ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ», 2011
ЗАДАЧИ И ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ

Эксперимент с линзой.

Один любознательный школьник решил определить высоту расположения над полом нити тонкостенной лампы, подвешенной под потолком. В его распоряжении были: тонкая линза неизвестной оптической силы, закрепленная подвижным соединением на полуметровой штанге с сантиметровыми делениями, и клочок миллиметровой бумаги. Школьник закрепил штангу вертикально таким образом, чтобы линза оказалась точно под лампой (плоскость линзы при этом была горизонтальна), а под линзой постелил на пол миллиметровую бумагу. Далее он нашел положение линзы, при котором на бумаге наблюдалось четкое изображение нити лампы размером $l_1 = 9\,мм$. Подвинув линзу по штанге вверх, школьник нашел еще одно положение линзы, на расстоянии $h = 35\,см$ выше первого, при котором на бумаге также было видно изображение нити размером $l_2 = 16\,мм$. На какой высоте над полом находится нить лампы? Каков реальный размер нити лампы? Чему равна оптическая сила линзы?

Решение:

Исходя из условий задачи, будем считать нить лампы небольшим предметом, расположенным на оптической оси линзы практически перпендикулярно этой оси. Будем также считать, что влиянием оболочки тонкостенной лампы на ход лучей можно пренебречь. Пусть x – расстояние от нити лампы до плоскости линзы, а H – искомая высота нити над полом. Тогда из формулы линзы получим, что

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{H-x} = \frac{1}{F} \Rightarrow x^2 - Hx + HF = 0$$

(здесь $F > 0$ – фокусное расстояние линзы: то, что линза является собирающей, очевидно из того факта, что она дает действительное изображение нити лампы). Корни этого уравнения соответствуют двум положениям линзы, при которых на бумаге наблюдаются четкие изображения нити лампы, причем расстояние между этими положениями как раз и равно h:

$$x_{1,2} = \frac{H}{2} \pm \sqrt{\frac{H^2}{4} - HF} \quad \Rightarrow \quad h = x_1 - x_2 = \sqrt{H(H-4F)}\,. \tag{1}$$

Увеличение изображения для каждого из случаев равно

$$\left\{ \begin{aligned} \Gamma_1 &= \frac{H-x_1}{x_1} = \frac{H-\sqrt{H(H-4F)}}{H+\sqrt{H(H-4F)}} \\ \Gamma_2 &= \frac{H-x_2}{x_2} = \frac{H+\sqrt{H(H-4F)}}{H-\sqrt{H(H-4F)}} \end{aligned} \right\} \quad \Rightarrow \quad k \equiv \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} = \sqrt{\frac{\Gamma_2}{\Gamma_1}} = \frac{H+\sqrt{H(H-4F)}}{H-\sqrt{H(H-4F)}}\,.$$

Из этого соотношения легко выразить

$$\sqrt{H(H-4F)} = \frac{k-1}{k+1}H\,, \tag{2}$$

и с учетом (1) получить

$$H = \frac{k+1}{k-1}h = \frac{\sqrt{l_2/l_1}+1}{\sqrt{l_2/l_1}-1}h = \frac{4/3+1}{4/3-1} \cdot 35\,см = 245\,см.$$

Теперь из (2) можно найти F:

$$F = \frac{k}{k^2-1}h = \frac{\sqrt{l_1 l_2}}{l_2 - l_1}h = \frac{12}{7} \cdot 35\,см = 60\,см \quad \Rightarrow \quad D = \frac{1}{F} = +\frac{5}{3}\,дптр.$$

Истинный размер нити лампы определяется просто на основании того, что $\Gamma_2 = \frac{1}{\Gamma_1}$:

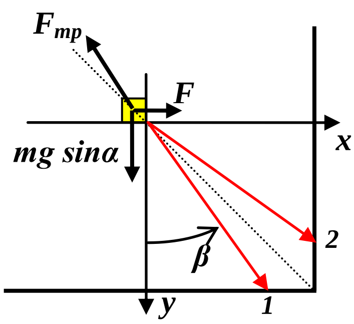
$$l_{1,2} = \Gamma_{1,2} \cdot l \quad \Rightarrow \quad l_1 \cdot l_2 = \Gamma_1 \cdot \Gamma_2 \cdot l^2 = l^2 \quad \Rightarrow \quad l = \sqrt{l_1\, l_2} = 12\, мм.$$

<u>ОТВЕТ</u>: высота положения нити лампы над полом $H = \dfrac{\sqrt{l_2/l_1}+1}{\sqrt{l_2/l_1}-1}h = 245\, см$, истинный размер нити лампы $l = \sqrt{l_1\, l_2} = 12\, мм$, оптическая сила линзы $D = \dfrac{l_2 - l_1}{h\sqrt{l_1 l_2}} = +\dfrac{5}{3}\, дптр$.

<u>Принципы оценивания</u>: В этой задаче внимание в основном обращалось на правильную запись необходимых соотношений (формулы линзы, выражений для увеличения или соотношений, следующих из выполненного построения) и на получение правильного ответа для каждой из трех величин.

Случай на крыше.

Строители оставили на скате крыши дома небольшой брусок. Брусок лежал на расстоянии $a = 4$м как от правого, так и от нижнего края крыши. Скат крыши имеет форму прямоугольника и наклонен под углом $\alpha = 30^0$ к горизонту. Когда слева подул горизонтальный ветер, брусок пришел в движение и плавно соскользнул с крыши, оставив на ней едва заметный прямолинейный след длиной $s = 5$м. Чему может быть равен коэффициент трения бруска о скат крыши? Силу давления ветра на брусок считать постоянной.



<u>Решение:</u>
Изобразим возможные траектории движения бруска по крыше в ее плоскости. Здесь допустимы две прямолинейные траектории заданной длины, которые образуют с прямой «наискорейшего спуска» (осью y) угол, который мы обозначим β. Возможные значения его величины

$$\beta_1 = \arcsin\left(\frac{\sqrt{s^2 - a^2}}{s}\right) = \arcsin(3/5).$$

$$\beta_2 = \arcsin\left(\frac{a}{s}\right) = \arcsin(4/5)$$

Ясно, что <u>плавное</u> прямолинейное движение бруска возможно только в том случае, если сумма приложенных к бруску сил равна нулю. Запишем это условие в проекции на оси x и y:

$$\left\{\begin{aligned} F - F_{mp}\cdot\sin(\beta) = F - \mu mg\cos(\alpha)\sin(\beta) = 0 \\ mg\sin(\alpha) - F_{mp}\cdot\cos(\beta) = mg\sin(\alpha) - \mu mg\cos(\alpha)\cdot\cos(\beta) = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{aligned} F = mg\sin(\alpha)tg(\beta) \\ \mu = \frac{tg(\alpha)}{\cos(\beta)} \end{aligned}\right.$$

(очевидно, что при скольжении бруска силу трения можно считать равной $\mu N = \mu mg\cos(\alpha)$). Таким образом, данные задачи позволяют определить как необходимую величину силы давления ветра на брусок (которая <u>должна быть</u> постоянна), так и искомый коэффициент трения, причем эти величины могут принимать два возможных значения (для движения бруска по каждой из двух возможных траекторий).

Значит,

$$\mu = \begin{cases} \dfrac{s\,tg(\alpha)}{a} = \dfrac{5}{4\sqrt{3}} \approx 0{,}722 & \textit{для траектории} 1 \\ \dfrac{s\,tg(\alpha)}{\sqrt{s^2 - a^2}} = \dfrac{5}{3\sqrt{3}} \approx 0{,}962 & \textit{для траектории} 2 \end{cases}.$$

<u>ОТВЕТ</u>: коэффициент трения может принимать два значения

$$\mu_{1,2} = \begin{cases} \dfrac{s\,tg(\alpha)}{a} = \dfrac{5}{4\sqrt{3}} \approx 0{,}722, & \textit{если брусок падает с нижнего края крыши} \\ \dfrac{s\,tg(\alpha)}{\sqrt{s^2 - a^2}} = \dfrac{5}{3\sqrt{3}} \approx 0{,}962, & \textit{если брусок падает с правого края крыши} \end{cases}.$$

<u>Принципы оценивания</u>: было получено довольно много решений, в которых не полностью учитывались данные условия – чаще всего не учитывалось условие плавности соскальзывания. В результате допускалась возможность ускоренного движения бруска, и для коэффициента трения получался ответ в виде <u>интервала</u> значений. Такое решение засчитывалось как полностью правильное <u>только</u> при выполнении двух условий: (1) нижняя граница интервала соответствовала значению $\mu = tg(\alpha) = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$, то есть учитывалось, что изначально брусок покоился; (2) в решении присутствовало в некотором виде утверждение, что для плавного соскальзывания, то есть при очень малой величине ускорения, от указанного интервала остается только окрестность двух значений. Решения, в которых при правильном анализе исследовалась только одна из двух возможных траекторий, также считались только частично правильными.

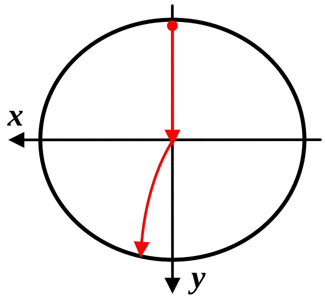
Магнитный удар.

Из верхней точки закрепленного вертикально проводящего кольца радиуса R падает без начальной скорости маленькое тело. В момент пролета телом центра кольца через кольцо пропускают заряд величиной Q (время прохождения заряда много меньше времени падения тела). В результате тело отклонилось от вертикали и его соударение с кольцом произошло не в нижней точке кольца, а на высоте $h << R$. Найти удельный заряд тела (то есть отношение заряда к массе).

<u>Решение</u>:

При протекании тока через кольцо в области вблизи центра кольца создается магнитное поле. Считая время протекания $\Delta t >> \dfrac{R}{c}$ (c – скорость света в вакууме), можно при вычислении индукции этого поля считать, что сила тока в каждой небольшой части этого интервала $I = \dfrac{\delta Q}{\delta t}$ почти постоянна. Так как вклады в индукцию от всех элементов кольца направлены в одну сторону, можно заключить, что поле в центре кольца направлено перпендикулярно плоскости кольца и имеет величину

$$B = \sum_{\Delta l} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\,\Delta l}{R^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^3} 2\pi R = \frac{\mu_0}{2R} \frac{\delta Q}{\delta t}.$$



Со стороны магнитного поля на частицу действует сила Лоренца, сообщающая ей горизонтальное ускорение

$$a_x = \frac{q}{m} V_y B \quad \Rightarrow \quad \frac{\delta V_x}{\delta t} \approx \frac{q}{m} \sqrt{2gR} \frac{\mu_0}{2R} \frac{\delta Q}{\delta t}.$$

Таким образом, изменение горизонтальной составляющей скорости тела в результате «магнитного удара» пропорционально протекшему заряду с постоянным коэффициентом пропорциональности:

$$\delta V_x \approx \frac{q}{m} \sqrt{\frac{g}{2R}} \mu_0 \, \delta Q$$

Значит, таким же образом будут связаны и изменения этих величин за все время «удара»:

$$V_x = \sum \delta V_x \approx \frac{q}{m} \sqrt{\frac{g}{2R}} \mu_0 \sum \delta Q = \frac{q}{m} \sqrt{\frac{g}{2R}} \mu_0 \, Q.$$

После «удара» тело будет двигаться в поле тяжести по участку параболы, поэтому в ходе этого движения

$$\left\{ \begin{aligned} x(t) &= V_x t \\ y(t) &= V_y t + \frac{g t^2}{2} \end{aligned} \right\} \quad \Rightarrow \quad y(x) = \frac{V_y}{V_x} x + \frac{g}{2V_x^2} x^2.$$

В момент соударения с кольцом $y = R - h \approx R$, $x = \sqrt{R^2 - (R-h)^2} \approx \sqrt{2Rh}$ (переход к приближенным равенствам совершен в соответствии с тем, что по условию). Подставляя эти значения в уравнение траектории, получаем:

$$h + 2\frac{q}{m} \frac{\mu_0 Q}{\sqrt{2R}} \sqrt{h} - \left(\frac{q}{m}\right)^2 \frac{\mu_0^2 Q^2}{2R} = 0.$$

Так как отбор «физически значимых» корней этого уравнения проще производить, ориентируясь на требование $\sqrt{h} > 0$, то удобней сначала найти из этого уравнения, что

$$\sqrt{h} \approx \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}} \frac{\mu_0 Q}{\sqrt{R}} \frac{q}{m},$$

а затем уже выразить удельный заряд, учитывая, что изменение его знака на самом деле изменит только направление отклонения тела от вертикали, но не высоту точки его падения на кольцо:

$$\frac{q}{m} \approx \pm \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} \frac{\sqrt{Rh}}{\mu_0 Q} = \pm(\sqrt{2} + 1) \frac{\sqrt{2Rh}}{\mu_0 Q}.$$

<u>**ОТВЕТ**</u>**: удельный заряд частицы** $\frac{q}{m} \approx \pm \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} \frac{\sqrt{Rh}}{\mu_0 Q} = \pm(\sqrt{2} + 1) \frac{\sqrt{2Rh}}{\mu_0 Q}$**.**

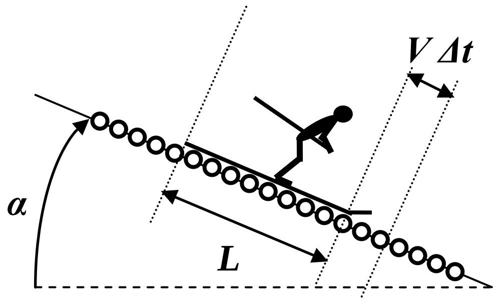
<u>Принципы оценивания</u>: в первую очередь оценивалось правильное получение связи полученной при «магнитном ударе» горизонтальной составляющей скорости с протекшим по кольцу зарядом и получение правильного ответа. Следует отметить, что многие участники заметно усложнили анализ, не используя (или используя не во всех выражениях) условие $h << R$. Кроме того, многие участники не обратили внимания на то, что величина h не зависит от знака заряда частицы. Жюри считало это недостатками решения (пусть и не очень существенными).

Летний скоростной спуск.

В некотором городе решили соорудить оригинальный тренажер для скоростного спуска на лыжах летом. Он представляет собой очень длинную плоскость, составляющую угол

$\alpha = 30^0$ с горизонтом, вымощенную одинаковыми роликами. Каждый ролик – это тонкостенный цилиндр длиной от края до края плоскости и радиуса $r = 5\,см$, вращающийся без трения вокруг своей оси, расположенной горизонтально. Расстояния между роликами малы, но они не касаются друг друга. Массы втулки и спиц ролика пренебрежимо малы. Масса лыжника с лыжами в $n = 800$ раз больше массы одного ролика, а длина лыж очень велика по сравнению с r. Допустим, что лыжник будет съезжать по роликовому склону без начальной скорости строго вниз, удерживая лыжи параллельно. До какой максимальной скорости он может разогнаться? Считать, что поверхности лыж плоские и не проскальзывают по роликам.

Решение:



При скатывании без проскальзывания лыжи «раскручивают» ролики, поэтому кинетическая энергия системы состоит из энергии поступательного движения лыжника с лыжами и энергии вращательного движения роликов, то есть

$$E_K = \frac{MV^2}{2} + \frac{m}{2}\sum v_i^2$$

(где M – масса лыжника с лыжами). Ролики «в тылу» лыжника вращаются со скоростями, соответствующими скорости лыж в момент соскальзывания с них. Рассмотрим изменение кинетической энергии за очень малое время Δt:

$$\Delta E_K \approx (M + Nm)\,V\,\Delta V + \frac{mV^2}{2}\Delta N$$

(здесь $N \approx L/2r$ - число роликов, касающихся лыж с длиной L в данный момент времени, $\Delta N \approx V\,\Delta t/2r$ - число «новых» роликов, на которые «наехали» лыжи за время Δt). Изменение потенциальной энергии лыжника с лыжами за это же время

$$\Delta U = M\,g\,\Delta h_{ЦМ} = -M\,gV\,\Delta t \sin\alpha .$$

В условиях задачи было четко задано, что проскальзывание лыж по роликам учитывать не нужно, поэтому потерями механической энергии следовало пренебречь, и поэтому $\Delta(E_K + U) = 0$. Это позволяет найти связь ускорения лыжника со скоростью:

$$\Delta(E_K + U) = 0 \Rightarrow \left(M + \frac{mL}{2r}\right)V\,\Delta V + \frac{mV^2}{2}\frac{V\,\Delta t}{2r} = M\,gV\,\Delta t \sin\alpha \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{2rM}{Lm + 2rM}g\sin\alpha - \frac{m}{2(Lm + 2rM)}V^2 \quad .$$

Как видно, с течением времени ускорение уменьшается по мере разгона лыжника и стремится к нулю, когда скорость стремится к максимальной. Таким образом, $V_{\max}$ находится из уравнения $a = 0$, поэтому

$$V_{\max} = 2\sqrt{\frac{M}{m}g\,r\sin\alpha} = 2\sqrt{n\,g\,r\sin\alpha} \approx 28\,м/с \approx 101\,км/ч .$$

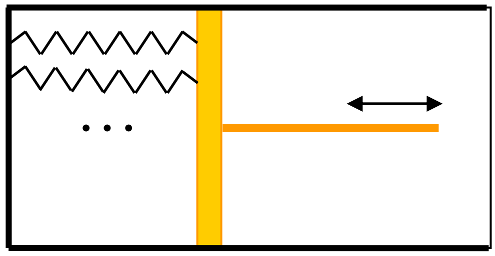
ОТВЕТ: на таком склоне лыжник может разогнаться до скорости $V_{\max} = 2\sqrt{n\,g\,r\sin\alpha} = 28\,м/с \approx 101\,км/ч$.

Принципы оценивания: Авторы многих работ предпочли рассматривать «усложненную» модель, в которой учитывается необходимость проскальзывания лыж по ролику от момента касания до момента разгона ролика до скорости лыж. Анализ такой модели выходит за рамки программы средней школы, так как требует использования уравнения динамики вращательного движения. В рамках такой модели надо учесть, что часть потенциальной энергии тратится на компенсацию потерь на выделение тепла, которое сопровождает проскальзывание, и в результате получается меньшая предельная скорость движения:

$$V_{\max} == \sqrt{2ngr\sin\alpha} \approx 20\, м/с = 72\, км/ч.$$

Учитывая, что «усложненная» модель является более реалистичной, жюри приняло решение засчитывать такое решение (при наличии правильного обоснования) как полностью правильное наряду с решением, соответствующим условию.

Играй, гармонь!



Некий талантливый молодой изобретатель создал тепловую машину, в которой рабочим телом является система из $N >> 1$ одинаковых невесомых пружин, закрепленных между жесткой стенкой цилиндрического сосуда и жестким поршнем, скользящим без трения в сосуде (см. рисунок). Цилиндр располагается горизонтально, справа и слева от поршня – вакуум. Коэффициент жесткости пружин при $l >> l_0$ зависит от их длины и температуры (l_0 - длина пружин в недеформированном состоянии): $k(l,T) = k_0\sqrt{\dfrac{T}{T_0}} \cdot \dfrac{l_0}{l}$. Цикл машины состоит из следующих процессов:

1. пружины растягиваются постоянной силой от $l_1 >> l_0$ до $l_2 = 2l_1$,
2. растяжение продолжается до $l_3 = 4l_1$ без теплообмена пружин с внешними телами,
3. пружины сжимаются при неизменной температуре до l_2,
4. сжатие пружин без теплообмена с внешними телами до первоначальной длины l_1.

Запишите «уравнение состояния» рабочего тела (то есть уравнение, связывающее давление, создаваемое пружинами, с объемом и температурой) и выражение для внутренней энергии рабочего тела через объем и давление. Изобразите цикл рабочего тела в координатах $p - V$. Вычислите КПД этого цикла.

Решение:

Нетрудно заметить, что в этом случае (учитывая, что $V = lS$ и $l >> l_0$):

$$p = -\frac{F}{S} = -\frac{Nk(l - l_0)}{S} = -\frac{Nk_0 l_0}{S}\sqrt{\frac{T}{T_0}}\left(1 - \frac{l_0}{l}\right) \approx -\frac{Nk_0 l_0}{S}\sqrt{\frac{T}{T_0}},$$

то есть, если обозначить $\alpha \equiv \dfrac{Nk_0 l_0}{2S\sqrt{T_0}}$, то уравнение состояния примет вид $p = -2\alpha\sqrt{T}$.

Здесь важно было обратить внимание на два обстоятельства: (1) давление в рабочей области отрицательно, так как растянутые пружины втягивают поршень в занимаемый им объем; (2) в приближении $l >> l_0$ давление не зависит от объема и изобары совпадают с изотермами. Именно неточность с определением знака давления явилась самой распространенной ошибкой в предложенных решениях!

Для дальнейшего решения необходимо было выбрать выражение для внутренней энергии системы. Здесь участникам требовалось проявить творческий подход к решению, так как в действительности «тепловые» свойства описанной в условии системы можно определять по разному, и именно после выбора выражения для U решение становится однозначным. Самым ожидаемым (и в действительности самым используемым в присланных решениях) является «школьное» выражение

$$U = \frac{Nk\,(l-l_0)^2}{2} = \frac{Nk_0 l_0}{2l}(l-l_0)^2\sqrt{\frac{T}{T_0}} \approx \frac{Nk_0 l_0}{2S} V\sqrt{\frac{T}{T_0}} = \alpha V\sqrt{T}\,.$$

В этом случае легко можно найти выражение для внутренней энергии через давление и объем:

$$U = -\frac{pV}{2}$$

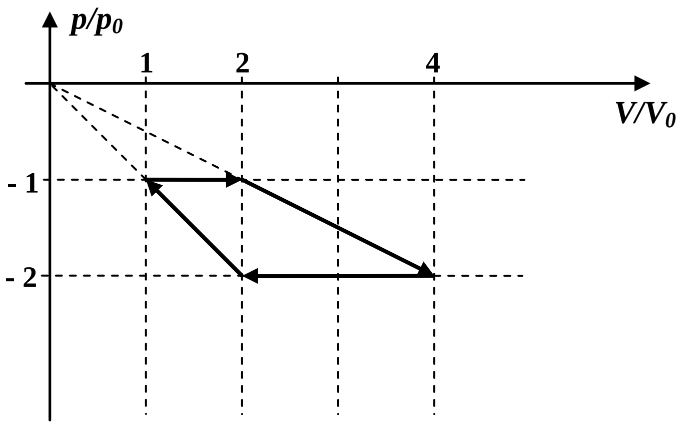
и вывести уравнение адиабатических процессов в координатах $\boldsymbol{p-V}$: условие отсутствия теплообмена

$$\delta Q = p\,dV + dU = \frac{1}{2}(p\,dV - V\,dp) = \frac{p^2}{2}\cdot d\left(\frac{V}{p}\right) = 0$$

(для выполнения этой выкладки достаточно знать, что для малых приращений $\boldsymbol{d\left(\frac{f}{g}\right) = \frac{gdf - f\,dg}{g^2}}$, или знать формулу дифференцирования частного). Следовательно, для адиабаты

$$d\left(\frac{V}{p}\right) = 0 \Rightarrow \quad p = const\cdot V\,.$$

Итак, адиабаты в координатах $\boldsymbol{p-V}$ изображаются прямыми, проходящими через начало координат. Теперь нетрудно изобразить цикл нашей тепловой машины в этих координатах (давление и объем в начальном состоянии обозначены $\boldsymbol{-p_0}$ и $\boldsymbol{V_0}$ соответственно):



Как видно по направлению обхода, это действительно цикл тепловой машины, причем вещество получает тепло в процессе изотермического сжатия, и отдает в процессе изотермического расширения. Поэтому (работу цикла удобно вычислять как площадь трапеции):

$$\left.\begin{aligned} Q_H = A_{34} + \Delta U_{34} = -2p_0(-2V_0) + \left[-\frac{(-2p_0)(2V_0)}{2} + \frac{(-2p_0)(4V_0)}{2}\right] = 2p_0V_0 \\ A = p_0\cdot\frac{V_0 + 2V_0}{2} = \frac{3}{2}p_0V_0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \eta = \frac{3}{4}\,.$$

<u>ОТВЕТ</u>: КПД этого цикла равен 75%.

Примечания:

1. на самом деле при выбранном выражении для U описанный в условии цикл – это цикл Карно, причем $\frac{T_X}{T_H} = \left(\frac{p_1}{p_4}\right)^2 = \frac{1}{4}$, и поэтому полученный результат вполне естественен. Такое решение (с обоснованием того, что это цикл Карно) тоже допустимо.
2. Возможны были и другие варианты выбора выражения для внутренней энергии. Например, при «последовательном механическом» подходе выражение для внутренней энергии можно записать таким образом, чтобы ее изменение давало работу системы при неизменной температуре (ясно, что следствием такого подхода будет <u>обязательное</u> совпадение изотерм и адиабат, то есть к такой системе нельзя

будет подходить как к стандартной «термодинамической»). В этом случае окажется, что

$$U = -\int_{l_0}^{l} pS\,dx = \frac{Nk_0 l_0}{\sqrt{T_0}}\sqrt{T}\left[l - l_0 - l_0 \ln\left(\frac{l_0}{l}\right)\right] \approx 2\alpha\sqrt{T}\left[V - V_0 - V_0 \ln\left(\frac{V_0}{V}\right)\right]$$

(где $V_0 \equiv S\,l_0$), и уравнение адиабаты имеет вид:

$$p\,dV + dU = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dp}{p} = \frac{V_0\,dV}{V(V - V_0)} \quad \Rightarrow \quad p(V)\,|_{\delta Q=0} = p_0\left(\frac{V_0}{V} - 1\right),$$

то есть действительно адиабаты совпадают с изотермами ($p(V)\,|_{T=const} = -2\alpha\sqrt{\frac{T}{T_0}}\left(1 - \frac{V_0}{V}\right)$) всегда, а в пределе $l >> l_0$ они совпадают еще и с изобарами. В результате описанный цикл вырождается (диаграммы всех процессов лежат на одной линии, параллельной оси объемов), полезная работа за цикл равняется нулю, и, следовательно, КПД $\eta = 0$.

Принципы оценивания: Ключевым соображением, с которого должно было начинаться правильное решение данной задачи, являлось понимание того факта, что давление в этой системе отрицательно. Поэтому все решения, не учитывающие этого, рассматривались как неверные (выставляемая за эту задачу оценка была меньше половины от максимальной). Отдельно оценивались разумность выбора модели, используемой для вычислений, и правильность анализа предложенной участником модели (то есть ответ считался правильным не в том случае, если он совпадал с одним из «авторских», а если он отвечал выбранной модели). Следует отметить, что участники проявили фантазию, и разнообразие предлагаемых моделей оказалось достаточно большим. Критерии проверки не содержали требования, чтобы в решении обязательно использовались модели, рассмотренные в «авторском» решении. К сожалению, большая часть участников ошибочно считала давление положительным, что не позволило жюри проведенный ими анализ считать правильным. Если говорить о физической стороне вопроса, то можно обратить внимание, что у реальных веществ в конденсированной фазе действительно существуют состояния с отрицательным давлением (среднее расстояние между молекулами превышает равновесное расстояние при данной температуре), более того – существуют реальные вещества, для которых в некоторой области выражение для внутренней энергии близко к $U = -\frac{pV}{2}$!