqrt{2gh} \left(\frac{S'^2}{S^2} h + H \right)$.

Потребляемая мощность $P = \frac{\rho g S'}{\eta} \sqrt{2gh} \left(\frac{S'^2}{S^2} h + H \right)$, где η –

КПД двигателя. Если принять предположение, что КПД двигателя постоянно, то для двух разных режимов работы двигателя (i -го и j -го)

$$\frac{P_j}{P_i} = \frac{(4h_j + H)\sqrt{h_j}}{(4h_i + H)\sqrt{h_i}}. \text{ Здесь учтено, что } \frac{S'}{S} = 2. \text{ Из от-}$$

ношения мощностей найдем, что $H = 4 \frac{P_i h_j^{3/2} - P_j h_i^{3/2}}{P_j \sqrt{h_i} - P_i \sqrt{h_j}}$. Из

данных таблицы мы можем составить 6 таких пар. Вычисление приводит к результатам:

i	j	H , м
1	2	8,04
1	3	6,54
1	4	6,90
2	3	5,17
2	4	6,26
3	4	7,99

Как видно, разброс результатов довольно велик. Оценим высоту подъема по среднему значению с учетом разброса: $H = (6,8 \pm 1,2)$ м. Относительная ошибка результата около 20%. Для проверки предположения о постоянстве КПД вычислим его для каждого режима при $H = 6,8$ м по формуле

$$\eta_i = \frac{\rho g S' \sqrt{2gh_i}}{P_i} (4h_i + H). \text{ Принимая } \rho \approx 1000 \text{ кг/м}^3 \text{ и}$$

$g \approx 9,8 \text{ м/с}^2$, получаем $\eta_1 \approx 0,351$, $\eta_2 \approx 0,355$, $\eta_3 \approx 0,349$, и $\eta_4 \approx 0,352$. Как видно, КПД изменяется очень незначительно (примерно на 1% от среднего) на фоне значительного разброса в значениях высоты подъема. На самом деле это не доказывает, что точность выполнения нашего предположения именно такая – ведь мы использовали «неточное» значение высоты. Однако, если рассмотреть изменения H в пределах от 6 м до 8 м, то можно

заметить, что отклонения значений КПД от среднего не превышают 5%. Можно сделать вывод, что низкая точность нахождения H связана не с зависимостью КПД от мощности, а с поведением зависимости H от измеренных параметров: в знаменателе формулы присутствует разность близких величин, относительная ошибка в определении которой существенно больше ошибок в определении самих этих величин.

Ответ: $H = (6,8 \pm 1,2)$ м, относительная ошибка результата около 20%, погрешность выполнения предположения о постоянстве КПД около 5%.

Пример задания для 10-х и 11-х классов **Тестовая задача:**

Возможные решения и критерии проверки.

Задание отборочного тура состояло из тестовой части (проверялись только **ответы**) и творческой части (проверялись и оценивались **решения**).

Часть I (тестовое задание): пример варианта.

Вопрос 1 (7 баллов). Два небольших по размерам груза с массами 3,6 кг и 3,4 кг соединены легкой нерастяжимой нитью, перекинутой через неподвижный блок. Сначала грузы удерживают так, что нити натянуты, их части, не лежащие на блоке, вертикальны, а грузы находятся на одной горизонтали. Затем систему приводят в движение, отправляя более легкий груз вниз со скоростью 28 см/с. Грузы движутся только вертикально, нить по блоку не скользит, блок вращается без трения. Найдите величину перемещения более тяжелого груза за 2 с после начала движения. Ответ запишите в см, с точностью до целого, без единиц измерения. Ускорение свободного падения считать равным $9,8 \text{ м/с}^2$, сопротивление воздуха не учитывать.

Ответ: 0.

Комментарий: Ускорение грузов направлено против начальных скоростей и таково, что при заданной начальной скорости за 2 с грузы в точности возвращаются в исходное положение.

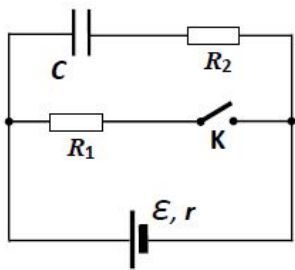
Вопрос 2 (8 баллов). Рабочим телом тепловой машины является постоянное количество одноатомного идеального газа. Его цикл состоит из изобары, адиабаты и изотермы. При изобарном расширении газ совершает работу 400 Дж, а в процессе изотермического сжатия над газом совершают работу 630 Дж. Чему равен КПД цикла? Ответ запишите в процентах, с точностью до целого значения, без указания единиц.

Ответ: 37.

Комментарий: Газ получает тепло только в изобарном процессе, в котором количество теплоты для одноатомного идеального газа в 2,5 раза больше произведенной работы. Поэтому количество теплоты, подведенное от нагревателя, равно 1000 Дж. Газ отдает тепло только в изотермическом процессе, в котором количество теплоты равно работе газа. Поэтому количество теплоты, переданное холодильнику, равно 630 Дж. Значит, КПД цикла

$$\eta = 1 - \frac{Q_X}{Q_H} = 37\%.$$

Вопрос 3 (10 баллов). В схеме, показанной на рисунке, ключ К длительное время был разомкнут. Какое количество тепла выделится в резисторе R_2 после замыкания ключа? Известно, что $\mathcal{E} = 20$ В,



$C = 1$ мкФ, а $\frac{R_1}{r} = 4$. Ответ запишите в мкДж, с точностью до целого значения, без указания единиц. Считать, что сопротивление резистора

R_2 намного больше всех остальных сопротивлений в этой схеме.

R_2 намного больше всех остальных сопротивлений в этой схеме.

Ответ: 8.

Комментарий: Пока ключ был разомкнут, конденсатор зарядился до напряжения, равного ЭДС. После замыкания ключа через параллельно соединенные сопротивления R_1 и r , а затем через резистор R_2 потек ток разрядки конденсатора. Конденсатор разрядится до нового равновесного напряжения

$$U = \frac{R_1}{R_1 + r} \mathcal{E} = \frac{4}{5} \mathcal{E} . \text{ Поэтому в ходе разрядки его заряд умень-}$$

шился на $\Delta q = \frac{1}{5} C \mathcal{E}$. Поскольку сопротивление резистора R_2

намного больше всех остальных сопротивлений в этой схеме, можно считать, что практически все количество теплоты, выделившееся в схеме, приходилось именно на этот резистор. Изме-

$$\text{нение энергии конденсатора } \Delta E_C = \frac{1}{2} C (U^2 - \mathcal{E}^2) = -\frac{9}{50} C \mathcal{E}^2 .$$

Так как внутреннее сопротивление источника в 4 раза меньше, чем сопротивление R_1 , то через источник (против его полярно-

сти) проходит $4/5$ общего заряда, то есть $\frac{4}{5} \Delta q = \frac{4}{25} C \mathcal{E}$. Значит,

$$\text{работа источника } A = -\mathcal{E} \frac{4}{5} \Delta q = \frac{4}{25} C \mathcal{E}^2 . \text{ Из закона сохранения}$$

$$\text{энергии находим: } Q = A - \Delta E_C = \frac{1}{50} C \mathcal{E}^2 = 8 \text{ мкДж} .$$

Часть II (творческое задание).

«ТАЙНЫЕ РАЗРАБОТКИ КРИСТОБАЛЯ ХОЗЕВИЧА ХУНТЫ».

1. («Квинтэссенция») Еще в средние века, используя невероятные для того времени методы, Кристобаль Хозевич установил, что наша Вселенная расширяется. Это увлекло его, и он несколько столетий следил за расширением Вселенной. К середине

XIX века он сделал невероятное открытие: расширение Вселенной не тормозится, а ускоряется! Для объяснения этого факта Кристоаль Хозевич разработал собственную модель устройства Вселенной (модель KXX). В его модели наряду с обычным веществом, которое подчиняется закону всемирного тяготения Ньютона, существует еще один, весьма необычный вид материи, которому он дал, следуя Аристотелю, название «квинтэссенция». Квинтэссенция, смешиваясь с обычным веществом, дает **отрицательный** вклад в его гравитационную массу, но при этом создает еще и давление, «расталкивающее» частицы обычного вещества. Давление квинтэссенции в модели KXX равно объемной плотности ее внутренней энергии и определяется ее плотностью массы:

$$p_q = A \cdot (-\rho_q)^{5/3}, \text{ где } A = \text{const}. \text{ Отметим, что } \rho_q = \frac{M_q}{V_q} < 0,$$

причем M_q – это и есть отрицательный вклад квинтэссенции в массу Вселенной. Полные массы обычного вещества $M_s > 0$ и квинтэссенции $M_q < 0$, а также полная энергия Вселенной E остаются неизменными, причем $M_s + M_q > 0$. Кроме того, в этой модели считается, что в любой момент времени Вселенная – это шар переменного радиуса $R(t)$, заполненный однородно распределенными по объему обычным веществом и квинтэссенцией. Пользуясь моделью KXX, ответьте на вопросы:

- В каких пределах может изменяться радиус Вселенной при заданных M_s , M_q , E и A ?

- Может ли Вселенная KXX быть статичной (то есть иметь постоянный радиус)?

- Пусть полная энергия Вселенной $E = 0$, и расширение Вселенной начинается с нулевой скоростью от минимального возможного радиуса. Далее в любой момент времени распределение скоростей обычного вещества подчиняется закону Хаббла: скорость на расстоянии $r \leq R$ от центра Вселенной

$$v(r, t) = \frac{r}{R(t)} v(R, t). \text{ Квинтэссенция не дает вклада в кинетическую энергию Вселенной (убыль ее энергии при расширении переходит в кинетическую энергию обычного вещества). В течении}$$

34

какого времени после старта Вселенная будет расширяться с положительным ускорением?

При получении ответов Вы должны (как это делал и автор модели в XIX веке) использовать для описания движения Вселенной законы ньютоновской механики, а не более современных теорий.

Указание: Энергия электростатического взаимодействия зарядов однородного шара с радиусом R и полным зарядом Q

равна
$$W = \frac{3Q^2}{20\pi \varepsilon_0 R}.$$

Решение. Подсчитаем полную энергию Вселенной: в рамках модели КХХ она складывается из кинетической энергии обычного вещества, потенциальной энергии гравитационного взаимодействия и внутренней энергии квинтэссенции. Текущее значение плотности обычного вещества при радиусе Вселенной $R(t)$,

равно
$$\rho(t) = \frac{3M_s}{4\pi R^3}.$$
 Скорость вещества на расстоянии r от центра Вселенной $v(r, t) = \frac{r}{R(t)} v(R, t) \equiv H(t) \cdot r$. Отметим, что и в

современной космологии используется обозначение $H(t) \equiv \frac{v(R, t)}{R(t)}$ для коэффициента пропорциональности между $v(r, t)$ и r . Кинетическая энергия слоя вещества радиусом r с

толщиной Δr равна $\frac{1}{2} \rho \cdot 4\pi r^2 \Delta r \cdot (Hr)^2$. Следовательно, кинетическая энергия всего шара

$$E_K = \frac{1}{2} \int_0^R dr \rho \cdot 4\pi r^2 \cdot H^2 r^2 = \frac{2\pi \rho H^2 R^5}{5},$$

или $E_K = \frac{3}{10} M_s H^2(t) R^2(t) = \frac{3}{10} M_s v^2(R, t)$. Если ввести обо-

значение $v(R, t) = \frac{dR}{dt} \equiv V(t)$, то $E_K = \frac{3}{10} M_s V^2$. Для подсчета

потенциальной энергии гравитационного взаимодействия можно использовать аналогию между электростатикой и гравитацией: закон всемирного тяготения отличается от закона Кулона только

заменами $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \rightarrow G$ и зарядов на массы, а также тем, что силы

тяготения всегда действуют как притяжение (энергия взаимодействия отрицательна, если за ноль принято ее значение при бесконечном удалении масс друг от друга). Значит, энергия взаимодействия для шара радиуса $R(t)$ с гравитационной массой $M_s + M_q$

равна $W = -\frac{3G(M_s + M_q)^2}{5R} \equiv -\frac{B}{R}$. Внутренняя энергия квинтэссенции, согласно условию, равна

$$\begin{aligned} U &= p \cdot \frac{4\pi}{3} R^3 = A \cdot \left(-\frac{M_q}{4\pi R^3/3} \right)^{5/3} \cdot \frac{4\pi}{3} R^3 = \\ &= A \left(\frac{3}{4\pi} \right)^{2/3} \frac{(-M_q)^{5/3}}{R^2} \equiv +\frac{C}{R^2}. \end{aligned}$$

Итак, полная энергия Вселенной, остающаяся неизменной при ее расширении $E = \frac{3}{10} M_s V^2 - \frac{B}{R} + \frac{C}{R^2}$, где

$$B = \frac{3}{5} G (M_s + M_q)^2 \text{ и } C = A \cdot \left(\frac{9(-M_q)^5}{16\pi^2} \right)^{1/3} - \text{положительные}$$

постоянные, выражающиеся через M_s , M_q и A .

Для определения пределов изменения радиуса Вселенной в модели КХХ заметим, что кинетическая энергия вещества неотрицательна: $\frac{3}{10} M_s V^2 = E + \frac{B}{R} - \frac{C}{R^2} \geq 0$. Для анализа ситуации

построим график функции $F(R) \equiv -\frac{B}{R} + \frac{C}{R^2}$. Как видно, при

$E \geq 0$ радиус Вселенной изменяется от

$$R_{\min} = \sqrt{\frac{C}{E} + \frac{B^2}{4E^2}} - \frac{B}{2E} \text{ до бесконечности; при } -\frac{B^2}{4C} < E < 0$$

радиус изменяется от $R_{\min} = \frac{B}{-2E} - \sqrt{\frac{B^2}{4E^2} - \frac{C}{-E}}$ до

$R_{\max} = \frac{B}{-2E} + \sqrt{\frac{B^2}{4E^2} - \frac{C}{-E}}$; при $E = -\frac{B^2}{4C}$ радиус принимает

единственное возможное значение

$R = \frac{2C}{B}$. Энергию $E < -\frac{B^2}{4C}$ Вселенная

КХХ иметь не может.

Как видно из проведенного анализа, Вселенная в модели КХХ может быть статична: это происходит, если

$E = -\frac{B^2}{4C}$. В этом случае ее радиус по-

стоянен и равен $R_{st} = \frac{2C}{B}$.

Если $E = 0$, то кинетическая энергия $\frac{3}{10}M_s V^2 = +\frac{B}{R} - \frac{C}{R^2}$.

Тогда минимальный радиус $R_0 = \frac{C}{B}$, и при расширении от этого

радиуса $V = \frac{dR}{dt} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{10B}{3M_s}} (R - R_0)$. Ясно, что скорость растет

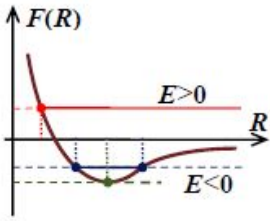
на том же участке значения радиуса, на котором убывает $F(R)$, то есть вплоть до $R = 2R_0$. Перепишем предыдущее уравнение в

виде $\frac{RdR}{\sqrt{R - R_0}} = \sqrt{\frac{10B}{3M_s}} \cdot dt$. Тогда ясно, что время, в течении

которого Вселенная расширяется ускоренно

$$t_a = \sqrt{\frac{3M_s}{10B}} \int_{R_0}^{2R_0} \frac{RdR}{\sqrt{R - R_0}} = \left(z = \sqrt{\frac{R}{R_0} - 1} \right) =$$

$$= 2\sqrt{\frac{3M_s R_0^3}{10B}} \int_0^1 dz (1 + z^2) = \frac{4C}{B^2} \sqrt{\frac{2CM_s}{15}}.$$



Ответы:

- При $E \geq 0$ радиус Вселенной изменяется от

$$R_{\min} = \sqrt{\frac{C}{E} + \frac{B^2}{4E^2}} - \frac{B}{2E} \text{ до бесконечности; при } -\frac{B^2}{4C} < E < 0 \text{ ра-}$$

$$\text{диус изменяется от } R_{\min} = \frac{B}{-2E} - \sqrt{\frac{B^2}{4E^2} - \frac{C}{-E}} \text{ до}$$

$$R_{\max} = \frac{B}{-2E} + \sqrt{\frac{B^2}{4E^2} - \frac{C}{-E}}; \text{ при } E = -\frac{B^2}{4C} \text{ радиус принимает}$$

$$\text{единственное возможное значение } R = \frac{2C}{B}. \text{ Здесь}$$

$$B = \frac{3}{5} G (M_s + M_q)^2 \text{ и } C = A \cdot \left(\frac{9(-M_q)^5}{16\pi^2} \right)^{1/3}.$$

- Вселенная в модели КХХ может быть статична: это происходит, если $E = -\frac{B^2}{4C}$. В этом случае ее радиус постоянен и равен $R_{st} = \frac{2C}{B}$.

- $t_a = \frac{4C}{B^2} \sqrt{\frac{2CM_s}{15}}.$

Комментарии по поводу альтернативных подходов:

1. Многие участники при вычислении внутренней энергии квинтэссенции не использовали прямое указание из условия о том, что ее объемная плотность постоянна и описывается приведенной формулой, и вместо этого использовали уравнение

$$p = -\frac{\partial U}{\partial V}. \text{ Такой подход без каких-либо пояснений считался}$$

ошибочным. Квинтэссенция названа «необычным» веществом, и совершенно неочевидна применимость к ней каких-либо уравнений термодинамики «обычного» вещества. Если же к ней применимы Начала термодинамики, то для нее должна существовать и

температура, причем $\frac{\partial U}{\partial V} = T \frac{\partial p}{\partial T} - p$. Тогда указанная формула

справедлива только при $T \frac{\partial p}{\partial T} = 0$ (например, для «холодной»

материи с $T \approx 0$). Для тех, кто использовал такой подход, баллы за нахождение энергии квинтэссенции не ставились. В последующих формулах (в отсутствие иных ошибок) при этом возникал неправильный числовой коэффициент. Если использование урав-

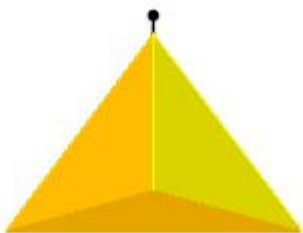
нения $p = -\frac{\partial U}{\partial V}$ было объяснено (явно указано или явно присут-

ствовало в решение использование положений термодинамики и объяснено, почему $T \frac{\partial p}{\partial T} = 0$), то сумма оценок за последующие

пункты критерия понижалась на 2 балла, если объяснение отсутствовало – на 5 баллов.

2. Часть участников при ответе на вопрос о существовании статической Вселенной КХХ существенно расширили критерий статичности. В условии «статической» была названа Вселенная, радиус которой неизменен в рамках предположений модели КХХ. Некоторые участники считали «статической» Вселенную, в которой выполняется условие равновесие каждого отдельного слоя обычного вещества. Но такое требование противоречит приближениям модели: при постоянном давлении и однородной гравитирующей плотности (создающей неоднородное поле тяготения) равновесие всех слоев невозможно – в «квазистатической» Вселенной из предложенных компонент обязательно будут неоднородности (либо квинтэссенция распределится неоднородно, чтобы разность давлений компенсировала вес слоя вещества, либо вещество и квинтэссенция распределятся неоднородно). При нарушении квазистатичности в такой Вселенной тоже не будет однородности: возникнут волны плотности и скорости частиц вещества. Поэтому баллы за пункт о статичности ставились при ответе «нет» только в следующем случае: если все же указывалось, что при вычисленной минимальной энергии (1 балл) диапазон изменения радиуса сводится к одному вычисленному значению (1 балл), и сам ответ «нет» объяснен тем, что вопрос о «статичности» выходит за рамки модели КХХ (1 балл).

2. («Золотой астероид») Один из самых масштабных экспериментов доктора самых неожиданных наук К.Х.Хунты – запуск на орбиту вокруг Солнца искусственного астероида, имеющего



форму правильного тетраэдра с ребром длиной в несколько километров и изготовленного из практически чистого золота с плотностью 19,3 г/см³. К одной из вершин тетраэдра прикрепили легким коротким тросом маленький передатчик. Вращение астероида вокруг оси, проходящей через

его центр масс, было подобрано так, что величина силы натяжения троса оказалась в 7 раз меньше величины силы притяжения передатчика к астероиду, а сам передатчик оставался неподвижным относительно астероида на линии, проходящей через ближайшую к нему вершину и центр масс астероида. Деформациями троса можно пренебречь. Радиус орбиты золотого астероида в несколько раз превышал радиус орбиты Земли. Найдите период вращения этого астероида в системе «неподвижных звезд». В решении Вам могут пригодиться некоторые сведения:

- объем тетраэдра равен $V = \frac{L^3}{6\sqrt{2}}$, где L – длина его ребра;

- высота тетраэдра $H = \sqrt{\frac{2}{3}} L$;

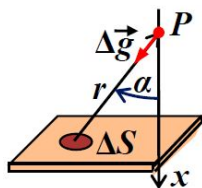
- радиус описанной вокруг тетраэдра сферы $R = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} L$;

- величина телесного угла измеряется отношением площади части сферы с центром в вершине угла, вырезаемой этим телесным углом, к квадрату радиуса этой сферы, поэтому телесный угол, под которым видна плоская фигура очень малой площади ΔS из точки, направление на которую составляет угол α с нормалью (перпендикуляром) к поверхности, равен

$\Delta\Omega = \frac{\Delta S \cdot \cos(\alpha)}{r^2}$, где r – расстояние от фигуры до этой точки;

• телесный угол при вершине тетраэдра
 $\Omega = \arccos\left(\frac{23}{27}\right) \approx 0,551(\text{стерадиан})$;

Решение. Поскольку трос, на котором прикреплен передатчик, очень короткий, то сила его гравитационного притяжения к тетраэдру $\vec{F} = m\vec{g}$, где m – масса передатчика, а $\vec{g}$ – ускорение свободного падения вблизи вершины тетраэдра. Рассмотрим плоскую фигуру «очень малой» толщины Δh , изготовленную из вещества с плотностью ρ . Выделим в этой фигуре «очень малый» элемент площадью ΔS и изучим поле тяготения в некоторой точке Р, находящейся на расстоянии от выделенного элемента. Проекция на ось x , перпендикулярную поверхности фигуры, ускорения свободного падения в точке Р, создаваемого



этим элементом, по закону всемирного тяготения равна $\Delta g_x = \frac{G\rho\Delta S\Delta h}{r^2}\cos(\alpha)$. Как видно

из выражения, приведенного в условии, Δg_x пропорциональна величине телесного угла $\Delta\Omega$, под которым этот элемент виден из точки наблюдения: $\Delta g_x = G\rho\Delta h \cdot \Delta\Omega$. Суммируя вклады разных элементов фигуры, для всей фигуры получим, что $g_x = G\rho\Delta h \cdot \Omega$. Здесь Ω – это телесный угол, под которым вся фигура видна из точки наблюдения. Теперь рассмотрим тетраэдр. Разделим его мысленно на «очень тонкие» треугольные слои, параллельные основанию. Ясно, что все такие слои видны из вершины тетраэдра

под одним и тем же телесным углом $\Omega = \arccos\left(\frac{23}{27}\right)$. Кроме

того, в силу симметрии тетраэдра, прямая, проходящая через вершину и перпендикулярная основанию – это высота тетраэдра, вдоль которой направлен и вектор $\vec{g}$. Поэтому суммирование вкладов в поле от всех слоев сведется к суммированию

$\sum \Delta h = H$, то есть ускорение свободного падения вблизи вершины тетраэдра $|\vec{g}| = G\rho H \cdot \arccos\left(\frac{23}{27}\right)$. Согласно условию, пе-

редатчик при вращении находится на этой прямой, а ось вращения проходит через центр масс тетраэдра и перпендикулярна этой прямой. Сила тяжести и сила натяжения нити вместе создают центростремительное ускорение передатчика, то есть $mg + T = m\omega^2 R$, причем радиус вращения – это расстояние от центра масс до вершины, то есть радиус сферы, описанной вокруг тетраэдра. Учитывая, что $T = \frac{1}{7}mg$, находим:

$\frac{8}{7}G\rho H \cdot \arccos\left(\frac{23}{27}\right) = \omega^2 R$, откуда, с учетом выражений для H и R , получаем формулу для угловой скорости вращения

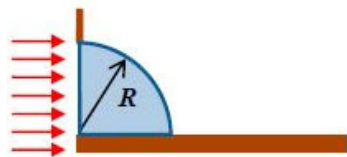
$\omega = 4\sqrt{\frac{2}{21} \cdot \arccos\left(\frac{23}{27}\right) \cdot G\rho}$. Значит, период обращения

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{21}{2 \arccos(23/27)} \cdot \frac{1}{G\rho}}.$$

Численное значение $T \approx 6042$ с (примерно 101 минута).

Ответ: $T = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{21}{2 \arccos(23/27)} \cdot \frac{1}{G\rho}} \approx 101$ мин.

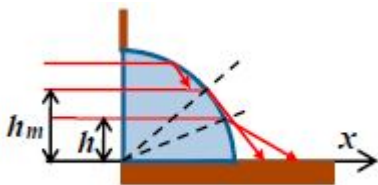
3. («Светлая полоса») В кабинете Кристобая Хозевича в



НИИЧАВО стоял стол с оригинальной окантовкой: над краем стола возвышался бортик, в который была вставлена четверть стеклянного цилиндра, и при освещении стола сбоку вдоль края на по-

верхности стола появлялась светлая полоса. Найдите ширину этой полосы при освещении бортика пучком лучей, параллельных поверхности стола (см. рисунок). Известно, что радиус цилиндрической поверхности $R = 3,9$ см, а показатель преломления стекла, из которого изготовлена вставка, $n = 2,4$.

Решение. Рассмотрим луч, падающий на стеклянную поверхность бортика на высоте h над поверхностью стола. Угол падения для этого луча на цилиндрическую поверхность равен $\alpha = \arcsin(h/R)$, а угол



преломления $\beta = \arcsin(nh/R)$. Поэтому координата x точки падения луча на поверхность стола за бортиком (будем отсчитывать ее от «левого» края бортика)

$x(h) = \sqrt{R^2 - h^2} + h \cdot \operatorname{ctg}(\beta - \alpha)$. Заметим, что $x(h)$ убывает с ростом h . Поэтому ближний к бортику край светлой полосы имеет координату x_L , соответствующую точке падения луча, у которого угол падения равен углу полного внутреннего отражения для стекла вставки (а угол преломления равен 90°):

$$\sin(\alpha_m) = \frac{1}{n}, \quad \text{поэтому} \quad h_m = \frac{R}{n}, \quad \text{а}$$

$$x_L = x(h_m) = \frac{R}{n} \sqrt{n^2 - 1} + \frac{R}{n \sqrt{n^2 - 1}} = \frac{nR}{\sqrt{n^2 - 1}}. \text{ Лучи, идущие выше}$$

h_m , испытывают полное внутреннее отражение и в итоге не выходят из стекла в сторону поверхности стола за бортиком. Дальний от бортика край светлой полосы (с координатой x_R) образован лучами, идущими вблизи поверхности ($h \ll R$). Для такого случая

$$\beta - \alpha \approx (n-1) \frac{h}{R}, \quad \text{и} \quad \text{поэтому}$$

$$x_R = x(h)|_{h \ll R} = R + \frac{R}{n-1} = \frac{nR}{n-1}. \text{ Впрочем, к этому результату}$$

можно прийти и другим способом – для лучей с $h \ll R$ можно считать, что они проходят через плоскопараллельную пластину (на которую они падают под прямым углом, и поэтому пластина не отклоняет и не смещает лучи) и плосковыпуклую тонкую линзу. Фокусное расстояние такой линзы в воздухе $F = \frac{R}{n-1}$, и

пучок «параксиальных» лучей собирается в фокусе. Значит,

$x_R = R + F = \frac{nR}{n-1}$. Итак, приходим к выводу, что ширина свет-

лой полосы $D = \frac{nR}{n-1} - \frac{nR}{\sqrt{n^2-1}} = \frac{n(\sqrt{n+1}-\sqrt{n-1})}{(n-1)\sqrt{n+1}} R \approx 2,4 \text{ см.}$

ОТВЕТ: $D = \frac{nR}{n-1} - \frac{nR}{\sqrt{n^2-1}} = \frac{n(\sqrt{n+1}-\sqrt{n-1})}{(n-1)\sqrt{n+1}} R \approx 2,4 \text{ см.}$

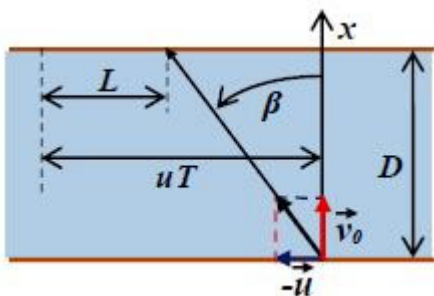
4. («Переправа») Однажды, еще в бытность Великим Инквизитором, Кристоаль Хунта соорудил «пусковую установку», которая с заданной скоростью запускала плот массой $m = 100$ кг в прямолинейный канал с довольно быстрым течением (скорость воды в канале была практически постоянна и равна $u = 5$ м/с) в направлении, перпендикулярном берегу. Далее плот плыл по инерции, и при достаточной скорости запуска достигал другого берега. Ширина канала составляла $D = 10$ м. При каждом запуске фиксировались величина начальной скорости, время достижения противоположного берега и величина сноса плота вдоль течения за время переправы. Все собранные данные отражены в таблице. Кристоаль Хозевич решил проверить, с какой точностью выполняется предположение, что сила сопротивления воды, действующая на плот, прямо пропорциональна скорости плота относительно воды ($\vec{F}_c = -\alpha \cdot \vec{V}$). Выясните это и Вы. Для

этого получите соотношение между измеренными величинами, следующее из этого предположения, и проверьте его выполнение. Кроме того, найдите величину коэффициента пропорциональности α и в рамках этого предположения определите максимальную величину стартовой скорости плота, при которой плот не достигает противоположного берега.

Таблица:

$V_0, \text{ м/с} \pm 0,05 \text{ м/с}$	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0
$T, \text{ с} \pm 0,01 \text{ с}$	5,49	3,46	2,55	2,03	1,69	1,45
$L, \text{ м} \pm 0,01 \text{ м}$	10,80	4,83	2,77	1,81	1,27	0,95

Решение. Уравнение движения в данной задаче проще анализировать в системе отсчета, связанной с водой (то есть движущейся со скоростью течения u относительно берега). Оно имеет



вид $m\vec{a} = -\alpha \cdot \vec{v}$, то есть ускорение в любой момент времени направлено вдоль одной прямой со скоростью. Это означает, что в этой системе отсчета плот движется по прямой, направленной вдоль вектора начальной скорости. Ясно, что

начальная скорость плота в этой системе отсчета $\vec{v}'_0 = \vec{v}_0 - \vec{u}$ направлена под углом $\beta = \arctg(u/v_0)$ к перпендикуляру к течению и равна по величине $v'_0 = \sqrt{v_0^2 + u^2}$. Далее выведем из нашей модели три необходимых следствия, с помощью которой и будем строить ее проверку. Во-первых, отметим, что (см. рисунок) величина сноса в этой системе отсчета определяется как расстояние между конечным положением точки, которая в момент старта была напротив плота и конечным положением плота:

$$uT - L = D \operatorname{tg}(\beta) = \frac{uD}{v_0} \Rightarrow L = u \left(T - \frac{D}{v_0} \right).$$

Проверка этого соотношения является проверкой того, что сила, действующая на плот со стороны воды, направлена против скорости плота относительно воды. Результат сравнения:

$u \left(T - \frac{D}{v_0} \right), \text{ м}$	10,78	4,80	2,75	1,82	1,31	1,00
$L, \text{ м} \pm 0,01 \text{ м}$	10,80	4,83	2,77	1,81	1,27	0,95

Ошибка в первой строке около 1%, отклонения при малых скоростях (не более 6 м/с) того же порядка, но при больших скоростях (7-8 м/с) они увеличиваются, достигая 4-5%.

Второе соображение состоит в том, что, анализируя перемещение плота вдоль оси x (см. рисунок), и учитывая, что

$a_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$, получаем из уравнения движения:

$m \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = -\alpha v_x \Rightarrow \Delta v_x = -\frac{\alpha}{m} \Delta x$. Суммируя малые изменения скорости и координаты за все время переправы, приходим к соотношению для x -компоненты конечной скорости $v_{кон} = v_0 - \frac{\alpha}{m} D$.

Наконец, соотношение $\frac{dv_x}{dt} = -\frac{\alpha}{m} v_x$ говорит о том, что производная функции $v_x(t)$ пропорциональна самой функции. Таким свойством обладает только экспонента, и поэтому

$v_x(t) = v_0 \cdot e^{-\frac{\alpha}{m} t}$. Следовательно, $v_{кон} = v_0 \cdot e^{-\frac{\alpha}{m} T}$. Объединяя второй и третий результаты, приходим к соотношению

$\frac{m}{\alpha} \left[1 - \exp\left(-\frac{\alpha}{m} T\right) \right] = \frac{D}{v_0}$. Его можно использовать для проверки модели и вычисления α . Можно, например, поступить

следующим образом: введем переменную $z \equiv \frac{\alpha}{m} T$, и для каждой

точки найдем ее значение из уравнения $\frac{1}{z} [1 - e^{-z}] = \frac{D}{v_0 T}$

(можно, например, воспользоваться функциями таблицы Excel),

а затем найдем $\alpha = \frac{mz}{T}$:

V_0 , м/с $\pm 0,05$ м/с	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0
z	1,0973	0,6894	0,5073	0,40834	0,3461	0,30455
α , кг/с	19,99	19,92	19,89	20,12	20,48	21,00

(вычисления производились с «завышенной» точностью – в промежуточных результатах сохранялись два «лишних» порядка). Как видно, и здесь при больших скоростях отклонение от постоянства α увеличиваются. Если подбирать значение для всего диапазона, то получим, что $\alpha = 20,2 \pm 0,6$ кг/с, то есть отклонения от линейности порядка около 3%. С учетом погрешностей

начальных данных ошибку следует оценить в 4%: $\alpha = 20,2 \pm 0,8$ кг/с. Однако если рассмотреть диапазон скоростей не более 6 м/с, то получится, что $\alpha = 20,0 \pm 0,1$ кг/с. Здесь отклонения менее погрешностей данных (примерно 1%). Таким образом, здесь реальная точность соответствует точности данных: $\alpha = 20,0 \pm 0,2$ кг/с.

Для определения максимальной стартовой скорости, при которой плот еще не достигает противоположного берега, рассмотрим движение плота перпендикулярно берегу, в рамках модели $\vec{F}_c = -\alpha \cdot \vec{V}$. Вычислив проекцию конечной скорости на это направление аналогично тому, как вычислялась общая конечная скорость, получим: $m \frac{\Delta v_{\perp}}{\Delta t} = -\alpha v_{\perp} \Rightarrow \Delta v_{\perp} = -\frac{\alpha}{m} \Delta s_{\perp}$, и после суммирования изменений находим, что $v_{\perp \text{кон}} = v_0 - \frac{\alpha}{m} D$. Плот не достигает противоположного берега, если $v_{\perp \text{кон}} < 0$, то есть $v_0 < \frac{\alpha}{m} D \approx 2$ м/с. Здесь логично использовать более точное значение α , полученное для области малых скоростей. Тогда точность этого результата не хуже 1%.

Ответы: для всего исследованного диапазона скоростей предположение выполняется с ошибкой не более 4% при $\alpha = 20,2 \pm 0,8$ кг/с, но для скоростей, не превышающих 6 м/с, ошибки около 1% при $\alpha = 20,0 \pm 0,2$ кг/с; максимальная стартовая скорость, при которой плот не достигает противоположного берега чуть менее $(2,00 \pm 0,02)$ м/с.

Заключительный этап олимпиады школьников «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ!»

Пример задания для 7-9 классов

БИЛЕТ № 12

Задание 1.

Вопрос. В большой камере, из которой был откачан воздух, два гусиных перышка запустили точно навстречу друг другу с одинаковыми скоростями 1 м/с. Начальное расстояние между ними равнялось 5 м. Каким станет расстояние между перышками спустя 1 с? Ускорение свободного падения считать равным $g \approx 10 \text{ м/с}^2$. Ответ объясните.

Ответ: Удобно перейти в систему отсчета, связанную с одним из перышек (назовем его перышком 1). Поскольку в отсутствие воздуха оба перышка находятся в свободном падении, то есть движутся с одинаковыми ускорениями, то в новой системе отсчета их относительное ускорение равно нулю: перышко 1 покоится, а перышко 2 движется равномерно и прямолинейно точно по направлению к перышку 1, а величина его скорости равна начальной относительной скорости перышек, то есть 2 м/с. Значит, через 1 с они будут находиться на расстоянии 3 м. Обратим внимание, что для такого решения не важно, были изначально перышки на одной горизонтали или нет.

Задача. Орудие, установленное на Луне, произвело выстрел под углом к горизонту, и снаряд взорвался в верхней точке траектории. Образовалось три осколка одинаковой массы. Оказалось, что скорости осколков относительно системы отсчета, движущейся со скоростью снаряда перед взрывом, соотносятся как $v_1 : v_2 : v_3 = 2 : 4 : 5$. Через некоторое время после взрыва, когда осколки еще не упали на поверхность Луны, расстояние между 1 и 2 осколком стало равно $l_{12} = 150 \text{ м}$. Пренебрегая массой пороховых газов, найдите расстояние между осколками 1 и 3 в этот же момент времени.

Решение. Будем следить за движением осколков в системе отсчета, начальная скорость которой (в момент взрыва) равнялась скорости снаряда перед взрывом, а далее она двигалась с ускорением свободного падения на Луне. На Луне нет атмосферы, и можно считать, что все три осколка относительно Луны двигались с ускорением свободного падения. Значит, в нашей СО они двигались равномерно и прямолинейно до момента падения на поверхность Луны. В соответствии с законом сохранения импульса, начальные скорости снарядов (а, значит, скорости их движения в нашей СО) удовлетворяют требованию $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 = 0$. Умножив это равенство на время t , прошедшее от взрыва до интересующего нас момента, получим, что $\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 = 0$ (здесь $\vec{r}_{1,2,3}$ – вектора перемещения осколков). Ясно, что $r_1 : r_2 : r_3 = v_1 : v_2 : v_3 = 2 : 4 : 5$. Поэтому, обозначив $r_1 \equiv 2l$, запишем, что $r_2 = 4l$ и $r_3 = 5l$. Перепишем векторное равенство в виде $\vec{r}_1 + \vec{r}_2 = -\vec{r}_3$ и возведем его скалярно в квадрат: $r_3^2 = r_1^2 + r_2^2 + 2r_1r_2 \cos(\alpha_{12})$ (здесь α_{12} – угол между $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$). Значит, $25l^2 = 20l^2 + 16l^2 \cos(\alpha_{12})$, то есть $16 \cos(\alpha_{12}) = 5$. С другой стороны, $l_{12}^2 = (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)^2 = 4l^2 + 16l^2 - 16l^2 \cos(\alpha_{12}) = 15l^2$. Повторяя рассуждения для 1 и 3, получим: $\vec{r}_1 + \vec{r}_3 = -\vec{r}_2 \Rightarrow 16l^2 = 4l^2 + 25l^2 + 20l^2 \cos(\alpha_{13}) \Rightarrow 20 \cos(\alpha_{13}) = -13$. Теперь для расстояния находим $l_{13}^2 = (\vec{r}_1 - \vec{r}_3)^2 = 4l^2 + 25l^2 - 20l^2 \cos(\alpha_{13}) = 42l^2$. В итоге $l_{13} = \sqrt{\frac{14}{5}} \cdot l_{12} \approx 251 \text{ м}$.

Задание 2.

Вопрос. Что такое температура?

Ответ: Температура – скалярная физическая величина, характеризующая степень *нагретости* тела в равновесном состоянии. Измерение температуры осуществляется путем приведения

тела в тепловое равновесие со стандартным телом («термометром»), по состоянию которого можно судить о его нагретости (например, по высоте столбика ртути или величине ЭДС термопары). Для задания числового значения необходимо выбрать *температурную шкалу*, то есть задать начало отсчета температуры и определить единицу ее измерения (*градус*). Например, в шкале Цельсия ноль температуры определяется как температура плавления льда при нормальном атмосферном давлении, а единица измерения подбирается так, чтобы температура кипения воды при нормальном атмосферном давлении равнялась ровно 100°C . На самом деле «нагретость» вещества определяется интенсивностью движения его молекул. Эта связь становится очевидной, если заметить, что равенство температур двух тел мы фиксируем по прекращению теплообмена. Такое состояние достигается, когда при столкновении молекул тел на границе их соприкосновения в среднем передача энергии отсутствует. По законам механики это произойдет только в том случае, если средние кинетические энергии молекул первого и второго тела равны. Таким образом, равенству температур всегда соответствует равенство средних кинетических энергий молекул, и поэтому любая величина, пропорциональная средней кинетической энергии молекул, может считаться температурой, измеренной по некоторой шкале: $\theta \equiv \alpha \cdot \overline{E}_k$.

Задача. Ученик 8 класса поставил на огонь большую кастрюлю с водой. Прошло немало времени, но она не закипала – температура перестала расти, так как мощности нагрева не хватало. Ученик решил выяснить, какую температуру имеет вода в кастрюле. У него был только ртутный медицинский термометр. Он налил в термос теплой воды и измерил ее температуру: она оказалась равной $t_0 = 36^{\circ}\text{C}$. Он опустил в кастрюлю массивную гайку на ниточке, а затем поместил гайку в термос, подождал и измерил новую температуру воды в термосе $t_1 = 38,4^{\circ}\text{C}$. Гайка еще раз была помещена в кастрюлю, а затем в термос, и после этого вода в термосе имела температуру $t_2 = 40,7^{\circ}\text{C}$. Какова же температура воды в кастрюле? Теплоемкостью термометра пренебречь.

Решение. Пусть искомая температура равна t . Металлическая гайка в горячей воде нагревается быстро, поэтому будем считать, что температура гайки перед помещением ее в термос равна t . Запишем уравнение теплового баланса для установления равновесия при первом помещении гайки в термос: $C_T(t_1 - t_0) = C_2(t - t_1)$ (здесь C_T и C_2 – теплоемкости термоса с водой и гайки соответственно). Аналогично для второго опускания $C_T(t_2 - t_1) = C_2(t - t_2)$. Разделив эти соотношения друг

на друга, находим: $\frac{t_2 - t_1}{t_1 - t_0} = \frac{t - t_2}{t - t_1} \Rightarrow t = \frac{t_1^2 - t_2 t_0}{2t_1 - t_0 - t_2} = 93,6^\circ\text{C}$.

Ответ: $t = \frac{t_1^2 - t_2 t_0}{2t_1 - t_0 - t_2} = 93,6^\circ\text{C}$.

Задание 3.

Вопрос. Пусть у нас есть элемент цепи постоянного тока, не подчиняющийся закону Ома: ток через него при напряжении U равен $I = aU^2$ ($a = \text{const}$). Какой формулой описывается для этого элемента зависимость потребляемой мощности от силы тока?

Ответ: Так как работа электростатических сил по перемещению заряда Δq за время Δt через элемент равна $\Delta A = U \cdot \Delta q$, то потребляемая элементом мощность $P = \frac{\Delta A}{\Delta t} = U \cdot I$. Поскольку

$$U = \sqrt{\frac{I}{a}}, \text{ то нужная на зависимость описывается формулой}$$

$$P = \frac{I^{3/2}}{\sqrt{a}}.$$

Задача. Две лампочки, рассчитанные на одинаковые номинальные напряжения, но с номинальными мощностями, отлича-

ющимися в $k = \frac{4}{3}$ раза, не являются линейными элементами: про-

текающий через них ток пропорционален корню квадратному из приложенного напряжения. Эти лампочки дважды подключили к источнику, поддерживающему на своих клеммах постоянное напряжение, в точности равное номинальному для лампочек: в первый раз – параллельно, во второй – последовательно. Во сколько раз отличаются общие потребляемые мощности в первом и втором случае?

Решение. Так как номинальное напряжение U_0 у обеих лампочек одинаково, токи $I = \beta\sqrt{U}$, а номинальные мощности лампочек связаны с номинальным напряжением формулой

$$P_0 = U_0 \cdot I = \beta \cdot U_0^{3/2}, \text{ то } \frac{\beta_2}{\beta_1} = k. \text{ Значит, } I_1 = \beta_1 \sqrt{U_1} \text{ и}$$

$I_2 = k\beta_1 \sqrt{U_2}$. При параллельном соединении обе лампы работают в номинальном режиме, и

$$P_I = \beta_1 U_0^{3/2} + k\beta_1 U_0^{3/2} = (1+k)\beta_1 U_0^{3/2}. \text{ При последовательном}$$

соединении ток через лампочки одинаков $I = \beta_1 \sqrt{U_1} = k\beta_1 \sqrt{U_2}$

, и $U_1 = k^2 U_2$. С другой стороны, сумма напряжений равна но-

минальному: $U_1 + U_2 = U_0$. Значит, $U_1 = \frac{k^2}{1+k^2} U_0$ и

$$U_2 = \frac{1}{1+k^2} U_0. \text{ Следовательно, полная потребляемая мощность}$$

$$P_{II} = \beta_1 \frac{k^3}{(1+k^2)^{3/2}} U_0^{3/2} + k\beta_1 \frac{1}{(1+k^2)^{3/2}} U_0^{3/2} = \frac{k}{\sqrt{1+k^2}} \beta_1 U_0^{3/2}$$

. В результате приходим к отношению

$$\frac{P_I}{P_{II}} = \frac{(1+k)\sqrt{1+k^2}}{k} = \frac{35}{12} \approx 2,92.$$

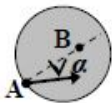
$$\text{Ответ: } \frac{P_I}{P_{II}} = \frac{(1+k)\sqrt{1+k^2}}{k} = \frac{35}{12} \approx 2,92.$$

Задание 4.

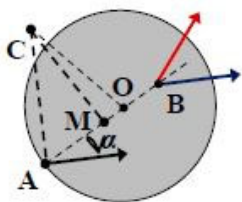
Вопрос. Жесткий стержень скользит, вращаясь, по ровной поверхности. В каком случае скорость центра масс стержня и угловая скорость его вращения не будут изменяться?

Ответ: Необходимым условием постоянства скорости центра масс тела является равенство нулю векторной суммы приложенных к телу сил. Необходимым условием неизменности угловой скорости при плоском движении тела является равенство нулю моментов приложенных сил. Значит, и для стержня в вопросе должны быть выполнены эти требования. В частности, они будут выполнены, если поверхность горизонтальная и гладкая.

Задача. Диск, изготовленный из однородного листа жести, скользит по горизонтальной гладкой поверхности. В некоторый момент времени скорости двух его точек (А и В) оказались равны по модулю $v = 1,5 \text{ м/с}$, и скорость точки А, находящейся на конце общего диаметра, направлена под углом $\alpha = 30^\circ$ к этому диаметру. Радиус диска $R = 24 \text{ см}$, $|AB| = 36 \text{ см}$. Найдите возможные значения величин угловой скорости диска и перемещения его центра за 1 с после указанного момента времени.



Решение: Из ответа на вопрос следует, что скорость центра диска (у однородного диска центр масс совпадает с геометрическим центром) и угловая скорость диска остаются постоянными. Равенство величин скоростей точек А и В может иметь место в двух случаях: (1) диск движется поступательно, и скорости всех его точек равны не только по величине, но и по направлению – в этом случае угловая скорость $\omega = 0$, и скорость центра диска по величине тоже равна v – то есть $s_O = vt = 1,5 \text{ м}$; (2) диск вращается, и его мгновенный центр вращения С находится на равном удалении от А и В (то есть лежит на срединном перпендикуляре МС отрезка АВ) и лежит на перпендикуляре к скорости $\vec{v}_A$. Ясно, что $|AC| = 2|AM| = |AB|$, и поэтому угловая скорость вращения



$$\omega = \frac{v}{|AC|} = \frac{v}{|AB|} = \frac{25}{6} \text{ с}^{-1} \approx 4,17 \text{ с}^{-1}. \text{ Кроме}$$

$$\text{того, } |CM| = \sqrt{3} |AM| = \frac{\sqrt{3}}{2} |AB|, \quad \text{а}$$

$$|OM| = R - |AM| = R - \frac{1}{2} |AB|. \quad \text{Значит,}$$

$$|OC| = \sqrt{R^2 + |AB|^2 - R|AB|} = 12\sqrt{7} \text{ см} \approx 31,75 \text{ см}, \quad \text{и}$$

$$v_O = \omega |OC| = \frac{\sqrt{7}}{2} \text{ м/с} \approx 1,32 \text{ м/с}. \text{ Таким образом, во втором случае}$$

$$s_O = v_O t \approx 1,32 \text{ м}.$$

Ответ: возможны два случая: $\omega = 0$, $s_O = vt = 1,5 \text{ м}$ и

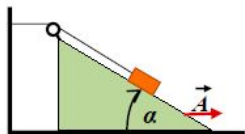
$$\omega = \frac{25}{6} \text{ с}^{-1} \approx 4,17 \text{ с}^{-1}, \quad s_O \approx 1,32 \text{ м}.$$

БИЛЕТ № 16

Задание 1.

Вопрос. Два тела связаны нерастяжимой нитью. Какому условию должны удовлетворять скорости этих тел? Ответ объяснить.

Ответ: Условие неизменности длины натянутой нерастяжимой нити требует, чтобы за очень малое время расстояние между связанными «точечными» телами оставалось неизменным, то есть проекции скоростей этих тел на прямую, идущую вдоль нити, должны совпадать. Однако при провисании нити это ограничение исчезает.



Задача. Клин с углом при основании $\alpha = 30^\circ$ перемещают поступательно с постоянным ускорением $A = 0,97 \text{ м/с}^2$, в направлении «от стены», как показано на рисунке. На его поверхности находится небольшой брусок, прикрепленный нерастяжимым тросом к

стене. В момент начала разгона клина брусок покоился, на рассматриваемом интервале времени в процессе разгона он не отрывался от клина, трос все время натянут, и его участки, не лежащие на блоке, горизонтальны или параллельны наклонной плоскости клина. Какую скорость наберет брусок за 1 с разгона?

Решение: Рассмотрим очень малый интервал времени, за который клин сдвинулся вдоль оси x , направленную «от стены», на расстояние ΔX . Изучим перемещение бруска за тот же интервал времени. Брусок, который по условию не отрывается от клина, участвует в двух движениях: вместе с клином он смещается на ΔX вдоль оси x , и из-за постоянства длины нити смещается вверх вдоль наклонной плоскости клина на то же расстояние ΔX . Результирующее смещение бруска вдоль оси x равно $\Delta x = \Delta X - \Delta X \cdot \cos \alpha = \Delta X(1 - \cos \alpha)$. Поскольку это соотношение справедливо для любого интервала времени Δt , то для мгновенных скоростей клина $V = \frac{\Delta X}{\Delta t}$ и бруска $v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ в любой момент времени выполняется такое же соотношение $v_x = V(1 - \cos \alpha)$. Смещение бруска в проекции на ось y , направленную вертикально вверх, равно $\Delta y = \Delta X \cdot \sin \alpha$. Таким образом, $v_y = V \sin \alpha$. Поэтому модуль скорости бруска в момент времени, когда клин движется со скоростью V , равен $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = V\sqrt{2(1 - \cos \alpha)}$. За время $t = 1$ с клин наберет скорость $V = At$. Следовательно, величина скорости бруска в этот момент времени $v = At\sqrt{2(1 - \cos \alpha)} \approx 0,5$ м/с.

Ответ: $v = At\sqrt{2(1 - \cos \alpha)} \approx 0,5$ м/с.

Задание 2.

Вопрос. Мокрый снег – это смесь ледяных кристаллов и жидкой воды, находящихся в равновесии при температуре 0°C . Как изменится температура мокрого снега, если его посолить и перемешать? Почему?

Ответ: Температура резко уменьшится. Мокрый снег при температуре около 0°C представляет собой смесь воды и ледяных кристалликов, а при растворении соли в воде температура плавления льда понижается (взаимодействие молекул воды с ионами, образующимися из молекул соли, разрушает решетку льда), и ледяные кристаллы плавятся, забирая у окружающих веществ теплоту плавления.

Задача. В термосе находится мокрый снег, состоящий на 80 % (по объему) из кристаллов льда и на 20% из воды, находящихся в равновесии. Снег заполняет термос наполовину. В термос доливают кипяток до тех пор, пока он не будет заполнен полностью. Какая температура будет у содержимого термоса после установления равновесия? Плотность льда равна 900 кг/м^3 , плотность воды – 1000 кг/м^3 . Удельная теплота плавления льда $\lambda = 336 \text{ кДж/кг}$, удельная теплоемкость воды $c = 4,2 \text{ кДж/(кг}\cdot^{\circ}\text{C)}$.

Решение: В процессе доливания кипятка лед будет таять, и занимаемый им объем будет уменьшаться (при одинаковой массе, как следует из соотношения плотностей, объем воды составляет 0,9 от объема растаявшего льда). Пусть V – объем термоса. Тогда начальный объем льда равен $0,4 \cdot V$, а воды – $0,1 \cdot V$. Предположим, что к моменту заполнения термоса весь лед растает. Тогда объем долитого кипятка (ΔV) определяется из соотношения $V = 0,1 \cdot V + 0,4 \cdot V \cdot 0,9 + \Delta V$, из которого следует, что $\Delta V = 0,54 \cdot V$. Теперь запишем уравнение теплового баланса для установления равновесия: количество теплоты, отданное кипятком, равно сумме количеств тепла, израсходованных на плавление льда и на нагрев воды, полученной из мокрого снега (при этом учтем, что температура кипятка равна 100°C , а температура мокрого снега равна 0°C):

$$c \cdot \rho_B \cdot \Delta V (100^{\circ}\text{C} - t) = \lambda \cdot \rho_L \cdot 0,4V + c \cdot \rho_B \cdot 0,5V \cdot t.$$

С учетом найденной величины ΔV получаем:

$$t = 54^{\circ}\text{C} - 0,36 \frac{\lambda}{c} = 25,2^{\circ}\text{C}.$$

Температура получилась положительной, так что наше предположение (что весь лед растаял) оправдалось.

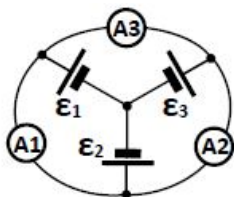
Ответ: $t = 25,2^{\circ}\text{C}$.

Задание 3.

Вопрос. При разомкнутой цепи напряжение на клеммах источника постоянного тока равно его электродвижущей силе (ЭДС). Однако при протекании тока через источник напряжение изменяется. Почему?

Ответ: Это связано с неидеальностью источника: в нем есть внутренние потери энергии, которые можно описать, вводя *внутреннее сопротивление* источника r : реальный источник эквивалентен идеальному (напряжение на котором не зависит от протекающего тока и равно ЭДС $\mathcal{E}$), последовательно соединенный с резистором с таким сопротивлением. Поэтому, в соответствии с законом Ома, напряжение на реальном источнике зависит от протекающего тока I : $U = \mathcal{E} - Ir$.

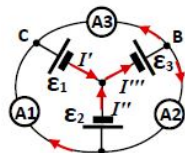
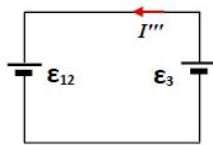
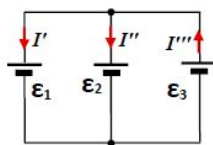
Задача. Ученик 8 класса собрал цепь, схема которой показана на рисунке, из трех батарей и трех одинаковых «практически идеальных» амперметров. ЭДС батарей равны $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = 18\text{ В}$, $\mathcal{E}_3 = 2\mathcal{E}_1 = 36\text{ В}$, а их внутренние сопротивления $r_1 = 2\text{ Ом}$,



$r_2 = 4\text{ Ом}$, $r_3 = \frac{2}{3}\text{ Ом}$. Найдите величины

сил токов через амперметры.

Решение: Так как амперметры «практически идеальны», то при расчете токов в ветвях с источниками их можно «закоротить». В этом случае все три эти ветви оказываются соединены параллельно (см. левый рисунок). Два источника с одинаковым ЭДС можно считать одним источником с таким же ЭДС



$\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 \equiv \mathcal{E}$ (если их подключить к разомкнутой цепи, то ток в ветвях с ними течь не будет, и они будут создавать на своих клем-

мах напряжение, равное этому ЭДС), и с внутренним сопротивлением $r_{12} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} = \frac{4}{3}$ Ом. Тогда схема преобразуется к виду,

показанному на среднем рисунке, и становится ясно, что ток в ветви с «третьим» источником $I''' = \frac{\mathcal{E}}{r_{12} + r_3} \equiv \frac{\mathcal{E}}{r} = 9$ А (здесь для

краткости введены обозначения $\mathcal{E} \equiv \mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_2 = 18$ В и

$r \equiv \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} + r_3 = 2$ Ом). Этот ток делится между ветвями с «пер-

вым» и «вторым» источникам обратно пропорционально их сопротивлениям (то есть I' в два раза больше I''), и поэтому

$I'' = \frac{1}{3} \frac{\mathcal{E}}{r} = 3$ А, а $I' = \frac{2}{3} \frac{\mathcal{E}}{r} = 6$ А. Обозначим искомые токи че-

рез амперметры $I_{1,2,3}$. Из соотношений непрерывности тока (положительные направления токов выбираем так, как показано на рисунке) $I_2 + I_3 = I''' = 9$ А, $I_1 + I_3 = I' = 6$ А, $I_2 - I_1 = I'' = 3$ А. Однако этих уравнений не хватит для определения токов – одно из них является следствием двух других. Вспомним, что сопротивление амперметров r_A все же не равно нулю, хоть и очень малое.

По закону Ома, напряжение между точками В и С можно вычислить двумя способами: $U_{BC} = I_3 r_A = (I_1 + I_2) r_A$. Значит, $I_3 = I_1 + I_2$. Используя это уравнение вместе с любой парой из

трех предыдущих, находим: $I_1 = \frac{1}{9} \frac{\mathcal{E}}{r} = 1$ А, $I_2 = \frac{4}{9} \frac{\mathcal{E}}{r} = 4$ А,

$$I_3 = \frac{5}{9} \frac{\mathcal{E}}{r} = 5 \text{ А.}$$

Ответ: показания амперметров $I_1 = \frac{1}{9} \frac{\mathcal{E}}{r} = 1$ А, $I_2 = \frac{4}{9} \frac{\mathcal{E}}{r} = 4$ А,

$$I_3 = \frac{5}{9} \frac{\mathcal{E}}{r} = 5 \text{ А.}$$

Задание 4.

Вопрос. При каких условиях для изучения соударения двух тел можно применять и закон сохранения импульса, и закон сохранения энергии?

Ответ: Для этого соударение должно быть упругим (то есть без перехода механической энергии в немеханические формы – все деформации тел должны быть упругими и поверхности тел должны быть гладкими, либо между телами не должно быть проскальзывания). Тогда можно использовать закон сохранения полной механической энергии. Для возможности использования закона сохранения импульса система двух сталкивающихся тел должна быть замкнутой (внешние силы либо отсутствуют, либо их векторная сумма равна нулю). Часто закон сохранения импульса выполняется приближенно для «мгновенных» соударений – когда внутренние силы системы за очень малое время существенно изменяют импульсы тел. Это означает, что внутренние силы очень велики, и в течение времени удара внешними можно пренебречь.

Задача. На горизонтальной гладкой дорожке лежат вдоль прямой линии 2020 маленьких шайб на расстоянии 1 м друг от друга: первой лежит самая тяжелая, а масса каждой следующей шайбы в ряду на 0,5 % меньше, чем у предыдущей. По самой тяжелой шайбе нанесли резкий удар, сообщив ей скорость $v_1 = 2$ м/с, направленную точно по линии размещения шайб, и таким образом запускается серия лобовых упругих соударений. За какое время «волна ударов» дойдет до самой легкой шайбы?

Решение: Рассмотрим соударение первой и второй шайбы. В этом случае выполняются закон сохранения импульса в проекции на ось x , направленную вдоль дорожки $mv_1 = mv'_1 + m(1 - \varepsilon)v_2$, и закон сохранения механической энергии $\frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv_1'^2}{2} + \frac{m(1 - \varepsilon)v_2^2}{2}$. Здесь $\varepsilon \equiv 0,005$, v'_1 и v_2 – проекции скоростей шайб после удара. Записав эти уравнения в виде

$v_1 - v'_1 = (1 - \varepsilon)v_2$ и $v_1^2 - v'^2_1 = (1 - \varepsilon)v_2^2$, разделим второе на первое, чтобы получить $v_1 + v'_1 = v_2$. Значит, $v_2 = \frac{v_1}{1 - \varepsilon/2}$, а

скорость первой шайбы после удара $v'_1 = \frac{\varepsilon}{2 - \varepsilon}v_1$ намного

меньше, и она остается позади «нового лидера». Ясно, что аналогично рассматриваются все соударения, то есть

$$v_3 = \frac{v_2}{1 - \varepsilon/2} = \frac{v_1}{(1 - \varepsilon/2)^2} \text{ и так далее до } v_{2019} = \frac{v_1}{(1 - \varepsilon/2)^{2018}}.$$

Обратим внимание: «волна ударов» разгоняется, и очень при-

лично! Например, $v_{2019} = \frac{v_1}{(0,9975)^{2018}} \approx 156 \text{ м/с}$ (само это число

не нужно для решения, и его без калькулятора вычислить тяжело, но оно очень показательно). Если расстояние между шайбами $a = 1 \text{ м}$, то полное время, за которое волна дойдет до 2020-й шайбы

$$T = \frac{a}{v_1} + \frac{a}{v_2} + \dots + \frac{a}{v_{2019}} = \frac{a}{v_1} (1 + q + \dots + q^{2018}),$$

где $q = 1 - \frac{\varepsilon}{2} = 0,9975$. Используя формулу

$$1 + q + \dots + q^{2018} = \frac{1 - q^{2019}}{1 - q},$$

найдем, что

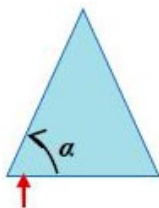
$$T = \frac{2a}{\varepsilon v_1} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon}{2} \right)^{2019} \right] \approx \frac{2a}{\varepsilon v_1} = 200 \text{ с.}$$

Более точный расчет с использованием калькулятора дает примерно 199 с.

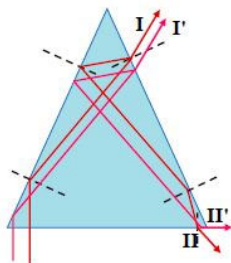
Ответ: $T \approx \frac{2a}{\varepsilon v_1} = 200 \text{ с.}$

Пример задания для 10-11 классов

1. На основание прозрачной равнобедренной призмы падает нормально узкий пучок параллельных световых лучей. Угол при основании призмы $\alpha = 65^\circ$, показатель преломления ее материала $n = 2$. Под каким углом к первоначальному направлению выйдут из призмы два наиболее ярких пучка? Учтите, что при нормальном падении изнутри на любую грань призмы наблюдается и прошедший, и отраженный лучи.



Решение: Падающий нормально луч пройдет внутрь призмы без преломления. Поэтому угол падения этого луча изнутри на грань призмы равен



$\alpha_1 = \alpha = 65^\circ$, что больше угла полного внутреннего отражения для материала призмы $\alpha_{\text{ПВО}} = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right) = 30^\circ$. Поэтому в

точке первого падения луч не выходит из призмы. Угол падения на противоположную грань равен $\alpha_2 = 3\alpha - 180^\circ = 15^\circ$, и в

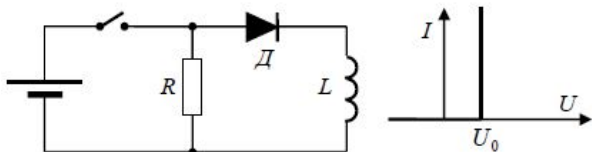
этом случае появляется первый вышедший луч I. Анализируя дальнейшие падения, обнаруживаем, что угол «третьего» падения равен $\alpha_3 = 360^\circ - 5\alpha = 35^\circ$, и снова происходит полное внутреннее отражение. При четвертом падении (если оно происходит в точке на боковой грани призмы) угол падения $\alpha_4 = 540^\circ - 7\alpha = 85^\circ$ также превышает $\alpha_{\text{ПВО}}$, но отраженный луч из этой точки идет под углом к вертикали $\beta = 475^\circ - 7\alpha = 20^\circ$ (круче боковой грани) и падает на основание призмы под этим углом, и в этой точке образуется второй вышедший луч II. Ясно, что лучи, выходящие в последующих точках падения, будут иметь меньшую интенсивность. Луч I повернут относительно падающего луча на угол $\phi_1 = \alpha - \arcsin[n \cdot \sin(\alpha_3)] = 65^\circ - \arcsin[2 \sin(15^\circ)]$, а луч II – на угол $\phi_{\text{II}} = 180^\circ - \arcsin[n \cdot \sin(\beta)] = 180^\circ - \arcsin[2 \sin(20^\circ)]$. В

принципе, построив график синуса на участке до 30° , который почти линейен (можно использовать касательную в точке 0° и значение в точке 30°), можно оценить значения этих углов: $\phi_1 \approx 34^\circ$ и $\phi_{II} \approx 137^\circ$ (при замене синусоиды на прямую получаются более грубые оценки $\phi_1 \approx 35^\circ$ и $\phi_{II} \approx 140^\circ$). Но это не являлось необходимым требованием для зачета ответа.

Можно также заметить, что среди лучей, падающих нормально на основание призмы снаружи, существуют лучи, проходящие очень близко к ребру, которые при четвертом падении падают изнутри не на боковую поверхность, а на основание призмы – с углом падения $\alpha'_4 = 6\alpha - 360^\circ = 30^\circ$. Это – пограничный луч, для которого преломленный идет по касательной к поверхности (луч II'). Поэтому у этих лучей при том же значении φ_I значение второго угла $\varphi'_{II} = 90^\circ$.

Ответ: самый яркий луч отклоняется от исходного на угол $\phi_1 = 65^\circ - \arcsin[2\sin(15^\circ)]$ (около 34°), второй по яркости – на угол $\phi_{II} = 180^\circ - \arcsin[2\sin(20^\circ)]$ (около 137°) или $\varphi'_{II} = 90^\circ$.

2. В схеме, показанной на рисунке слева, диод D не является идеальным – его вольтамперная характеристика показана на рисунке справа. В некоторый момент времени, когда ток в катушке был равен нулю, ключ замкнули. Найти силу тока, который будет течь через резистор спустя достаточно большой промежуток времени. ЭДС и внутреннее сопротивление источника равны соответственно $\mathcal{E}$ и r , омическое сопротивление катушки равно по величине внутреннему сопротивлению источника, сопротивление резистора R и пороговое напряжение диода U_0 считать известными.



Решение: В этой схеме спустя достаточно большой промежуток времени токи станут постоянными, и ЭДС самоиндукции

в катушке станет равна нулю. Таким образом, катушка будет в установившемся режиме вести себя как резистор с сопротивлением, равным внутреннему сопротивлению источника. Если диод в этом режиме будет находиться в открытом состоянии, то ток будет течь и через резистор, и через ветвь с диодом и катушкой. Пусть I – сила тока в ветви с источником, а I_R и I_D – силы тока в ветвях с резистором и диодом соответственно. Тогда, по закону

Ома $\mathcal{E} - Ir = I_R R = U_0 + I_D r$, откуда $I_R = \frac{\mathcal{E} - Ir}{R}$ и

$$I_D = \frac{\mathcal{E} - U_0 - Ir}{r}. \text{ Подставим эти выражения в уравнение непре-}$$

$$\text{рывности тока } I = I_R + I_D, \text{ и найдем, что } I = \frac{\mathcal{E}(R+r) - RU_0}{r(2R+r)}.$$

Значит, $I_R = \frac{\mathcal{E} + U_0}{2R+r}$. Однако этот ответ справедлив только тогда,

когда выполняется предположение о том, что диод открыт, то есть если эти уравнения приводят к $I_D = \frac{\mathcal{E}R - (R+r)U_0}{r(2R+r)} > 0$, то

есть при $\mathcal{E} > \frac{R+r}{R}U_0$. При $\mathcal{E} \leq \frac{R+r}{R}U_0$ диод заперт, и тогда оче-

видно, что $I_R = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$.

$$\text{Ответ: } I_R = \begin{cases} \frac{\mathcal{E} + U_0}{2R+r}, & \mathcal{E} > \frac{R+r}{R}U_0 \\ \frac{\mathcal{E}}{R+r}, & \mathcal{E} \leq \frac{R+r}{R}U_0 \end{cases}.$$

3. Тонкая линза, используемая в качестве лупы, дает на поверхности стола четкое изображение нити лампы, висящей под высоким потолком комнаты, если линза находится на расстоянии $l = 6$ см от поверхности стола. С каким примерно увеличением будет наблюдаться текст на лежащей на столе странице, если глаз наблюдателя будет находиться на расстоянии $L = 30$ см от рассматриваемого изображения?

Решение: Прежде всего заметим, что при использовании тонкой собирающей линзы в качестве лупы (то есть для рассматривания прямых увеличенных изображений) мы должны наблюдать мнимое изображение с заметным увеличением, для чего предмет должен находиться чуть ближе к линзе, чем ее фокальная плоскость. Поскольку расстояние до нити лампы очень велико, то ее изображение в первом опыте должно наблюдаться в фокальной плоскости линзы. Значит, фокусное расстояние линзы $F \approx l$. Во втором опыте расстояние от глаза до изображения заметно больше фокусного расстояния линзы, и глаз должен находиться достаточно близко к линзе, поэтому можно считать, что расстояние от линзы до изображения примерно равно L . Теперь, воспользовавшись формулой линзы, найдем соответствующее расстояние от линзы до рассматриваемых фрагментов текста a :

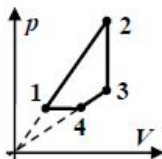
$$\frac{1}{a} - \frac{1}{L} \approx \frac{1}{l} \Rightarrow a \approx \frac{Ll}{L+l}$$

(как обычно, расстояние до мнимого изображения считается в этой формуле отрицательно). Значит,

$$|\Gamma_{\perp}| \approx \frac{L}{a} \approx \frac{L}{l} + 1 = 6.$$

Ответ: $|\Gamma_{\perp}| \approx \frac{L}{l} + 1 = 6.$

4. На диаграмме в координатах давление-объем показан цикл постоянного количества одноатомного идеального газа, являющегося рабочим телом тепловой машины. Цикл состоит из изохоры, изобары и двух процессов, линии которых на диаграмме – прямые, проходящие через начало координат. Температура в точке 4 в $k = 1,5$ раза, а в точке 3 –



$n = 6$ раз больше, чем минимальная температура газа в цикле. Во сколько раз максимальная температура в цикле больше минимальной? Найдите КПД этого цикла.

Решение: Работу газа в таком процессе 1-2 можно вычислить как площадь под диаграммой процесса, то есть как площадь трапеции: $A_{12} = \frac{p_1 + p_2}{2}(V_2 - V_1)$. С учетом уравнения процесса и

уравнения Менделеева-Клапейрона $\nu RT = pV = \alpha \cdot V^2$, и по-

этому $A_{12} = \frac{\alpha}{2}(V_2^2 - V_1^2) = \frac{\nu R}{2}(T_2 - T_1)$. Изменение внутренней

энергии газа в этом процессе $\Delta U_{12} = \frac{3\nu R}{2}(T_2 - T_1) = 3A_{12}$. Таким

образом, $Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = 4A_{12}$. Количество теплоты равно

учетверенной работе. Ясно, что минимальная температура в

цикле – это температура T_1 . В процессах с давлением, пропорциональным объему, температура растет пропорционально квадрату объема, поэтому максимальная температура $T_2 = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 T_1$. С

другой стороны, $V_2 = V_3 = \sqrt{\frac{n}{k}} V_4 = \sqrt{nk} V_1$. Следовательно,

$$\frac{T_{\max}}{T_{\min}} = \frac{T_2}{T_1} = nk = 9. \text{ Тепло подводится к газу только в процессе}$$

1-2, так что количество теплоты нагревателя

$Q_H = 4A_{12} = 2\nu R(T_2 - T_1) = 2(nk - 1) \cdot \nu RT_1$. Полезная работа

может быть вычислена как площадь цикла:

$$A = \frac{1}{2}[(p_2 - p_1)(V_2 - V_1) - (p_3 - p_4)(V_3 - V_4)]. \text{ С учетом того,}$$

что $p_2 = \sqrt{nk} p_1$, $V_2 = \sqrt{nk} V_1$, $p_3 = \sqrt{\frac{n}{k}} p_1$, $V_3 = \sqrt{nk} V_1$,

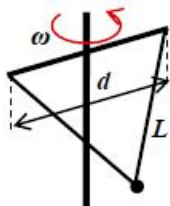
$$p_4 = p_1 \quad \text{и} \quad V_4 = k V_1, \quad \text{находим:}$$

$$A = \frac{(n-1)(k-1)}{2} p_1 V_1 = \frac{(n-1)(k-1)}{2} \nu RT_1. \text{ Значит, КПД данного}$$

$$\text{цикла } \eta = \frac{A}{Q_H} = \frac{(n-1)(k-1)}{4(nk-1)} = \frac{5}{64} \approx 7,8\%.$$

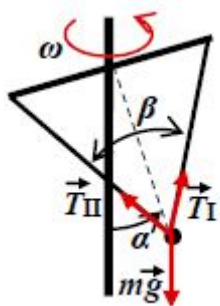
$$\text{Ответ: } \frac{T_{\max}}{T_{\min}} = nk = 9, \quad \eta = \frac{(n-1)(k-1)}{4(nk-1)} = \frac{5}{64} \approx 7,8\%.$$

5. Маленький массивный шарик прикреплен двумя одинаковыми легкими жесткими стержнями к шарнирам на концах горизонтальной штанги длиной $d = 24$ см, симметрично закрепленной на вертикальной оси (см. рисунок). Ось вращается с угловой скоростью $\omega_1 = 7 \text{ с}^{-1}$, длина каждого из стержней $L = 37$ см. При этом сила натяжения каждого стержня равна $T_1 = 49$ Н. Какой



станет сила натяжения, если уменьшить скорость вращения до величин $\omega_2 = 6 \text{ с}^{-1}$ и $\omega_3 = 5 \text{ с}^{-1}$? Сопротивлением воздуха пренебречь, ускорение свободного падения в задаче принять равным $g \approx 9,8 \text{ м/с}^2$.

Решение: Пусть α – угол между осью вращения и плоскостью, в которой лежат стержни, а β – угол между стержнями. На груз действуют силы натяжения (величины которых очевидно равны в силу симметрии: $|\vec{T}_I| = |\vec{T}_{II}| \equiv T$) и сила тяжести/ Уравнение для центростремительной компоненты ускорения $m\omega^2 L \cos(\beta/2) \sin(\alpha) = 2T \cos(\beta/2) \sin(\alpha)$ позволяет найти



величину сил натяжения: $T = \frac{1}{2} m \omega^2 L$.

Условие баланса вертикальных компонент сил $mg = 2T \cos(\beta/2) \cos(\alpha)$ приводит к уравнению на угол отклонения:

$$\cos(\alpha) = \frac{g}{\omega^2 L \cos(\beta/2)} = \frac{2g}{\omega^2 \sqrt{4L^2 - d^2}}$$

(здесь учтено, что

$$\cos\left(\frac{\beta}{2}\right) = \frac{\sqrt{L^2 - (d/2)^2}}{L}). \quad \text{Ненулевые}$$

углы отклонения плоскости стержней от вертикали ($\cos(\alpha) < 1$)

соответствуют $\omega > \sqrt{\frac{2g}{\sqrt{4L^2 - d^2}}} \approx 5,3 \text{ с}^{-1}$. Поэтому полученная

формула для сил натяжения справедлива при ω_1 и ω_2 , но не

справедлива для ω_3 . Согласно этой формуле, $T_2 = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 T_1 = 36$

Н. Для $\omega_3 = 5 \text{ с}^{-1}$ угол $\alpha = 0$, и из уравнения для вертикальных компонент сил

$$T_3 = \frac{mg}{2 \cos(\beta/2)} = \frac{g}{\omega_1^2 L \cos(\beta/2)} T_1 = \frac{2g}{\omega_1^2 \sqrt{4L^2 - d^2}} T_1 = 28 \text{ Н.}$$

Ответ: $T_2 = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 T_1 = 36 \text{ Н, } T_3 = \frac{2g}{\omega_1^2 \sqrt{4L^2 - d^2}} T_1 = 28 \text{ Н.}$

6. Герметичный гладкий вертикальный цилиндр сечением S разделен на две части тяжелым теплоизолирующим подвижным поршнем массы M . Под поршнем находится гелий, начальное давление которого равно p , а над поршнем – насыщенный водяной пар с температурой T . Гелий медленно нагревают, а температуру пара поддерживают постоянной. Во сколько раз отличается количество теплоты, отведенное от пара, от количества теплоты, сообщенного гелию? Молярную массу μ и удельную теплоту парообразования λ воды, а также универсальную газовую постоянную R и ускорение свободного падения g считать известными.

Решение: Так как пар насыщенный, то его давление определяется только температурой (равно давлению насыщенного пара p_H при температуре T). Поэтому начальное давление гелия

$$p = p_H + \frac{Mg}{S} \Rightarrow p_H = p - \frac{Mg}{S}. \text{ При нагревании гелия он будет}$$

расширяться, совершая работу против веса поршня и силы давления пара. Давление пара изменяться не будет (так как температура неизменна), но будет происходить его конденсация. Часть образовавшейся воды осядет на поршне, увеличивая его массу. Однако, поскольку по условию поршень «тяжелый», можно считать, что масса пара много меньше массы поршня и изменением массы поршня из-за конденсации можно пренебречь. Тогда расширение гелия происходит почти изобарически, и подведенное к

нему при увеличении его объема на ΔV тепло

$$Q_1 = A + \Delta U \approx p\Delta V + \frac{3}{2}\Delta(pV) \approx \frac{5}{2}p\Delta V. \text{ Для сохранения постоян-}$$

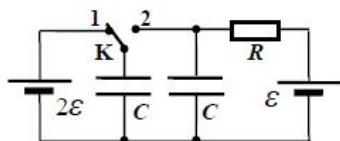
ной температуры пара от него нужно отводить тепло конденса-
ции $Q_2 = \lambda \cdot \Delta m$, где Δm – масса сконденсировавшейся воды. По-
скольку плотность насыщенного водяного пара можно выразить
через давление, используя уравнение Менделеева-Клапейрона

$$\rho_H = \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{\mu p_H}{RT}, \quad \text{то} \quad \Delta m = \frac{\mu p_H}{RT} \Delta V = \frac{\mu(p - Mg/S)}{RT} \Delta V, \quad \text{и}$$

$$Q_2 = \lambda \cdot \frac{\mu(p - Mg/S)}{RT} \Delta V. \text{ Значит, } \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{2\lambda\mu}{5RT} \left(1 - \frac{Mg}{pS} \right).$$

$$\text{Ответ: } \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{2\lambda\mu}{5RT} \left(1 - \frac{Mg}{pS} \right).$$

7. В схеме, изображенной на рисунке, ключ долгое время
находился в положении 1. Какое количество теплоты выделится



в резисторе после перевода его в
положение 2? $\mathcal{E} = 12 \text{ В}$, $C = 10$
мкФ, внутренние сопротивления
аккумуляторов одинаковы и в
 $n = 3$ раза меньше сопротивления
резистора. Сопротивление прово-

дов, а также индуктивность контура с конденсаторами пренебре-
жимо малы.

Решение: Пока ключ находился в положении 1, левый (по
схеме) конденсатор зарядился до напряжения $2\mathcal{E}$, а правый – до
напряжения $\mathcal{E}$. После перевода ключа в положение 2 в контуре с
конденсаторами, практически лишенном сопротивления и индук-
тивности, происходит «очень быстрый» процесс распределения
заряда между конденсаторами – до выравнивания напряжений до
них. В результате получается батарея из двух конденсаторов с об-
щей емкостью $2C$, заряженная до напряжения $\frac{3}{2}\mathcal{E}$. Ясно, что на

этой стадии общий заряд конденсаторов не изменяется, а суммар-

ная энергия убывает, но эти потери энергии не затрагивают резистор – за «очень малое» время через него не успевает пройти никакой заряд. Однако баланс напряжений в схеме еще не установился, и после «очень быстрой» стадии следует «медленная» - батарея конденсаторов разряжается через резистор с сопротивлением R и аккумулятор с внутренним сопротивлением $r = \frac{R}{n}$ до

равновесного напряжения $\mathcal{E}$. Для этого батарее конденсаторов нужно «избавиться» от лишнего заряда

$$\Delta q = 2C \cdot \left(\frac{3}{2} \mathcal{E} - \mathcal{E} \right) = C \mathcal{E}, \text{ который протекает через резистор.}$$

Напряжение на резисторе в начале «медленной» стадии

$$U_0 = \frac{R}{R+r} \frac{1}{2} \mathcal{E} = \frac{n}{2(n+1)} \mathcal{E}, \text{ а после установления равновесия}$$

токи прекращаются, и напряжение на резисторе падает до нуля. При этом напряжение на конденсаторе линейно зависит от заряда, поэтому напряжение на резисторе линейно убывает с увеличением протекшего заряда. Поэтому

$$Q_R = \frac{U_0}{2} \Delta q = \frac{n}{4(n+1)} C \mathcal{E}^2 = 0,27 \text{ мДж.}$$

$$\text{Ответ: } Q_R = \frac{n}{4(n+1)} C \mathcal{E}^2 = 0,27 \text{ мДж.}$$

Примечание: При решении через закон сохранения энергии его нужно записывать отдельно для «медленной» стадии! Тогда

$$Q_R = \frac{R}{R+r} Q = \frac{n}{n+1} Q, \quad \text{а} \quad Q = A_{\text{ист}} - \Delta E_c, \quad \text{то есть}$$

$$Q = \mathcal{E} \cdot (-\Delta q) + \frac{2C}{2} \left(\frac{9}{4} - 1 \right) \mathcal{E}^2 = \frac{1}{4} C \mathcal{E}^2. \text{ В результате получаем}$$

тот же ответ.

8. Поршень, который находится в вертикальном закрытом цилиндре, может перемещаться без трения. По обе стороны от поршня находится одинаковые количества одного и того же идеального газа. При температуре T_1 объем верхней части в 2 раза

больше нижней. Каким будет это отношение объемов, если температуру повысить до значения T_2 ?

Решение: Ясно, что при всех перемещениях поршня суммарный объем газов V остается неизменным. Если при этом отношение объемов верхней и нижней части равно $\frac{V_B}{V_H} \equiv x$, то сами

объемы этих частей можно записать как $V_B = \frac{x}{1+x} V$ и

$V_H = \frac{1}{1+x} V$. Тогда, в соответствии с уравнением Менделеева-

Клапейрона, $p_B V_B = \frac{x}{1+x} p_B V = \nu RT$ и

$p_H V_H = \frac{1}{1+x} p_H V = \nu RT$. Кроме того, должно выполняться

условие равновесия поршня массой m и площадью S : $p_H S = p_B S + mg$. Подставляя в это соотношение давление из записи уравнений состояния, получаем:

$$(1+x) \frac{\nu RT}{V} S = \frac{1+x}{x} \frac{\nu RT}{V} S + mg \Rightarrow x - \frac{1}{x} = \frac{C}{T}, \quad \text{где}$$

$C = \frac{mgV}{\nu RS}$ – постоянная, выражаемая через параметры системы.

Записав это соотношение при температуре T_1 , находим, что

$C = \frac{3}{2} T_1$. Тогда из него же при температуре T_2 получаем урав-

нение на соотношение объемов при этой температуре:

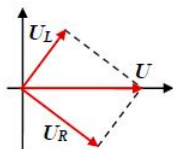
$$x_2 - \frac{1}{x_2} = \frac{3T_1}{2T_2}, \quad \text{из которого } x_2 = \frac{3T_1}{4T_2} + \sqrt{\frac{9T_1^2}{16T_2^2} + 1} \quad (\text{знак «+»})$$

выбран, так очевидно, что физическое значение $x > 0$).

$$\text{Ответ: } x_2 = \frac{3T_1}{4T_2} + \sqrt{\frac{9T_1^2}{16T_2^2} + 1}.$$

9. Ведро с водой при нормальном атмосферном давлении закипает за время $t_1 = 8$ мин, если в него опустить кипятильник в форме спирали с индуктивностью $L = 0,01$ Гн и активным сопротивлением $R = 10$ Ом, включенным в сеть переменного синусоидального напряжения с частотой $\nu = 50$ Гц. За какое время закипит и наполовину выкипит вода в ведре, если два таких кипятильника соединить последовательно и подключить к источнику постоянного напряжения, величина которого равна амплитудному значению переменного напряжения? Начальная температура воды в обоих случаях одинакова и равна 15°C . Удельная теплоемкость воды $c \approx 4,2$ Дж/г, удельная теплота парообразования $r \approx 2352$ Дж/г.

Решение: При подключении кипятильника с указанными параметрами в сеть переменного напряжения, с учетом смещения колебаний напряжения на ин-



дуктивности по фазе на $\frac{\pi}{2}$ относительно колеба-

ний напряжения на сопротивлении, воспользовавшись методом фазовых диаграмм, найдем связь амплитуды напряжения сети и амплитуды колебаний тока:

$U_m^2 = R^2 I_m^2 + \omega^2 L^2 I_m^2 \Rightarrow I_m^2 = U_m^2 / (R^2 + \omega^2 L^2)$. Средняя за период мощность выделения тепла на активном сопротивлении

$$P_1 = \frac{1}{2} R I_m^2 = \frac{R U_m^2}{2(R^2 + \omega^2 L^2)}.$$

Поскольку $P_1 t_1 = c m (T_K - T_0)$ (здесь

$T_K = 100^\circ\text{C}$ – температура кипения воды, а $T_0 = 15^\circ\text{C}$ – ее начальная температура), то $t_1 = \frac{2c m (T_K - T_0)(R^2 + \omega^2 L^2)}{R U_m^2}$. При

подключении двух кипятильников к источнику постоянного напряжения мощность выделения тепла постоянна, а индуктивность не влияет на протекание тока в установившемся режиме:

$$P_2 = \frac{U_m^2}{2R}.$$

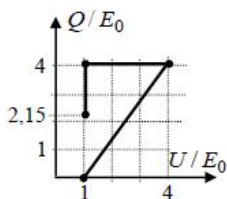
Тогда $P_2 t_2 = c m (T_K - T_0) + r \frac{m}{2}$, и поэтому

$$t_2 = \frac{m[2cm(T_K - T_0) + r]R}{U_m^2}. \text{ Учтем, что } \omega = 2\pi\nu \text{ и окончательно}$$

$$\text{получим: } t_2 = \frac{[2cm(T_K - T_0) + r]R^2}{2cm(T_K - T_0)(R^2 + 4\pi^2\nu^2 L^2)} t_1 \approx 31,27 \text{ мин.}$$

$$\text{Ответ: } t_2 = \frac{[2cm(T_K - T_0) + r]R^2}{2cm(T_K - T_0)(R^2 + 4\pi^2\nu^2 L^2)} t_1 \approx 31 \text{ мин } 16 \text{ с.}$$

10. Рабочее тело тепловой машины – постоянное количество гелия. На диаграмме в координатах «внутренняя энергия – количество теплоты, с которым гелий обменялся с окружающими телами» показан один цикл рабочего тела. Здесь E_0 – некоторое количество энергии, а конечное значение



$\frac{Q_K}{E_0} = \frac{4}{3}[3 - \ln(4)] \approx 2,15$. Найти КПД цикла.

Во сколько раз максимальное давление в цикле больше минимального? Уравнение адиабаты для одноатомного идеального газа $pV^{5/3} = \text{const}$.

Решение: КПД в этой задаче вычислить легко: сразу видно, что цикл состоит из трех процессов, один из которых – адиабата (Q не изменяется). Количество теплоты, подведенное от нагревателя, в цикле тепловой машины должно быть больше, чем количество теплоты, отданное холодильнику, поэтому $Q_H = 4E_0$,

$$\text{а } Q_X = 4E_0 - \frac{4}{3}[3 - \ln(4)]E_0 = \frac{4}{3}\ln(4)E_0. \quad \text{Следовательно,}$$

$$\eta = 1 - \frac{Q_X}{Q_H} = 1 - \frac{\ln(4)}{3} \approx 0,5375 \approx 54 \% \quad (\text{отметим, что это значение}$$

получается непосредственно из графика: $\eta \approx \frac{2,15}{4} \approx 54 \%$). Для

изучения поведения давления нужно понять, из каких процессов составлен цикл. Как было отмечено, один из процессов – адиабата. Также ясно, что процесс, в котором внутренняя энергия постоянна – это изотерма. В оставшемся процессе подведенное

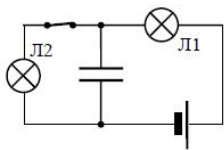
тепло $Q = \frac{4}{3} \Delta U = 2\nu R \cdot \Delta T$. Значит, в этом процессе молярная

теплоемкость одноатомного идеального газа равна $2R$. Легко проверить (см. ответ на вопрос – в решении достаточно было указать), что эта теплоемкость отвечает процессу, в котором давление растет пропорционально объему. При адиабатическом охлаждении давление газа убывает, а изотермический процесс с отведением тепла – сжатие, при котором давление снова растет, но при этом его конечное состояние совпадает с начальным для процесса $p = k \cdot V$ (обозначим его как процесс 1-2). Значит, максимальное давление отвечает состоянию 2, а минимальное – в конце адиабатического расширения (присвоим этому состоянию номер 3). Уравнение адиабатического процесса с одноатомным идеальным газом $pV^{5/3} = \text{const} \Rightarrow p = \text{const} \cdot T^{5/2}$. Значит,

$$\frac{p_{\max}}{p_{\min}} = \frac{p_2}{p_3} = \left(\frac{T_2}{T_3} \right)^{5/2} = \left(\frac{U_2}{U_3} \right)^{5/2} = 32.$$

Ответ: $\frac{p_{\max}}{p_{\min}} = \left(\frac{U_2}{U_3} \right)^{5/2} = 32.$

11. В схеме, показанной на рисунке, при замкнутом ключе обе лампы светились, потребляя одинаковую мощность. После размыкания ключа лампа Л1 вспыхнула и перегорела, причем заряд конденсатора успел вырасти ровно в два раза по сравнению с его величиной при замкнутом ключе. Найдите заряд конденсатора, накопленный до размыкания ключа. Какая энергия выделилась в Л1 после размыкания ключа? Величину сопротивления ламп можно считать примерно постоянной. Сопротивление Л1 равно внутреннему сопротивлению источника, ЭДС батареи равна $\mathcal{E} = 36$ В, емкость конденсатора $C = 400$ мкФ.



Решение: Из условия ясно, что сопротивления нитей обеих ламп следует считать одинаковыми (при одинаковом токе они потребляют одинаковую мощность), к тому же они равны внутреннему сопротивлению батареи. Поэтому до размыкания ключа в

цепи течет постоянный ток, причем на каждом из сопротивлений Л1, Л2 и батареи напряжение составляет $U = \mathcal{E} / 3$. Такое же напряжение устанавливается на конденсаторе, который подключен параллельно Л2. Значит, заряд конденсатора до замыкания ключа равен $q = CU = \frac{C\mathcal{E}}{3} = 4,8 \text{ мКл}$. После размыкания ключа

батарея дозаряжает конденсатор через Л1. Если бы зарядка закончилась, заряд конденсатора возрос бы до $q' = C\mathcal{E}$ (то есть увеличился бы в три раза). Но по условию он возрос только в два раза. Это означает, что до перегорания нити лампы конденсатор не успел зарядиться полностью. В процессе дозарядки батарея переместила заряд $\Delta q = 2q - q = q = \frac{C\mathcal{E}}{3}$, и совершила работу

$$A = \mathcal{E}\Delta q = \frac{C\mathcal{E}^2}{3}. \text{ Эта работа пошла на увеличение энергии кон-}$$

денсатора $\Delta E = \frac{C(2\mathcal{E}/3)^2}{2} - \frac{C(\mathcal{E}/3)^2}{2} = \frac{C\mathcal{E}^2}{6}$ и на выделение

энергии в нити лампы Л1 и на внутреннем сопротивлении батареи. Так как их сопротивления одинаковы, и они соединены последовательно, то энергия между ними распределяется поровну,

$$\text{то есть } Q_1 = \frac{1}{2}(A - \Delta E) = \frac{C\mathcal{E}^2}{12} = 43,2 \text{ мДж}.$$

$$\text{Ответ: } q = \frac{C\mathcal{E}}{3} = 4,8 \text{ мКл}, \quad Q_1 = \frac{C\mathcal{E}^2}{12} = 43,2 \text{ мДж}.$$

Московская олимпиада школьников

Организатором «Московской олимпиады школьников по физике» являются Департамент образования г. Москвы, Московский институт открытого образования (МИОО) и Физический факультет МГУ.

Примеры заданий.

9 класс, «Резистор начинает плавиться» (Крюков П.А.)

При увеличении тока через проволочный резистор он нагревается, при этом его температура в зависимости от протекающего тока изменяется нелинейно. При малых токах, составляющих для типичных резисторов величину порядка 1 мА, температура резистора T практически неотличима от температуры окружающей среды T_0 . При увеличении тока до некоторого предельного значения $I_{\max}$ резистор очень быстро (почти мгновенно) нагревается до очень высокой температуры и плавится (сгорает).

Пусть сопротивление некоторого резистора при комнатной температуре и токе 1 мА равно 10 Ом. Известно, что значение предельного тока для этого резистора равно $I_{\max}=1.35$ А. Найди сопротивление резистора и напряжение на нем при токе, равном $0,8 I_{\max}$.

Можно считать, что зависимость сопротивления резистора от температуры линейная: $R(T)=R_0(1+\alpha(T-T_0))$, R_0 – сопротивление резистора при температуре T_0 , α – неизвестный коэффициент. Мощность теплоотдачи пропорциональна разности температур резистора и окружающей среды.

Решение. В соответствии с условием будем считать, что при силе тока в резисторе, равной 1 мА, его температура практически не отличается от температуры окружающей среды T_0 . При существенно большей величине силы тока установившаяся температура резистора T определяется условием теплового баланса:

мощность тепловыделения в резисторе равна мощности теплоотдачи: $I^2 R_0 [1 + \alpha(T - T_0)] = k(T - T_0)$, где k – постоянный коэффициент пропорциональности. Из этого уравнения находим:

$$T = T_0 + \frac{R_0 I^2}{k - \alpha R_0 I^2}. \text{ Как видно, резкий рост температуры проис-}$$

ходит при величине силы тока $I_{\max} = \sqrt{\frac{k}{\alpha R_0}}$. Поэтому

$$\alpha(T - T_0) = \frac{I^2}{I_{\max}^2 - I^2}, \text{ и зависимость сопротивления резистора от}$$

силы протекающего тока выражается формулой

$$R(I) = \frac{R_0}{1 - (I / I_{\max})^2}. \text{ Таким образом, при } I = 0,8 \cdot I_{\max} \text{ сопро-}$$

тивление резистора равно $R = \frac{25R_0}{9} = 27\frac{7}{9} \text{ Ом}$. Ясно, что напря-

жение на резисторе при такой величине силы тока

$$U = IR = \frac{20 I_{\max} R_0}{9} = 30 \text{ В}.$$

$$\text{Ответ: } R = \frac{25R_0}{9} \approx 27,8 \text{ Ом}, U = \frac{20 I_{\max} R_0}{9} = 30 \text{ В}.$$

10 класс, «Эолипил» (Ромашка М.Ю.)

Эолипил (паровой двигатель, изобретенный в Древней Греции) представляет собой металлический котел с двумя трубками на крышке, на которых, как на оси, может вращаться турбина в виде полого шара с двумя одинаковыми Г-образными патрубками (соплами). В котел заливают воду, герметично закрывают его и ставят на огонь. Образовавшийся при кипении водяной пар по трубкам поступает в шар и выходит с большой скоростью через сопла, заставляя шар вращаться (см. рисунок из «Википедии»). Пусть мощность подвода тепла к воде равна $P = 1 \text{ кВт}$, площадь сечения каждого патрубка $S = 0,1 \text{ см}^2$, а расстояние от сопла до оси вращения $d = 10 \text{ см}$. Удельная теплота парообразо-

вания воды равна $L = 2250$ кДж/кг. Считайте, что из сопла выходит насыщенный водяной пар при атмосферном давлении $p_0 = 10^5$ Па. Трением в оси и сопротивлением воздуха можно пренебречь.

1) Определите момент сил, действующих на шар со стороны пара, если шар зафиксирован.

2) Какое максимальное количество оборотов в минуту будет делать шар, если позволить ему свободно вращаться?

Решение. Пусть u – скорость истечения пара из сопла. Тогда масса водяного пара с плотностью ρ , выходящего за малое время Δt из обоих патрубков, равна $\Delta m = 2\rho \cdot S u \Delta t$. В установленном режиме работы эолипила эта масса восполняется за счет испарения воды: $\Delta m = \frac{P \Delta t}{L}$. Следовательно, скорость истечения пара $u = \frac{P}{2L\rho S}$.

При неподвижном шара пар, выходящий из одного сопла, уносит импульс $\Delta p = \Delta m \cdot u = \rho S u^2 \Delta t$, и поэтому сила реактивной тяги $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \rho S u^2 = \frac{P^2}{4L^2 \rho S}$. Значит, момент сил, действующих на шар со стороны пара, равен $M = 2Fd = \frac{P^2 d}{2L^2 \rho S}$.

Учтем теперь, что температура насыщенного водяного пара при атмосферном давлении $T_0 \approx 373$ Па, и из уравнения Менделеева-Клапейрона найдем плотность пара: $\rho = \frac{m}{V} = \frac{\mu p_0}{RT_0}$. Здесь молярная масса воды $\mu = 18$ г/моль. В результате находим, что $M = \frac{P^2 RT_0 d}{2L^2 \mu p_0 S} \approx 1,7 \cdot 10^{-3}$ Н·м.

При освобождении шара он начинает вращаться, и при линейной скорости движении сопла относительно инерциальной системе отсчета (связанной с Землей), равной v , скорость выходящего пара относительно этой системы отсчета будет равна

$u - v$, и поэтому сила тяги уменьшится: $F(v) = \rho S u(u - v)$. Разгон турбины прекратится, когда линейная скорость ее вращения достигнет значения $v_{\max} = u = \frac{PRT_0}{2L\mu p_0 S}$. Таким образом, за

время $\tau = 60$ с турбина будет совершать

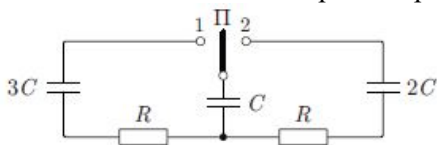
$$N_{\max} = \frac{v_{\max} \tau}{2\pi d} = \frac{PRT_0 \tau}{4\pi L\mu p_0 S d} \approx 3650 \text{ об.}$$

$$\text{Ответ: } M = \frac{P^2 RT_0 d}{2L^2 \mu p_0 S} \approx 1,7 \cdot 10^{-3} \text{ Н}\cdot\text{м},$$

$$n_{\max} = \frac{PRT_0}{4\pi L\mu p_0 S d} \frac{60 \text{ с}}{\text{мин}} \approx 3650 \text{ об/мин.}$$

11 класс, «Конденсаторы» (Крюков П.А.)

В цепи, схема которой изображена на рисунке, в начальный момент времени конденсатор ёмкостью $3C = 300$ мкФ заряжен до напряжения $U_0 = 12$ В, конденсаторы ёмкостью C и $2C$ не заряжены. Переключатель Π в среднем положении. Переключатель Π сначала перекидывают в положение 1 на короткое время (много меньшее RC), а затем в положение 2 на гораздо большее время. Определите заряды конденсаторов после многократного повторения этих двух операций. Найдите приблизительно, какое количество теплоты выделяется в каждом из резисторов.



Решение: Будем считать, что время нахождения переключателя Π в положении 2 много больше времени перераспределения заряда между конденсаторами, которое порядка RC . Тогда за это время небольшая порция заряда Δq , перешедшая на конденсатор ёмкостью C с конденсатора ёмкостью $3C$ (пока переключатель

находился в положении 1), распределится между соединенными конденсаторами так, что напряжения на них выровняются. Величина этой порции будет уменьшаться при уменьшении разности напряжений на конденсаторах с емкостями $3C$ и C , и схема после очень большого числа циклов переключений будет стремиться к состоянию, в котором напряжения на всех трех конденсаторах равны, то есть их заряды будут пропорциональны емкостям:

$\frac{q_1}{C} = \frac{q_2}{2C} = \frac{q_3}{3C}$. По закону сохранения заряда

$$q_1 + q_2 + q_3 = 3CU_0, \quad \text{и} \quad \text{поэтому} \quad q_1 = \frac{1}{2}CU_0 = 1,8 \text{ мКл},$$

$$q_2 = CU_0 = 3,6 \text{ мКл}, \quad q_3 = \frac{3}{2}CU_0 = 5,4 \text{ мКл}.$$

Общая потеря энергии конденсаторами равна полному количеству теплоты, выделившемуся в схеме:

$$Q = \frac{3CU_0^2}{2} - \frac{3C(U_0/2)^2}{2} - \frac{2C(U_0/2)^2}{2} - \frac{C(U_0/2)^2}{2} = \frac{3CU_0^2}{4}.$$

Пренебрегая сопротивлением соединительных проводов, будем считать, что это количество теплоты выделилось в резисторах. Рассмотрим теперь выделение тепла в резисторе 1 (на схеме «слева»). Пусть в начале очередного периода нахождения переключателя в положении 1 заряд конденсатора с емкостью $3C$ равнялся $3CU_0 - q$. Тогда заряд конденсатора с емкостью C

был равен $\frac{q}{3}$. При перетекании порции заряда Δq в резисторе 1

выделилось количество теплоты

$$\begin{aligned} \Delta Q_1 &= \frac{(3CU_0 - q)^2}{6C} + \frac{(q/3)^2}{2C} - \frac{(3CU_0 - q - \Delta q)^2}{6C} - \frac{(q/3 + \Delta q)^2}{2C} = \\ &= (3CU_0 - 2q)\Delta q - \frac{2(\Delta q)^2}{3C}. \end{aligned}$$

Для подавляющего большинства циклов второе слагаемое намного меньше первого (их отношение порядка $\Delta q / CU_0$), и можно считать, что $\Delta Q_1 \approx (3CU_0 - 2q)\Delta q$. Сумма всех этих коли-

честв теплоты дает $Q_1 \approx \sum (3CU_0 - 2q)\Delta q = \frac{3CU_0^2}{4} \approx 65$ мДж, по-

скольку $\sum \Delta q = \frac{3CU_0}{2}$ и $\sum 2q\Delta q = \sum \Delta(q^2) = \frac{9C^2U_0^2}{4}$. На самом

деле Q_1 чуть меньше – на величину порядка $U_0\Delta q$ (причем ее точное значение зависит от алгоритма переключений). Значит, количество теплоты, выделяющееся в резисторе 2 тоже является величиной того же порядка, то есть $Q_2 \ll Q_1$. Отметим, что вы-

числение можно было построить и на оценке Q_2 . Сразу после перевода переключателя в положение 2 (когда заряд конденсатора C равен $\frac{q}{3} + \Delta q$, а конденсатора $2C - \frac{2q}{3}$) напряжение на ре-

зисторе 2 равно $U_H = \frac{\Delta q}{C}$. В процессе выравнивания напряжений

на конденсаторах напряжение на резисторе 2 падает до нуля, и при этом через него протекает заряд $\frac{2\Delta q}{3}$. Следовательно,

$\Delta Q_2 = \frac{1}{2}U_H \frac{2\Delta q}{3} = \frac{(\Delta q)^2}{3C}$. Для очень большого числа циклов это

маленькая величина: например, для N циклов, в каждом из которых конденсатор $3C$ теряет одинаковый заряд $\Delta q = \frac{3CU_0}{2N}$,

$Q_2 = N \frac{(\Delta q)^2}{3C} = \frac{3CU_0^2}{4N}$, и оно составляет очень малую часть от

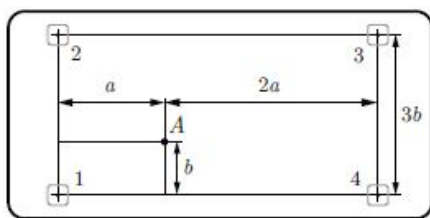
общего выделившегося количество теплоты (и зависит от алгоритма переключений). Мы снова приходим к тем же ответам.

Ответ: $q_1 = \frac{1}{2}CU_0 = 1,8$ мКл, $q_2 = CU_0 = 3,6$ мКл,

$q_3 = \frac{3}{2}CU_0 = 5,4$ мКл, $Q_1 \approx \frac{3CU_0^2}{4} \approx 65$ мДж, $Q_2 \ll Q_1$.

11 класс, «Стол на тонких ножках» (Бычков А.И.)

Стол стоит на горизонтальном полу. Столешницу и пол можно считать абсолютно твёрдыми, а ножки - упругими, подчиняющимися закону Гука при вертикальных деформациях. Гирю массой 24 кг ставят на стол так, что её центр масс располагается в т. А (см. рисунок, вид сверху). На сколько изменятся силы давления ножек стола: ΔF_1 , ΔF_2 , ΔF_3 и ΔF_4 на пол после этого? Номера ножек показаны на рисунке



Решение: Ясно, что сумма сил упругостей ножек увеличилась в точности на вес гири, то есть $\Delta F_1 + \Delta F_2 + \Delta F_3 + \Delta F_4 = mg$. Уравнение моментов для стола относительно оси, проходящую через точку А параллельно короткой стороне стола, имеет вид $\Delta F_1 \cdot a + \Delta F_2 \cdot a - \Delta F_3 \cdot 2a - \Delta F_4 \cdot 2a = 0$ и приводит к соотношению $\Delta F_1 + \Delta F_2 = 2(\Delta F_3 + \Delta F_4)$. Аналогично уравнение моментов относительно оси, проходящую через точку А параллельно длинной стороне стола, приводит к соотношению $\Delta F_1 + \Delta F_4 = 2(\Delta F_2 + \Delta F_3)$. Таким образом, необходимые условия равновесия приводят к трем уравнениям относительно четырех неизвестных. Однако нам также известно, что деформациями пола и столешницы можно пренебречь по сравнению с деформациями ножек. Значит, сдвиг вниз по вертикали любой точки нижней стороны столешницы под действием веса гири, изменяется линейно вдоль любой прямой, проходящей по этой поверхности. Центр нижней поверхности столешницы находится точно посередине между точками опоры на ножки 1 и 3, как и точно посередине между точками опоры на ножки 2 и 4. Значит, сдвиг этой

точки равен $\Delta h = \frac{\Delta l_1 + \Delta l_3}{2} = \frac{\Delta l_2 + \Delta l_4}{2}$, где Δl_i – дополнительная деформация i -ой ножки. Ножки одинаковы, и поэтому они имеют одинаковый коэффициент жесткости k . Следовательно, после умножения полученного соотношения на k , мы получаем недостающее уравнение $\Delta F_1 + \Delta F_3 = \Delta F_2 + \Delta F_4$. Решая полученную систему, находим: $\Delta F_1 = \frac{5}{12} mg \approx 100 \text{ Н}$,

$\Delta F_2 = \Delta F_4 = \frac{1}{4} mg \approx 60 \text{ Н}$ и $\Delta F_3 = \frac{1}{12} mg \approx 20 \text{ Н}$. Здесь мы использовали для ускорения свободного падения приближенное значение $g \approx 10 \text{ м/с}^2$. Отметим, что при решении системы удобно сразу использовать следующее из симметрии соотношение $\Delta F_2 = \Delta F_4$, но при этом его нельзя использовать в качестве дополнительного независимого уравнения вместо четвертого уравнения, так как оно является следствием двух уравнений моментов.

Олимпиада школьников «РОБОФЕСТ»

Отборочный этап

Пример задания (7-8 классы)

1. Давление – физическая величина, равная отношению перпендикулярной (нормальной) силы, действующей на элемент поверхности, к площади этого элемента поверхности: $p = \frac{F_n}{S}$. Единица измерения давления в системе СИ – паскаль: это давление, создаваемое силой в 1 Н на площадь 1 м², то есть $1 \text{ Па} = \frac{1 \text{ Н}}{1 \text{ м}^2}$.

1.1. Вездеход на колесном ходу оставляет в тундре на ровном участке следы глубиной $h_1 = 6$ см. При этом общая площадь соприкосновения его колес с дорогой $S_1 = 0,4$ м². Какой станет глубина следов, если его переставить на гусеничный ход? Переделка незначительно изменит общую массу вездехода, но опорная площадь гусениц $S_2 = 2$ м². Считайте, что глубина следов прямо пропорциональна давлению: $h = k \cdot p$, оказываемого на почву, причем для местности, о которой идет речь, $k \approx 1,5 \cdot 10^{-6}$ м/Па. Чему равна масса вездехода? Ускорение свободного падения считать равным $g \approx 10$ м/с².

1.2. Робот массой 1,6 кг с четырьмя колесами некоторое время постоял на горизонтальной поверхности. После того, как он отъехал с места стоянки, обнаружилось, что на поверхности сохранились отпечатки его колес общей площадью 10 см². Колеса робота оборудованы достаточно легкими надувными шинами (собственная упругость оболочки намного меньше упругости закаченного в шины воздуха). Найдите избыточное давление в шинах робота (то есть разницу давления воздуха в шинах и внешнего атмосферного давления). Ускорение свободного падения считать равным $g \approx 10$ м/с².

1.3. На весах стоит канистра с машинным маслом. По показаниям весов масса канистры равна 6 кг 800 г. Через открытую крышку в канистру опускают на легкой тонкой нити груз массой 450 г, изготовленный из материала, плотность которого в 3 раза больше плотности масла. Груз целиком погружается в масло, но не касается дна канистры. Что произошло с показаниями весов (уменьшились, увеличились, остались неизменными)? Если они изменились, то на сколько? Ответ объясните. Какими станут показания весов, если груз поставить на дно так, что нить слегка провиснет?

1.4. Аквариум размером 48 см × 14 см × 14 см наполовину заполнен водой. Его закрепили в кузове грузовика (длинной стороной по ходу движения, на горизонтальной поверхности).

Грузовик плавно разогнался, увеличивая свое ускорение. Колебания поверхности жидкости были малы, и в момент, когда грузовик достиг максимального ускорения, уровень воды с одной стороны достиг крышки аквариума (см. рисунок). В какую сто-

рону (по отношению к рисунку) было направлено ускорение грузовика? Найдите максимальную величину этого ускорения. Во сколько раз увеличилось максимальное давление в жидкости в момент достижения максимального ускорения по сравнению с максимальным давлением жидкости в покоящемся аквариуме? Ускорение свободного падения считать равным $g \approx 10 \text{ м/с}^2$.

Ответы:

1.1. 1,2 см, 1600 кг. Глубина следа пропорционально давлению, которое обратно пропорционально площади опоры. Поэтому при увеличении площади опоры в $\frac{2 \text{ м}^2}{0,4 \text{ м}^2} = 5$ раз глубина

следа уменьшится во столько же раз и будет равна 1,2 см.

1.2. Примерно 16 кПа. Сила реакции поверхности уравнивает равнодействующую веса робота и атмосферного давления, и она равна силе давления воздуха в шинах на поверхность. Поэтому вес робота равен силе избыточного давления воздуха в шинах (упругостью оболочки шин пренебрегаем). Следовательно, $mg = \Delta p \cdot S$ (здесь Δp – искомое избыточное давление), поэтому $\Delta p = \frac{mg}{S} \approx 16 \text{ кПа}$.

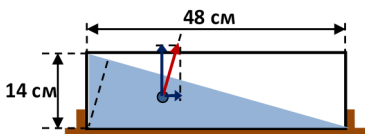
1.3. Показания весов после опускания груза в масло увеличатся на 150 г. После того, как груз поставят на дно канистры, весы будут показывать 7 кг 250 г. В первом случае давление на чашку весов определяется весом пустой канистры и давлением масла на ее дно (до опускания груза сила этого давления, конечно же, равна весу масла). После опускания груза в масло на груз со стороны масла действует сила Архимеда, равная

$$F_A = \rho_M V_{\text{гр}} g = \frac{\rho_M}{\rho_{\text{гр}}} mg = \frac{1}{3} mg \quad (m - \text{масса груза}). \text{ Точно такая}$$

же сила действует со стороны груза на воду, которая передает это действие на дно канистры. Следовательно, показания весов увеличатся на $\Delta m = \frac{m}{3} = 150 \text{ г}$. При опускании груза на дно и провисании нити (сила натяжения нити обратилась в ноль) полный

вес груза давит непосредственно на дно канистры, и теперь показания весов увеличиваются на полную массу груза ($\Delta m' = m = 450$ г), и новые показания весов равны 7 кг 250 г.

1.4. Ускорение направлено вправо, максимальное ускорение равно примерно $2,9$ м/с², максимальное давление в воде при разгоне возрастает в 2 раза. Пусть a – искомое ускорение.



Для выделенного небольшого объема жидкости это ускорение создается горизонтальной составляющей равнодействующей сил давления. Поверхность жидкости – это поверхность

постоянного давления, так что эта сила (сила Архимеда) направлена вверх перпендикулярно поверхности жидкости. Поэтому ясно, что ускорение грузовика в процессе разгона направлено вправо по отношению к рисунку. Вертикальная составляющая силы Архимеда уравнивает вес жидкости в этом объеме, то есть $F_{гор} = \Delta m \cdot a$ и $F_{верт} = \Delta m \cdot g$. Поэтому, с учетом

подобия треугольника, образованного силой Архимеда и ее проекциями и треугольника сечения жидкости, находим, что

$$\frac{a}{g} = \frac{14}{48} = \frac{7}{24}. \text{ Следовательно, } a = \frac{7}{24} g \approx 2,9 \text{ м/с}^2. \text{ Давление в}$$

воде максимально в точке, наиболее удаленной от поверхности жидкости (в направлении роста давления, то есть перпендикулярно к поверхности). Как видно, расстояние от поверхности до этой «наиболее удаленной» точки в углу аквариума равно

$$\frac{48}{\sqrt{14^2 + 48^2}} 14 \text{ см} = \frac{336}{25} \text{ см}. \text{ При этом результирующая сила}$$

$$F = \Delta m \cdot \sqrt{a^2 + g^2} = \frac{25}{24} \Delta m g, \text{ то есть давление в этой точке}$$

$$\text{равно } \rho_B \frac{25}{24} g \cdot \frac{336}{25} \text{ см} = \rho_B g \cdot 14 \text{ см}, \text{ то есть давлению в поко-$$

ящейся воде на глубине 14 см, а это в 2 раза больше, чем было в аквариуме до начала разгона.

Пример задания (10-11 классы)

11. Конденсаторы – устройства для накопления электрического заряда при подключении к источнику напряжения. Конденсатор состоит из двух проводящих тел (обкладок), разделенных изолирующим промежутком. У «симметричных» конденсаторов обкладки одинаковые и расположены симметрично. У «плоских» конденсаторов обкладки – одинаковые плоские пластины, расположенные параллельно на малом расстоянии. Обычно конденсаторы заряжают симметрично – перенося заряд с одной обкладки на другую (то есть на одной обкладке оказывается заряд $+q$, а на другой $-q$). Тогда q называют зарядом конденсатора. Заряд обычно прямо пропорционален приложенному напряжению. Основная характеристика конденсатора – *емкость* (или просто *емкость*) – это отношение заряда конденсатора к величине напряжения между обкладками при этом заряде: $C \equiv \frac{q}{U}$.

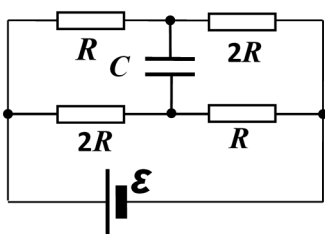
Единица измерения емкости – фарада ($1\text{ Ф} = \frac{1\text{ Кл}}{1\text{ В}}$). Отметим, что

емкость определяется именно по напряжению при «антисимметричной» зарядке: если, например, на обе обкладки симметричного конденсатора поместить одинаковый заряд, то напряжение между обкладками будет, конечно же, равно нулю. Вместе с зарядом конденсатор накапливает энергию в форме электростатического поля между обкладками. Энергия, запасенная конденса-

тором, определяется по формуле $E_C = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}$.

12.1. На пластины плоского конденсатора емкостью 20 нФ (нанофарада равна 10^{-9} Ф) нанесены заряды $+1\text{ мКл}$ и -1 мКл . Найдите напряжение между пластинами. Как изменится напряжение, если заряд отрицательной пластины изменить, сделав его равным $+5\text{ мКл}$?

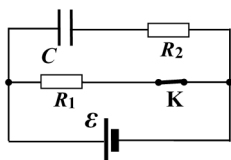
12.2. Найдите заряд конденсатора в схеме, показанной



на рисунке. ЭДС источника равна $\mathcal{E} = 24 \text{ В}$, его внутреннее сопротивление пренебрежимо мало. Емкость конденсатора равна $C = 50 \text{ мкФ}$, сопротивление $R = 10 \text{ Ом}$. Схема находится в установившемся режиме (то есть текущие в ней токи постоянны).

12.3. Конденсатор емкостью $C = 50 \text{ мкФ}$ подключают к источнику с ЭДС $\mathcal{E} = 60 \text{ В}$ через цепь с общим сопротивлением $R = 10 \text{ Ом}$. Изначально конденсатор не заряжен, цепь разомкнута (с помощью ключа). Ключ замыкают, и конденсатор начинает заряжаться. Как будет изменяться ток в цепи в процессе зарядки (опишите качественно поведение величины силы тока)? Какую работу совершит источник до полной зарядки конденсатора? Чему равно КПД зарядки (отношение энергии, переданной конденсатору, к работе источника)? Какое количество тепла выделилось в схеме за время зарядки?

12.4. В схеме, показанной на рисунке, ключ долгое время был замкнут. В некоторый момент времени ключ разомкнули. Известно, что ЭДС источника



равна $\mathcal{E} = 120 \text{ В}$, его внутреннее сопротивление $r = 5 \text{ Ом}$, величина сопротивлений $R_1 = 10 \text{ Ом}$ и $R_2 = 15 \text{ Ом}$, емкость конденсатора $C = 50 \text{ мкФ}$. До какого напряжения

был заряжен конденсатор до размыкания ключа? Каким стало напряжение на конденсаторе после размыкания ключа и перехода в установившийся режим?

Какое количество теплоты выделится в резисторе R_2 после размыкания ключа?

Ответы:

12.1. **50 В, 100 В.** В первом случае конденсатор заряжен стандартным образом до заряда 1 мкКл , и поэтому, согласно опреде-

лению емкости, $U = \frac{q}{C} = 50 \text{ В}$. Во втором случае состояние кон-

денсатора можно представить как наложение двух распределений заряда: (а) на обе пластины нанесен заряд $+3 \text{ мкКл}$, (б) на одной пластине размещен заряд $+2 \text{ мкКл}$, на другой заряд -2 мкКл . Для первого распределения напряжение равно нулю, а второе соответствует конденсатору, заряженному до заряда 2 мкКл . Поэтому напряжение увеличилось в два раза по сравнению с первым случаем и равно 100 В .

12.2. 0,4 мКл. Так как через конденсатор ток не течет, то можно считать, что к источнику подключены параллельно две ветви с сопротивлением по 30 Ом каждая. Тогда в каждой из этих ветвей течет ток $I_1 = I_2 = \frac{\mathcal{E}}{3R} = 0,8 \text{ А}$. Значит, напряжение на

резисторе R в верхней ветви $U_1 = I_1 R = \frac{\mathcal{E}}{3} = 8 \text{ В}$, а напряжение

на резисторе $2R$ в нижней ветви $U_2 = I_2 2R = 2 \frac{\mathcal{E}}{3} = 16 \text{ В}$. Их

разность дает напряжение на конденсаторе

$U_C = U_2 - U_1 = \frac{\mathcal{E}}{3} = 8 \text{ В}$. Заряд конденсатора

$q = CU_C = C \frac{\mathcal{E}}{3} = 0,4 \text{ мКл}$.

12.3. Сила тока будет максимальна в самом начале зарядки (сразу после замыкания ключа), а затем будет монотонно убывать, стремясь к нулю в установившемся режиме. Работа источника 0,18 Дж, КПД зарядки 50%, тепловые потери 0,09 Дж. Ток в цепи зарядки определяется разностью ЭДС

источника и напряжения на конденсаторе $I = \frac{\mathcal{E} - U_C}{R}$. В самом

начале зарядки (сразу после замыкания ключа) напряжение на конденсаторе равно нулю, и сила тока максимальна (она равна

$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R} = 6 \text{ А}$). В процессе зарядки напряжение на конденсаторе

монотонно растет по мере накопления заряда. Следовательно,

сила тока будет монотонно уменьшаться. Постепенно схема стремится к установившемуся режиму, в котором сила тока равна нулю (ветвь с конденсатором разомкнута), а напряжение на конденсаторе при этом стремится к величине ЭДС. Заряд, перемещенный источником с одной обкладки на другую, равен $q = C\mathcal{E} = 3 \text{ мКл}$. Источник совершил работу

$A = q\mathcal{E} = C\mathcal{E}^2 = 0,18 \text{ Дж}$. Энергия, которую получил конденса-

тор $\Delta E_C = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2}C\mathcal{E}^2 = 0,09 \text{ Дж}$, так что КПД зарядки

$\eta = \frac{\Delta E_C}{A} = 50\%$. Работа источника идет на увеличение энергии конденсатора и на компенсацию тепловых (джоулевых) потерь,

поэтому выделившееся тепло

$$Q = A - \Delta E_C = \frac{1}{2}C\mathcal{E}^2 = 0,09 \text{ Дж}.$$

8.4. 80 В, 120 В, 0,03 Дж. Пока ключ был замкнут, в ветви с

R_1 тек ток $I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + r} = 8 \text{ А}$. Напряжение на равнялось

$U_1 = IR_1 = R_1 \frac{\mathcal{E}}{R_1 + r} = \frac{2}{3}\mathcal{E} = 80 \text{ В}$. Через R_2 ток не проходил, и по-

этому напряжение на конденсаторе также равнялось $U_1 = 80 \text{ В}$.

После размыкания ключа ток течет через источник и резистор

R_2 , дозаряжая конденсатор до нового равновесного напряжения

$U = \mathcal{E} = 120 \text{ В}$. Для увеличения напряжения источник должен переместить с одной обкладки конденсатора на другую заряд

$q = C(U - U_1) = \frac{1}{3}C\mathcal{E}$, совершив работу $A = q\mathcal{E} = \frac{1}{3}C\mathcal{E}^2 = 0,24$

Дж. Энергия конденсатора увеличилась на

$\Delta E_C = \frac{CU^2}{2} - \frac{CU_1^2}{2} = \frac{5}{18}C\mathcal{E}^2 = 0,2 \text{ Дж}$. Таким образом, всего

в схеме выделилось количество тепла, равное

$$Q = A - \Delta E_c = \frac{1}{18} C \mathcal{E}^2 = 0,04 \text{ Дж.} \text{ Это тепло выделялось на ре-}$$

зисторе R_2 и на внутреннем сопротивлении источника. Так как они включены последовательно, то они делят это тепло пропорционально сопротивлениям, то есть резистор получит

$$\frac{R_2}{R_2 + r} = 75\% \quad \text{от} \quad \text{всего} \quad \text{выделившегося} \quad \text{тепла:}$$

$$Q_2 = \frac{3}{4} Q = \frac{1}{24} C \mathcal{E}^2 = 0,03 \text{ Дж.}$$

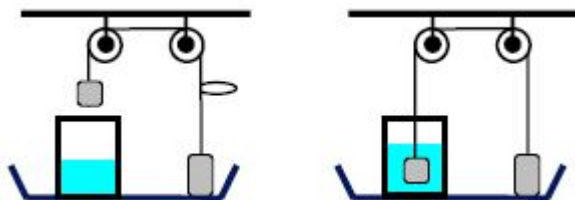
Заключительный этап

Пример задания (7-9 классы)

БИЛЕТ № 06

Задание 1.

Вопрос. На чаше весов расположен сосуд с водой и гиря массой 1 кг, к которой с помощью легкой нерастяжимой нити, перекинутой через два идеальных блока, подвешена еще одна гиря – массой 400 г. Нить укорочена с помощью завязанной петли, так что меньшая гиря висит над поверхностью воды. Петлю развязали, и аккуратно отпустили высвободившуюся нить. Теперь меньшая гиря полностью погрузилась в воду, но не касается дна сосуда (см. рисунки). Как и на сколько изменились показания весов во втором случае по сравнению с первым? Плотность материала гири в 8 раз больше плотности воды.



Ответ: Пока меньшая гиря (массой m) находится над поверхностью воды, ее вес растягивает нить, и сила натяжения нити

равна $T_1 = mg$. Тогда сила, с которой большая гиря (массой M) давит на шашку весов, равна $N_1 = Mg - T_1 = (M - m)g$. Показания весов соответствуют сумме этой силы и веса сосуда с водой. После опускания меньшей гири в воду на эту гирю действует

сила Архимеда $F_A = \rho_B V g = \frac{\rho_B}{\rho_{\Gamma}} mg = \frac{mg}{8}$. Поэтому сила натя-

жения нити уменьшается на эту величину $T_2 = \frac{7}{8} mg$, а сила дав-

ления большей гири на чашку весов – увеличивается на нее же:

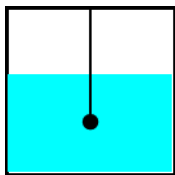
$N_2 = Mg - T_2 = (M - m)g + \frac{mg}{8}$. Кроме того, со стороны гири

на воду в сосуде действует сила, равная по величине силе Архимеда и направленная вниз, и вода передает действие этой силы на дно сосуда. Массы воды и сосуда не изменяются, поэтому общая

сила, действующая на чашку весов, увеличивается на $2F_A = \frac{mg}{4}$

. Таким образом, показания весов увеличились на 100 г.

Задача. Цилиндрический сосуд радиуса $R = 64$ см с гладкими стенками на 60% заполнен водой. По оси сосуда к его крышке на легкой нерастяжимой нити подве-

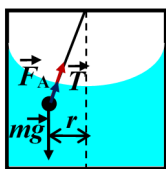


шен небольшой груз. Сосуд аккуратно раскручивают вокруг его оси, добиваясь установившегося движения, при котором груз и вода вращаются с одинаковой угловой скоростью. При $\omega_0 = 2 \text{ с}^{-1}$ сила натяжения нити

оказалась равна $T_0 = 6$ Н. Какой станет сила натяжения нити при $\omega_1 = 4 \text{ с}^{-1}$ и $\omega_2 = 6 \text{ с}^{-1}$?

Длина нити $L = 80$ см, груз при любой из частот целиком находится под водой, а вода не достигает крышки сосуда. Ускорение свободного падения считать равным $g \approx 9,8 \text{ м/с}^2$.

Решение: При установившемся вращении сосуда с водой на груз, вращающийся по окружности радиуса r , действуют сила тяжести, сила Архимеда и сила натяжения нити. По вертикали



груз не движется, и проекции сил на вертикаль уравниваются друг друга, то есть $mg = T \cos(\alpha) + F_{A\parallel}$ (здесь α – угол наклона нити к вертикали, $F_{A\parallel}$ – вертикальная компонента силы Архимеда). Уравнение

для центростремительной компоненты ускорения груза $m\omega^2 r = T \sin(\alpha) + F_{A\perp}$. Для вычисления компонент силы Архимеда заметим, что окружающая груз вода «не знает» что находится в объеме, занятом грузом с плотностью ρ , и, если мысленно поставить на место груза такой же объем воды с плотностью ρ_0 (разумеется, без всякой нити) с массой $\Delta m = \frac{\rho_0}{\rho} m$, то

такая же в точности сила Архимеда уравнивала бы для него силу тяжести и создавала центростремительное ускорение. Значит, $F_{A\parallel} = \Delta mg = \frac{\rho_0}{\rho} mg$ и $F_{A\perp} = \Delta m \omega^2 r = \frac{\rho_0}{\rho} m \omega^2 r$. Под-

ставляя эти выражения в уравнения для груза, находим:

$$T \cos(\alpha) = mg \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right), \quad T \sin(\alpha) = m \omega^2 r \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right).$$

Так как $r = L \sin(\alpha)$, то сила натяжения нити определяется формулой

$$T = m \omega^2 L \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right),$$

а угол отклонения нити – уравнением $\cos(\alpha) = \frac{g}{\omega^2 L}$. Отметим, что из полученных формул следует,

что сила Архимеда направлена так же, как и сила натяжения – вдоль нити. Однако полученная для силы натяжения нити формула справедлива не для любого значения угловой скорости. В самом деле, ненулевые значения угла отклонения получаются

только при $\omega > \sqrt{\frac{g}{L}} = 3,5 \text{ с}^{-1}$, а при меньших ω угол $\alpha = 0$ и

$T = mg \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho} \right)$. Как видно, значение $\omega_0 = 2 \text{ с}^{-1} < 3,5 \text{ с}^{-1}$, так

что $mg \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho} \right) = T_0$. С другой стороны, требование отсутствия

опоры шарика на стенку $r = L \sin(\alpha) < R$ приводит к ограниче-

$$\text{нию } \cos(\alpha) = \frac{g}{\omega^2 L} > \frac{\sqrt{L^2 - R^2}}{L} \Rightarrow \omega < \sqrt{\frac{g}{\sqrt{L^2 - R^2}}} \approx 4,52 \text{ с}^{-1}.$$

Как видно, величина $\omega_1 = 4 \text{ с}^{-1}$ удовлетворяет этому ограниче-

нию, и поэтому $T_1 = \frac{\omega_1^2 L}{g} T_0 \approx 7,8 \text{ Н}$. Величина $\omega_2 = 6 \text{ с}^{-1}$ не

удовлетворяет этому ограничению, и поэтому при такой угловой скорости вращения шарик упирается в гладкую стенку сосуда.

$$\text{Ясно, что при этом } \sin(\alpha) = \frac{R}{L} = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos(\alpha) = \frac{\sqrt{L^2 - R^2}}{L} = \frac{3}{5},$$

$$\text{и сила натяжения нити } T_2 = \frac{T_0}{\cos(\alpha)} = \frac{5}{3} T_0 = 10 \text{ Н}.$$

$$\text{Ответ: } T_1 = \frac{\omega_1^2 L}{g} T_0 \approx 7,8 \text{ Н}, T_2 = \frac{L}{\sqrt{L^2 - R^2}} T_0 = 10 \text{ Н}.$$

Задание 2.

Вопрос. Человек, стоящий у горизонтальной ленты транспортера, запускает шайбу массой 100 г скользить по ленте против ее движения. За время, прошедшее до прекращения относительного движения шайбы и ленты, лента сместилась относительно человека на 1,5 м, а шайба – на 30 см в ту же сторону, что и лента. Какое количество теплоты выделилось из-за трения шайбы о ленту? Коэффициент трения между ними 0,5, ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2 .

Ответ: Выделившееся количество теплоты равно модулю работы силы трения, равной $\mu mg \approx 0,5 \text{ Н}$. Путь, пройденный шайбой по ленте $s = 1,5 \text{ м} - 0,3 \text{ м} = 1,2 \text{ м}$, и поэтому $Q = \mu mgs \approx 0,6 \text{ Дж}$.

Задача. Длинная стальная плита массой $M = 600$ кг катится с постоянной скоростью $V = 0,6$ м/с по горизонтальному участку транспортера, состоящего из множества роликов с радиусом $r = 5$ см, расположенных перпендикулярно направлению движения плиты на небольшом расстоянии друг от друга, и вращающихся с угловой скоростью $\omega = 16$ с⁻¹. Движение плиты поддерживается за счет трения между роликами и плитой. Пренебрегая всеми потерями, кроме выделения тепла при трении, найдите КПД транспортера (отношение мощности, идущей на перемещение плиты, к мощности, которая расходуется на поддержание вращения роликов, контактирующих с плитой). Чему равна мощность тепловых потерь, если коэффициент трения между роликами и плитой $\mu = 0,8$? Ускорение свободного падения считать равным $g \approx 10$ м/с².

Решение: Скорость движения точек поверхностей роликов $v = \omega r = 0,8$ м/с больше скорости движения катящейся по ним плиты. Это означает, что существует проскальзывание, и сила трения между роликами и плитой – это сила трения скольжения, равная $F_{тр} = \mu Mg$. Мощность работы этой силы над плитой – полезная мощность транспортера $P_n = F_{тр} \cdot V$. Затрачиваемая мощность при постоянной угловой скорости вращения роликов равна мощности, соответствующей работе такой же по величине силы трения над роликами, соприкасающимися с плитой, то есть $P_3 = F_{тр} \cdot v$. Следовательно, КПД транспортера

$$\eta = \frac{P_n}{P_3} = \frac{V}{\omega r} = 75\%.$$

Мощность тепловых потерь из-за проскальзывания плиты по роликам $P_T = P_3 - P_n = (\omega r - V)\mu Mg = 960$ Вт.

$$\text{Ответ: } \eta = \frac{V}{\omega r} = 75\%, \quad P_T = (\omega r - V)\mu Mg = 960 \text{ Вт.}$$

Задание 3:

Вопрос. К аккумулятору с ЭДС 12 В и внутренним сопротивлением 0,5 Ом подключают прибор, сопротивление которого

можно регулировать в пределах от 1 Ом до 5 Ом. Какую максимальную мощность может потреблять прибор от аккумулятора?

Ответ: Пусть R – сопротивление прибора. Тогда вместе с изменением этого сопротивления меняется и сила тока в цепи

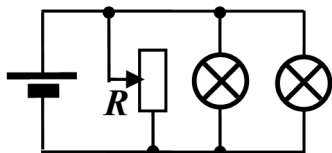
$$I = \frac{U_0}{R + r} \quad (U_0 \text{ – величина ЭДС, } r \text{ – внутреннее сопротивление ак-}$$

кумулятора). Мощность потребления $P = I^2 R = \frac{U_0^2 R}{(R + r)^2}$ при

сопротивлениях, превышающих внутреннее сопротивление аккумулятора, убывает с ростом сопротивления. Поэтому максимальная мощность соответствует минимальному сопротивлению $R = 1 \text{ Ом}$ и равна 64 Вт.

Задача: Две одинаковые лампы с номинальной мощностью $P = 8 \text{ Вт}$ рассчитаны на одинаковое напряжение $U = 6 \text{ В}$. Их подключили к аккумулятору с ЭДС, равным $U_0 = 9 \text{ В}$ и внутренним сопротивлением $r = 1 \text{ Ом}$, параллельно друг другу и параллельно с реостатом. Каким должно быть сопротивление реостата, чтобы лампы работали в номинальном режиме?

Решение: Так как лампы должны работать в номинальном режиме, то напряжение на них равно U , а сила тока через каж-



дую лампу $I = \frac{P}{U}$. Сила тока через

реостат, подключенный параллельно лампам, должна быть равна

$$I_R = \frac{U}{R}, \text{ а сила тока через источ-}$$

ник может быть записана в виде $I_0 = \frac{U_0 - U}{r}$. С другой сто-

роны, из закона сохранения заряда (принципа непрерывности тока) следует, что $I_0 = I_R + 2I$. Из этого уравнения следует, что

$$\frac{U_0 - U}{r} = \frac{U}{R} + \frac{2P}{U}, \text{ откуда } R = \frac{U^2 r}{U(U_0 - U) - 2rP} = 18 \text{ Ом.}$$

Ответ: $R = \frac{U^2 r}{U(U_0 - U) - 2rP} = 18 \text{ Ом.}$

Задание 4.

Вопрос. Маленький шарик вращается по окружности радиусом 2 м в вертикальной плоскости, совершая полный оборот за 6 с. Найдите его среднюю путевую скорость за 10 полных оборотов.

Ответ: Согласно определению средней путевой скорости,

$$v_{cp} = \frac{10 \cdot 2\pi R}{10 \cdot T} = \frac{2\pi R}{T} \approx 2,09 \text{ м/с.}$$

Задача: В зале, в котором проходят робототехнические соревнования, установлена обзорная видеокамера на вращающейся подставке. Объектив видеокамеры ориентирован горизонтально и движется по окружности радиуса $r = 50 \text{ см}$ с периодом $T = 1 \text{ мин.}$ В некоторый момент в поле зрения объектива попал робот, находящийся на расстоянии $R = 19,5 \text{ м}$ от объектива, двигавшийся (согласно видеозаписи) со скоростью $v = 1 \text{ м/с}$, направленной под углом $\alpha = 45^\circ$ к плоскости, проходящей через робота и ось вращения камеры, «вперед» по направлению вращения. С какой скоростью двигался робот относительно пола?

Решение: Скорость робота по данным видеозаписи – это его скорость относительно вращающейся системы отсчета (далее – относительная скорость), и она равна векторной разности искомой скорости робота относительно пола и «переносной» скорости этой системы отсчета в точке нахождения робота. Переносная скорость равна по величине $V_n = \omega(R + r)$ ($R + r = 20 \text{ м}$ – расстояние до робота от оси вращения камеры) и направлена перпендикулярно радиусу. Угловая скорость камеры $\omega = \frac{2\pi}{T}$, поэтому

$$V_n = \frac{2\pi(R + r)}{T} \approx 2,09 \text{ м/с.}$$

Радиальная компонента скорости ро-

бота относительно пола равна $V_R = \frac{v}{\sqrt{2}} \approx 0,71 \text{ м/с}$, а компонента,

перпендикулярная радиусу $V_{\perp} = \frac{v}{\sqrt{2}} + V_n \approx 2,80$ м/с. Поэтому

величина его скорости относительно пола

$$V = \sqrt{V_R^2 + V_{\perp}^2} = \sqrt{v^2 + \frac{4\pi^2(r+R)^2}{T^2} + \frac{4\pi(R+r)v\sin(\alpha)}{T}} \approx 2,89$$

м/с.

Ответ: $V = \sqrt{v^2 + \frac{4\pi^2(r+R)^2}{T^2} + \frac{4\pi(R+r)v\sin(\alpha)}{T}} \approx 2,9$ м/с.

Пример задания (10-11 классы)

10 класс, БИЛЕТ № 03

Задание 1.

Вопрос. Найдите радиус круговой орбиты спутника, вращающегося в плоскости земного экватора и остающегося неподвижным относительно Земли. Радиус Земли примерно равен 6400 км, период ее обращения 24 часа, ускорение свободного падения на ее поверхности 10 м/с².

Ответ: Если спутник неподвижен относительно Земли, то он вращается по своей орбите с той же угловой скоростью, что и

Земля, то есть $\omega = \frac{2\pi}{T}$. С учетом уравнения для центростремительной

компоненты ускорения на орбите радиуса r , которая создается силой притяжения Земли $m\omega^2 r = \frac{GmM}{r^2} = mg \frac{R^2}{r^2}$ нахо-

дим, что $r = \left(\frac{gR^2}{\omega^2} \right)^{1/3}$. С учетом связи угловой скорости и периода

это выражение приводится к виду $r = \sqrt[3]{\frac{gT^2 R^2}{4\pi^2}} \approx 6,6 R \approx 42000$

км.

Задача. В зале, в котором проходят робототехнические соревнования, установлена обзорная видеокамера на вращающейся

подставке. Объектив видеокамеры ориентирован горизонтально и движется по окружности радиуса $r = 1$ м с периодом $T = 1$ мин. В некоторый момент в поле зрения объектива попал робот, находящийся на расстоянии $R = 29$ м от объектива, двигавшийся (согласно видеозаписи) со скоростью $v = 1$ м/с, направленной под углом $\alpha = 60^\circ$ к плоскости, проходящей через робота и ось вращения камеры, «вперед» по направлению вращения. С какой скоростью двигался робот относительно пола?

Решение: Скорость робота по данным видеозаписи – это его скорость относительно вращающейся системы отсчета (далее – относительная скорость), и она равна векторной разности искомой скорости робота относительно пола и «переносной» скорости этой системы отсчета в точке нахождения робота. Переносная скорость равна по величине $V_n = \omega(R + r)$ ($R + r = 30$ м – расстояние до робота от оси вращения камеры) и направлена перпендикулярно радиусу. Угловая скорость камеры $\omega = \frac{2\pi}{T}$, по-

этому $V_n = \frac{2\pi(R+r)}{T} \approx 3,14$ м/с. Радиальная компонента скорости робота относительно пола равна $V_R = v \cos(\alpha) \approx 0,5$ м/с, а компонента, перпендикулярная радиусу $V_\perp = v \sin(\alpha) + V_n \approx 4,01$ м/с. Поэтому величина его скорости относительно пола

$$V = \sqrt{V_R^2 + V_\perp^2} = \sqrt{v^2 + \frac{4\pi^2(r+R)^2}{T^2} + \frac{4\pi(R+r)v\sin(\alpha)}{T}} \approx 4$$

м/с.

Ответ: $V = \sqrt{v^2 + \frac{4\pi^2(r+R)^2}{T^2} + \frac{4\pi(R+r)v\sin(\alpha)}{T}} \approx 4$ м/с.

Задание 2.

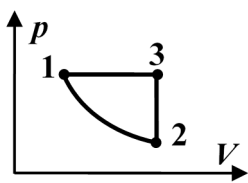
Вопрос. Тепловой насос – установка, перекачивающая теплоту от более холодного тела к более горячему за счет совершения работы. Его эффективность характеризуют величиной коэффициента трансформации – отношения количества тепла, переданного более нагретому телу, к потраченной работе. Допустим,

что в качестве теплового насоса, передающего теплоту от тела с температурой $t_X = -3^\circ\text{C}$ к телу с температурой $t_H = 27^\circ\text{C}$, используется установка, работающая по циклу Карно. Чему равен ее коэффициент трансформации?

Ответ: В этом случае цикл Карно происходит в «обратном» направлении по сравнению с тепловой машиной, и поэтому работа и количества теплоты изменяют знак. Работа над рабочим телом теплового насоса по величине равна работе рабочего тела тепловой машины, а количество теплоты, отданное тепловым насосом более нагретому телу, равно количеству теплоты, полученному в тепловой машине от нагревателя. Таким образом, коэффициент трансформации насоса равен обратному КПД тепловой машины: $k = \frac{T_H}{T_H - T_X} = 10$, то есть 1000%.

Задача. Рабочим телом теплового насоса является постоянное количество гелия. Цикл рабочего тела состоит из изохоры, изобары и адиабаты, причем работа газа в процессе адиабатического расширения на 20% меньше работы двигателя насоса над газом в процессе изобарного сжатия. Двигатель теплового насоса потребляет от сети мощность $P_0 = 200\text{ Вт}$, а его КПД равен 80%. Вычислите мощность подачи тепла к нагреваемому телу.

Решение: Построим диаграмму цикла рабочего тела в координатах давление-объем и изучим направление теплообмена в разных процессах: адиабата 1-2 – теплообмен отсутствует, изохорное нагревание 2-3 – рабочее тело получает тепло от «холодильника», изобарное сжатие 3-1 – рабочее тело передает количество теплоты Q_H нагреваемому телу. Поскольку



в изохорном процессе работа не совершается, то полная работа над газом в цикле $A' = A'_{31} + A'_{12} = A'_{31} - A_{12}$. Согласно условию, $A_{12} = 0,8 \cdot A'_{31}$, то есть $A' = 0,2 \cdot A'_{31}$. С другой стороны, в изобарном процессе, согласно I Началу термодинамики $Q_H = -Q_{31} = A'_{31} - \Delta U_{31}$. При этом $-\Delta U_{31} = \frac{3}{2} p_1 (V_3 - V_1)$, а

$A'_{31} = p_1(V_3 - V_1)$, то есть $Q_H = A'_{31} + \frac{3}{2} A'_{31} = \frac{5}{2} A'_{31}$. Значит,

коэффициент трансформации теплового насоса

$$k = \frac{Q_H}{A'} = \frac{2,5 \cdot A'_{31}}{0,2 \cdot A'_{31}} = 12,5. \text{ Таким образом, мощность подачи}$$

тепла к нагреваемому телу в 12,5 раза больше мощности работы над рабочим телом теплового насоса, то есть $P_H = 12,5 \cdot P = 12,5 \cdot 0,8 \cdot P_0 = 10P_0 = 2 \text{ кВт}$.

Ответ: $P_H = 10P_0 = 2 \text{ кВт}$.

Задание 3.

Вопрос. К аккумулятору с ЭДС 6 В и внутренним сопротивлением 0,3 Ом подключают прибор, сопротивление которого можно регулировать в пределах от 0,1 Ом до 2 Ом. Какую максимальную мощность может потреблять прибор от аккумулятора?

Ответ: Пусть R – сопротивление прибора. Тогда вместе с изменением этого сопротивления меняется и сила тока в цепи

$$I = \frac{U_0}{R + r} \quad (U_0 - \text{величина ЭДС, } r - \text{внутреннее сопротивление}$$

аккумулятора). Как видно, сила тока изменяется от очень малой

(при большом сопротивлении) до максимальной $I_m = \frac{U_0}{r}$ (когда

сопротивление близко к нулю). Мощность потребления равна

$$P_T = U \cdot I, \text{ а напряжение на приборе тоже можно выразить через}$$

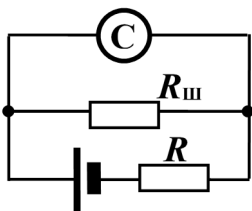
силу тока: $U = U_0 - rI$. Следовательно,

$$P_T = I(U_0 - rI) = r \cdot I(I_m - I), \text{ и поэтому максимум мощности}$$

отвечает $I = \frac{I_m}{2}$, то есть $R = r$, и равен $P_{\max} = \frac{U_0^2}{4r} = 30 \text{ Вт}$. За-

метим, что значение 0,3 Ом принадлежит диапазону возможных сопротивлений прибора.

Задача. Для питания электронного прибора С необходимо подавать на его вход напряжение $5 \text{ В} \leq U \leq 6 \text{ В}$. В ходе работы прибора его ток потребления может меняться в пределах от 30 мА



до 50 мА. У нас есть аккумулятор с ЭДС $U_0 = 9$ В и набор сопротивлений.

В предложенной схеме питания прибора (см. рисунок) резистор в ветви с источником имеет сопротивление $R = 58$ Ом. Каким должно быть сопротивление шунтирующего резистора

$R_{\text{ш}}$, чтобы прибор всегда работал в нормальном режиме? Внутреннее сопротивление аккумулятора заметно меньше 1 Ом.

Решение: Как видно из условия, сопротивление прибора $\tilde{R}$ может изменяться в пределах от $R_{\text{min}} = \frac{U_{\text{min}}}{I_{\text{max}}} = 100$ Ом до

$R_{\text{max}} = \frac{U_{\text{max}}}{I_{\text{min}}} = 200$ Ом. С другой стороны, при заданном значе-

нии этого сопротивления напряжение на приборе (который соединен параллельно с шунтирующим резистором) равно

$$U = \frac{R_{\text{ш}} \tilde{R} / (R_{\text{ш}} + \tilde{R})}{R + R_{\text{ш}} \tilde{R} / (R_{\text{ш}} + \tilde{R})} U_0 = \frac{R_{\text{ш}} \tilde{R}}{R_{\text{ш}} \tilde{R} + R(R_{\text{ш}} + \tilde{R})} U_0. \text{ Для нор-}$$

мальной работы прибора необходимо, чтобы при любом допустимом значении его сопротивления выполнялось требование $U_{\text{min}} \leq U \leq U_{\text{max}}$. С учетом полученной формулы для напряже-

ния, это требование может быть переписано в виде

$$U_{\text{min}} \leq \frac{U_0}{1 + R/\tilde{R} + R/R_{\text{ш}}} \leq U_{\text{max}}. \text{ Левая часть неравенства при-}$$

водит к требованию $\frac{R}{R_{\text{ш}}} \leq \frac{U_0}{U_{\text{min}}} - 1 - \frac{R}{\tilde{R}}$. Оно становится наибо-

лее жестким при $R = R_{\text{min}}$, и поэтому

$$R_{\text{ш}} \geq \frac{U_{\text{min}}}{U_0 - U_{\text{min}} - RI_{\text{max}}} R \approx 264 \text{ Ом. Правая часть неравенства}$$

приводит к требованию $\frac{R}{R_{\text{ш}}} \geq \frac{U_0}{U_{\text{max}}} - 1 - \frac{R}{\tilde{R}}$, которое в наиболее

жестком случае $R = R_{\text{max}}$ дает

$$R_{\text{ш}} \leq \frac{U_{\text{max}}}{U_0 - U_{\text{max}} - RI_{\text{min}}} R \approx 276 \text{ Ом}.$$

Ответ: допустимые значения сопротивления шунтирующего резистора $\frac{U_{\text{min}}}{U_0 - U_{\text{min}} - RI_{\text{max}}} R \leq R_{\text{ш}} \leq \frac{U_{\text{max}}}{U_0 - U_{\text{max}} - RI_{\text{min}}} R$, или примерно $264 \text{ Ом} \leq R_{\text{ш}} \leq 276 \text{ Ом}$.

Задание 4.

Вопрос. Сформулируйте закон преломления световых лучей.

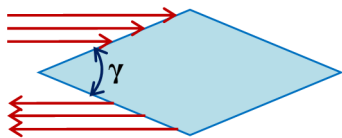
Ответ: При переходе световых лучей через границу раздела сред с различными показателями преломления происходит их преломление. При этом луч падающий, луч преломленный и нормаль к преломляющей поверхности в точке падения лежат в одной плоскости, а угол падения α (угол между падающим лучом и нормалью) и угол преломления β (угол между нормалью и преломленным лучом) связаны соотношением Снелла:

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}.$$

Здесь n_1 и n_2 — показатели преломления

сред падения и преломления, а n_{21} — их относительный показатель преломления.

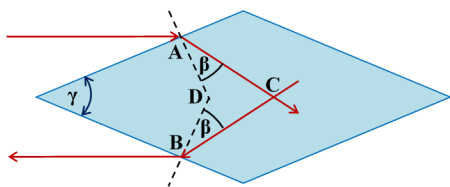
Задача. На боковую поверхность призмы, сечение которой — ромб с меньшим углом $\gamma = 50^\circ$,



вдоль большей диагонали падает параллельный пучок световых лучей (см. рисунок). После прохождения призмы лучи, выходящие через грань, смежную с гранью падения,

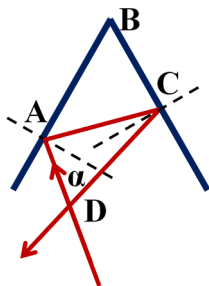
развернулись ровно на 180° . Найдите показатель преломления вещества призмы.

Решение: Начнем с доказательства вспомогательного утверждения. Рассмотрим луч, падающий на зеркало в виде двугранного



ного угла с углом раствора γ . Пусть луч поочередно отражается от двух граней зеркала и выходит из него. Каков в этом случае будет угол между падающим и отраженным от зеркала

лучом? Пусть угол падения равен α . Тогда угол А в треугольнике ABC равен $90^\circ - \alpha$. Следовательно, угол С в этом же треугольнике равен $180^\circ - (90^\circ - \alpha) - \gamma = 90^\circ + \alpha - \gamma$, и угол паде-



ния на вторую грань зеркала в точке С $\gamma - \alpha$. Теперь заметим, что в треугольнике ACD угол А равен 2α , а угол С равен $2\gamma - 2\alpha$. Таким образом, угол D в этом треугольнике равен $180^\circ - 2\gamma$, и угол между падающим и отраженным от зеркала лучом равен 2γ , независимо от величины α ! Теперь изучим ход лучей внутри

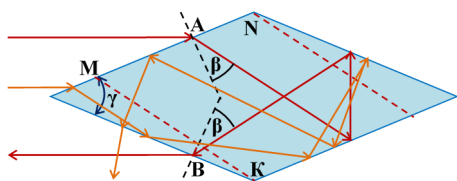
призмы. Угол падения на грань призмы лучей пучка равен $90^\circ - \gamma/2$, а угол преломления определяется со-

отношением $\sin(\beta) = \frac{1}{n} \sin(90^\circ - \gamma/2) = \frac{1}{n} \cos(\gamma/2)$. С другой

стороны, точно таким же должен быть угол падения луча на смежную грань перед выходом, чтобы вышедший луч шел точно в обратном направлении. Как мы знаем из вспомогательного утверждения, угол С в четырехугольнике ACBD равен $180^\circ - 2\gamma$, а также ясно, что угол D в этом четырехугольнике равен $180^\circ - \gamma$ (пунктиром показаны перпендикуляры к граням призмы в точках А и В), в то время как два оставшихся угла равны β . Так как сумма углов четырехугольника равна 360° , то $\beta = \gamma/2$. Следовательно, необходимым условием возможности описанного

свойства лучей является уравнение $\sin(\gamma/2) = \frac{1}{n} \cos(\gamma/2)$, из

которого следует, что $n = \operatorname{ctg}(\gamma / 2) = \operatorname{ctg}(25^\circ)$. Проверим, является ли это условие достаточным. Теперь мы знаем, что $\beta = 25^\circ$, и можем произвести построение хода лучей в призме. Как видно, лучи, падающие выше точки М, действительно испытывают отражение от двух сторон двугранного угла, прежде чем выйти через обозначенную грань. Но могут быть лучи, идущие ниже этой точки. Такие лучи сразу попадают на смежную грань, но не выходят из нее, так как испытывают полное внутреннее отражение при полученном коэффициенте преломления. Далее их путь до нужной грани проходит через еще 4 отражения, и они па-



дают на нее под «неподходящим» углом – если ширина пучка такова, что в нем есть лучи, падающие ниже точки М, то условие задачи не выполняется, и есть лучи, выходящие из смежной грани с углом поворота, отличным от 180° .

Значит, требование $n = \operatorname{ctg}(\gamma / 2) = \operatorname{ctg}(25^\circ)$ является необходимым, но не достаточным – для выполнения требований условия нужно, чтобы все точки падения лучей пучка принадлежали отрезку NM.

Ответ: $n = \operatorname{ctg}(\gamma / 2) = \operatorname{ctg}(25^\circ) \approx 2,1$; условие задачи корректно, если все точки падения лучей пучка принадлежат отрезку NM (луч KM образует угол 15° с ближайшей гранью призмы). Ответ в виде числа не является обязательным.

11 класс, БИЛЕТ № 01

Задание 1.

Вопрос. Две сцепленные шестеренки с мелкими зубцами имеют радиусы, различающиеся в полтора раза. Частота вращения меньшей шестеренки равна 6 оборотов в минуту. По одному зубцу на каждой шестеренке промаркированы. Найдите минимальный интервал времени между касаниями этих зубцов.

Ответ: Так как зубцы сцеплены, то линейные скорости зуб-

цов одинаковы: $\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$, и поэтому частота вращения большей шестеренки равна 4 оборота в минуту. Искомое время – наименьшее общее кратное периодов вращения шестеренок, то есть 30 с: за это время пройдет 2 периода вращения большей и 3 периода вращения меньшей шестеренки.

Задача. На потолке зала, в котором проходят робототехнические соревнования, установлена обзорная видеокамера на вращающемся кронштейне. В некоторый момент времени, когда объектив видеокамеры двигался по окружности радиуса $r = 1$ м периодом $T = 1$ мин на расстоянии $h = 50$ см от потолка, в самый центр поля зрения объектива попал небольшой робот, двигавшийся по полу (относительно камеры) со скоростью $v = 2$ м/с, направленной под углом $\alpha = 30^\circ$ к плоскости, проходящей через робота и ось вращения камеры, «вперед» по направлению вращения. С какой скоростью двигался робот относительно пола? Высота потолка $H = 5$ м.

Решение: Скорость робота по данным видеозаписи – это его скорость относительно вращающейся системы отсчета (далее – относительная скорость), и она равна векторной разности искомой скорости робота относительно пола и «переносной» скорости этой системы отсчета в точке нахождения робота. Переносная скорость равна по величине $V_n = \omega R$ (где R – расстояние до робота от оси вращения камеры) и направлена перпендикулярно радиусу. Угловая скорость камеры $\omega = \frac{2\pi}{T}$, а $R = \frac{H}{h} r = 10$ м, по-

этому $V_n = \frac{2\pi H r}{T h} \approx 1,047$ м/с. Радиальная компонента скорости робота относительно пола равна $V_R = v \cos(\alpha) \approx 1,732$ м/с, а компонента, перпендикулярная радиусу $V_\perp = v \sin(\alpha) + V_n \approx 2,047$ м/с. Поэтому величина его скорости относительно пола

$$V = \sqrt{V_R^2 + V_\perp^2} = \sqrt{v^2 + \frac{4\pi^2 H^2 r^2}{T^2 h^2} + \frac{4\pi H r v \sin(\alpha)}{T h}} \approx 2,68 \text{ м/с.}$$

$$\text{Ответ: } V = \sqrt{v^2 + \frac{4\pi^2 H^2 r^2}{T^2 h^2} + \frac{4\pi H r v \sin(\alpha)}{T h}} \approx 2,68 \text{ м/с.}$$

Задание 2.

Вопрос. Тепловой насос – установка, перекачивающая теплоту от более холодного тела к более горячему за счет совершения работы. Его эффективность характеризуют величиной коэффициента трансформации – отношения количества тепла, переданного более нагретому телу, к потраченной работе. Допустим, что в качестве теплового насоса используется тепловая машина с КПД 10% с обращенным циклом. Чему равен коэффициент трансформации такого теплового насоса?

Ответ: При обращении цикла энергетический баланс сохраняется, только изменяется направление теплообмена. Поэтому количество теплоты, передаваемое насосом нагретому телу, равно количеству теплоты, получаемому за цикл тепловой машиной, и поэтому коэффициент трансформации и КПД связаны обратным соотношением: $k = \frac{Q_H}{A} = \frac{1}{\eta} = 10 = 1000\%$.

Задача. Допустим, что нам нужно отапливать помещение, поддерживая в нем постоянную температуру $t_0 = 24^\circ\text{C}$ за счет использования электроэнергии. Рассмотрим два способа отопления. В первом мы подключаем к сети электронагреватель, который превращает в тепло, поступающее в помещение, практически всю потребляемую энергию. Во втором мы используем электродвигатель, который совершает работу над рабочим телом теплового насоса, перекачивающего тепло с улицы (где температура $t_X = -9^\circ\text{C}$ в это время практически постоянна) в отапливаемое помещение. КПД электродвигателя $\eta_{\text{эд}} = 70\%$, тепловой насос работает по циклу Карно. Во сколько раз мощность, потребляемая от сети в первом способе, отличается от аналогичной мощности во втором?

Решение: Для поддержания постоянной температуры в помещении при неизменной температуре на улице необходимо обеспечить подвод в помещение некоторой постоянной тепловой мощности P_Q . В первом способе это обеспечивается нагревателем, то есть $P_1 = P_Q$. Во втором способе за один цикл, проходящий за время τ , тепловой насос должен закачивать количество

теплоты $Q_H = P_Q \tau$. Используя ответ на вопрос и формулу для КПД цикла Карно, вычислим коэффициент трансформации теплового насоса: $k = \frac{T_H}{T_H - T_X}$. Отметим, что в качестве нагреваемого

тела выступает помещение ($T_H = 297 \text{ К}$), а в качестве «холодильника» - улица ($T_X = 264 \text{ К}$). Работа двигателя насоса над рабочим телом за цикл связана с потребляемой мощностью соотношением

$A = \eta_{\text{эд}} P_2 \tau$, и поэтому $P_Q \tau = \frac{T_H}{T_H - T_X} \eta_{\text{эд}} P_2 \tau$, то

есть $P_2 = \frac{T_H - T_X}{\eta_{\text{эд}} T_H} P_Q$. Следовательно, $\frac{P_1}{P_2} = \eta_{\text{эд}} \frac{T_H}{T_H - T_X} = 6,3$.

Ответ: расходуемая мощность в первом способе в 6,3 раза больше, чем во втором.

Примечание: Некоторые участники считали, что двигатель стоит в отапливаемом помещении и все его потери – тепловые, то есть теряемая им энергия тоже в виде тепла поступает в отапливаемое помещение. Это, естественно, увеличивало $\frac{P_1}{P_2}$ (фактиче-

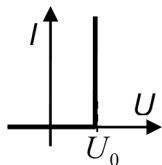
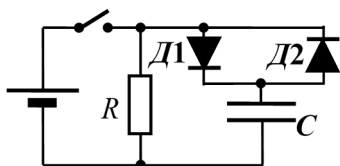
ски в этом случае можно пренебречь отличием КПД электродвигателя от 1). Это не следует из условия, однако, если участник аргументировал использование такого приближения, такой вариант признавался правильным. Однако «потеря» КПД двигателя без подобной аргументации считалось ошибкой!

Задание 3.

Вопрос. Напряжение на светодиоде постоянно и равно 4 В. Через светодиод в течение 6 с пропускают ток с силой 0,5 А. КПД светодиода 75%. Найдите энергию света, испущенного светодиодом за это время.

Ответ: Мощность, потребляемая светодиодом $4 \text{ В} \times 0,5 \text{ А} = 2 \text{ Вт}$, и с учетом КПД мощность свечения равна 1,5 Вт. Поэтому энергия испущенного за 6 с света равна 9 Дж.

Задача. В схеме, показанной на рисунке слева, одинаковые диоды не являются идеальными – их вольтамперная характеристика показана на рисунке справа. Перед сборкой схемы конденсатор емкости $C = 10$ мкФ был разряжен. Ключ замыкают, а после того, как напряжение на конденсаторе практически перестанет изменяться, снова размыкают. Пороговое напряжение диода $U_0 = 3$ В. ЭДС источника в 4 раза больше U_0 , внутреннее со-



противление источника в 3 раза меньше сопротивления резистора R . Какое количество теплоты выделится в каждом из диодов и в резисторе после размыкания ключа?

Решение: После замыкания ключа конденсатор заряжается от источника через диод Д1. Зарядка закончится, когда напряжение на диодах уменьшится до U_0 (после этого Д1 запирается). Так как в этом режиме (когда напряжение на конденсаторе неизменно) весь ток течет через резистор, то напряжение на резисторе

$$U_R = \frac{\varepsilon}{R + r} R = \frac{4U_0}{4/3} = 3U_0. \text{ Значит, максимальное напряжение}$$

на конденсаторе равно $2U_0$. После размыкания ключа конденсатор разряжается через диод Д2 и резистор. Значит, ток через Д1 не течет, и после размыкания ключа теплота в нем не выделяется. Конденсатор разряжается до напряжения U_0 , после чего Д2 запирается. Напряжение на Д2 постоянно и равно U_0 , а протекший через него в процессе разрядки конденсатора заряд равен $C(2U_0 - U_0) = CU_0$. Следовательно, выделившееся в Д2 количество теплоты $Q_{Д2} = CU_0^2 = 90$ мкДж. Сумма количеств теп-

лоты, выделившихся в Д2 и резисторе, равна потере энергии конденсатором: $Q_{Д2} + Q_R = \frac{C(2U_0)^2}{2} - \frac{CU_0^2}{2} = \frac{3CU_0^2}{2}$. Значит,

$$Q_R = \frac{CU_0^2}{2} = 45 \text{ мкДж}.$$

Ответ: $Q_{Д1} = 0$, $Q_{Д2} = CU_0^2 = 90 \text{ мкДж}$, $Q_R = \frac{CU_0^2}{2} = 45 \text{ мкДж}$.

Задание 4:

Вопрос: Опишите явление полного внутреннего отражения.

Ответ: Явление полного внутреннего отражения возникает при падении света на границу раздела прозрачных сред из оптически более плотной среды (с большим абсолютным показателем преломления $n_1 > n_2$). В этом случае угол преломления β , кото-

рый определяется из закона Снелла $\sin(\beta) = \frac{n_1}{n_2} \sin(\alpha)$, больше

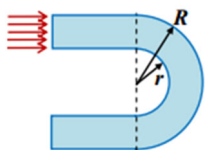
угла падения α , и при углах падения $\alpha > \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$ такого

значения не существует. Физически это означает отсутствие преломленных лучей, и если также отсутствует и поглощение света на границе раздела сред, то вся энергия падающего света будет отражаться. Это явление и называют полным внутренним отра-

жением, а угол $\alpha_{ПВО} \equiv \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$ – углом полного внутрен-

него отражения. Если ввести относительный показатель преломления двух сред $n \equiv \frac{n_1}{n_2}$, то $\alpha_{ПВО} = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$.

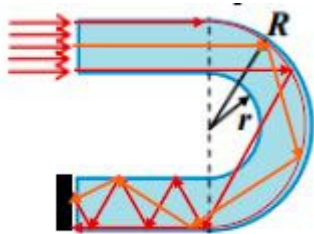
Задача: Планарный световод изготовлен из однородной плоской прозрачной пластины, изогнутой так, как показано на рисунке. Поверхности зоны изгиба являются половинами поверхностей ци-



линдров, радиусы которых удовлетворяют соотношению $\frac{R}{r} = 2$

. Каким должен быть показатель преломления n вещества пластины, чтобы пучок параллельных лучей, попавший в световод после нормального падения на торец пластины (см. рисунок), целиком достигнет другого торца, покрытого поглощающим слоем?

Решение: Для реализации «полного прохождения» пучком световода необходимо, чтобы при первом падении всех лучей



пучка изнутри на поверхность световода выполнялось условие полного внутреннего отражения. Ясно, что минимальный угол падения будет у луча, идущего ближе всех к оси внешней цилиндрической поверхности («самый нижний» на рисунке), и этот минимальный угол ра-

вен $\alpha = \arcsin\left(\frac{r}{R}\right) = 30^\circ$. Этот угол должен быть больше угла

полного внутреннего отражения, то есть должно выполняться

требование $\frac{r}{R} < \frac{1}{n} \Rightarrow n > \frac{R}{r} = 2$. Как видно из построения, при за-

данном соотношении радиусов этот луч после первого отражения идет по касательной к внутреннему радиусу и падает в точку сопряжения изгиба и плоской части пластины с тем же углом падения в 30° . Значит, и в этой точке луч испытает полное внутреннее отражение. Ясно, что при следующих падениях на боковые поверхности плоской части пластины угол падения останется таким же, и этот луч дойдет до поглотителя. Лучи, идущие выше этого, будут иметь еще большие углы падения на внешнюю цилиндрическую и плоские поверхности пластины, поэтому они тоже дойдут до поглотителя. Значит, условие $n > 2$ будет не только необходимым, но и достаточным.

Ответ: при $n > 2$.

Рекомендации по подготовке к олимпиадам по физике

Задачи, которые предлагаются участникам олимпиад, несколько отличаются от типовых школьных задач. Главная характеристика олимпиадной задачи – ее нестандартность, то есть внешняя непохожесть на типовые задачи. Для решения большинства олимпиадных задач практически никогда не требуется знание материала, изучение которого не предусмотрено школьными программами физики и математики. Однако решение олимпиадных физических задач требует умения строить физические модели, глубокого понимания физических законов, умения самостоятельно применять их в различных ситуациях, а также свободного владения математическим аппаратом (без последнего получение решения большинства физических задач невозможно).

В настоящее время издано большое количество литературы, которая может быть использована для подготовки учащихся к участию в олимпиадах высокого уровня по физике (как при самостоятельных занятиях, так и при работе с учителем). Сделаем краткий обзор литературы, которая может быть рекомендована для подготовки к участию в различных олимпиадах по физике (список литературы приведен ниже).

Одной из первых физических олимпиад в нашей стране была *Московская городская олимпиада школьников по физике*. Материалы Московских городских олимпиад по физике разных лет частично содержатся в книгах [1], [2] и [3]. В книге [4], вышедшей в серии «Библиотечка "Квант"», опубликованы задачи Московских городских олимпиад по физике 1968–1985 годов. В книге [5] содержатся условия задач, которые предлагались ученикам 8-х – 11-х классов на теоретических турах Московских городских олимпиад по физике в 1986–2007 гг. Большая часть помещенных в этих книгах задач снабжена подробными решениями.

К задачам олимпиадного уровня трудности можно также отнести задачи, опубликованные в пособиях и сборниках [6], [7], [8]. Особо следует отметить задачник [9], созданный на основе опыта преподавания физики старшеклассникам в Новосибирском специализированном учебно-научном центре при НГУ. В этом задачнике собрано большое количество довольно трудных школьных задач и отсутствуют решения (есть только ответы). Са-

мостоятельная работа с этой книгой при подготовке к олимпиадам является особенно эффективной, но она возможна только при довольно высоком исходном уровне знаний учащегося.

Для подготовки к *олимпиаде учащихся 7-х – 8-х классов* можно рекомендовать книгу [10] (следует помнить, что на момент ее издания в нашей стране было введено десятилетнее полное среднее образование, поэтому 6-й и 7-й классы того времени соответствуют нынешним 7-му и 8-му классам).

Весьма полезным, особенно на начальном этапе подготовки к олимпиадам, является классический задачник [11].

Информацию, которая может быть полезна при подготовке к различным олимпиадам по физике, также можно почерпнуть в сети Internet, обратившись по адресам [12], [13], [14] и [15].

Для целенаправленной подготовки к олимпиадам по физике «Ломоносов» и «Покори Воробьевы горы!» можно рекомендовать сборники заданий [18] – [20], в которых собраны задачи, предлагавшиеся на этих олимпиадах с 2001 года. Также для этой цели можно рекомендовать книгу [21], которая, кроме того, будет полезна и при подготовке к сдаче ЕГЭ по физике.

Подготовка к участию в олимпиадах по физике должна включать в себя несколько составляющих. Прежде всего, необходимо полно и всесторонне освоить материал школьной программы соответствующего класса по физике и математике – без этого достичь высоких результатов при выступлении на физической олимпиаде невозможно. В дополнение к материалу школьной программы необходимо осваивать дополнительные разделы школьного курса физики. Критерием успешности подготовки к олимпиаде «Ломоносов» по физике и к олимпиаде «Покори Воробьевы горы!» может служить способность учащегося к решению задач по соответствующим темам из задачников [1], [2], [3], [11] и [18] – [21].

При подготовке к Московской олимпиаде школьников по физике учащемуся необходимо разбирать задачи из сборников [4] и [5] (пытаться решать задачи, а в случае возникновения затруднений – знакомиться с их решениями), а также самостоятельно решать задачи из сборника [9] и задачи федерального окружного этапа Всероссийской олимпиады по физике из книги [22]. При работе с последней книгой учащемуся следует обратить внимание на задачи экспериментальных туров и попытаться решить и самостоятельно выполнить хотя бы некоторые из них. Это послужит хорошей подготовкой к возможному участию в экспериментальном туре олимпиады.

На данной стадии подготовки большую пользу может принести посещение специальных занятий, которые проводятся опытными преподавателями специально для школьников, желающих принимать участие в олимпиадах высокого уровня по физике. Такие занятия, организованные Департаментом образования г. Москвы для учеников 8-х – 11-х классов, проходят в Московском институте открытого образования, на физическом факультете МГУ им. М. В. Ломоносова, а также в ряде школ и лицеев г. Москвы.

Готовясь к олимпиадам по физике, нужно помнить о том, что олимпиада – это всего лишь интеллектуальное соревнование, которое проводится, прежде всего, с целью повышения интереса школьников к изучению предмета. Поэтому не следует расстраиваться, если стать победителем олимпиады не удалось. В любом случае подготовка к олимпиаде позволяет глубже освоить школьную программу, изучить дополнительные вопросы курса физики, научиться решать различные типы задач (в том числе, весьма трудных). В конечном итоге, все это принесет ощутимую пользу в плане получения хорошего образования и положительно скажется при сдаче итоговой аттестации в форме ЕГЭ и дополнительных вступительных испытаний при поступлении в Московский университет.

Список рекомендуемой литературы

Ниже приведен список пособий и ресурсов сети «Интернет», которые могут быть полезны при подготовке к олимпиадам по физике. Также очень полезно познакомиться с публикациями в журнале «Квант», в особенности – со статьями и задачами, опубликованными в рубриках «Задачник "Кванта"», «Физический факультатив», «Практикум абитуриента», «Варианты вступительных испытаний» и «Олимпиады».

1. Зубов В. Г., Шальнов В. П. Задачи по физике. – М.: Гостехиздат, 1952. – 320 с. (и все последующие издания до 11-го, М.: Новая волна, 2000).

2. Бендриков Г. А., Буховцев Б. Б., Керженцев В. В., Мякишев Г. Я. Задачи по физике для поступающих в вузы. – М.: Наука, 1980. – 384 с. (и все последующие издания до 10-го, М.: Физматлит, 2003).

3. Буховцев Б. Б., Кривченко В. Д., Мякишев Г. Я., Сараева И. М. Сборник задач по элементарной физике: Пособие для самообразования. – М.: Наука, 1964. – 440 с. (и все последующие издания до 7-го, М.: УНЦ ДО МГУ, 2004).

4. Буздин А. И., Ильин В. А., Кривченко И. В., Кротов С. С., Свешников Н. А. Задачи московских физических олимпиад / Под ред. С. С. Кротова. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 192 с. – (Библиотечка «Квант». Вып. 60.) % 1968-1985 гг.

5. Варламов С.Д., Зинковский В.И., Семёнов М.В., Старокуров Ю.В., Шведов О.Ю., Якута А.А. Задачи Московских городских олимпиад по физике. 1986 – 2005. Приложение: олимпиады 2006 и 2007. (изд. 2-е, испр. и доп.) / Под ред. Семёнова М.В. , Якуты А.А. – М.: Изд-во МЦНМО, 2007. – 696 с.

6. Буздин А. И., Зильберман А. Р., Кротов С. С. Раз задача, два задача... – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 240 с. – (Библиотечка «Квант». Вып. 81.)

7. Слободецкий И. Ш., Асламазов Л. Г. Задачи по физике. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1980. – 176 с. – (Библиотечка «Квант». Вып. 5). А также 2-е изд. – М.: Бюро Квантум, 2001. – 160 с. (Библиотечка «Квант». Вып. 86).

8. Балаш В. А. Задачи по физике и методы их решения. – М.: Просвещение, 1964 (и все последующие издания до 4-го, М.: Просвещение, 1983).

9. Задачи по физике: Учебное пособие / Под ред. О. Я. Савченко. – 4-е изд., испр. – СПб.: Лань, 2001. – 368 с.

10. Лукашик В. И. Физическая олимпиада в 6--7 классах средней школы: Пособие для учащихся. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Просвещение, 1987. – 192 с.

11. Гольдфарб Н. И. Физика. Задачник. 10--11 кл.: пособие для общеобразовательных учреждений. – М.: Дрофа, 2006. – 398 с. (и все предыдущие издания).

12. Страница Московской физической олимпиады на сервере Кафедры общей физики Физического факультета МГУ: <http://genphys.phys.msu.ru/ol/>

13. Веб-сайт «Олимпиады для школьников»: <http://info.olimpiada.ru/>

14. Материалы журнала «Квант» в интернете: <http://kvant.mccme.ru/>

15. Архив материалов газеты «Физика» (Издательский дом «Первое сентября»): <http://fiz.1september.ru>

16. Интернет-библиотека МЦНМО: <http://ilib.mccme.ru/>

17. IPhO – International Physics Olympiads. Материалы международных физических олимпиад (на английском языке). <http://ipho.phy.ntnu.edu.tw/> /

18. Задачи вступительных испытаний и олимпиад по физике в МГУ (сборники за 2001–2017 гг.). – М.: Физический ф-т МГУ.

19. Драбович К.Н., Макаров В.А., Чесноков С.С. Физика. Практический курс для поступающих в университеты. – М.: Физматлит, 2006. – 544 с.

20. Драбович К.Н., Макаров В.А., Чесноков С.С. Подготовка к вступительным испытаниям в МГУ. Физика. 770 задач с подробными решениями. – М.: «Макс пресс», 2009. – 456 с.

21. Вишнякова Е.А., Макаров В.А., Семенов М.В., Черепецкая Е.Б., Чесноков С.С., Якута А.А. Отличник ЕГЭ. Физика. Решение сложных задач. / Под ред. В.А. Макарова, М.В. Семёнова, А.А. Якуты; ФИПИ. – М.: Интеллект–Центр, 2010. – 368 с.

22. Всероссийские олимпиады по физике. 1992--2004 / Под ред. С. М. Козела, В. П. Слободянина. – 2-е изд., доп. – М.: Вербум-М, 2005. – 534 с.

Содержание

Олимпиада школьников «Ломоносов»	2
Задания отборочного этапа олимпиады	2
Задания заключительного этапа олимпиады	9
Олимпиада школьников «Покори Воробьевы горы!».....	21
Задания отборочного этапа олимпиады	21
Задания заключительного этапа олимпиады	48
«Московская олимпиада школьников»	75
Олимпиада школьников «Робофест»	82
Задания отборочного этапа олимпиады	82
Задания заключительного этапа олимпиады	90
Рекомендации по подготовке к олимпиадам по физике	111
Список рекомендуемой литературы	114

Подписано в печать 26.09.2020.
Формат А5. Объем 5,5 п.л. Тираж 300 экз.
Заказ №

Физический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова
119991 Москва, Ленинские горы, д. 1, стр.2

Отпечатано в отделе оперативной печати
Физического факультета МГУ