

Олимпиада школьников «Покори Воробьевы Горы» по ФИЗИКЕ
Финальный (очный) тур
Ответы и возможные решения

Вариант 1

6М. Теория: Закон Архимеда. *Полный ответ должен содержать:* формулировку закона с определением всех входящих в него величин. Важно обратить внимание, что для полного описания силы Архимеда должны быть указаны ее физическая природа, величина, направление и точка приложения.

Задача: На поверхности воды плавает в вертикальном положении цилиндр массой 120 г с площадью основания 75 см^2 . С какой циклической частотой будут происходить вертикальные гармонические колебания цилиндра, если его слегка сместить из положения равновесия? Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$, сопротивлением среды пренебречь.

Решение:

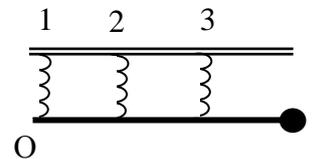
В положении равновесия сила тяжести уравнивается силой Архимеда. При вертикальном смещении цилиндра на x возникает возвращающая сила, равная изменению силы Архимеда $F = \Delta F_A = -\rho \Delta V g = -\rho S x g$. Видно, что сила пропорциональна смещению, следовательно

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{\rho g S}{m}} = 25 \text{ рад/сек.}$$

Ответ: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{\rho g S}{m}} = 25 \text{ рад/сек.}$

13М. Теория: Силы упругости. Понятие о деформациях. Закон Гука. Модуль Юнга. *Полный ответ должен содержать:* описание природы сил упругости и смысла понятия «деформация» с указанием типов деформаций, описанных в школьной программе, формулировку закона Гука с определением всех входящих в него величин, выражение для коэффициента упругости однородного тела заданной длины и площади поперечного сечения, определение модуля Юнга.

Задача: На конце невесомого стержня, прикрепленного с помощью трех одинаковых пружин к потолку, находится груз массой m . Расстояние между пружинами и от крайней пружины до груза одинаковы. Пружины вертикальны. Определите силы упругости F_1, F_2, F_3 , в пружинах.



Решение.

$F_1 + F_2 + F_3 - mg = 0$ - условие равновесия сил, приложенных к стержню, в проекции на вертикаль.

$F_2 l + F_3 2l - 3mgl = 0$ - уравнение моментов относительно точки О.

Обозначим растяжения пружин $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3$, коэффициент жесткости $-k$.

$$F_1 = k\Delta x_1, \quad F_2 = k\Delta x_2, \quad F_3 = k\Delta x_3,$$

и, поскольку из геометрии

$$\frac{\Delta x_2 - \Delta x_1}{\Delta x_3 - \Delta x_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \Delta x_3 + \Delta x_1 = 2\Delta x_2 \Rightarrow F_3 + F_1 = 2F_2,$$

то из этого условия и условий равновесия получаем выражения для сил:

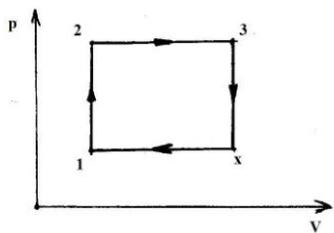
$$\left\{ \begin{array}{l} F_1 + F_2 + F_3 = mg \\ F_2 + 2F_3 = 3mg \\ F_3 + F_1 = 2F_2 \end{array} \right\} \Rightarrow F_1 = -\frac{2}{3}mg, \quad F_2 = \frac{1}{3}mg, \quad F_3 = \frac{4}{3}mg.$$

Знак «минус» показывает, что первая пружина сжата.

Ответ: величины сил упругости $|F_1| = \frac{2}{3}mg, \quad |F_2| = \frac{1}{3}mg, \quad |F_3| = \frac{4}{3}mg.$

5Т. Теория: Теплоемкость тела. Теплоемкость одноатомного идеального газа при изохорном и изобарном процессах. *Полный ответ должен содержать:* Определение теплоемкости тела и примеры выражений для ее вычисления, описание модели идеального газа и выражения для теплоемкости одноатомного идеального газа при изохорном и изобарном процессах.

Задача: С одним молем идеального одноатомного газа осуществляется цикл, состоящий из двух изохор (1-2), (3-x) и двух изобар (2-3), (x-1). Определите КПД η цикла. Температуры в точках обозначенных цифрами 1, 2, 3, считать соответственно равными T_1, T_2, T_3 .



Решение:

По определению: $\eta = A/Q_H$;

Работу газа можно вычислить как площадь цикла в координатах P-V:

$$A = (P_1 - P_2)(V_3 - V_1) = P_2V_3 - P_2V_1 - P_1V_3 + P_1V_1 = RT_3 - RT_2 - RT_x + RT_1;$$

$$P_1/P_2 = T_1/T_2 = P_1/P_3 = T_x/T_3 \Rightarrow T_x = T_1T_3/T_2;$$

Газ получает тепло в процессах 1-2 и 2-3, поэтому:

$$Q_H = Q_{12} + Q_{23} = 3/2R(T_2 - T_1) + 5/2R(T_3 - T_2) = 3/2RT_2 - 3/2RT_1 + 5/2RT_3 - 5/2RT_2 = 5/2RT_3 - 3/2RT_1 - 2/2RT_2 = 1/2R(5T_3 - 3T_1 - 2T_2);$$

$$\eta = 2(T_3 - T_2 - T_1T_3/T_2 + T_1)/(5T_3 - 3T_1 - 2T_2) = 2/T_2 \times (T_3T_2 - T_2^2 - T_1T_3 + T_1T_2)/(5T_3 - 3T_1 - 2T_2) = 2/T_2 \times (T_3(T_2 - T_1) - T_2(T_2 - T_1))/(5T_3 - 3T_1 - 2T_2) = (2(T_2 - T_1)(T_3 - T_2))/T_2(5T_3 - 3T_1 - 2T_2) = 2(T_2 - T_1)(T_3 - T_2)/T_2(5T_3 - 3T_1 - 2T_2).$$

$$\text{Ответ: } \eta = \frac{2(T_2 - T_1)(T_3 - T_2)}{T_2(5T_3 - 3T_1 - 2T_2)}.$$

59. Теория: Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца. *Полный ответ должен содержать:* Определение работы и мощности тока, формулировку закона Джоуля-Ленца с определением всех содержащихся в ней величин и описание причин существования тепловых потерь при протекании тока в проводнике.

Задача: От генератора с ЭДС $\mathcal{E} = 250$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,1$ Ом необходимо протянуть к потребителю двухпроводную линию длиной $l = 100$ м. Какая масса алюминия пойдет на изготовление линии, если мощность потребителя $P = 22$ кВт, и он рассчитан на напряжение $U = 220$ В? Удельное сопротивление алюминия $\rho = 2,8 \times 10^{-8}$ Ом \times м, плотность алюминия $d = 2,7$ г/см³.

Решение.

Ток через сопротивление нагрузки R равен $J = \mathcal{E}/(r + R + R_X)$, где R_X – сопротивление линии.

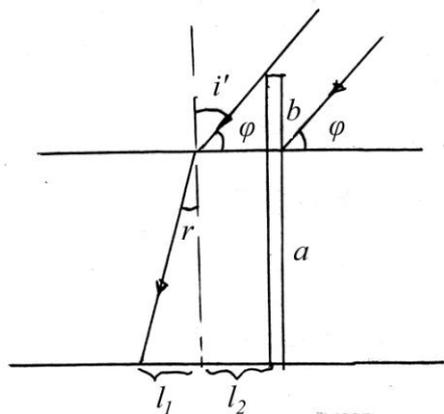
Мощность, выделяемая на нагрузке $P = JU = \mathcal{E}U/(r + R + R_X)$; отсюда, учитывая, что $P = U^2/R$, находим

$$R_X = (\mathcal{E}U - U^2)/P - r. \text{ С другой стороны, } R_X = \rho \times L/S, \quad L = 2l \Rightarrow S = 2\rho l / R_X,$$

$$\text{где } S - \text{ площадь поперечного сечения. Следовательно, } m = dV = dLS = \frac{4\rho dl^2}{R_X} = \frac{4\rho dl^2 P}{U(\mathcal{E} - U) - Pr} \approx 15,1 \text{ кг.}$$

$$\text{Ответ: } m = \frac{4\rho dl^2 P}{U(\mathcal{E} - U) - Pr} \approx 15,1 \text{ кг.}$$

50. Теория: Законы преломления света. Явление полного (внутреннего) отражения. **Полный ответ должен содержать:** Формулировку закона преломления света с определением входящих в нее понятий и величин, описание явления полного внутреннего отражения и формулу для угла полного внутреннего отражения.



Задача: В дно водоема глубиной $a = 2$ м вбита свая, которая на $b = 0,75$ м выступает из воды. Найти длину тени от сваи на дне водоема, если высота Солнца над горизонтом в данный момент $\phi = 45^\circ$. Показатель преломления воды $n = 1,33$.

Решение.

Длина тени от сваи на дне водоема $l = l_1 + l_2 = b \operatorname{ctg}(\phi) + a \operatorname{tg}(r)$. Поскольку

$n = \sin(i')/\sin(r) = \cos(\phi)/\sin(r)$, то, выражая $\operatorname{tg}(r)$ через ϕ , находим, что $l = b \cdot \operatorname{ctg}\phi + \frac{a \cos\phi}{\sqrt{n^2 - \cos^2\phi}} \approx 2$ м.

Ответ: $l = b \cdot \operatorname{ctg}\phi + \frac{a \cos\phi}{\sqrt{n^2 - \cos^2\phi}} \approx 2$ м.

Вариант 2

5М. Теория: Свободные колебания. Превращение энергии при гармонических колебаниях. Затухающие колебания. **Полный ответ должен содержать:** Определение свободных и гармонических колебаний, описание превращений энергии при гармонических колебаниях, описание затухающих колебаний и примеры таких колебаний с указанием причины затухания.

Задача: Шарик, подвешенный на пружине, отвели от положения равновесия вертикально вниз на 3 см и сообщили ему начальную скорость 1 м/с, после чего шарик стал совершать вертикальные гармонические колебания с циклической частотой 25 рад/с. Найдите амплитуду этих колебаний.

Решение:

Запишем для шарика закон сохранения механической энергии: $\frac{1}{2}kx_0^2 + \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow$

$A^2 = x_0^2 + v_0^2/(k/m) = x_0^2 + v_0^2/\omega^2$. Значит, $A = \sqrt{x_0^2 + v_0^2/\omega^2} = 5$ см.

Ответ: $A = \sqrt{x_0^2 + v_0^2/\omega^2} = 5$ см.

12М. Теория: Условия равновесия тела. Устойчивое, неустойчивое и безразличное равновесии тел. **Полный ответ должен содержать:** Запись условий равновесия тела и описание типов равновесия.

Задача: Правый конец доски, наполовину погруженной в воду, опирается о шероховатый уступ А. Масса доски m . Определите величину силы реакции R_A с которой уступ действует на доску. А



Решение:

Обозначим F_A силу Архимеда, тогда уравнение моментов относительно точки А:

$$mg \frac{l}{2} - F_A \frac{3l}{4} = 0 \Rightarrow F_A = \frac{2}{3} mg.$$

Так как сила Архимеда и сила тяжести направлены вдоль вертикали, то и полная сила реакции (сумма сил нормальной реакции и трения) тоже направлена вдоль нее – вверх, поэтому:

$$F_A - mg + R_A = 0 \Rightarrow R_A = mg - F_A = \frac{1}{3} mg.$$

Ответ: $R_A = \frac{1}{3} mg$.

7Т. Теория: Первый закон термодинамики. Понятие об адиабатическом процессе. **Полный ответ должен содержать:** Формулировку I Начала термодинамики с определением входящих в него величин и объяснением их взаимосвязи, определение адиабатического процесса и объяснение закономерностей этого процесса.

Задача: С одним моле идеального одноатомного газа осуществляется цикл, состоящий из двух изохор (1-2), (3-4) и двух адиабат (2-3), (4-1). При адиабатном расширении объем увеличивается в n раз. Определите КПД цикла. Уравнение адиабаты можно представить в виде $PV^\gamma = const$, где $\gamma = const$ – показатель адиабаты.

Решение:

$$\eta = (Q_H - Q_X) / Q_H, \text{ причем}$$

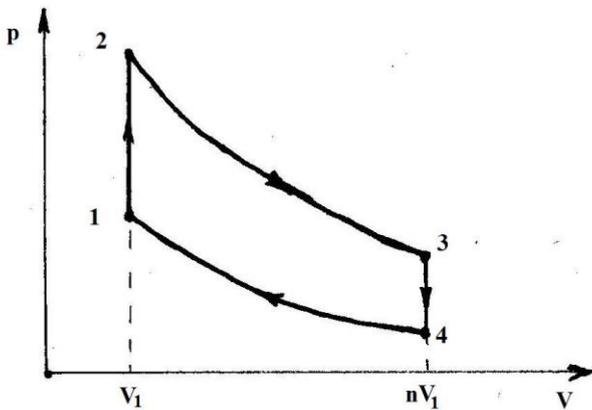
$$Q_H = Q_{12} = 3/2 R(T_2 - T_1)$$

$$Q_X = -Q_{34} = 3/2 R(T_3 - T_4)$$

Запишем уравнение адиабаты и уравнение

Менделеева-Клапейрона:

$$\begin{cases} pV^\gamma = const \\ pV = RT \end{cases} \Rightarrow TV^{\gamma-1} = const.$$



Следовательно:

$$T_2 V_1^{\gamma-1} = T_3 (nV_1)^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = n^{\gamma-1} T_3$$

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_4 (nV_1)^{\gamma-1} \Rightarrow T_1 = n^{\gamma-1} T_4$$

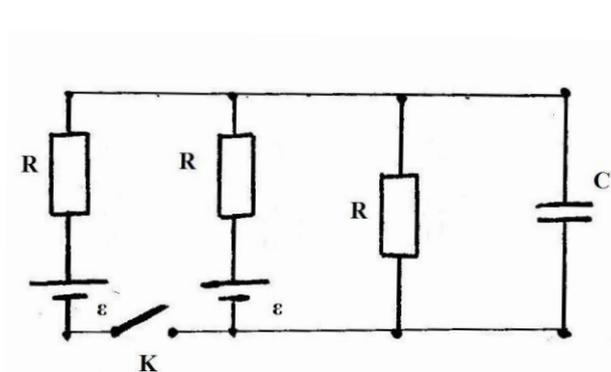
Таким образом, КПД цикла

$$\eta = 1 - (T_3 - T_4) / (T_2 - T_1) = 1 - (T_3 - T_4) / (n^{\gamma-1} T_3 - n^{\gamma-1} T_4) = 1 - n^{1-\gamma}.$$

Ответ: $\eta = 1 - n^{1-\gamma}$.

4Э. Теория: Электрический ток. Сила тока. Условия существования тока в цепи. Электродвижущая сила.

Полный ответ должен содержать: Определение понятия «электрический ток» и определение силы тока, формулировку условий существования тока, определение ЭДС и пояснение физического смысла этой величины.



Задача: В изображенной на рисунке схеме конденсатор имеет заряд $q_1 = 10$ мкКл. Определите заряд q_2 на конденсаторе, после замыкания ключа К. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

Решение:

Если ключ разомкнут, то

$$J_1 = \varepsilon / 2R, \quad U_1 = J_1 R = \varepsilon / 2,$$

$$q_1 = C U_1 = C \varepsilon / 2, \Rightarrow \varepsilon = 2q_1 / C$$

Если ключ замкнут, воспользуемся правилами Кирхгофа и учтем симметрию ветвей с ЭДС:

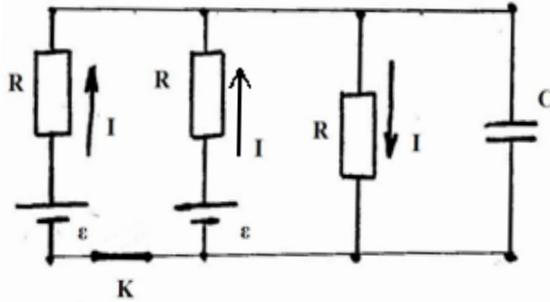
$$I + I = I_2$$

$$I_2 R + IR = \varepsilon$$

$$I_2 R = \frac{2}{3} \varepsilon \Rightarrow U_2 = \frac{4q_1}{3C}$$

$$q_2 = CU_2 = 4/3 q_1 \approx 13 \text{ мкКл}$$

Ответ: $q_2 = 4/3 q_1 \approx 13 \text{ мкКл}$.



20. Теория: Законы преломления света. Абсолютный и относительный показатели преломления. Явление полного (внутреннего) отражения. **Полный ответ должен содержать:** Формулировку закона преломления света с определением входящих в нее понятий и величин, определение абсолютного и относительного показателей преломления и описание его физического смысла, описание явления полного внутреннего отражения и формулу для угла полного внутреннего отражения.

Задача: В плоской ванне с жидкостью на глубине $h_0 = 3 \text{ см}$ помещен точечный источник света. Источник начинает смещаться по вертикали со скоростью $V = 10^{-3} \text{ м/с}$. На дне ванны находится плоское зеркало, а на поверхности, на высоте $H = 4 \text{ см}$ от дна плавает непрозрачный диск радиусом $R = 6 \text{ см}$. Центр диска расположен на одной вертикали с источником света. Через какое время t источник света станет виден для внешнего наблюдателя? Показатель преломления жидкости $n = \sqrt{2}$.

Решение:

Пусть S, S_1 – источник света и его отражение в зеркале. Чтобы источник стал виден, угол α должен быть равен или меньше угла полного внутреннего отражения. В «пограничном» положении

$$\sin \alpha = \frac{1}{n}$$

$$\sin \alpha = \frac{R}{\sqrt{(2H-h)^2 + R^2}} = \frac{1}{n}$$

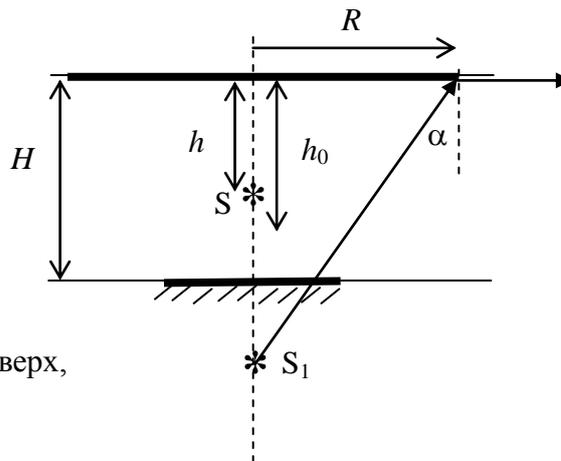
Из этого уравнения определяем h :

$$h = 2H - R\sqrt{n^2 - 1}$$

$$h = 2 \text{ см} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

Как видно, источник должен двигаться вверх, причем

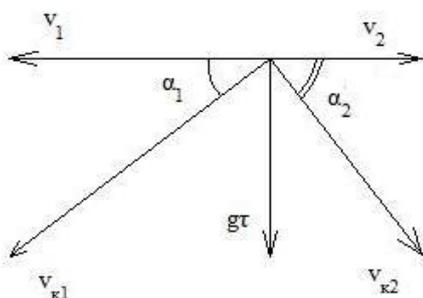
$$t = \frac{h_0 - h}{V} = \frac{h_0 + R\sqrt{n^2 - 1} - 2H}{V} = 10 \text{ с}$$



Ответ: $t = 10 \text{ с}$, если источник движется вверх. При движении вниз источник не станет виден даже при опускании на дно ванны.

Вариант 3

1М. Теория: Система отсчета. Траектория. Вектор перемещения. Путь. Скорость. Ускорение. **Полный ответ должен содержать:** Определение всех перечисленных понятий и физических величин, описание их взаимосвязей.



Задача: Из одной точки над поверхностью земли одновременно вылетают две частицы с горизонтальными противоположно направленными скоростями $v_1 = 4 \text{ м/с}$ и $v_2 = 9 \text{ м/с}$. Через какое время τ угол между направлениями скоростей этих частиц станет равным 90° ? Ускорение свободного падения $g \approx 10 \text{ м/с}^2$.

Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение:

По условию $\alpha_1 + \alpha_2 = 90^\circ$; Заметим, что

$\sin\alpha_1 = g\tau / \sqrt{v_1^2 + g^2\tau^2}$, $\cos\alpha_2 = v_2 / \sqrt{v_2^2 + g^2\tau^2} = \cos(90^\circ - \alpha_1) = \sin\alpha_1$; таким образом:

$$v_2 / \sqrt{v_2^2 + g^2\tau^2} = g\tau / \sqrt{v_1^2 + g^2\tau^2} \Rightarrow (g\tau)^2(v_2^2 + (g\tau)^2) = v_2^2(v_1^2 + (g\tau)^2) \Rightarrow v_1v_2 = (g\tau)^2;$$

Следовательно, $\tau = \sqrt{v_1v_2} / g \approx 0,6$ с.

Ответ: $\tau = \sqrt{v_1v_2} / g \approx 0,6$ с.

10М. Теория: Криволинейное движение. Тангенциальное и нормальное ускорения. **Полный ответ должен содержать:** Определение криволинейного движения, определение скорости и ускорения тела и описание разбиения ускорения на тангенциальную и нормальную компоненты, формулы для их вычисления.

Задача: Пушечное ядро, выпущенное под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0 , движется по некоторой траектории. Если по этой траектории полетит воробей с постоянной скоростью v_0 , то каким будет его ускорение на высоте, равной высоте наибольшего подъема ядра? Сопротивление воздуха при движении ядра не учитывать. Ускорение свободного падения равно g .

Решение:

Радиус кривизны траектории (общей для ядра и воробья) в верхней точке вычислим по величине ускорения ядра (оно равно g и направлено вниз, то есть перпендикулярно скорости ядра в этой точке):

$$R = \frac{v^2}{g} = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{g}.$$

Ускорение воробья совпадает с его центростремительным ускорением (так как его скорость неизменна по модулю), и поэтому

$$a = \frac{v_0^2}{R} = \frac{g}{\cos^2 \alpha}.$$

Ответ: ускорение воробья в верхней точке траектории $a = \frac{g}{\cos^2 \alpha}$.

4Т. Теория: Зависимость давления и плотности насыщенного пара от температуры. Зависимость температуры кипения от давления. **Полный ответ должен содержать:** Определение насыщенного пара и описание зависимости его давления и плотности от температуры с указанием характерных точек графика этой зависимости, описание зависимости температуры кипения от давления.

Задача: В закрытом с обоих концов цилиндре объемом $V = 2$ л свободно ходит невесомый тонкий поршень. В пространстве с одной стороны поршня вводится $m_1 = 2$ г воды; с другой стороны поршня $m_2 = 1$ г азота. Найти отношение объемов частей цилиндра при $t = 100$ °С. Молярная масса азота $\mu_2 = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, молярная масса воды $\mu_1 = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Решение:

Установившееся давление не может быть больше давления насыщенных паров воды ($p_{\text{нас}} \approx 101$ кПа, при $t = 100$ °С). Если вся вода испарилась, то $p < p_{\text{нас}}$, тогда

$$pV_1 = m_1RT/\mu_1;$$

$$p(V-V_1) = m_2RT/\mu_2;$$

$$p = (m_1RT/\mu_1 + m_2RT/\mu_2)/V = RT(m_1/\mu_1 + m_2/\mu_2)/V = 8,31 \cdot 373(2/18 + 1/28)/(2 \cdot 10^{-3}) = 2,28 \cdot 10^5 \text{ Па};$$

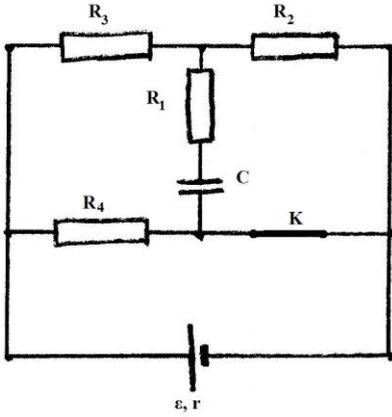
$p > p_{\text{нас}}$, то есть наше предположение неверно; следовательно не вся вода испарилась, и $p = p_{\text{нас}}$.

$$p_{\text{нас}}(V-V_1) = m_2RT/\mu_2;$$

$$(V-V_1) = m_2RT/(\mu_2 p_{\text{нас}}) \Rightarrow V_2/V = (V-V_1)/V = m_2RT/(V \mu_2 p_{\text{нас}}) \Rightarrow V_1/V = 1 - m_2RT/(V \mu_2 p_{\text{нас}});$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{V \mu_2 P_{нас}}{m_2 RT} - 1 \approx \frac{9}{11} \approx 0,82.$$

Ответ: $V_1/V_2 \approx 9/11$.



2Э. Теория: Закон Ома для полной цепи. Правила Кирхгофа. **Полный ответ должен содержать:** Формулировку закона Ома для полной цепи и правил Кирхгофа с определением входящих в них величин.

Задача: Определите заряд, который пройдет через сопротивление R_1 после размыкания ключа К. Внутренне сопротивление источника ЭДС $r = 10$ Ом, $\varepsilon = 50$ В, $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 20$ Ом, $C = 10$ мкФ.

Решение:

Так как через конденсатор постоянный ток не течет, то при замкнутом ключе К разность потенциалов на обкладках конденсатора равна падению напряжения U_2 на сопротивление R_2 . Так как R_2 и R_3 соединены между собой последовательно и оба они параллельны R_4 , то ток в ветви с источником

$$J = \varepsilon (R_2 + R_3 + R_4) / (r(R_2 + R_3 + R_4) + R_4(R_2 + R_3))$$

$$\text{Ток через сопротивление } R_2: J_2 = \varepsilon R_4 / (r(R_2 + R_3 + R_4) + R_4(R_2 + R_3)),$$

$$\text{и падение напряжения на нем } U_2 = J_2 R_2 = \varepsilon R_2 R_4 / (r(R_2 + R_3 + R_4) + R_4(R_2 + R_3)).$$

Следовательно, заряд на конденсаторе при замкнутом ключе

$$q_2 = C U_2 = \varepsilon C R_2 R_4 / (r(R_2 + R_3 + R_4) + R_4(R_2 + R_3))$$

После размыкания ключа К разность потенциалов на обкладках конденсатора будет равна падению напряжения U_3 на сопротивление R_3 . В этом случае сила тока J через R_3 : $J = \varepsilon / (r + R_2 + R_3)$, и падение напряжения на нем $U_3 = J R_3 = \varepsilon R_3 / (r + R_2 + R_3)$. Значит, заряд на конденсаторе

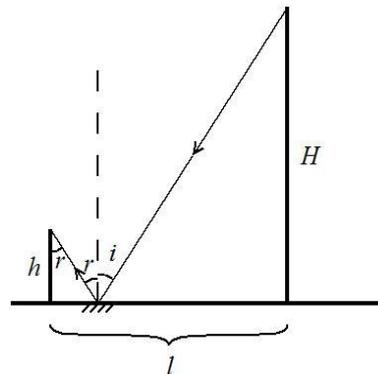
$$q_3 = C U_3 = \varepsilon C R_3 / (r + R_2 + R_3)$$

Т.к. при размыкании ключа разность потенциалов между обкладками меняет знак, то заряд, проходящий через сопротивление R_1 , соединенное последовательно с конденсатором будет равен сумме зарядов q_1 и q_3 , т.е. $\Delta q = q_2 + q_3 = C \varepsilon [R_3 / (r + R_2 + R_3) + R_2 R_4 / (r(R_2 + R_3 + R_4) + R_4(R_2 + R_3))] \approx 343$ мкКл

Ответ: $\Delta q = C \varepsilon [R_3 / (r + R_2 + R_3) + R_2 R_4 / (r(R_2 + R_3 + R_4) + R_4(R_2 + R_3))] \approx 343$ мкКл

60. Теория: Законы отражения света. Плоское зеркало. **Полный ответ должен содержать:** Формулировку закона отражения света с определением входящих в нее понятий и величин, описание плоского зеркала и принципа построения изображений в плоском зеркале.

Задача: Человек, рост которого $h = 1,75$ м, находится на расстоянии $l = 6$ м от столба высотой $H = 7$ м. На каком расстоянии от себя человек должен положить на Землю горизонтальное маленькое плоское зеркало, чтобы в нем видеть изображение верхушки столба?



Решение:

В соответствии с законом отражения света луч 1, падающий из вершины столба на зеркало, и луч 2, отраженный от зеркала и попадающий в глаз человека, лежат в одной плоскости, а угол падения i и отражения r равны: $i = r$. Если x – расстояние от человека до зеркала, то

$$\operatorname{tg}(i) = (l - x)/H = \operatorname{tg}(r) = x/h \Rightarrow x = h l / (H + h) = 1,2 \text{ м.}$$

Ответ: $x = h l / (H + h) = 1,2 \text{ м.}$

Вариант 4

8М. Теория: Закон сохранения механической энергии. *Полный ответ должен содержать:* Определение кинетической, потенциальной и полной механической энергии, формулировку закона сохранения полной механической энергии.

Задача: Тело вращается на невесомой, нерастяжимой нити в вертикальной плоскости. При этом разность сил натяжения нити в нижней и в верхней точках траектории равна $\Delta T = 60 \text{ Н}$. Определите массу тела. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение:

Второй закон Ньютона для тела в верхней и нижней точках траектории в проекции на оси, направленные от тела к центру, имеют вид

$$mv_1^2/l = T_1 - mg, \quad mv_2^2/l = T_2 + mg.$$

Из закона сохранения энергии получаем: $mv_1^2/2 - mv_2^2/2 = 2 mgl$, и поэтому

$$T_1 - T_2 = 2mg + m(v_1^2 - v_2^2)/l = 6mg = \Delta T \Rightarrow m = \Delta T/6g = 1 \text{ кг}$$

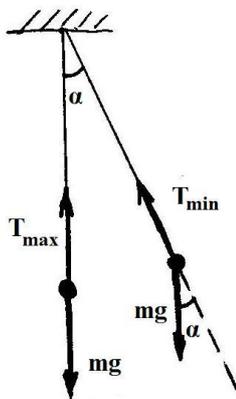
Ответ: $m = \Delta T/6g = 1 \text{ кг.}$

9М. Теория: Первый, второй и третий законы Ньютона. *Полный ответ должен содержать:* Формулировку законов Ньютона и краткое объяснение их физического содержания.

Задача: На некоторой планете может быть реализован следующий эксперимент. При плоских колебания математического маятника длиной $L = 3 \text{ м}$, максимальная сила натяжения нити отличается от минимальной в $k = 4$ раза, если максимальный угол отклонения равен некоторому значению α . Такой же угол α с вертикалью образует нить маятника, если она вращается с периодом $\tau = 4 \text{ с}$ вокруг вертикальной оси, проходящей через точку подвеса (конический маятник). Определите численное значение ускорения свободного падения на данной планете.

Решение:

Колебательное движение:



$$T_{\max} - mg = mv^2/L; \quad T_{\min} - mg \cos \alpha = 0;$$

$$mv^2/2 = mgL(1 - \cos \alpha);$$

$$mv^2/L = 2mg(1 - \cos \alpha) = 2mg - 2mg \cos \alpha;$$

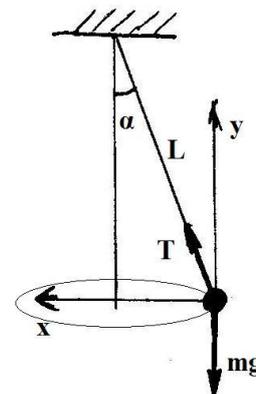
$$T_{\max} = mg + 2mg - 2mg \cos \alpha = 3mg - 2mg \cos \alpha;$$

$$T_{\min} = mg \cos \alpha;$$

$$T_{\max}/T_{\min} = k = (3mg - 2mg \cos \alpha)/mg \cos \alpha \Rightarrow$$

$$\cos \alpha = 3/(k + 2) = 3/6 = 1/2.$$

Вращательное движение — конический маятник:



$$x: T \sin \alpha = m \omega^2 L \sin \alpha \Rightarrow T = m \omega^2 L;$$

$$y: T \cos \alpha = mg \Rightarrow m \omega^2 L \cos \alpha = mg;$$

$$\text{Следовательно: } g = \omega^2 L \cos \alpha = \omega^2 L \cdot 3/(k + 2) = (2\pi/\tau)^2 L \cdot 3/(k + 2) = 3,7 \text{ м/с}^2.$$

$$\text{Ответ: } g = (2\pi/\tau)^2 L \cdot 3/(k + 2) = 3,7 \text{ м/с}^2.$$

3Т. Теория: Внутренняя энергия системы. Количество теплоты и работа как меры изменения внутренней энергии. Понятие об адиабатическом процессе. *Полный ответ должен содержать:* Определение внутренней энергии системы, описание связи ее изменений с количеством теплоты и работой (на основе I Начала термодинамики), определение адиабатического процесса и объяснение закономерностей этого процесса.

Задача: Сосуд с газом разделен теплопроводящей подвижной перегородкой на две части. Первоначально температура газа в первой части была $t_1 = -73 \text{ }^\circ\text{С}$, а объем этой части — V_1 . Объем

второй части V_2 , а температура $t_2 = 527^\circ \text{C}$. При выравнивании температур перегородка перемещается. Когда температуры выровнялись, объем первой части стал равен V_2 . Найти температуру газа в конечном состоянии. Теплообмен с окружающей средой отсутствует. Деформациями и тепловым расширением стенок сосуда пренебречь.

Решение:

Уравнения Менделеева-Клапейрона до выравнивания температур: $P_1V_1 = \nu_1RT_1$, $P_1V_2 = \nu_2RT_2$.

Из этих уравнений следует, что $\frac{\nu_1 T_1}{V_1} = \frac{\nu_2 T_2}{V_2}$ (1).

После выравнивания температур: $PV_2 = \nu_1RT$, $PV_1 = \nu_2RT$. Откуда следует $\frac{V_2}{V_1} = \frac{\nu_1}{\nu_2}$ (2).

Из (1) и (2) следует, что $\frac{\nu_1}{\nu_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$ (3).

Поскольку по условию теплообмен с внешней средой отсутствует, а работу газы из частей сосуда совершают только друг на другом, то внутренняя энергия газа во всем сосуде не изменяется. Тогда

$$\frac{i}{2}\nu_1RT_1 + \frac{i}{2}\nu_2RT_2 = \frac{i}{2}(\nu_1 + \nu_2)RT, \quad \text{поэтому } T = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{(\nu_1 + \nu_2)}.$$

Используя (3) в последнем выражении, получаем $T = \frac{\sqrt{T_2}T_1 + \sqrt{T_1}T_2}{\sqrt{T_1} + \sqrt{T_2}} = \sqrt{T_1 T_2} = 400 \text{ K}$.

Ответ: $T = \sqrt{T_1 T_2} = 400 \text{ K}$.

7Э. Теория: Закон электромагнитной индукции. Правило Ленца. **Полный ответ должен содержать:** Формулировку закона электромагнитной индукции Фарадея и правила Ленца с определением входящих в них величин.

Задача: По двум медным шинам, установленным под углом α к горизонту, скользит под действием силы тяжести проводящая перемычка массой m и длиной l . Скольжение происходит в однородном магнитном поле с индукцией B . Поле перпендикулярно плоскости перемещения перемычки. Вверху шины соединены резистором сопротивлением R . Коэффициент трения скольжения между поверхностями шин и перемычки равен μ ($\mu < \tan \alpha$). Пренебрегая сопротивлением шин и перемычки, найдите ее установившуюся скорость. Перемычка находится в горизонтальной плоскости и перпендикулярна шинам. Ускорение свободного падения g .

Решение:

В «установившемся» режиме величина ЭДС индукции $\mathcal{E}_{\text{инд}} = \frac{Blvt}{t} = Bvl$, $I = \frac{Bvl}{R}$. Скорость

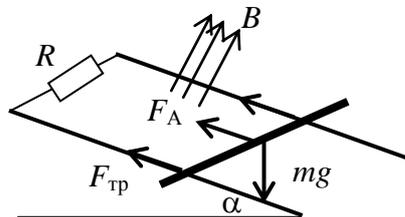
перемычки в этом режиме постоянна, поэтому сумма приложенных к ней сил равна нулю:

$F_A + F_{\text{мп}} - mg \sin \alpha = 0$, и при этом $F_{\text{мп}} = \mu mg \cos \alpha$, $F_A = IBl$. Следовательно:

$$\frac{B^2 l^2 v}{R} + \mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \frac{mgR(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{B^2 l^2}.$$

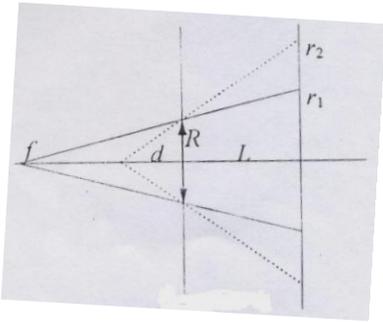
Ответ: $v = \frac{mgR(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{B^2 l^2}$.



10. Теория: Тонкие линзы. Фокусное расстояние и оптическая сила линзы. Формула линзы. **Полный ответ должен содержать:** Определение понятия «тонкая линза» с описанием границ применимости приближения тонкой линзы, определение точки фокуса, фокусного расстояния и оптической силы линзы, запись формулы линзы с определением входящих в нее величин.

Задача: В отверстие радиусом $R = 1,5 \text{ см}$ в тонкой непрозрачной перегородке вставлена собирающая линза. Точечный источник света расположен на главной оптической оси линзы по одну сторону от перегородки. По другую сторону находится экран. Экран, соприкасающийся вначале с линзой, отодвигают от линзы. При этом радиус светлого пятна на экране плавно увеличивается и на расстоянии $L = 18 \text{ см}$ от перегородки достигает значения $r_1 = 3 \text{ см}$. Если линзу убрать, оставив экран на месте, то радиус пятна на экране станет $r_2 = 4,5 \text{ см}$. Определите фокусное расстояние линзы.

Решение:



В соответствии с условием, преломленные в линзе лучи расходятся, то есть изображение источника мнимое (см. рис.) Пусть d – расстояние от источника до линзы, f – расстояние от мнимого изображения до линзы (по модулю). Из подобных треугольников имеем:

$$r_1/R = (L + f)/f, \text{ откуда: } f = LR/(r_1 - R) = 18 \text{ см};$$

$$r_2/R = (L + d)/d, \text{ откуда: } d = LR/(r_2 - R) = 9 \text{ см}.$$

Фокусное расстояние найдем из формулы тонкой линзы (знак «минус» связан с тем, что изображение является мнимым):

$$1/d - 1/f = 1/F \Rightarrow F = df/(f - d) = LR/(r_2 - r_1) = 18 \text{ см}.$$

$$\text{Ответ: } F = LR/(r_2 - r_1) = 18 \text{ см}.$$

Вариант 5

4М. Теория: Гармонические колебания. Смещение, амплитуда и фаза при гармонических колебаниях.

Полный ответ должен содержать: Определение гармонических колебаний, определение перечисленных в вопросе физических величин и описание взаимосвязи между ними.

Задача: Материальная точка совершает гармонические колебания вдоль оси X с амплитудой $A = 5 \text{ см}$ и циклической частотой $\omega = 5 \text{ рад/с}$. Найдите модуль ускорения точки в те моменты, когда ее скорость равна $v_1 = 7 \text{ см/с}$.

Решение:

Совместим начало отсчета по оси X с положением равновесия точки. Тогда

$$x = A \sin(\omega t + \varphi);$$

$$v_x(t) = x' = A\omega \cos(\omega t + \varphi);$$

$$a_x(t) = x'' = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi).$$

Моменты времени, когда модуль скорости точки равен v_1 , найдем из равенства

$$v_1 = |A\omega \cos(\omega t_1 + \varphi)|.$$

Чтобы найти ускорение в интересующие нас моменты, определим

$$|\sin(\omega t_1 + \varphi)| = \sqrt{1 - \cos^2(\omega t_1 + \varphi)} = \sqrt{1 - (v_1 / \omega A)^2}.$$

$$\text{Таким образом, } a = \omega \sqrt{A^2 \omega^2 - v_1^2} = 1,2 \text{ м/с}^2.$$

$$\text{Ответ: } a = \omega \sqrt{A^2 \omega^2 - v_1^2} = 1,2 \text{ м/с}^2.$$

14М. Теория: Закон Паскаля. Гидравлический пресс. **Полный ответ должен содержать:** Формулировку закона Паскаля и определение давления, описание применения этого закона к объяснению принципа работы гидравлического пресса.

Задача: Тонкая струя воды выпущена из точки, находящейся на высоте h над землей под некоторым углом к горизонту. Найти начальную v_0 и конечную v_1 скорости струи, если отношение диаметра струи в нижней точке траектории к диаметру выходного отверстия равно n . Струя не распадается на капли и

диаметр струи много меньше дальности полета. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение:

Объем воды, проходящей в единицу времени через любое сечение S струи, остается постоянным. Тогда

$$v_0 S_0 = v_1 S_1 \quad (1),$$

где v_0 – начальная скорость струи, v_1 – скорость струи у поверхности земли, $S_0 = \frac{\pi d_0^2}{4}$ – площадь

сечения выходного отверстия, $S_1 = \frac{\pi d_1^2}{4}$.

Из (1) следует, что $v_0 d_0^2 = v_1 d_1^2$, или $v_0 = v_1 n^2$ (2),

Закон сохранения энергии для небольшой массы воды Δm

$$\frac{\Delta m v_0^2}{2} + \Delta m g h = \frac{\Delta m v_1^2}{2}, \text{ или } v_0^2 + 2gh = v_1^2 \quad (3).$$

Решая совместно (2) и (3) относительно v_0 и v_1 , получаем

$$v_0 = n^2 \sqrt{\frac{2gh}{1-n^4}}, \quad v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{1-n^4}}.$$

Ответ: $v_0 = n^2 \sqrt{\frac{2gh}{1-n^4}}, v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{1-n^4}}.$

1Т. Теория: Идеальный газ. Уравнение Клапейрона – Менделеева (уравнение состояния идеального газа). **Полный ответ должен содержать:** Описание модели идеального газа и обсуждение возможности применения ее к реальным газам, запись уравнения Клапейрона-Менделеева и определения входящих в нее величин.

Задача: В вертикальном гладком цилиндре с площадью сечения $S = 5 \text{ см}^2$ под поршнем массой $M = 1 \text{ кг}$ находится некоторый газ. При увеличении абсолютной температуры газа в $n = 1.5$ раз поршень поднимается вверх и упирается в уступы. При этом объем газа по сравнению с первоначальным увеличивается в $k = 1.2$ раза. Определить силу F , с которой поршень давит на уступы. Атмосферное давление $p_0 = 100 \text{ кПа}$. Ускорение свободного падения $g \approx 10 \text{ м/с}^2$.

Решение:

Поскольку количество газа в сосуде не меняется, то $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow P_2 = \frac{P_1 V_1 T_2}{V_2 T_1} = P_1 \frac{n}{k}$ – давление в цилиндре после нагрева.

Но из условий равновесия поршня можно найти, что $P_1 = p_0 + \frac{Mg}{S}$, а $P_2 = p_0 + \frac{F}{S} + \frac{Mg}{S}$. Следовательно,

$$p_0 + \frac{F}{S} + \frac{Mg}{S} = \left(p_0 + \frac{Mg}{S}\right) \frac{n}{k} \Rightarrow F = \left(\frac{n}{k} - 1\right)(p_0 S + Mg) \approx 15 \text{ Н}.$$

Ответ: $F = \left(\frac{n}{k} - 1\right)(p_0 S + Mg) \approx 15 \text{ Н}.$

6Э. Теория: Действие магнитного поля на движущийся заряд. Сила Лоренца. **Полный ответ должен содержать:** Изложение представлений о магнитном поле и определение индукции поля как его силовой характеристики, описание действия магнитного поля на движущийся заряд, формулу силы Лоренца с определением входящих в нее величин.

Задача: Отрицательно заряженная частица влетает в область однородного магнитного поля с индукцией $B = 10^{-3} \text{ Тл}$, где движется по дуге окружности радиусом $R = 0,2 \text{ м}$. Затем частица попадает в однородное электрическое поле, где пролетает вдоль направления силовой линии участок с разностью потенциалов $U = 10^3 \text{ В}$, при этом скорость частицы изменяется в 3 раза. Определите конечную скорость V_k частицы.

Решение:

Движение по окружности в магнитном поле:

$$\frac{mv_0^2}{R} = qv_0 B \Rightarrow \frac{m}{q} = \frac{BR}{v_0}, \text{ где } v_0 - \text{ скорость частицы в магнитном поле.}$$

Пусть, например, после движения в электрическом поле $v_k = \frac{1}{3}v_0$. Тогда изменение кинетической

$$\text{энергии } \frac{mv_0^2}{2} - \frac{mv_k^2}{2} = qU \Rightarrow v_k = \frac{3}{4} \frac{U}{BR} = 3.75 \cdot 10^6 \text{ м/с}.$$

Если же $v_k = 3v_0$, то $\frac{mv_k^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = qU$, но ответ для конечной скорости не изменяется!

$$\text{Ответ: } v_k = \frac{3}{4} \frac{U}{BR} = 3.75 \cdot 10^6 \text{ м/с}.$$

30. Теория: Фокусное расстояние и оптическая сила линзы. **Полный ответ должен содержать:** Определение понятия «линза», описание линз и их классификацию, определение точки фокуса, фокусного расстояния и оптической силы линзы.

Задача: На экране, расположенном на расстоянии $f = 60$ см от собирающей линзы, получено изображение точечного источника, находящегося на главной оптической оси линзы. На какое расстояние X переместится изображение на экране, если при неподвижном источнике переместить линзу на $\Delta = 2$ см в плоскости, перпендикулярной главной оптической оси? Фокусное расстояние линзы $F = 20$ см.

Решение:

Ясно (например, исходя из формулы линзы), что изображение сместится вдоль экрана.

Из построения видно, что:

$$\frac{\Delta}{F} = \frac{X}{f} \Rightarrow X = \frac{f \Delta}{F} = 6 \text{ см}$$

Ответ:

$$X = \frac{f \Delta}{F} = 6 \text{ см}.$$

