

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова  
Физический факультет

**НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ**  
**ЛОМОНОСОВСКИЕ ЧТЕНИЯ**  
**Секция физики**

Март–апрель 2026 года

**Сборник тезисов докладов**  
Под редакцией профессора В.В. Белокурова  
и профессора П.А. Форша



Москва  
Физический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова  
2026

**Научная конференция «ЛОМОНОСОВСКИЕ ЧТЕНИЯ».**  
**Секция физики. Март–апрель 2026.** Сборник тезисов докладов / Под ред.  
В.В. Белокурова, П.А. Форша. — М., Физический факультет МГУ им. М.В.  
Ломоносова, 2026 г. 216 с.  
ISBN 978-5-8279-0370-3

Тезисы докладов Секции Физики научной конференции «Ломоносовские чтения» представлены в следующих подсекциях:

- «Оптика и лазерная физика»,
- «Фотонные и квантовые технологии. Цифровая медицина»,
- «Радиофизика, электроника и акустика»,
- «Физика конденсированного состояния»,
- «Биофизика»,
- «Теоретическая физика»,
- «Математическая физика»,
- «Прикладная математика и математическое моделирование»,
- «Медицинская физика»,
- «Науки о Земле»,
- «Газодинамика, термодинамика и ударные волны»,
- «Методика преподавания».

**Подсекция:**  
**ОПТИКА И ЛАЗЕРНАЯ ФИЗИКА**

Сопредседатели:  
профессор В. А. Макаров, профессор П. В. Короленко,  
профессор С. Ю. Стремоухов

## УПРАВЛЕНИЕ ПРОФИЛЕМ ТЕРАГЕРЦОВЫХ ИМПУЛЬСОВ ЗА СЧЁТ ЛАЗЕРНО-ИНДУЦИРОВАННОЙ ГЕНЕРАЦИИ СВОБОДНЫХ НОСИТЕЛЕЙ В GaAs ПЛАСТИНКАХ

Мл.науч.сотр. *Новиков И.А.*, мл.науч.сотр. *Кирьянов М.А.*,  
вед. инж. *Стадничук В.И.*, ст.науч.сотр. *Долгова Т.В.*,  
член-корр. РАН, профессор *Федянин А.А.*

Управление временным профилем терагерцовых (ТГц) импульсов, т.е. зависимостью их электрического поля от времени, является одной из актуальных задач ТГц фотоники сегодня. Преобразование профиля ТГц импульсов необходимо, например, для получения спектрально-ограниченных импульсов с высокой энергией, способных индуцировать различные нелинейные процессы и эффекты в твердом теле [1]. ТГц импульсы со структурированным особым образом профилем могут быть использованы для когерентного управления положением молекул газа [2], скоростью и характером фотохимических реакций на поверхности металлов [3], спиновыми волнами в антиферромагнетиках [4]. Кроме того, преобразование одиночного ТГц импульса в последовательность можно использовать для передачи и кодирования информации [5].

В настоящее время управление профилем ТГц импульсов осуществляют несколькими способами: путем преобразования профиля оптического импульса, используемого для генерации ТГц излучения; за счет оптического индуцирования проводимости в полупроводниках и пропускании через них ТГц излучения; при помощи резонансных метаповерхностей. Все перечисленные методы не лишены недостатков. Так, недостатком первой группы методов является ограничение на мощность используемых оптических импульсов, второй – сложность заведения ТГц излучения и необходимость синхронизации фаз между ним и оптической накачкой, третьей – фиксированность осуществляемого метаповерхностью преобразования.

Предлагаемый нами подход является расширением метода, основанного на лазерной генерации свободных носителей в полупроводниках. В таких структурах могут возникать различных интерференционные эффекты, которые можно использовать для управления профилем волны. Так, например, проходящая пластинку ТГц волна может интерферировать с волной, переизлученной электронами лазерно-индуцированной плазмы при внутризонных переходах. Преобразование профиля ТГц импульса за счет эффектов интерференции волн в возбужденных лазерными импульсами GaAs пластинках разной толщины и является целью данной работы.

Измерения проводились методом ТГц спектроскопии с временным разрешением. Генерация ТГц излучения в диапазоне 0.1–1.5 ТГц осуществлялась методом нелинейно-оптического выпрямления в кристалле ZnTe. Детектирование ТГц поля проводилось электрооптическим методом. В схему

ТГц спектроскопии было встроено плечо оптической накачки с регулируемой мощностью и временем задержки относительно ТГц излучения. В качестве образцов использовались две прямоугольные пластинки ( $1 \times 1 \text{ см}^2$ ) из полупроводящего GaAs толщинами 450 мкм и 100 мкм, соответственно.

Были измерены временные зависимости электрического поля  $E(t)$  ТГц импульса, прошедшего GaAs пластинку толщиной 450 мкм, засвеченную оптическими импульсами разной мощности. Поле ТГц импульса, прошедшего незасвеченную пластинку, показано на вставке к Рис.1. Зависимость  $E(t)$  представляет собой последовательность двух разных по амплитуде и смещенных по времени импульсов. Первый импульс (далее – основной) формируется ТГц волной, проходящей GaAs пластинку напрямую. ТГц волна, сначала отражающаяся от задней границы пластинки, затем от передней и впоследствии выходящая из образца, формирует второй импульс (далее – сателлит). Включение засветки приводит к уменьшению амплитуды основного импульса, но практически не затрагивает его форму. Зависимость электрического поля импульса-сателлита  $E(t)$  от мощности накачки  $P$  представлена на Рис. 1. Под действием накачки профиль сателлита меняется: исходный пик уменьшается по амплитуде и смещается в сторону меньших задержек, а на больших возникает провал, который становится более выраженным с ростом  $P$ . Такой профиль сателлита  $E_{sat}(t)$  лучше всего описывается моделью деструктивной интерференции двух смещенных по времени на величину  $\Delta\tau$  волн с амплитудами  $A_1$  и  $A_2$ , профиль которых идентичен профилю основного импульса  $E_0(t)$ :

$$E_{sat}(t) = A_1 \cdot E_0(t - t_0) - A_2 \cdot E_0(t - t_0 - \Delta\tau) + C \quad (1)$$

Фит полученных кривых  $E_{sat}(t)$  уравнением (1) показал, что с ростом  $P$  амплитуда 1-й волны  $A_1$  уменьшается почти до нуля, амплитуда 2-й волны  $A_2$ , наоборот, возрастает. Задержка  $\Delta\tau$  уменьшается с 300 фс ( $P = 0$ ) до 160 фс ( $P = 20$  мВт). Соизмеримость полученных значений  $\Delta\tau$  со временем внутризонных переходов электронов в лазерно-индуцированной плазме, позволяет построить следующую феноменологическую модель: отраженная от задней грани пластинки ТГц волна падает на тонкий слой лазерно-индуцированной плазмы и, из-за отражения от границы с воздухом, проходит его в обоих направлениях, теряя часть энергии. Эта волна и будет пер-

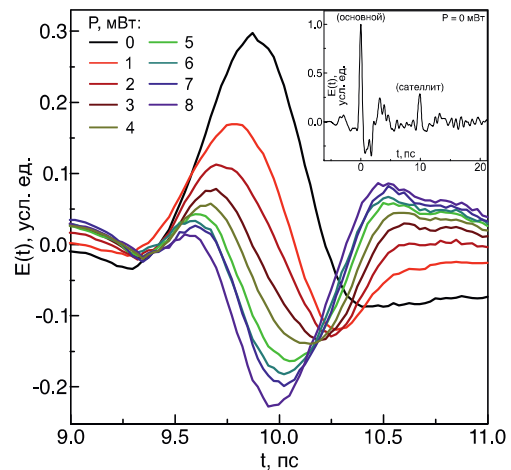


Рис. 1 Электрическое поле импульса-сателлита для разных значений мощности оптической накачки. Вставка: полное поле ТГц импульса, прошедшего незасвеченную GaAs пластинку толщиной 450 мкм.

вой интерферирующей волной. Потерянная при прохождении плазмы энергия, сообщается ее электронам, которые переходят на более высокие состояния и, спустя время, возвращаются, испуская вторичную ТГц волну, которая и будет второй интерферирующей волной. Меняя мощность накачки  $P$ , можно контролировать амплитуды волн и задержку между ними, влияя на их интерференцию в дальней зоне и, как результат, форму профиля сателлита.

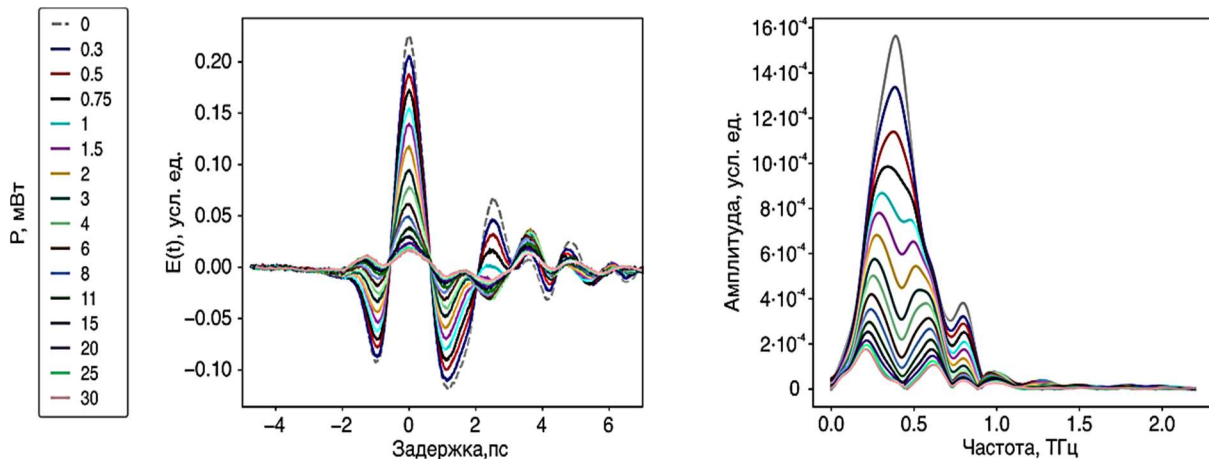


Рис. 2 Временные и спектральные зависимости поля ТГц импульса, прошедшего тонкую (100 мкм) GaAs пластинку, поверхность которой была засвечена оптическими импульсами разной мощности.

Были также измерены временные и спектральные зависимости поля ТГц излучения, прошедшего засвеченную (мощность варьировалась) GaAs пластинку толщиной 100 мкм (Рис. 2). При включении накачки профиль прошедшего ТГц импульса меняется: помимо ожидаемого уменьшения амплитуды, наблюдается также изменение знака поля на переднем фронте импульса и появление новых особенностей во временном сигнале. Их возникновение, как можно видеть из правого графика, связано с тем, что при увеличении мощности накачки компонента, соответствующая максимуму спектра незасвеченной пластинки, подавляется сильнее, чем соседние частоты. В результате, в отклике начинает преобладать другая пара частот. Физической причиной данного эффекта является изменение условий возбуждения резонанса Фабри-Перо.

Исследование выполнено при поддержке гранта РФФ № 25-72-00069.

### Литература

- [1] X. Chai et al. Phys. Rev. Lett. 121, 143901 (2018)
- [2] D. Rohrbach et al. Opt. Express 33, 3315 (2025)
- [3] P. Salén et al. Phys. Rep. 836, 1 (2019)
- [4] S. Schlauderer et al. Nature 569, 383 (2019)
- [5] J. E. Nkeck et al. APL Photonics 7, 126105 (2022)

## О СВЯЗИ МЕЖДУ РАЗЛИЧНЫМИ ПОДХОДАМИ К ОПИСАНИЮ ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО СОСТОЯНИЯ ОПТИЧЕСКИХ ВИХРЕВЫХ ПОЛЕЙ

Профессор *Андреев А.В.*, доцент *Шутова О.А.*

**Введение и мотивация.** В последнее время для описания векторных трехмерных полей было предложено несколько различных подходов. Один из них основан на переходе от матриц Паули к матрицам Гелл-Манна и введении девяти обобщенных параметров Стокса [1,2]. Это приводит к выходу сферы Пуанкаре за пределы трехмерного пространства и лишает представление состояния поляризации полей наглядности. Еще одним недостатком такого описания является невозможность экспериментального наблюдения этих параметров. Недавно был предложен альтернативный подход [3], который, с одной стороны, пытается корректно учесть продольную компоненту, а, с другой, предлагает набор альтернативных параметров, количество которых не превышает количество классических параметров Стокса, и, что очень важно, вводит экспериментальную процедуру их измерения и полного восстановления поля. В данной работе показана связь между обобщенными параметрами Стокса и альтернативным набором параметров из работы [3], а также выявлена недостаточность предложенного набора параметров в силу исключения слагаемого с определенными характером симметрии относительно процедуры вращения. На примере азимутально поляризованного поля данный факт продемонстрирован явно. Сопоставление этих двух наборов позволило нам добавить недостающее слагаемое к альтернативному набору параметров Стокса.

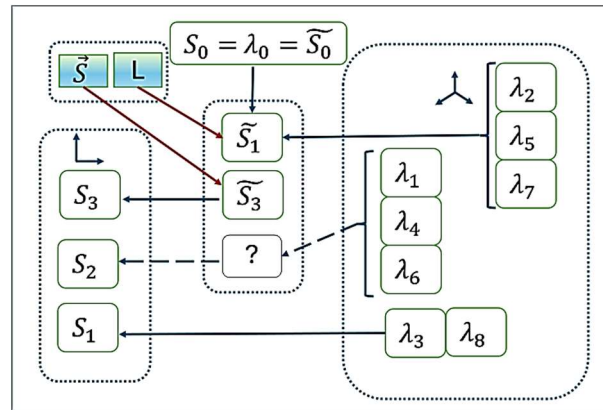


Рис. 1. Наборы поляризационных параметров

**Обобщенные параметры Стокса на основе матриц Гелл-Манна и альтернативный набор параметров.** В общем случае структурированное поле можно представить в виде, подразумевающим рассмотрение трех амплитуд и трех фаз поля в направлении трех координат:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{0x} e^{i\delta_x} \\ E_{0y} e^{i\delta_y} \\ E_{0z} e^{i\delta_z} \end{bmatrix} = e^{i\delta_x} \begin{bmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} e^{i\delta} \\ E_{0z} e^{i\delta'} \end{bmatrix},$$

$$\delta = \delta_y - \delta_x; \delta' = \delta_z - \delta_x$$

$$\Lambda_0 = E_{0x}^2 + E_{0y}^2 + E_{0z}^2;$$

$$\begin{aligned}
\Lambda_1 &= 3E_{0x}E_{0y} \cos \delta; \\
\Lambda_2 &= 3E_{0x}E_{0y} \sin \delta; \\
\Lambda_3 &= \frac{3}{2}(E_{0x}^2 - E_{0y}^2); \\
\Lambda_4 &= 3E_{0x}E_{0z} \cos \delta; \\
\Lambda_5 &= 3E_{0x}E_{0z} \sin \delta'; \\
\Lambda_6 &= 3E_{0y}E_{0z} \cos(\delta' - \delta); \\
\Lambda_7 &= 3E_{0y}E_{0z} \sin(\delta' - \delta); \\
\Lambda_8 &= \frac{\sqrt{3}}{2}(E_{0x}^2 + E_{0y}^2 - 2E_{0z}^2).
\end{aligned}$$

Альтернативный подход, предложенный теоретически и реализованный экспериментально в работе [3], состоит в рассмотрении в качестве опорной плоскости квадратурных компонент поля  $\mathbf{E}(\rho, z) = \mathbf{E}_r(\rho, z) + i\mathbf{E}_i(\rho, z)$  где  $\rho = (x, y)$  - пространственная координата в фокальной (или любой другой поперечной плоскости), а  $\mathbf{E}_r(\rho, z)$  и  $\mathbf{E}_i(\rho, z)$  - действительные векторные поля в 3D пространстве, при этом в произвольной пространственной точке  $(\rho, z)$  вводится локальный векторный базис, который был бы ортогональным в отличие от квадратурных компонент, что неизбежно приводит к появлению пространственно зависимого локального угла поворота  $\alpha(\rho, z)$ :

$$\tan 2\alpha(\rho, z) = \frac{2\mathbf{E}_r(\rho, z) \cdot \mathbf{E}_i(\rho, z)}{|\mathbf{E}_r(\rho, z)|^2 - |\mathbf{E}_i(\rho, z)|^2}$$

и 4-х параметров, один из которых оказывается равным нулю:

$$\tilde{S}_0(\rho, z) = |\mathbf{E}_r(\rho, z)|^2 + |\mathbf{E}_i(\rho, z)|^2, \quad \tilde{S}_1(\rho, z) = \frac{|\mathbf{E}_r(\rho, z)|^2 - |\mathbf{E}_i(\rho, z)|^2}{\cos 2\alpha(\rho, z)},$$

$$\tilde{S}_2(\rho, z) = 0, \quad \tilde{S}_3(\rho, z) = 2|\mathbf{E}_r(\rho, z) \times \mathbf{E}_i(\rho, z)|$$

Исследование различных вихревых мод и новый параметр. Так как данный альтернативный набор параметров получен методом введения локального ортонормированного базиса, равенство нулю третьего параметра кажется непреложным, однако, если учесть, что в рассмотрение может быть введена еще и тензорная величина, подобная тензору инерции в механике, то можно предложить взамен ненулевой параметр, обладающий иной симметрией относительно пространственного вращения. Если вспомнить векторное равенство:  $\nabla(\mathbf{E} \cdot \mathbf{r}) = \mathbf{E} + [\mathbf{r} \times \text{rot } \mathbf{E}] + (\mathbf{r}\nabla)\mathbf{E}$ , получим разбиение поля на потенциальную часть  $\mathbf{E}_1 = \nabla(\mathbf{E} \cdot \mathbf{r})$  и вихревую  $\mathbf{E}_2 = -[\mathbf{r} \times [\nabla \times \mathbf{E}]] - (\mathbf{r}\nabla)\mathbf{E}$ . Декартовы компоненты вихревой части поля имеют вид  $E_{2\alpha} = -x_\beta \frac{\partial E_\beta}{\partial x_\alpha}$ , где  $\alpha, \beta = 1, 2, 3$  и  $x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z$ . Этот тензор можно разбить на две части симметричную  $I_{\alpha\beta}^{(s)} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial E_\beta}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial E_\alpha}{\partial x_\beta} \right)$  и антисимметрич-

ную  $I_{\alpha\beta}^{(a)} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial E_\beta}{\partial x_\alpha} - \frac{\partial E_\alpha}{\partial x_\beta} \right)$ , которые отличаются по своим трансформационным свойствам относительно операции вращения. В настоящей работе показано, что модуль альтернативного параметра  $\tilde{S}_3$  равен  $|\tilde{S}_3| = \frac{1}{9} (\lambda_2^2 + \lambda_5^2 + \lambda_7^2)$ , а для азимутальной пространственной моды преобладающим является параметр, отсутствующий в работе [3], и предлагаемый нами -  $\tilde{S}_2$ , его модуль  $|\tilde{S}_2| = \frac{1}{9} (\lambda_1^2 + \lambda_4^2 + \lambda_6^2)$ , он может быть получен из тензорного произведения квадратурных компонент.

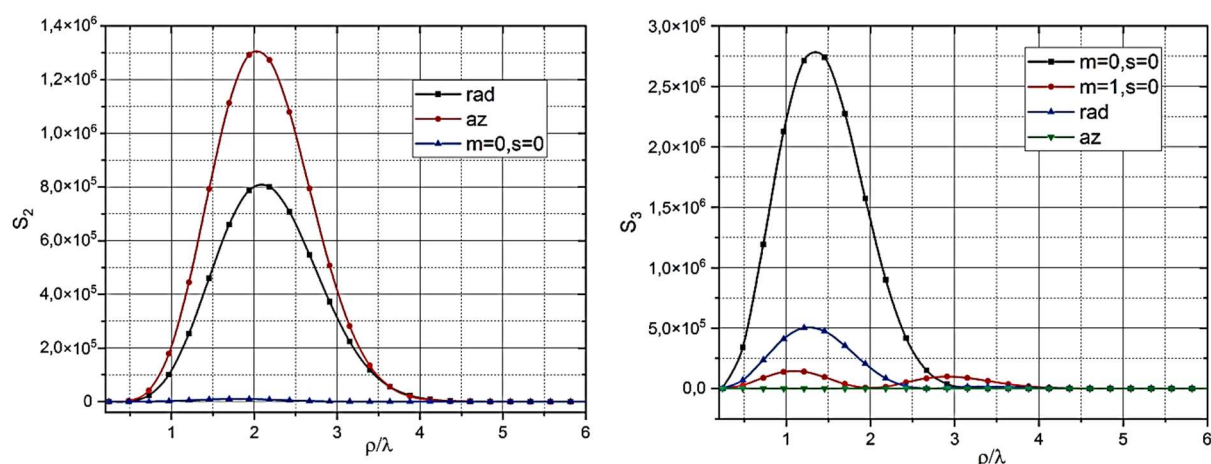


Рис. 2. Поляризационные параметры  $S_2$  (предлагаемый) и  $\tilde{S}_3$  для различных пространственных мод

**Заключение.** Проблема выявления минимально необходимого, полного и экспериментально измеряемого набора поляризационных параметров для оптических вихревых полей и, в целом, структурированного света является крайне актуальной в силу все большего интереса к последовательному описанию взаимодействия света с наноструктурированным веществом в том числе в нелинейном режиме. При этом введение такого набора параметров должно учитывать все возможные трансформационные свойства поля, которые могут проявить себя в различных пространственных модах. В данной работе показано, что в случае усеченного набора мы не можем полностью описать азимутальную моду, предложен недостающий параметр.

### Литература

1. Sheppard C. J. R. Jones and Stokes parameters for polarization in three dimensions. Phys. Rev. A. 2014. Vol. 90. P. 023809. DOI: 10.1103/PhysRevA.90.023809.
2. Setälä T., Shevchenko A., Friberg A. T. Generalized Stokes parameters of three-dimensional stochastic electromagnetic beams. Optics Letters. 2010. Vol. 35, No. 20. P. 3562–3564. DOI: 10.1364/OL.35.003562.

3. Martínez-Herrero R., Maluenda D., Aviñó M., Carnicer A. Local characterization of the polarization state of 3D electromagnetic fields: an alternative approach. *Researching*. 2023.
4. A. V. Andreev, O. A. Shoutova, S. M. Trushin, S. Y. Stremoukhov 3D Stokes parameters for vector focal fields. *Journal of the Optical Society of America B: Optical Physics*. 2022. Vol. 39, no. 7. P. 1775–1782.

### ФОРМИРОВАНИЕ ТЕРАГЕРЦОВЫХ ИМПУЛЬСОВ С ПОМОЩЬЮ ФОТОИНДУЦИРОВАННОЙ МЕТАЛЛИЗАЦИИ GaAs

Ст.науч.сотр. *Т.В. Долгова*, мл.науч.сотр. *М.А. Кирьянов*,  
мл.науч.сотр. *И.А. Новиков*, вед.инженер *В.И. Стадничук*,  
чл.-корр. РАН профессор *А.А. Федянин*

Одной из ключевых задач терагерцовой (ТГц) фотоники является разработка компактных и динамически реконфигурируемых элементов для управления пространственной и временной структурой ТГц излучения. Это направление включает в себя управление ТГц волновыми фронтами, спектральными свойствами и состояниями поляризации. Значительный прогресс достигнут в области пассивной терагерцовой оптики, включая разработку фильтров, поляризаторов, линз и светоделителей. Эти элементы, как правило, изготавливаются из материалов с низким показателем преломления и должны быть физически толстыми, чтобы обеспечить необходимый фазовый сдвиг. Кроме того, статический характер таких компонентов ограничивает их функциональность в режиме реального времени.

Следовательно, существует растущий спрос на активные и квазипланарные ТГц-устройства, функциональность которых может быть перенастроена в режиме реального времени. Многообещающим решением этой проблемы является оптическая генерация переходных ТГц-метаповерхностей, которые представляют собой функциональные структуры, формируемые пространственно-модулированным фемтосекундным лазерным излучением на поверхности полупроводника. Эти фотоиндуцированные структуры локально изменяют диэлектрическую проницаемость, генерируя электронно-дырочную плазму, что приводит к эффектам дифракции, отражения и резонансам в терагерцовом диапазоне. По сравнению с изготовленными метаматериалами такой подход обеспечивает полную перестраиваемость и высокую скорость переключения.

В этой работе мы предлагаем экспериментальные подходы к формированию сверхбыстрого терагерцового импульса в арсениде галлия (GaAs) с помощью металлизации, индуцированной фемтосекундным лазером. Относительно большая длина волны ТГц-излучения (сотни микрон) обеспечивает возможность реализации геометрии, при которой волновые фронты

ТГц-зонда и оптической накачки могут быть согласованы с интерферометрической точностью. При проецировании оптических импульсов на поверхность GaAs генерируются нестационарные распределения носителей заряда, которые достигают и превышают порог металлизации, образуя отражающие и плазмон-активные области. Модифицированный метод спектроскопии во временной области используется для непосредственного определения временной эволюции прошедших и отраженных ТГц-полей, фиксируя как основной импульс, так и импульсы-сателлиты с задержкой во времени, возникающие в фотовозбужденных областях. В работе показаны экспериментально эффекты формирования ТГц-импульсов как в неметаллическом, так и в металлическом режимах фотовозбуждения. При изменении интенсивности накачки наблюдается выраженное изменение формы ТГц импульса-сателлита, включая изменения амплитуды и временного профиля. Этот подход открывает путь к генерации ТГц сигналов с заданной формой и полностью оптическому пространственно-временному управлению ТГц излучением.

*Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (24-12-00210).*

## УПРАВЛЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫМИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ ВОЛНАМИ В ОДНОМЕРНЫХ ФОТОННЫХ КРИСТАЛЛАХ

Доцент *Бессонов В. О.*; чл.-корр. РАН профессор *Федянин А. А.*

Поверхностные электромагнитные волны в фотонных кристаллах возникают из-за нарушения трансляционной симметрии вследствие ограничения структуры, и по сути являются аналогами таммовских электронных состояний в обычных кристаллах. В случае, когда одномерный фотонный кристалл (ФК) граничит с диэлектриком, такие состояния принято называть блоховскими поверхностными волнами (БПВ). БПВ в такой структуре возникает на частотах фотонной запрещенной зоны и имеет волновой вектор, превышающий волновой вектор света в граничащем с ФК диэлектриком [1], в качестве которого в работе рассматривается воздух. За счет этих двух условий обеспечивается экспоненциальное спадание электрического поля как внутри фотонного кристалла, так и в воздух, т.е. поле БПВ локализуется на поверхности ФК. Поскольку структуры, поддерживающие БПВ, являются полностью диэлектрическими, БПВ имеют большую длину распространения, достигающую нескольких сантиметров в видимом диапазоне [2], и могут возбуждаться в любой заданной параметрами ФК спектральной области от УФ до ИК. Это позволяет рассматривать БПВ как новую платформу для интегральной оптики. Целью представленной работы являлось фундаментальное исследование механизмов распространения

БПВ в волноводных структурах, а также механизмов направленной генерации БПВ при помощи микро- и наноструктур на поверхности ФК. Основным методом исследования являлась микроскопия утечки излучения, позволяющая визуализировать распространение БПВ путем детектирования слабого излучения, вытекающего из БПВ через ФК в подложку за счет согласования тангенциальных составляющих волновых векторов.

В работе был рассмотрен вопрос о возможности наблюдения эффекта многомодовой интерференции БПВ. Для этого, на поверхности ФК методом двухфотонной лазерной литографии из фоторезиста SU-8 создавались волноводные структуры, состоящие из одномодового волновода, соединенного с многомодовым, а также дифракционных решеток заведения/выведения света [3]. Поле  $TE_{00}$  моды БПВ одновременно возбуждало все моды многомодового волновода, которые, распространяясь по волноводу, интерферировали друг с другом. За счет разных констант распространения картина интерференции представляла собой множественные изображения входного профиля  $TE_{00}$  моды БПВ [4], по аналогии с эффектом Тальбота. Была измерена зависимость периода многомодовой интерференции БПВ от ширины волновода, квадратичный характер которой доказал возможность использования метода эффективного показателя преломления для описания распространения БПВ в волноводах [5]. Таким образом, впервые был обнаружен, визуализирован и систематически исследован эффект многомодовой интерференции БПВ. Полученные знания позволили спроектировать, изготовить и продемонстрировать работу интегрально-оптических делителей и интерферометров Маха-Цендера на основе БПВ [4]. Также была показана возможность управления микрочастицей при помощи БПВ, возбуждаемой в на границе раздела волновода и водной среды [6].

В работе также всесторонне исследован механизм высокоэффективного возбуждения БПВ в схеме Отто, реализованной при помощи микропризмы, напечатанной на поверхности ФК методом двухфотонной лазерной литографии. Продемонстрирован принцип работы схемы, заключающийся в уширении и согласовании углового спектра резонанса БПВ, возбуждаемой в воздушном зазоре, с угловым спектром пучка излучения, падающего на призму. Для пучка света с длиной волны 780 нм и диаметром 10 мкм значение эффективности направленного возбуждения БПВ составило 73% в теории и более 40% в эксперименте для случая равномерного по толщине зазора, что является рекордным значением среди всех схем возбуждения БПВ. Показана возможность фокусировки БПВ одновременно с их возбуждением за счет изменения формы грани микропризмы [7].

Поскольку значительная часть поля БПВ локализована в воздухе у поверхности ФК, наноразмерные источники света, помещенные в эту область, должны эффективно возбуждать БПВ. В работе исследуется воз-

возможность направленной генерации БПВ при помощи нано- и микролазеров, представляющих собой кристаллические нанопроволоки и микропластинки из галогенидных перовскитов, помещенных на поверхность ФК. Обнаружено, что диаграмма направленности возбуждения БПВ может быть рассмотрена как результат интерференции двух БПВ, когерентно излученных с концов нанопроволоки, и определяются длиной нанопроволоки, а также эффективным показателем преломления БПВ. Направление распространения БПВ, генерируемой микролазером, может контролироваться с помощью положения луча накачки относительно перовскитной структуры [8]. Также изучен механизм генерации БПВ при помощи света, рассеянного на одиночной ми-резонансной кремниевой частице, расположенной на поверхности ФК. Показано, что направление БПВ может меняться с прямого на обратное при перестройке длины волны излучения в пределах 30 нм в области магнитного дипольного резонанса наночастицы. Оценка эффективности возбуждения БПВ при фокусировке падающего на частицу излучения в пятно диаметром 1 мкм составляет 8%, что значительно превышает эффективность в схеме Кречмана для такого размера пучка [9].

### Литература

1. Yeh, P., Yariv, A. & Cho, A. Y. Optical surface waves in periodic layered media. *Appl. Phys. Lett.* 32, 104–105 (1978).
2. Vosoughi Lahijani, B. et al. Centimeter-Scale Propagation of Optical Surface Waves at Visible Wavelengths. *Adv. Opt. Mater.* 10, (2022).
3. Abrashitova, K. et al. Bloch Surface Wave Photonic Device Fabricated by Femtosecond Laser Polymerisation Technique. *Appl. Sci.* 8, 63 (2018).
4. Safronov, K. R. et al. Multimode Interference of Bloch Surface Electromagnetic Waves. *ACS Nano* 14, 10428–10437 (2020).
5. Д.А. Шилкин, et al. "Излучательные и переходные потери в изогнутых волноводах для блоховских поверхностных волн", *Вестник Московского Университета. Серия 3. Физика. Астрономия* 78, 3, 2320402 (2023).
6. В.О. Бессонов, А.Д. Розанов, А.А. Федянин, "Оптический захват и перемещение микрочастиц ближним полем блоховских поверхностных волн в полимерных волноводах", *Письма в ЖЭТФ*, 119, 4, 257 – 262 (2024).
7. Safronov, K. R. et al. Miniature Otto Prism Coupler for Integrated Photonics. *Laser Photon. Rev.* 16, 2100542 (2022).
8. Safronov, K. R. et al. Efficient Emission Outcoupling from Perovskite Lasers into Highly Directional and Long-Propagation-Length Bloch Surface Waves. *Laser Photon. Rev.* 16, 2100728 (2022).
9. Gulkin, D. N. et al. Mie-driven directional nanocoupler for Bloch surface wave photonic platform. *Nanophotonics* 10, 2939–2947 (2021).

## ГЕНЕРАЦИЯ ТРЕТЬЕЙ ГАРМОНИКИ ЭЛЛИПТИЧЕСКИ ПОЛЯРИЗОВАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ В ПРИБЛИЖЕНИИ ВЗАИМНОГО ВЛИЯНИЯ РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ ВОЛН

Студент *Аглаев А.А.*, профессор *Макаров В.А.*

Вызванная кубической нелинейностью вещества генерация третьей гармоники (ГТГ) впервые была экспериментально реализована [1] и теоретически описана [2] более шестидесяти лет назад в случае падения на среду линейно поляризованного излучения. Несмотря на малую, в большинстве случаев, эффективность, ГТГ представляет значительный интерес не только как эффективный спектроскопический метод исследования вещества, но и как яркий пример взаимодействия излучения со средой, в ходе которого могут проявляться новые особенности хорошо известных эффектов нелинейной электродинамики [3-5].

В плосковолновом приближении нами впервые исследована коллинеарная ГТГ эллиптически поляризованного излучения с учётом взаимного влияния распространяющихся волн, возникающая благодаря кубической нелинейности непоглощающей изотропной среды, при распространении в ней эллиптически поляризованной волны основного излучения [6]. Система уравнений для медленно меняющихся амплитуд  $E_{1\pm} = (E_{\omega})_x \pm i(E_{\omega})_y$  и  $E_{3\pm} = (E_{3\omega})_x \pm i(E_{3\omega})_y$  циркулярно поляризованных волн на основной и утроенной частотах, учитывающая обратное воздействие ТГ на волну основного излучения, имеет вид:

$$\frac{\partial E_{3\pm}}{\partial z} = i\alpha e^{i\Delta kz} E_{1\pm}^2 E_{1\mp}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial E_{1\pm}}{\partial z} = ie^{-i\Delta kz} \left( (\beta + \gamma) E_{1\pm}^* E_{1\mp}^* E_{3\pm} + \gamma E_{1\mp}^{*2} E_{3\mp} \right), \quad (2)$$

где  $\alpha = 9\omega\chi_1^{(3)}/(2cn_{3\omega})$ ,  $\beta = \omega\chi_2^{(3)}/(2cn_{3\omega})$ ,  $\gamma = \omega\chi_3^{(3)}/(2cn_{3\omega})$ ,  $\chi_1^{(3)}$  – единственная константа, определяющая все компоненты тензора кубической нелинейности  $\chi_{ijlm}^{(3)}(3\omega; \omega, \omega, \omega) = \chi_1^{(3)}(\delta_{ij}\delta_{lm} + \delta_{il}\delta_{mj} + \delta_{im}\delta_{lj})$  изотропной среды, расположенной в области  $z > 0$ ,  $\Delta k = 6\pi(n_{\omega} - n_{3\omega})/\lambda$ ,  $n_{\omega,3\omega}$  – линейные показатели преломления на частотах  $\omega$  и  $3\omega$ ,  $\lambda$  – длина волны излучения, падающего на нелинейную среду,  $\chi_{2,3}^{(3)}$  – константы определяющие все ненулевые компоненты тензора кубической нелинейности  $\chi_{ijlm}^{(3)}(\omega; 3\omega, -\omega, -\omega) = \chi_2^{(3)}\delta_{ij}\delta_{lm} + \chi_3^{(3)}(\delta_{il}\delta_{mj} + \delta_{im}\delta_{lj})$ . Распространяющееся излучение на основной и утроенной частотах в плосковолновом приближении полностью характеризуют нормированные интенсивности  $I_{1,3}(z) = (|E_{1,3+}|^2 + |E_{1,3-}|^2)/2$ , степени эллиптичности эллипсов поляризации  $M_{1,3}(z) = (|E_{1,3+}|^2 - |E_{1,3-}|^2) / (|E_{1,3+}|^2 + |E_{1,3-}|^2)$  и углы наклона

$\psi_{1,3}(z) = \text{Arg}(E_{1,3+}E_{1,3-}^*)/2$  главных осей эллипсов поляризации относительно оси  $x$ , выбор направления которой позволяет положить  $\psi_{1,3}(0) = 0$ .

В приближении неизменности параметров волны основного излучения в процессе распространения, когда  $I_1(z) \equiv I_0$ ,  $M_1(z) \equiv M_0$ , а  $\psi_1(z) \equiv \psi_1(0)$ , правая часть выражения (1) становится известной функцией координаты распространения и решение получившегося уравнения позволяет легко найти  $I_3(z)$ ,  $M_3(z)$ ,  $\psi_3(z)$ . В этом приближении найденные поляризационные характеристики третьей гармоники при всех значениях координаты распространения полностью совпадают с соответствующими параметрами волны основного излучения, т.е.  $M_3(z) = M_0$ ,  $\psi_3(z) = \psi_1(0)$ , а интенсивность

$$I_3^{(a)}(z) = \frac{4\alpha^2 I_0^3 (1-M_0)^2}{\Delta k^2} \sin^2\left(\frac{\Delta k z}{2}\right). \quad (3)$$

В широком диапазоне параметров падающего излучения, нелинейной среды и расстройки волновых векторов проанализировано отличие численного решения самосогласованной системы уравнений (1) и (2) от результатов, полученных при использовании при описании ГТГ приближения неизменности параметров волны основного излучения в процессе распространения (3). Установлено, что при типичных значениях параметров излучения и среды при которых экспериментально наблюдается ГТГ, интенсивность излучения на утроенной частоте незначительно отличается от значения, полученного при использовании приближения неизменности параметров падающей волны в процессе распространения, при всех значениях координаты распространения. В локальных максимумах интенсивности излучения на утроенной частоте это отличие не превышает 10%. Степень эллиптичности эллипса поляризации излучения третьей гармоники и угол, задающий его ориентацию, также незначительно отличаются от значений, полученных при использовании приближения неизменности параметров падающей волны в процессе распространения, при всех значениях координаты распространения за исключением точек некоторого множества небольших интервалов. В найденных интервалах степень эллиптичности эллипса поляризации третьей гармоники начинает быстро расти и излучение становится практически циркулярно поляризованным. Далее происходит резкое уменьшение степени эллиптичности, в результате которого излучение сначала становится линейно поляризованным, затем снова практически циркулярно поляризованным и, наконец, изменяется до своего первоначального значения (Рис.1а). При этом вращение конца вектора напряжённости электрического поля излучения на утроенной частоте при переходе между двумя состояниями с циркулярной поляризацией меняется на противоположенное. Угол, задающий ориентацию эллипса поляризации, в этих же интервалах претерпевает резкое увеличение сначала до  $\pi/2$  и затем до  $\pi$  (Рис.1б).

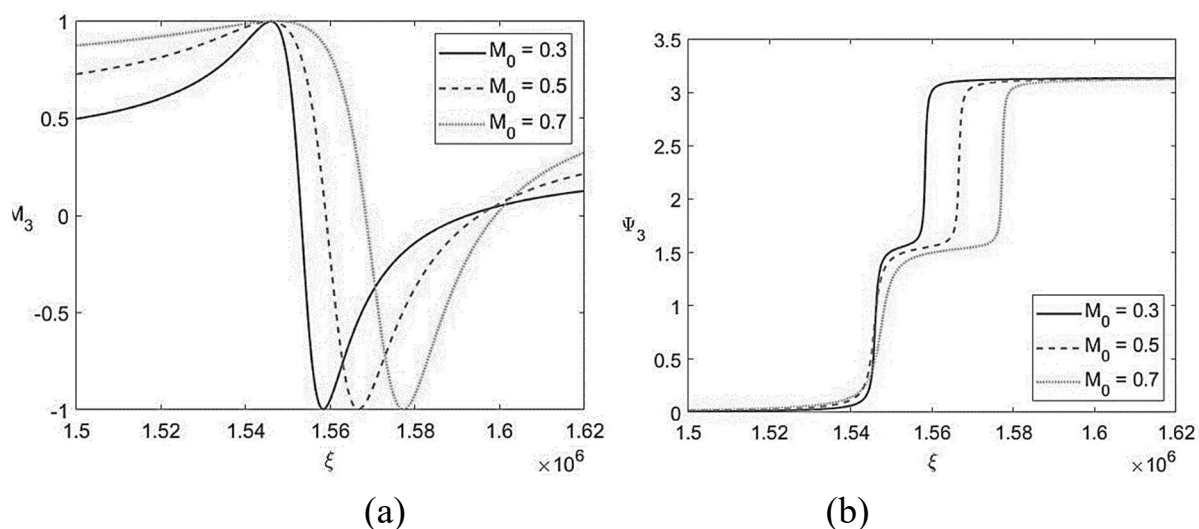


Рис. 1. Зависимость  $M_3(\xi)$  (a) и  $\psi_3(\xi)$  (b) при  $\chi_{1,2,3}^{(3)} = 5 \cdot 10^{-12} \text{ см}^3/\text{эрг}$ ,  $I_0 = 5 \cdot 10^{15} \text{ Вт/см}^2$ ,  $\Delta k = 0.6 \text{ см}^{-1}$ ,  $n_\omega = 1.5$ ,  $n_{3\omega} = 1.5$ ,  $\lambda = 600 \text{ нм}$ .

### Литература

1. P.D. Maker, R.W. Terhune. Study of Optical Effects Due to an Induced Polarization Third Order in the Electric Field Strength // *Phys. Rev.* 137A, 801 (1965).
2. J.A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing, P.S. Pershan. Interactions between Light Waves in a Nonlinear Dielectric // *Phys. Rev.*, 127, 1918 (1962).
3. M.G. Martemyanov, T.V. Dolgova, A.A. Fedyanin. Optical third-harmonic generation in one-dimensional photonic crystals and microcavities // *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 98, 463 (2004).
4. J.W. Shelton, Y.R. Shen. Study of Phase-Matched Normal and Umklapp Third-Harmonic- Generation Processes in Cholesteric Liquid Crystals // *Phys. Rev. A*, 5, 1867 (1972).
5. K.S. Grigoriev, V.A. Diukov, V.A. Makarov. Conversion of spin and orbital angular momentum in the third harmonic generation process in the bulk of an isotropic medium // *Laser Phys. Lett.*, 18, 055401 (2021).
6. A.A. Aglaev, V.A. Makarov. Third harmonic generation of the elliptically polarized radiation in an isotropic medium in the approximation of reciprocal action of propagating waves // *Laser Phys.*, 35, 095401 (2025).

**Подсекция:**  
**ФОТОННЫЕ И КВАНТОВЫЕ**  
**ТЕХНОЛОГИИ.**  
**ЦИФРОВАЯ МЕДИЦИНА**

Сопредседатели:  
профессор Н.Н. Сысоев, академик РАН профессор А.П. Шкуринов,  
доцент Е.А. Ширшин

## ФОКУСИРОВАННЫЙ УЛЬТРАЗВУК В ТЕРАПИИ ЗАБОЛЕВАНИЙ ГОЛОВНОГО МОЗГА

Науч. сотр. *Крохмаль А.А.*, доцент *Цысарь С.А.*, аспирант *Чупова Д.Д.*,  
доцент *Хохлова В.А.*, профессор *Сапожников О.А.*

Транскраниальный фокусированный ультразвук (ТФУЗ) представляет собой передовую неинвазивную технологию, позволяющую оказывать дистанционное воздействие на глубокие структуры головного мозга, что кардинально снижает риски инфекционных осложнений, кровопотерь и длительной реабилитации, характерных для традиционной нейрохирургии [1]. Для излучения используют как низкочастотные одноэлементные излучатели, так и фазированные решетки, насчитывающие до 1024 отдельных пьезоэлектрических элементов, работающих в диапазоне частот от 200 кГц до 1 МГц. Такие параметры обеспечивают фокусирование ультразвуковой волны на глубине до десяти сантиметров. При этом фундаментальной проблемой остается наличие черепа, неоднородная форма и структура которого заметно искажает форму ультразвукового пучка и поглощает энергию [2]. Для компенсации аберрации пучка используют фазирование сигналов на излучающих элементах, а навигация и контроль фокусирования в ходе лечения осуществляется либо под строгим контролем магнитно-резонансной томографии с функцией термометрии в реальном времени [3], либо с помощью системы нейронавигации с использованием предварительного численного моделирования на основе КТ-изображений головы пациента [4].

В настоящий момент тепловая абляция мозга с помощью ТФУЗ активно используется в клинической практике. Под тепловой абляцией понимается локальный нагрев биологической ткани до температуры, превышающей порог денатурации белка. В фокусе ультразвукового пучка формируется очаг некроза, в то время как окружающие нервные волокна и сосуды остаются неповрежденными. Данная процедура нашла широкое применение в нейрохирургии для купирования тремора и ригидности у пациентов с эссенциальным тремором и болезнью Паркинсона, когда требуется прицельное разрушение строго определенных ядер таламуса, отвечающих за двигательную патологию [5].

Иной механизм лежит в основе технологии открытия гематоэнцефалического барьера (ГЭБ) с помощью ультразвука. Известно, что ГЭБ представляет собой плотный слой эндотелиальных клеток капилляров с плотными контактами, который защищает мозг от проникновения циркулирующих в крови токсинов, но одновременно блокирует доставку нейропротективных и химиотерапевтических препаратов. Сочетание низкоинтенсивного фокусированного ультразвука с предварительным внутривенным введением микропузырьков позволяет временно решить эту проблему. Под

действием акустического поля микропузырьки в капиллярном русле начинают осциллировать в режиме стабильной кавитации. Это приводит к физиологическому раздвижению плотных контактов между эндотелиальными клетками, создавая «окно» проницаемости для лекарственных препаратов, которое самопроизвольно закрывается в течение четырех-шести часов. Такое временное открытие ГЭБ открывает принципиально новые возможности для лечения болезни Альцгеймера и онкологических заболеваний [6]. Кроме того, обратимое повышение проницаемости сосудов позволяет вымывать в системный кровоток специфические молекулярные маркеры опухолей мозга, делая реальностью неинвазивную жидкостную биопсию — так называемую сонобиопсию, когда диагноз и молекулярный профиль глиомы могут быть установлены по обычному анализу венозной крови после короткого сеанса ультразвукового воздействия [7].

В отличие от тепловой абляции, где ткань погибает от перегрева, гистотрипсия представляет собой механический способ деструкции биологической ткани [8]. Эффект достигается за счет использования чрезвычайно коротких, но мощных ультразвуковых импульсов, генерирующих в целевой зоне облако кавитационных пузырьков. При схлопывании эти пузырьки создают локальные ударные волны и мощные микропотоки жидкости, которые разрывают клеточные мембраны, фрагментируя опухолевые клетки и превращая плотную ткань в жидкую суспензию. Гистотрипсия обладает и мощным иммуномодулирующим эффектом. Механическое разрушение клеток высвобождает неповрежденные опухоль-специфичные антигены, что запускает каскад системного адаптивного иммунного ответа по всему организму, способствуя подавлению роста отдаленных метастазов и формированию долгосрочной противоопухолевой памяти [9].

Наиболее деликатным направлением является применение низкоинтенсивного фокусированного ультразвука для нейромодуляции. В этом случае речь идет не о разрушении тканей, а о временном и полностью обратимом возбуждении или торможении активности нейронных ансамблей. Применение нейромодуляции исследуют для терапии двигательных и психических расстройств, купирования хронической боли и воздействия на настроение [10].

Транскраниальный фокусированный ультразвук продолжает расширять спектр неврологических приложений. Совершенствование методов компенсации aberrаций и удешевление систем навигации будут способствовать рутинизации ТФУЗ в клинической практике как эффективного инструмента терапии головного мозга.

### **Литература**

1. MacDonell, J., Patel, N., Rubino, S., Ghoshal, G., Fischer, G., Burdette, E.C., Hwang, R. and Pilitsis, J.G., 2018. Magnetic resonance-guided

- interstitial high-intensity focused ultrasound for brain tumor ablation. *Neurosurgical focus*, 44(2), p.E11.
2. Чупова, Д.Д., Росницкий, П.Б., Солонцов, О.В., Гаврилов, Л.Р., Сеницын, В.Е., Мершина, Е.А., Сапожников, О.А. and Хохлова, В.А., 2024. Компенсация аберраций при фокусировке ультразвука через череп на основе данных КТ и МРТ. *Акустический журнал*, 70(2), pp.193-205.
  3. Marx, M., Ghanouni, P. and Butts Pauly, K., 2017. Specialized volumetric thermometry for improved guidance of mr g fus in brain. *Magnetic resonance in medicine*, 78(2), pp.508-517.
  4. Lee, C.C., Chou, C.C., Hsiao, F.J., Chen, Y.H., Lin, C.F., Chen, C.J., Peng, S.J., Liu, H.L. and Yu, H.Y., 2022. Pilot study of focused ultrasound for drug-resistant epilepsy. *Epilepsia*, 63(1), pp.162-175.
  5. Sakharova, G., Krokmal, A., Galimova, R., Khatmullina, A., Nabiullina, D., Buzaev, I., Avzaletdinova, D., Chupova, D. and Khokhlova, V., 2025. The use of alendronate to enhance transcranial transmission of focused ultrasound for successful ablations in brain. *Ultrasonics*, p.107796.
  6. Woodworth, G.F., Anastasiadis, P., Ozair, A., Chabros, J., Bettegowda, C., Chen, C., Gerstl, J.V., Douville, C., Mekary, R.A., Smith, T.R. and Meng, Y., 2025. Microbubble-enhanced transcranial focused ultrasound with temozolomide for patients with high-grade glioma (BT008NA): a multicentre, open-label, phase 1/2 trial. *The Lancet Oncology*, 26(12), pp.1651-1664.
  7. Zhu, L., Cheng, G., Ye, D., Nazeri, A., Yue, Y., Liu, W., Wang, X., Dunn, G.P., Petti, A.A., Leuthardt, E.C. and Chen, H., 2018. Focused ultrasound-enabled brain tumor liquid biopsy. *Scientific reports*, 8(1), p.6553.
  8. E. Ponomarchuk, S. Tsysar, A. Kadrev, D. Chupova, P. Pestova, M. Karzova, L. Papikyan, A. Kvashennikova, N. Danilova, P. Malkov, A. Chernyaev, S. Buravkov, and V. Khokhlova. Boiling histotripsy as a non-invasive non-thermal approach for treatment of human colon cancer tumors: an ex vivo proof-of-concept. *Journal of Ultrasound in Medicine*, 45(5):991–999, 2026.
  9. Hendricks-Wenger, A., Hutchison, R., Vlasisavljevich, E. and Allen, I.C., 2021. Immunological effects of histotripsy for cancer therapy. *Frontiers in oncology*, 11, p.681629.
  10. Blackmore, J., Shrivastava, S., Sallet, J., Butler, C.R. and Cleveland, R.O., 2019. Ultrasound neuromodulation: a review of results, mechanisms and safety. *Ultrasound in medicine & biology*, 45(7), pp.1509-1536.

## ТАРГЕТНЫЕ НАНОСИСТЕМЫ ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ И ЛЕЧЕНИЯ ЗЛОКАЧЕСТВЕННЫХ НОВООБРАЗОВАНИЙ

Вед. науч. сотр., *Осминкина Л.А.*

Разработка многофункциональных наноматериалов для диагностики и терапии злокачественных новообразований является одним из ключевых направлений современной биомедицины и медицинской физики. Особый интерес представляют платформы, способные одновременно обеспечивать адресную доставку терапевтических агентов, усиление эффективности стандартных методов лечения и возможность мониторинга процессов на клеточном уровне. В этом контексте наночастицы пористого кремния занимают важное место благодаря сочетанию биосовместимости, биодegradуемости и развитой внутренней структуры, обеспечивающей высокую загрузочную способность для лекарственных препаратов.

Пористый кремний представляет собой материал с уникальной иерархической структурой, состоящей из нанокристаллического кремниевого каркаса и системы пор, размеры и морфология которых могут контролироваться на стадии синтеза. Такая структура обеспечивает не только высокую удельную поверхность, но и возможность эффективной инкапсуляции широкого спектра терапевтических агентов, включая химиотерапевтические препараты и радиофармацевтические соединения. Кроме того, постепенная биодegradация пористого кремния в физиологических условиях с образованием ортокремниевой кислоты делает его безопасным для применения *in vivo*.

Одним из перспективных направлений использования наночастиц пористого кремния является их применение в радиационной медицине в качестве радиосенсибилизаторов. Ограничением лучевой терапии является необходимость компромисса между эффективным повреждением опухолевой ткани и минимизацией воздействия на здоровые ткани. Введение радиосенсибилизирующих агентов позволяет локально усиливать эффект ионизирующего излучения, не увеличивая суммарную дозу. В данной работе рассматриваются гибридные наноструктуры на основе пористого кремния, модифицированные наночастицами золота ( $\text{Au}@p\text{Si}$ ), обладающие выраженными радиосенсибилизирующими свойствами.

Интеграция золота в матрицу пористого кремния приводит к формированию композитных систем, сочетающих преимущества обоих материалов. Золото, обладая высоким атомным номером, эффективно взаимодействует с ионизирующим излучением, что сопровождается генерацией вторичных электронов и усиленным образованием активных форм кислорода. Это, в свою очередь, приводит к увеличению степени повреждения ДНК и снижению выживаемости опухолевых клеток при облучении. Экспериментально показано, что использование  $\text{Au}@p\text{Si}$  наночастиц приводит к суще-

ственному увеличению уровня генерации активных форм кислорода, до семикратного по сравнению с контролем, и выраженному снижению клоногенной выживаемости клеток при дозах облучения 2–4 Гр.

Помимо радиосенсибилизации, важной задачей является обеспечение селективного накопления наночастиц в опухолевой ткани. Для решения этой задачи используется функционализация поверхности наночастиц аптамерами — короткими одноцепочечными олигонуклеотидами, обладающими высокой аффинностью к специфическим клеточным рецепторам. Аптамеры обеспечивают адресное взаимодействие с клетками-мишенями и способствуют повышению эффективности доставки как радиофармацевтических препаратов, так и других терапевтических агентов.

Использование аптамер-модифицированных наночастиц пористого кремния позволяет реализовать концепцию таргетной терапии, при которой доставка действующего вещества осуществляется преимущественно в опухолевую ткань, что снижает системную токсичность и повышает терапевтический индекс. Дополнительным преимуществом пористой структуры является возможность одновременной загрузки нескольких типов агентов, что открывает перспективы для комбинированных подходов, включая радиохимиотерапию.

Существенным преимуществом гибридных систем Au@pSi является их мультифункциональность. Помимо усиления радиационного эффекта, такие наночастицы обладают выраженными плазмонными свойствами, что позволяет использовать их в качестве контрастных агентов для оптической диагностики, а также для спектроскопического мониторинга их распределения в биологических системах. Таким образом, реализуется концепция тераностики, объединяющая диагностические и терапевтические функции в рамках одной платформы.

В рамках проведённых исследований разработаны методы получения наночастиц пористого кремния с заданными характеристиками и их последующей модификации золотом и аптамерами. Полученные наноструктуры характеризуются высокой коллоидной стабильностью, оптимальными размерами порядка 100–200 нм и отрицательным  $\zeta$ -потенциалом, обеспечивающим устойчивость в биологических средах. Высокая степень загрузки терапевтических агентов и контролируемое высвобождение делают такие системы эффективными носителями лекарственных веществ.

Экспериментальные результаты демонстрируют, что использование гибридных наночастиц пористого кремния, модифицированных золотом и аптамерами, позволяет существенно повысить эффективность радиационного воздействия на опухолевые клетки за счёт синергетического эффекта радиосенсибилизации и таргетной доставки. Усиление генерации активных форм кислорода, локальное увеличение дозы поглощённого излучения и направленная доставка наночастиц в опухолевую ткань обеспечивают зна-

чительное снижение выживаемости клеток и повышение эффективности терапии.

Таким образом, разработанные таргетные наносистемы на основе пористого кремния представляют собой перспективную платформу для создания новых подходов к диагностике и лечению злокачественных новообразований. Их использование позволяет объединить функции доставки, усиления терапевтического воздействия и мониторинга, что соответствует современным тенденциям развития персонализированной медицины и открывает новые возможности для повышения эффективности противоопухолевой терапии.

Исследования поддержано грантом РФФИ №24-15-00137.

Автор выражает благодарность всем соавторам и коллегам, принимавшим участие в выполнении данной работы, за плодотворное сотрудничество, вклад в проведение экспериментов и обсуждение полученных результатов.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ И ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОЭЛЕКТРОННЫХ РЕЗЕРВУАРНЫХ СЕТЕЙ

Аспирант *Андреева А.С.*, доцент *Шорохов В.В.*, ст. науч. сотр.  
*Трифонов А.С.*, ст. науч. сотр. *Преснов Д.Е.*, профессор *Снигирев О.В.*,  
вед. науч. сотр. *Крупенин В.А.*

Резервуарные вычисления являются перспективной парадигмой, в которой динамика физической системы используется для обработки информации. Особый интерес представляют одноэлектронные резервуарные сети благодаря их крайне малым размерам, нелинейной динамике и высокой чувствительности к внешнему электрическому полю [1-4]. Их ключевой элемент — наноразмерная область, резервуар, в которой организована туннельная проводимость между зарядовыми центрами. Управляя напряжениями на туннельных электродах, подведенных к резервуару, возможно изменять конфигурацию проводящих каналов, тем самым настраивая функции сети. Из-за своих предельно малых размеров наиболее интересны одноэлектронные резервуарные сети на примесных атомах в твердотельной матрице [2, 3]. Поэтому их создание остается актуальной задачей.

Данная работа предлагает оригинальный метод формирования настраиваемых неупорядоченных резервуарных сетей, главной особенностью которого является использование разупорядоченного распределения единичных примесных атомов мышьяка в кристаллической решетке приповерхностного слоя кремния на основе материала кремния на изоляторе. Экспе-

риментальные структуры резервуарных сетей с рабочими областями диаметром 200–400 нм и туннельными управляющими электродами (по 8 для каждого резервуара) реализованы методами нанолитографии и ионной имплантации (рис. 1). Одноэлектронный транспорт в резервуарной сети достигался уменьшением концентрации примесных центров методом анизотропного реактивно ионного травления рабочей области сети, обеспечивая необходимое расстояние между зарядовыми центрами (5-10 нм). Предлагаемый подход позволяет эффективно использовать случайность и дискретность примесей, которые не используются в традиционной кремниевой электронике.

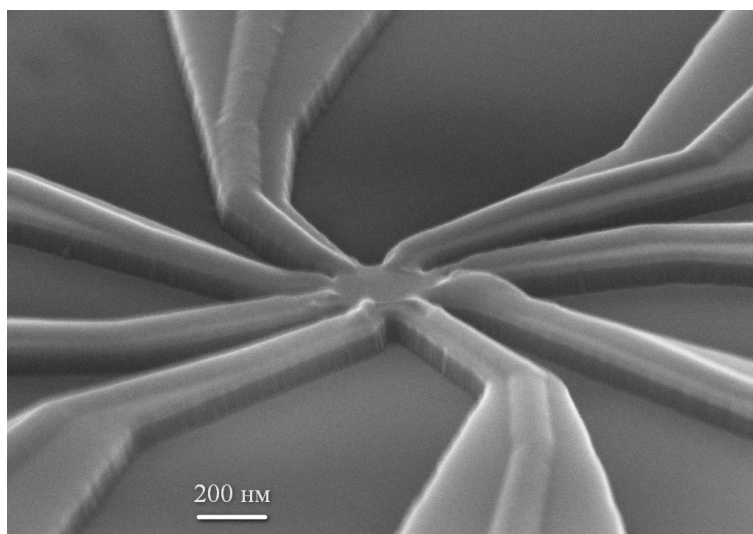


Рис. 1. РЭМ изображение рабочей области готового к измерениям образца.

Исследование транспортных характеристик наноструктур резервуарных сетей показало, что зарядовый транспорт имеет одноэлектронную природу. Значения величин кулоновской блокады между парой транспортных электродов в различных образцах находились в диапазоне от 0.1 мВ до 320 мВ в зависимости от концентраций примесей и взаимного расположения электродов, величина асимптотического сопротивления варьировалась от 27 кОм до 100 МОм. Наблюдаемые в исследуемых структурах особенности одноэлектронного транспорта показали возможность настройки сети путем подбора напряжений на управляющих электродах. Изменение управляющих напряжений позволило реализовать базовую логическую функцию — «НЕ». Для поиска более сложных функций в пространстве состояний использован векторный метод настройки, позволяющий одновременно регистрировать изменения напряжений и токов по всем 8 каналам. При этом реализованный программный выбор входных и выходных терминалов структуры исключал механические переключения между ними. При исследовании образцов в рефрижераторе растворения при температуре 20 мК настройка резервуарных сетей векторным методом позволила продемон-

стрировать более сложные, требующие перебора множества состояний сети, логические элементы «И» и «ИЛИ» (рис. 2), а также подтвердить реконфигурируемость резервуаров.

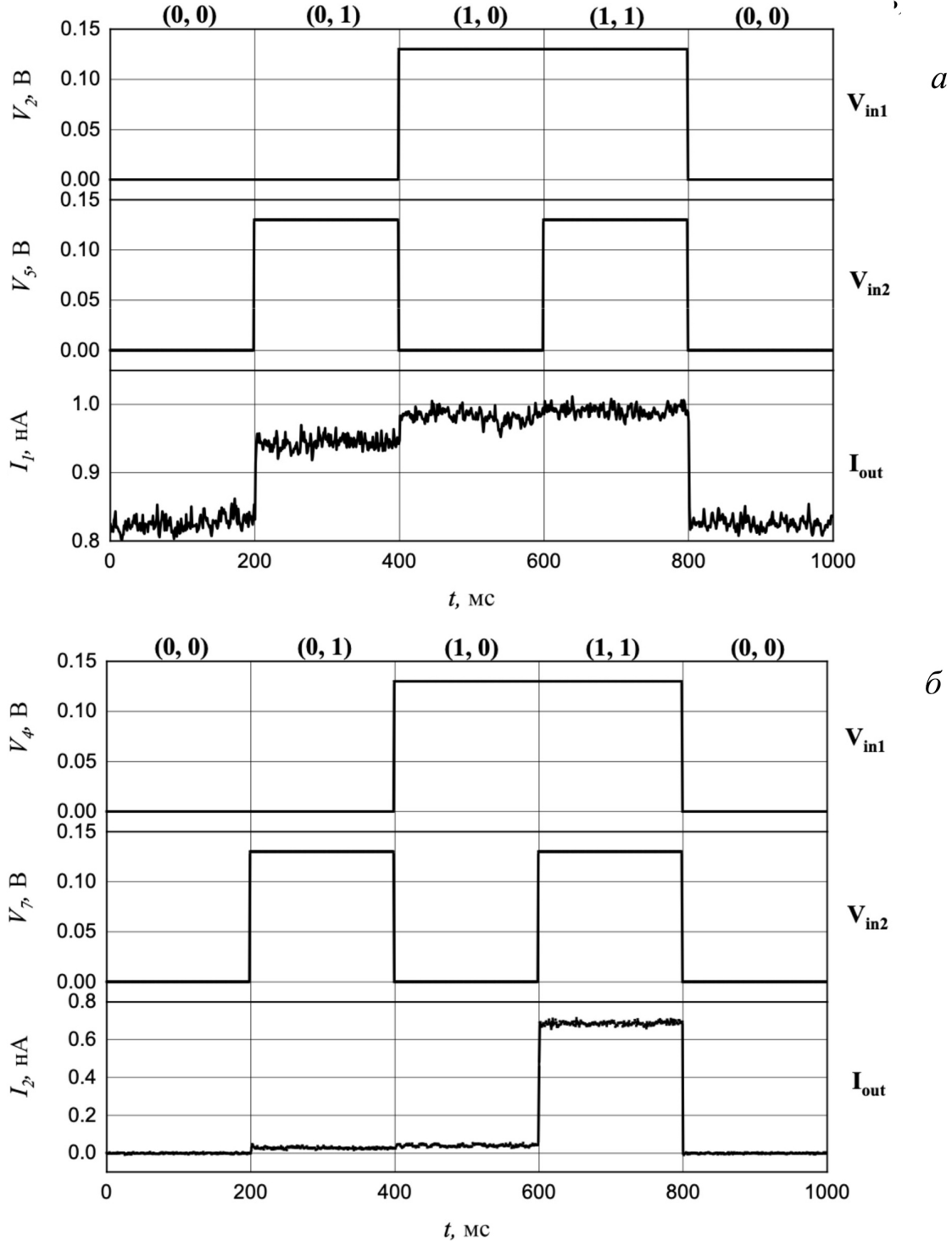


Рис. 2. Функциональные элементы резервуарной сети при температуре  $T = 20$  мК: *a* — "ИЛИ" (1 — выход, 2, 5 — входы,  $V_3 = 0$  В,  $V_4 = 54$  мВ,  $V_6 = -270$  мВ,  $V_7 = 0$  В,  $V_8 = 0$  В), *б* — "И" (2 - выход, 4, 7 — входы,  $V_1 = 15$  мВ,  $V_3 = -70$  мВ,  $V_5 = 0$  В,  $V_6 = 0$  В,  $V_8 = 50$  мВ).

Полученные результаты подтверждают высокий потенциал подобных структур для разработки и создания программируемых функциональных элементов, высокочувствительных сенсоров, нейросетей, а также для распознавания и классификации микро- и нанообъектов, включая клетки, молекулы, вирусы. Расширение рабочего температурного диапазона может быть достигнуто путем замены примесных атомов, например, на калий, позволяющей сместить рабочие температуры в область более высоких значений [5]. Кроме того, предложенные структуры могут выполнять функцию детектора излучения в определенной области инфракрасного диапазона, которая определяется типом и энергией уровней используемых легирующих примесей.

Исследование выполнено в рамках государственного задания МГУ имени М.В. Ломоносова. В работе использовалось оборудование Учебно-методического центра литографии и микроскопии МГУ им. М.В. Ломоносова.

#### **Литература**

1. Bose S.K. et al., *Nat Nanotechnol.* **2015**. Vol. 10, № 12. P. 1048–1052.
2. Дагесян и др., *Вестн. Моск. ун-та.* **2020**. Сер. 3. Физ. Астрон. 75, № 4. С. 36–40.
3. Chen T. et al., *Nature. Nature Research* **2020**. Vol. 577, № 7790. P. 341–345.
4. Панкратов С.А. и др., *Известия Российской академии наук* **2023**. Серия физическая. 87, № 1. С. 71–78.
5. Shorokhov V.V. и др., *Nanoscale* **2025**. Vol. 17. P. 21737–21747.

**Подсекция:**  
**РАДИОФИЗИКА, ЭЛЕКТРОНИКА  
И АКУСТИКА**

Сопредседатели:  
профессор С.П. Вятчанин,  
доцент И.Н. Карташов

## СТАТЬИ В АКУСТИЧЕСКОМ ЖУРНАЛЕ: НАУКОМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Ст. науч. сотр. *Шамаев В.Г.*, науч. сотр. *Горшков А.Б.* (ГАИШ им. П.К. Штернберга), асп. *Шамаев Н.В.* (ИФЗ им. О.Ю. Шмидта РАН)

*Обсуждаются вопросы цитирования в статьях «Акустического журнала». На материале выпусков журнала за десятилетие 2015–2024 гг. приводятся данные по старению статей, наиболее цитируемым авторам, статьям, рубрикам и т.д. Привлекается внимание к важности подхода по составлению списков цитируемой литературы. Даются рекомендации по повышению индекса цитирования авторов и импакт-фактора журнала.*

### Описание исследования

Практическая значимость изучения пристатейных списков литературы не ограничивается только выявлением процесса старения. Она может отражать:

- связи одной тематической области с другими;
- популярность изданий, а значит, и опубликованных в них статей;
- анализ временных и этапных периодов развития научных направлений и прогнозирование их развития.

Прогноз очень важен, но методика его получения пока находится на зачаточном уровне. Квазинаучное же прогнозирование активно используют в своих целях только научные работники, пишущие об инновациях, государственных приоритетах, в том числе и в сфере науки, системе индикаторов развития науки.

За основу мы взяли списки литературы не за всю историю существования журнала на протяжении 70 лет, а за 2015–2024 годы. Объясняется это огромным объемом работы по унификации библиографических описаний литературы, приведенных в статьях.

О проблеме списков литературы в научных журналах мы писали ранее [5, 6]. К сожалению, этому вопросу авторы и редакторы не придают особого значения, откуда и возникают трудности в написании программ перевода списков литературы в унифицированную форму — базу данных.

В списках литературы встречаются уникальные по своей невнимательности записи.

Вот примеры авторских и редакторских просмотров.

Оригинал: *Исакович М.А.* Л.И. Мандельштам и распространение звука в микронеоднородных средах // *Успехи физических наук.* 1979. Т. 129 № 11. С. 531–540

В статье: *Исакович М.А., Мандельштам Л.И.* Распространение звука в микронеоднородных средах // *УФН* 1979. Т. 129 № 3. С. 531–540

Приведем основные сведения по ссылкам в статьях «Акустического журнала» за указанные раньше 10 лет (2015–2024) на статьи в нем же.

1. Кол-во цитируемых статей — 1556, авторов — 1624.

2. Всего ссылок — 3084.

3а. Среднее количество авторов одной статьи — 2,55.

3б. Среднее количество ссылок на статью — 1,98.

4. Количество авторов с цитируемостью больше 50 в рассматриваемом периоде — 21.

Остановимся на определении полураспада статей в журналах. Если определить возраст цитируемой статьи как разницу между годом ссылки на нее и годом ее выхода, ранжировать цитируемые работы по возрасту и отобрать ровно половину самых «молодых» из них, то максимальный возраст работ из этой выборки и определит «полупериод жизни публикаций».

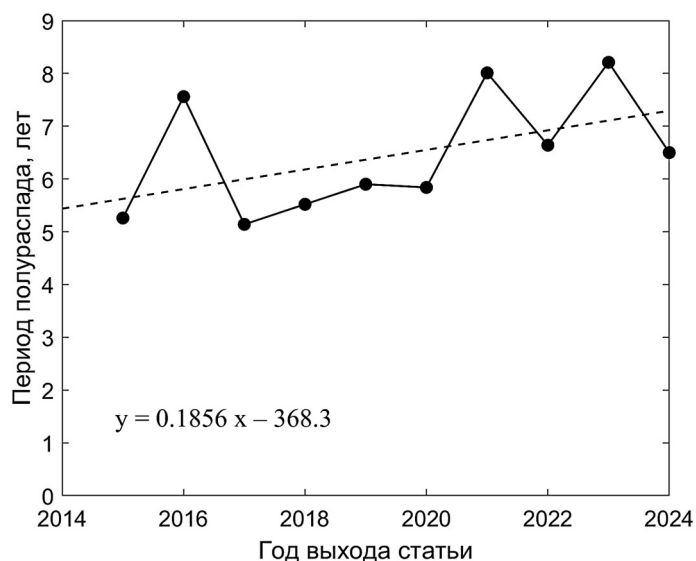


Рис. Изменение периода полураспада статей в Акустическом журнале по данным за 2015–2024 гг. Постепенный рост периода полураспада показан линейной аппроксимацией (штриховая линия), уравнение которой приведено в левом нижнем углу.

Таблица. Наукометрические показатели «Акустического журнала» по данным Научной электронной библиотеки.

Название показателя	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024
Число статей в РИНЦ	84	84	71	87	84	69	65	65	81	87
Двухлетний импакт-фактор РИНЦ	1,15	0,99	1,46	1,26	1,29	1,2	1,24	1,38	1,89	1,45
Пятилетний импакт-фактор РИНЦ	0,93	0,94	1,18	1,23	1,33	1,20	1,16	1,30	1,55	1,35
Средний индекс Хирша авторов	7,7	8,2	8,6	9,5	10,5	9,6	10,1	11,7	10,2	11,1

### Заключение

Авторам необходимо тщательнее подходить к составлению списков литературы. Небрежность в этом ведет к потере ссылок, что важно как для составления индексов цитирования, так и в повышении импакт-фактора «Акустического журнала».

Исследование выполнено в рамках государственного задания МГУ имени М.В. Ломоносова.

## ВЛИЯНИЕ ПЛАЗМЫ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА С ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ ВОЛНАМИ КОАКСИАЛЬНОГО ВОЛНОВОДА С ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ЗАПОЛНЕНИЕМ

Аспирант *Ершов А.В.*, профессор *Кузелев М.В.*

Рассмотрим волновод образованный двумя идеально проводящими плоскостями  $x=0$  и  $x=L$ . В волноводе в области  $0 < x < x_0$  находится однородная изотропная среда с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_1(\omega)$ , а область  $x_0 < x < L$  занята однородной средой с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_2(\omega)$ .

Представляя электромагнитное поле волновода в виде

$$\{\mathbf{E}(t, x, y, z), \mathbf{B}(t, x, y, z)\} \rightarrow \{\mathbf{E}(x), \mathbf{B}(x)\} \exp(-i\omega t + ik_z z), \quad (1)$$

для электромагнитных волн  $E$ -типа из уравнений Максвелла получаем одно уравнение для компоненты  $E_z(x)$

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{\varepsilon(\omega, x)}{\chi^2} \frac{dE_z}{dx} \right) = \varepsilon(\omega, x) E_z, \quad (2)$$

где  $\chi^2 = k_z^2 - \varepsilon(\omega, x)\omega^2/c^2$ , а  $\varepsilon(\omega, x) = \varepsilon_1(\omega)$  при  $0 < x < x_0$  и  $\varepsilon(\omega, x) = \varepsilon_2(\omega)$  при  $x_0 < x < L$ .

На границе раздела диэлектриков уравнение (2) дополняется условиями непрерывности тангенциальных составляющих напряженности электрического  $E_z$  и индукции магнитного  $B_y$  полей

$$\{E_z\}_{x=x_0} = 0, \quad \left\{ \frac{\varepsilon(\omega, x)}{\chi^2} \frac{dE_z}{dx} \right\}_{x=x_0} = 0. \quad (3)$$

На идеально проводящих границах волновода обращается в ноль тангенциальная компонента напряженности электрического поля, т.е.  $E_z(0) = E_z(L) = 0$ .

Используя первое условие (3) и условия на границах волновода, запишем решение уравнения (2) в виде

$$E_z = \begin{cases} \sinh(\chi_1 x) / \sinh(\chi_1 x_0), & 0 < x < x_0 \\ \sinh[(\chi_2(L-x)) / \sinh[(\chi_2(L-x_0))], & x_0 < x < L \end{cases}, \quad (4)$$

где  $\chi_{1,2}^2 = k_z^2 - \varepsilon_{1,2}(\omega)\omega^2/c^2$ . Подставив (4) во второе граничное условие (3), получим дисперсионное уравнение для определения спектров частот рассматриваемого волновода:

$$\frac{\varepsilon_1(\omega) \cosh(\chi_1 x_0)}{\chi_1 \sinh(\chi_1 x_0)} + \frac{\varepsilon_2(\omega) \cosh[\chi_2(L-x_0)]}{\chi_2 \sinh[\chi_2(L-x_0)]} = 0. \quad (5)$$

Характерные дисперсионные кривые электромагнитных волн плазменно-диэлектрического волновода на рис. 1а.

Распространение электромагнитной волны (1) в анизотропной среде с тензором диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon_{ij}(\omega, x) = \begin{pmatrix} \varepsilon_{\perp}(\omega, x) & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{\perp}(\omega, x) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{\parallel}(\omega, x) \end{pmatrix}, \quad i, j = x, y, z, \quad (6)$$

описывается следующим уравнением:

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{\varepsilon_{xx}(\omega, x) dE_z}{\chi_{xx}^2(\omega, x) dx} \right) = \varepsilon_{zz}(\omega, x) E_z, \quad (7)$$

где  $\chi_{xx}^2(\omega, x) = k_z^2 - \varepsilon_{xx}(\omega, x)\omega^2/c^2$ .

Используя условия на границах волновода, запишем решение уравнения (7) в виде

$$E_z = \begin{cases} \sinh(\chi_1 x) / \sinh(\chi_1 x_0), & 0 < x < x_0 \\ \sinh[(\sqrt{\varepsilon_p} \chi_2(L-x)) / \sinh[(\sqrt{\varepsilon_p} \chi_2(L-x_0))], & x_0 < x < L \end{cases}, \quad (8)$$

где  $\chi_1^2 = k_z^2 - \varepsilon_d \omega^2 / c^2$ ,  $\chi_2^2 = k_z^2 - \omega^2 / c^2$ .

Подставив (8) во второе граничное условие (3), получим дисперсионное уравнение для определения спектров частот рассматриваемого волновода:

$$\frac{\varepsilon_d \cosh(\chi_1 x_0)}{\chi_1 \sinh(\chi_1 x_0)} + \frac{\sqrt{\varepsilon_p} \cosh[\sqrt{\varepsilon_p} \chi_2 (L - x_0)]}{\chi_2 \sinh[\sqrt{\varepsilon_p} \chi_2 (L - x_0)]} = 0. \quad (9)$$

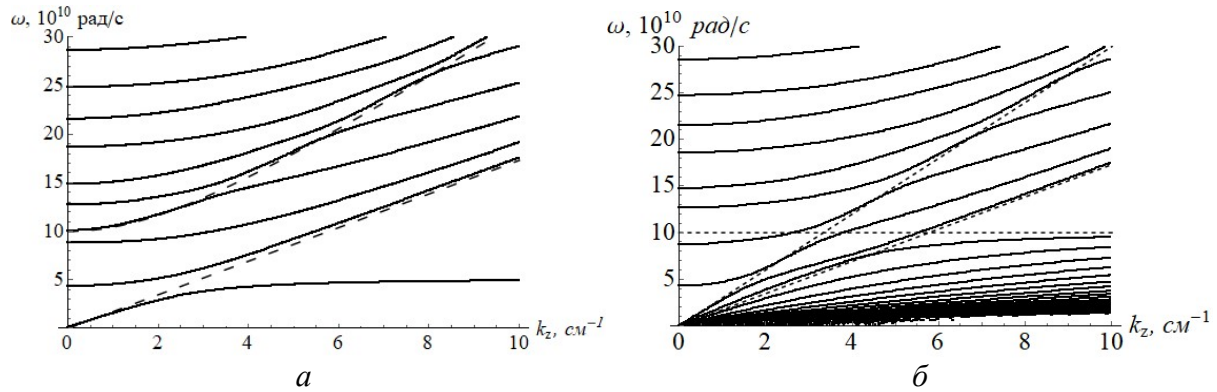


Рис. 1. Дисперсионные кривые электромагнитных волн плоского волновода со слоем диэлектрика: а -  $\omega_{Le} = 0$ ; б -  $\omega_{Le} = 10^{11} \text{ рад/с}$

Характерные дисперсионные кривые электромагнитных волн плазменно-диэлектрического волновода на рис. 1б. Также были рассмотрены аналогичные случаи для коаксиального и цилиндрического волновода.

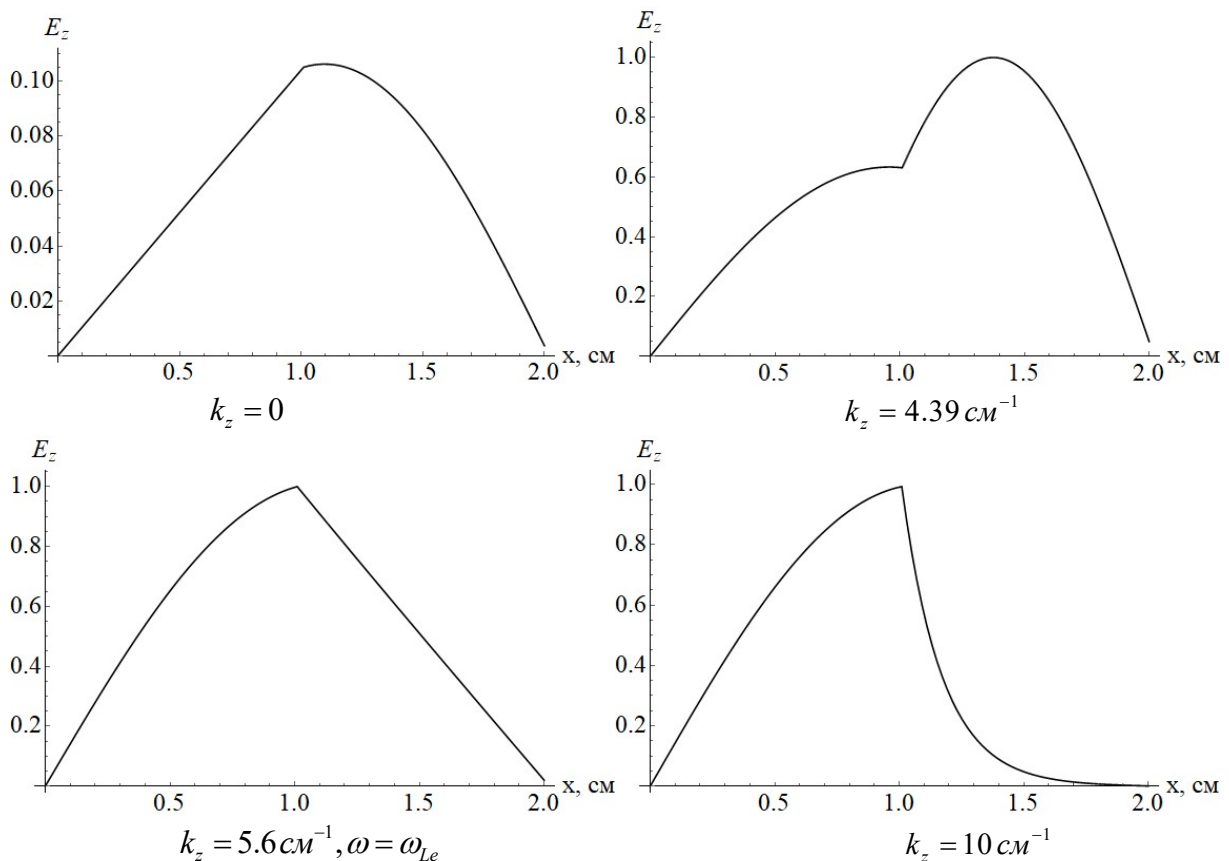


Рис. 2. Компонента напряженности электрического поля  $E_z(x)$  моды  $E_0$  для случая анизотропной плазмы.

Рассмотрены структуры полей различных мод для данных случаев волновода. Пример приведен на рис. 2. Показано, что есть области, в которых наблюдаются чисто объемные волны, для которых ожидается высокая эффективность взаимодействия пучка и волны.

### Литература

1. Кузелев М. В., Рухадзе А. А., Стрелков П. С. Плазменная релятивистская СВЧ-электроника. М.: ЛЕНАНД, 2018.
2. Кузелев М. В., Рухадзе А. А. Электродинамика плотных электронных пучков в плазме. М.: Наука, 1990.
3. Кузелев М. В., Рухадзе А. А. УФН, 1987, т. 152, вып. 2, с. 285.

## САМОВОЗБУЖДЕНИЕ ПЛАЗМЕННОГО СВЧ-УСИЛИТЕЛЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РАСПРЕДЕЛЕННОГО ПОГЛОТИТЕЛЯ

Доц. *Карташов И.Н.*, профессор *Кузелев М.В.*, студент *Туманов А.В.*

Рассмотрено развитие пучково-плазменной неустойчивости в плазменном СВЧ-усилителе с неоднородным по длине системы поглотителем. Добавление поглотителя в систему обусловлено необходимостью подавления паразитной обратной связи. При этом наличие поглотителя приводит к изменению электродинамических свойств системы. Рассчитаны инкременты пучково-плазменной неустойчивости, определены области параметров, при которых самовозбуждение усилителя не происходит.

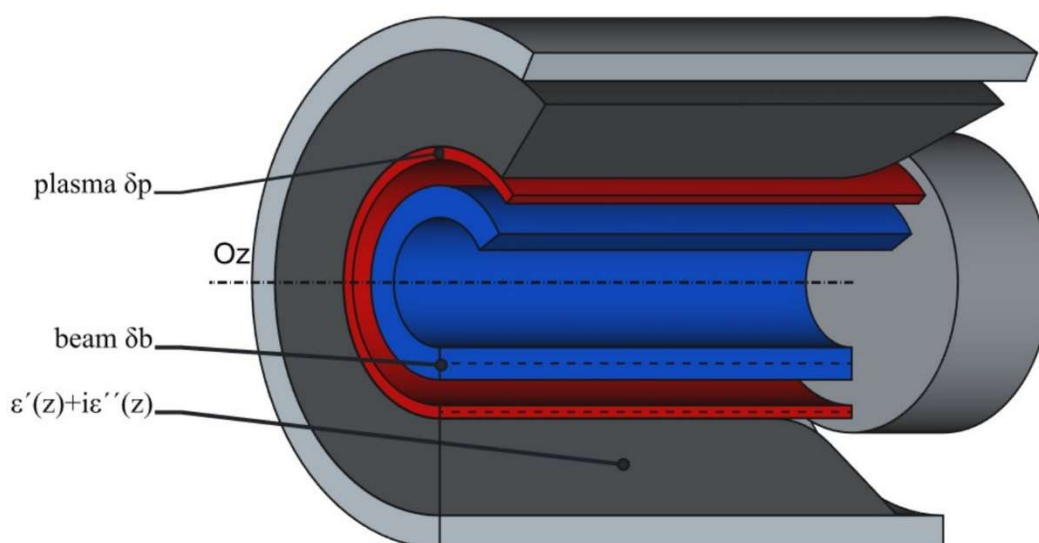


Рис. 1. Схема плазменного СВЧ-усилителя: на стенке волновода расположен неоднородный по длине системы поглотитель.

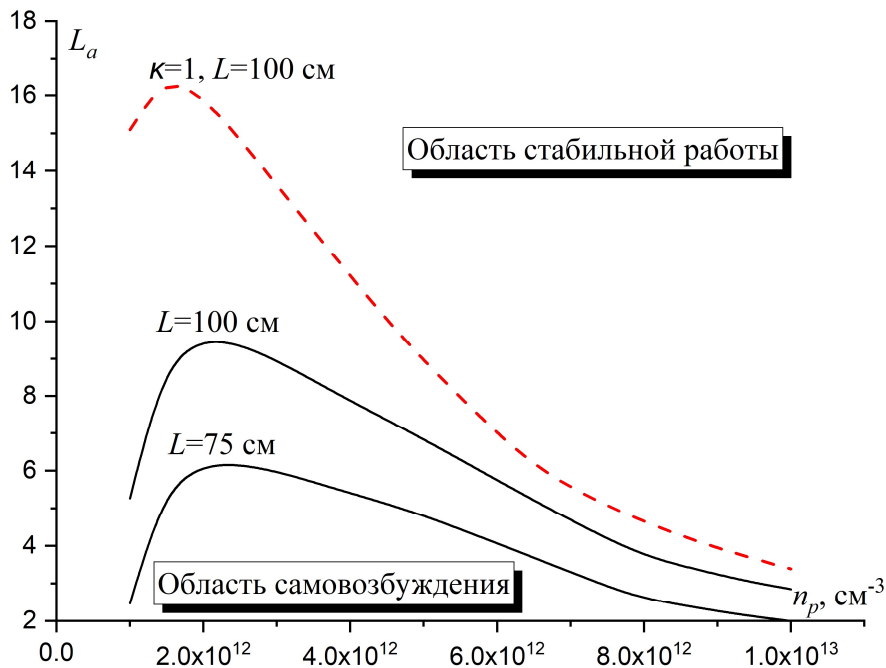
Предполагается, что зависимость диэлектрической проницаемости поглотителя от продольной координаты является медленной, чтобы применить метод геометрической оптики. Дисперсионное уравнение такой системы может быть записано в стандартном виде [1,2], с учетом изменяющейся диэлектрической проницаемости поглотителя по длине системы.

$$\left[ \omega^2 - \omega_p^2 \frac{\chi_0^2}{k_{\perp p}^2} \right] \left[ (\omega - k_z u)^2 - \omega_b^2 \gamma^{-3} \frac{\chi_0^2}{k_{\perp p}^2} \right] = \Theta \omega_p^2 \frac{\chi_0^2}{k_{\perp p}^2} \omega_b^2 \gamma^{-3} \frac{\chi_0^2}{k_{\perp p}^2}. \quad (1)$$

Его можно решить относительно волнового числа; таким образом, можно найти инкремент нарастания усиливаемой волны и определить коэффициент усиления и поглощения прямой и обратных волн. В условиях резонансной черенковской пучковой неустойчивости коэффициенты трансформации обратной волны в каждую из прямых волн равны  $\kappa_{41} = \kappa_{42} = \kappa_{43} = 1/3$ . Таким образом получаем условие самовозбуждения усилителя

$$|\kappa_{14} \kappa_{41}| \exp \left[ \int_0^L (-\text{Im } k_{z1} + \text{Im } k_{z4}) dz \right] > 1. \quad (21)$$

Это условие позволяет определить области устойчивой работы усилителя и области самовозбуждения в зависимости от характерной длины поглотителя и плотности плазмы в плазменной трубке для различных длин области пучково-плазменного взаимодействия.



### Литература

1. Карташов И.Н., Кузелев М.В., Туманов А.В. Подавление самовозбуждения в плазменном СВЧ-усилителе с коаксиальной геометрией с помощью протяженного СВЧ-поглотителя // Физика плазмы. 2025. Т. 51. №6. С. 635–642.
2. М.В. Кузелев, А.А. Рухадзе, П.С. Стрелков. Плазменная релятивистская СВЧ электроника. М.: URSS, 2018.

## ОБОБЩЕННОЕ УРАВНЕНИЕ БЮРГЕРСА: ПРИМЕНЕНИЕ ТОЧНЫХ И АСИМПТОТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ К ЗАДАЧАМ НЕЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ

Ст. науч. сотр. *Гусев В.А.*

Уравнение Бюргерса (УБ) — одно из базовых уравнений нелинейной акустики [1]. Оно описывает распространение интенсивных акустических волн при учете эффектов нелинейности и вязкой диссипации. Учет диссипации является принципиальным при построении временных профилей для правильного описания структуры ударного фронта.

В безразмерных переменных УБ имеет вид:

$$\frac{\partial V}{\partial s} - V \frac{\partial V}{\partial \theta} = \Gamma \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2}, \quad (1)$$

где  $V$  — колебательная скорость,  $s$  — расстояние,  $\theta$  — время, параметр  $\Gamma$  характеризует относительную роль диссипативных и нелинейных эффектов.

Под обобщенным уравнением Бюргерса (ОУБ) в данной работе понимается уравнение Бюргерса с переменным коэффициентом вязкости [1]:

$$\frac{\partial V}{\partial s} - V \frac{\partial V}{\partial \theta} = \Gamma(s) \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2}. \quad (2)$$

ОУБ (2) возникает в ряде важных задач нелинейной акустики. Отметим среди них акустические волны в стратифицированной атмосфере [2], нелинейные акустические пучки [1] и волны в узких трубках переменного сечения [3]. В частности, для стратифицированной атмосферы, равновесная плотность которой экспоненциально убывает с высотой, получается ОУБ с линейной зависимостью коэффициента вязкости [2]:

$$\frac{\partial V}{\partial s} - V \frac{\partial V}{\partial \theta} = \Gamma(1 + s/s_0) \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2}. \quad (3)$$

Особое внимание к УБ связано с тем, что это одно из немногих нелинейных уравнений, имеющих общее точное решение. Подстановкой Хопфа-Коула оно сводится к уравнению теплопроводности, что позволяет построить точное решение УБ в интегральном виде [1]. Однако, полученное решение неудобно для анализа. Даже для исходного синусоидального профиля решение задается в виде комбинации двух рядов [1]. При этом при больших  $\Gamma > 0.1$  хорошо работает асимптотическое решение, а при малых  $\Gamma < 0.1$  построение аналитического решения из-за вычисления функций Инфельда большого аргумента эквивалентно по трудоемкости численному решению УБ. С другой стороны, оказываются полезными приближенные решения Фэя и Хохлова. Решение Хохлова [1] (см. далее выражение (4)) изначально было угадано, однако в строгой постановке выводится как первый член асимптотического решения при  $\Gamma \rightarrow 0$ . Это легко увидеть из структуры решения (4): оно описывает нелинейно искаженный профиль с ударным фронтом конечной ширины. Но при  $z = 0$  оно не сводится к исходному синусоидальному профилю. При больших  $\Gamma$  поведение решения Хохлова не соответствует исходному профилю. При этом удивительно, что сама функция (4) при  $s_0 \rightarrow \infty$  является точным решением УБ (1).

Таким образом, теория решений УБ во многом строится на точных решениях. Как применить эти результаты для ОУБ, когда подобные точные решения найти не удастся?

Оказывается, что построение асимптотического решения уравнения (2) при  $\Gamma \rightarrow 0$  имеет примерно ту же точность, что и решение Хохлова для УБ (1). А именно, используем метод сращиваемых асимптотических разложений. В области вне ударного фронта находим решение в виде пилообразной волны. В области ударного фронта растягиваем координаты и находим решение в виде скачка конечной ширины. После сращивания решений, получаем аналог решения Хохлова для ОУБ (3):

$$V = -\frac{\theta}{1+s} + \frac{1}{1+s} \operatorname{th} \frac{\theta}{2\Gamma(1+s)(1+s/s_0)}. \quad (4)$$

На больших расстояниях это решение накапливает ошибку. Его удастся улучшить, подставив выражение для ударного фронта, найденное из автомодельного решения уравнения (3). Приближенное выражение имеет вид:

$$V_0(x) = A \operatorname{th} \left[ \frac{A}{4} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{8\Gamma(1+s)}{A^2}} \right) \frac{\theta}{\Gamma(1+s/s_0)} \right], \quad (5)$$

$A$  — амплитуда скачка. В итоге получаем улучшенное решение типа Хохлова

$$V = -\frac{\theta}{1+s} + \frac{1}{1+s} \operatorname{th} \left[ \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{8\Gamma(1+s)^2}{\pi s_0^2}} \right) \frac{\theta}{4\Gamma(1+s)(1+s/s_0)} \right]. \quad (6)$$

На рис. 1 представлено сравнение временных профилей исходного синусоидального сигнала, построенных по улучшенной формуле (6) и найденных численным расчетом ОУБ (3). Как видно, совпадение достаточно хорошее для расстояний вплоть до границы выхода на линейную стадию (в данном случае как раз  $s \sim 16$ ), когда асимптотическое решение типа (6) перестает работать.

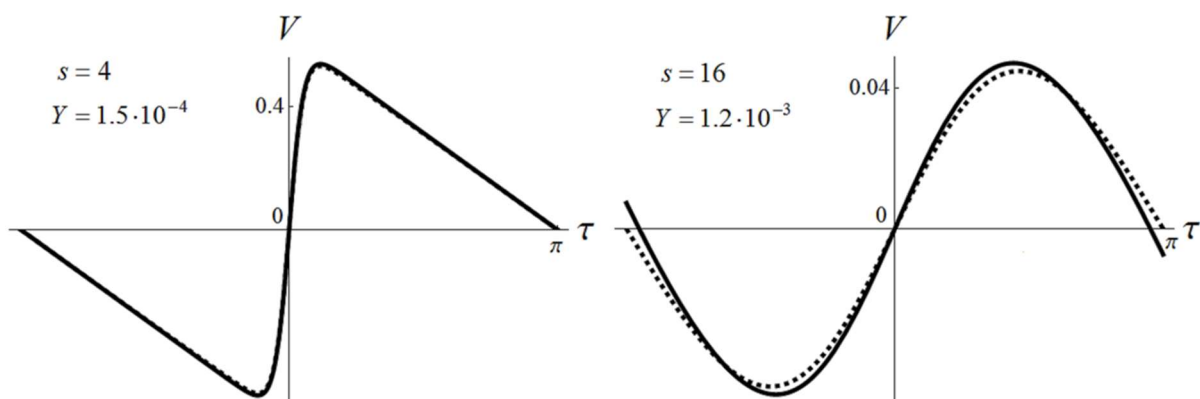


Рис. 1. Сравнение временных профилей исходного синусоидального сигнала на двух расстояниях ( $s = 4$  и  $s = 16$ ), построенных по улучшенной формуле (6) (сплошные линии) и по численному решению ОУБ (3) (штриховые линии).

Анализ структуры асимптотического решения показывает, что улучшенное выражение для ударного фронта может быть применено и для уравнения с произвольной зависимостью коэффициента вязкости от расстояния. В этом случае нужно только следить за областью применимости самого асимптотического разложения.

Эта задача приводит к формулировке нового критерия выхода волны на линейную стадию в рамках ОУБ. Эволюция волны определяется двумя факторами — укрупнением волны за счет нелинейности и расплывания за счет вязкости. Как только вязкое расплывание начинает превышать смещение ударного фронта за счет нелинейности, начинается линейная стадия распространения. Ширина ударного фронта определяется преимущественно выражением  $\Delta\theta = \Gamma(s)(1+s)$ . Среднюю скорость движения ударного

фронта можно найти из уравнения  $\frac{d\langle\theta\rangle}{ds} = -\frac{V_{\min} + V_{\max}}{2}$ , где задаются значения на экстремумах профиле перед и после ударного фронта. Это выражение обобщает известное выражение для скорости ударной волны в профи-

ле простой (римановой волны)  $\frac{d\theta_{sh}}{ds} = -\frac{V_1 + V_2}{2}$ , где  $V_{1,2}$  — амплитуды на разрыве [1]. Для выхода на линейную стадию должно выполняться соотношение  $\langle \theta \rangle / \Delta \theta \rightarrow 0$ . Отсюда можно определить характерное расстояние выхода волны на линейную стадию.

### Литература

1. Руденко О.В. Нелинейная акустика. М.: Издательство Московского университета, 2025.
2. Гусев В.А., Жостков Р.А. Трансформация интенсивных акустических волн, распространяющихся вертикально вверх в изотермической стратифицированной атмосфере // Изв. Рос. Акад. наук. Физ. атмосферы и океана. 2015. Т. 51. № 5. С. 587-597.
3. Gusev V.A., Komarovskii K.O. Dissipative Effects in the Propagation of Linear Waves in Narrow Tubes of Variable Cross Section // Physics of Wave Phenomena. 2025. V. 33. № 5. P. 361–367.

**Подсекция:**  
**ФИЗИКА**  
**КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ**

Сопредседатели  
чл.-корр. РАН профессор Д.Р. Хохлов,  
профессор В.А. Кульбачинский, профессор О.В. Снигирев

## ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ СИММЕТРИЙНО ОБУСЛОВЛЕННЫХ ИЗОМОРФНЫХ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ В СЕГНЕТОЭЛАСТИКАХ МЕТОДАМИ ТЕОРИИ ОСОБЕННОСТЕЙ

Доцент Павлов С.В.

Собственные сегнетоэластические фазовые переходы в кристаллах индуцируются неприводимым представлением  $E_g$  группы  $m\bar{3}m (O_h)$ , причем двухкомпонентным параметром порядка являются линейными комбинациями компонент  $u_{ik}$  тензора деформаций [1]  $\eta_1 = \frac{1}{\sqrt{6}}(2u_{zz} - u_{xx} - u_{yy})$ ,  $\eta_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u_{yy} - u_{xx})$ .

В этом случае симметрия параметра порядка определяется группой  $L=C_{3v}$ , и термодинамический потенциал Ландау является функцией двух инвариантов  $I_1 = \eta_1^2 + \eta_2^2$  и  $I_2 = \eta_1^3 - 3\eta_1\eta_2^2$ . В [2] приведена классификация феноменологических моделей с такой  $L$ -группой, где методами теории особенностей (теории катастроф) [3] установлено, что все низкосимметричные фазы  $(\eta_0)$ ,  $(-\eta_0)$ ,  $(\eta_1\eta_2)$  описывает модель с двумя управляющими параметрами [2].

В сегнетоэластиках возможен также деформационный фазовый переход типа всестороннего растяжения (сжатия) вдоль кристаллографических осей, представляющего собой линейную комбинацию компонент  $u_{ii}$  тензора деформации  $\xi = \frac{1}{\sqrt{3}}(u_{xx} + u_{yy} + u_{zz})$ .

Величина  $\xi$  преобразуется по одномерному единичному неприводимому представлению  $\tau_1(\mathbf{k}_{12}) (A_{1g})$  группы  $O_h$ , то есть является полносимметричным параметром порядка. Следовательно, термодинамические потенциалы с взаимодействующими двухкомпонентным  $(\eta_1\eta_2)$  и полносимметричным  $\xi$  параметрами порядка соответствуют группе  $L=C_{3v} \oplus C_1$ . Такие потенциалы изучены в ряде работ [4-6], цель данной работы заключается в том, чтобы построить модели с этим составным параметром порядка методами теории катастроф и сопоставить их с полученными в этих работах.

Для феноменологических моделей с симметрией параметра порядка  $L=C_{3v} \oplus C_1$  ЦРБИ состоит из трех инвариантов  $I_1 = \eta_1^2 + \eta_2^2$ ,  $I_2 = \eta_1^3 - 3\eta_1\eta_2^2$ ,  $I_3 = \xi$ , и термодинамический потенциал будет состоять из трех слагаемых

$$\Phi(\eta_1, \eta_2, \xi) = \Phi(\eta_1, \eta_2) + \Phi(\xi) + \Phi_1(\eta_1, \eta_2, \xi), \quad (1)$$

где  $\Phi(\eta_1, \eta_2)$  определяется из классификационной таблицы [2],  $\Phi(\xi)$  представляет собой катастрофу сборки [2, 3], слагаемое  $\Phi_1(\eta_1, \eta_2, \xi)$  содержит смешанные инварианты, которые находятся с использованием локальной алгебры потенциалов  $\Phi(\eta_1, \eta_2)$  и  $\Phi(\xi)$  и не попадающие в идеал. Главная часть (росток) имеет вид  $f_0 = (\eta_1^2 + \eta_2^2)^2 + \xi^4$ . Тогда

$$\begin{aligned}\Phi(\eta_1, \eta_2) &= a_1(\eta_1^2 + \eta_2^2) + a_2(\eta_1^3 - 3\eta_1\eta_2^2) + (\eta_1^2 + \eta_2^2)^2 \\ &\quad + b_1(\eta_1^3 - 3\eta_1\eta_2^2)^2 \\ \Phi(\xi) &= a_3\xi + a_4\xi^2 + \xi^4.\end{aligned}$$

Здесь  $a_i$  — управляющие параметры,  $b_1$  — модуль.

Смешанные инварианты определяют третье слагаемое в потенциале (1), таким образом,

$$\begin{aligned}\Phi_1(\eta_1, \eta_2, \xi) \\ &= a_5(\eta_1^2 + \eta_2^2)\xi + a_6(\eta_1^3 - 3\eta_1\eta_2^2)\xi + a_7(\eta_1^3 - 3\eta_1\eta_2^2)\xi^2 \\ &\quad + b_2(\eta_1^2 + \eta_2^2)\xi^2 + b_3(\eta_1^3 - 3\eta_1\eta_2^2)^2\xi^2.\end{aligned}$$

Окончательно, модель в безразмерной математической форме имеет вид:

$$\begin{aligned}\Phi(\eta_1, \eta_2, \xi) &= a_1(\eta_1^2 + \eta_2^2) + a_2(\eta_1^3 - 3\eta_1\eta_2^2) + (\eta_1^2 + \eta_2^2)^2 + b_1(\eta_1^3 - \\ &\quad 3\eta_1\eta_2^2)^2 + \\ &\quad a_3\xi + a_4\xi^2 + \xi^4 + a_5(\eta_1^2 + \eta_2^2)\xi + a_6(\eta_1^3 - 3\eta_1\eta_2^2)\xi + a_7(\eta_1^3 - 3\eta_1\eta_2^2)\xi^2 + \\ &\quad b_2(\eta_1^2 + \eta_2^2)\xi^2 + b_3(\eta_1^3 - 3\eta_1\eta_2^2)^2\xi^2\end{aligned}\quad (2)$$

Коразмерность модели  $c=7$ , модальность  $m=3$  и кратность  $\mu=11$ . Другими словами, потенциал (2) имеет 7 управляющих параметров, три модуля и кратность вырожденной критической точки 11.

Потенциал (2) описывает фазы 1.  $\eta_1=\eta_2=0, \xi \neq 0$ ; 2.  $\eta_1 > 0, \eta_2=0, \xi \neq 0$ ; 3.  $\eta_1 < 0, \eta_2=0, \xi \neq 0$ ; 4.  $\eta_1 \neq 0, \eta_2 \neq 0, \xi \neq 0$ . Наличие слагаемых третьей степени приводит в появлению на фазовой диаграмме критических точек типа жидкость-пар и, как следствие, наличие изоморфных (изоструктурных) фазовых переходов первого рода.

Интересным представляется сравнение полученных моделей с исследованными ранее различными авторами.

В работе [4] рассмотрен термодинамический потенциал с полносимметричным параметром порядка для описания фазовых переходов в сегнетоэластиках

$$\begin{aligned}\Phi &= a_1(\eta_1^2 + \eta_2^2) + a_2(\eta_1^2 + \eta_2^2)^2 + b_1(\eta_1^3 - 3\eta_1\eta_2^2) + \alpha(T - T_0)\varphi + k_2\varphi^2 + \\ &\quad k_3\varphi^3 + k_4\varphi^4 + \gamma_{13}\varphi(\eta_1^2 + \eta_2^2)^2 + \gamma_{23}\varphi(\eta_1^3 - 3\eta_1\eta_2^2) + \gamma_{133}\varphi^2(\eta_1^2 + \eta_2^2)^2,\end{aligned}\quad (3)$$

Модель

$$\begin{aligned}F &= a_1(\eta_1^2 + \eta_2^2) + a_2(\eta_1^3 - 3\eta_1\eta_2^2) + b_1(\eta_1^2 + \eta_2^2)^2 + A\eta_3 + B\eta_3^2 + C\eta_3^3 + \\ &\quad D\eta_3^4 + \gamma\eta_3(\eta_1^2 + \eta_2^2)\end{aligned}\quad (4)$$

описывающая голубые фазы и хиральные структуры в жидких кристаллах, исследована [5]. Потенциал в сегнетоэластиках, рассмотренный в [6] имеет такой же вид.

В потенциалах (3) и (4) разложение проводилось до степеней четвертого порядка и часть потенциала, зависящая только от инвариантов  $I_1$  и  $I_2$  является с точки зрения теории катастроф структурно неустойчивым [2, 3]. На границе  $a_2=0$  при  $a_1<0$  параметр порядка испытывает скачок  $\Delta\eta = \pm \sqrt{-\frac{a_2}{a_1}}$ , следовательно, фазовый переход  $(\eta 0) \rightarrow (-\eta 0)$  должен быть переходом первого рода. Однако отсутствие метастабильной области приводит к парадоксальной, нефизичной ситуации — безгистерезисному фазовому переходу первого рода.

В работе [5] подтверждается отсутствие на фазовой диаграмме (4) низкосимметричной фазы  $(\eta_1\eta_2\xi)$ . Достоверно можно сказать, что модели, построенные методами эквивариантной теории катастроф, обладают глобальной минимальностью, структурной устойчивостью и описывают все возможные фазы.

### Литература

1. В.П. Сахненко, В.М. Таланов Деформационные фазовые переходы в кристаллах кубических классов. Деформации растяжения. // ФТТ. 1979. Т. 21. № 8. С. 2435–2444.
2. Павлов С.В. // Методы теории катастроф в феноменологии фазовых переходов. М., Инфра-М. 2020, 176 с.
3. Арнольд В.И., Варченко А.Н., Гусейн-Заде С.М. // Особенности дифференцируемых отображений. М., МЦНМО, 2009.
4. Гуфан А. Ю. Полносимметричный параметр порядка в феноменологической теории фазовых переходов. Сегнетоэластики. // ЖЭТФ. 2007. Т. 132. № 1(7). С.138–149.
5. Кладенок Л.А. Особенности фазовых диаграмм и аномалии свойств при фазовых переходах, описываемых несколькими параметрами порядка. // Дисс. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук. Ростов-на-Дону. 2004. 173 С.
6. Ларин, Е. С., Климова, Е. Н., Солдатов, Л. А., Садков, А. Н. Теория изоструктурного фазового перехода при деформациях растяжения сжатия в собственных сегнетоэластиках. // Изв. РАН. Сер. физ. 2014. Т. 78. № 8. С. 925–928.

ФОРМИРОВАНИЕ САМОАККОМОДАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСОВ  
МАРТЕНСИТА ДИСТОРСИОННОГО ТИПА  
В СПЛАВАХ НА ОСНОВЕ  $\gamma$ -Mn

Профессор Хунджуа А.Г., доцент Бровкина Е.А.,  
аспирант Фаттахов А.Ф.

В сплавах на основе  $\gamma$ -Mn антиферромагнитное упорядочение приводит к мартенситному превращению дисторсионного типа: ГЦК решетка аустенита искажается и становится тетрагональной или орторомбической решеткой мартенсита (в зависимости от легирующего элемента). При этом базисные векторы мартенсита параллельны базисным векторам аустенита.

**Тетрагональный мартенсит.** Элементарные ячейки решеток аустенита и мартенсита преобразуются друг в друга путем однородной деформации, которая в применении к сфере единичного радиуса  $x^2+y^2+z^2 = 1$  превращает её в эллипсоид вращения (деформации):  $x^2(1+\varepsilon_1)^2 + y^2(1+\varepsilon_1)^2 + z^2(1+\varepsilon_3)^2 = 1$ .

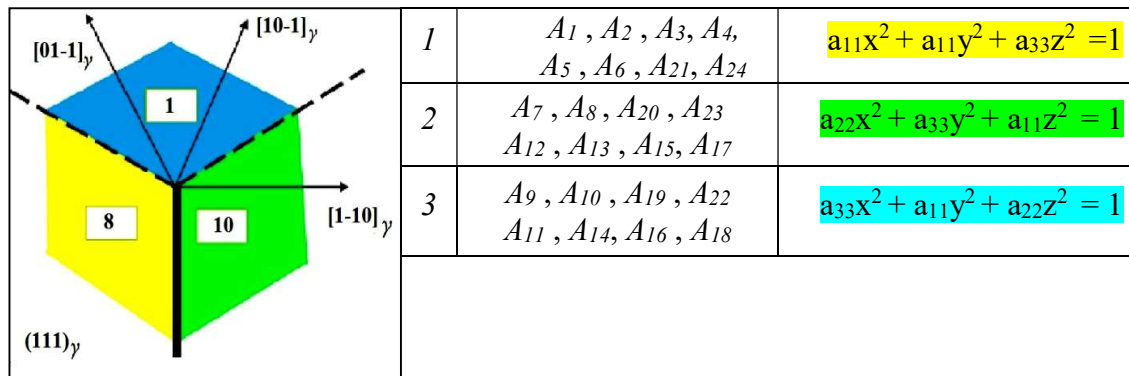
Матрица 1-го варианта ориентационного соотношения (ОС) между аустенитом и тетрагональным мартенситом имеет вид:

$$\hat{A}_1 = \begin{vmatrix} 1+\varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1+\varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1+\varepsilon_3 \end{vmatrix}, \text{ где } \varepsilon_1, \varepsilon_3 - \text{ относительные деформации базисных век-}$$

торов мартенсита. Тогда матрицы остальных 23 вариантов ОС могут быть найдены действием оператора симметрии кубической решетки аустенита на матрицу  $\hat{A}_1$ :  $\hat{A}_i = \hat{S}_i \hat{A}_1$ . Все 24 матрицы ОС содержат по 2 нулевых элемента в каждой строке и каждом столбце, следовательно, уравнения эллипсоидов деформации будут содержать лишь квадратичные слагаемые, т.е. главные оси эллипсоидов совпадают с осями базиса аустенита.

Матрицы ОС и уравнения эллипсоидов деформации приведены в таблице. Казалось бы, достаточно выбрать по одному домену из трех ячеек таблицы, расположить их в определенном порядке, и полученный комплекс будет самоаккомодационным. Однако трехдоменный СК создать не удастся, ввиду того, что не все соседние домены связаны плоскостями двойникования.

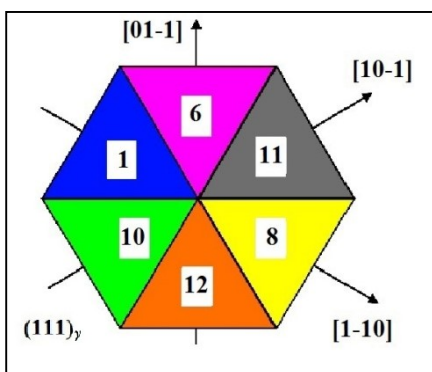
Например, в приведенном трехдоменном комплексе переход от домена 8 к домену 10 реализуется недвойнивающим оператором  $\hat{S}_{11}$ :  $\hat{S}_x * \hat{S}_8 = \hat{S}_{10}$ , тогда  $\hat{S}_x = \hat{S}_{10} * \hat{S}_8^{-1} = \hat{S}_{11}$ , а переход от домена 10 к домену 8 — недвойнивающим оператором  $\hat{S}_{12}$ .



При этом операторы  $\hat{S}_{11}$  и  $\hat{S}_{12}$  имеют одинаковые собственные векторы  $|111\rangle$ , т.е. описывают поворот решетки на  $120^\circ$  вокруг оси симметрии 3-го порядка, что неэквивалентно операции двойникования (двойникование – т.е. зеркальное отражение в плоскости двойникования — может быть описано для многих структур как поворот вокруг нормали на  $180^\circ$ ) [1].

Орторомбический мартенсит допускает 6 вариантов ОС и 6 типов уравнений эллипсоида деформаций. Тем не менее и в 3-х доменном комплексе (A5, A7, A12) также достигается полная самоакомодация. Однако, переход от домена A5 к домену A7 реализуется недвойнивающим оператором  $\hat{S}_{13}$ .

Если же построить 6-ти доменный комплекс (A1, A6, A11, A8, A12, A10) — «шестерик», то переходы между соседними доменами будут двойнивающими.



1	$A_1, A_2, A_3, A_4$	$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 = 1$
2	$A_5, A_6, A_{21}, A_{24}$	$a_{22}x^2 + a_{11}y^2 + a_{33}z^2 = 1$
3	$A_7, A_8, A_{20}, A_{23}$	$a_{33}x^2 + a_{22}y^2 + a_{11}z^2 = 1$
4	$A_{12}, A_{13}, A_{15}, A_{17}$	$a_{11}x^2 + a_{33}y^2 + a_{22}z^2 = 1$
5	$A_9, A_{10}, A_{19}, A_{22}$	$a_{22}x^2 + a_{33}y^2 + a_{11}z^2 = 1$
6	$A_{11}, A_{14}, A_{16}, A_{18}$	$a_{33}x^2 + a_{11}y^2 + a_{22}z^2 = 1$

Более того, если воспользоваться предложенной схемой для построения СК мартенситных кристаллов в сплаве с тетрагональным мартенситом, то граничащие домены в таком «шестерике» будут разделены (и одновременно связаны) плоскостями двойникования.

Исследование выполнено в рамках государственного задания МГУ имени М.В.Ломоносова.

## Литература

1. Кристиан Дж. Теория превращений в металлах и сплавах. М., 1978.

### ТОНКИЕ ПЛЕНКИ FeSeTe НА АМОРФНЫХ ПОДЛОЖКАХ ПРИ НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

*Петров А.В.*

Железосодержащие сверхпроводники семейства FeSe/FeSeTe представляют значительный интерес как для фундаментальных исследований, так и для прикладных задач низкотемпературной техники [1, 2]. Это связано с их сравнительно простой кристаллической структурой, высокими значениями верхнего критического поля, низкой анизотропией и повышенной устойчивостью к разориентации зерен по сравнению с REBCO-проводниками. Одним из наиболее изучаемых представителей этого семейства является соединение  $\text{FeSe}_x\text{Te}_{1-x}$  (FST), тонкие пленки которого рассматриваются как перспективный материал для создания сверхпроводящих элементов и прототипов длинномерных ВТСП-проводов третьего поколения [3, 4] на гибких аморфных диэлектрических подложках. Важным технологическим преимуществом FeSeTe является возможность осаждения при сравнительно низких температурах 200–400 °С в вакууме, вместо 760 °С у купратных сверхпроводников (REBCO) в кислороде, а также использование более простой буферной архитектуры по сравнению с REBCO-структурами [3, 4].

Целью работы являлось формирование сверхпроводящих плёнок  $\text{FeSe}_{0.5}\text{Te}_{0.5}$  на аморфных диэлектрических подложках без буферного слоя и исследование их характеристик при низких температурах. Для достижения этой цели были поставлены задачи подбора аморфных подложек с коэффициентом теплового расширения, близким к КТР плёнок FeSeTe, разработки и оптимизации методики импульсно-лазерного осаждения, включая выбор температуры подложки, давления в камере, энергии, частоты и числа лазерных импульсов, обеспечивающих воспроизводимое получение качественных сверхпроводящих плёнок, а также исследования их морфологии, структуры и фазового состава, определения параметров сверхпроводящего перехода, критических полей  $H_{c2}$  и  $H_{irr}$ , плотности критического тока  $j_c$ , анализа вихревой динамики, энергии активации вихрей Абрикосова, характера центров пиннинга, проявления квазидвумерных эффектов и перехода Березинского–Костерлица–Таулеса, а также оценки перспективности применения полученных плёнок для создания ВТСП-проводов третьего поколения.

В настоящей работе методом импульсно-лазерного осаждения были сформированы пленки  $\text{FeSe}_{0.5}\text{Te}_{0.5}$  толщиной 120 нм на аморфном боросиликатном стекле К-208, содержащем 2%  $\text{CeO}_2$  [5]. Далее были исследованы их структурные, транспортные и сверхпроводящие свойства. Ранее для пленок  $\text{FeSe}_{0.5}\text{Te}_{0.5}$  на стеклянных аморфных подложках уже была показана возможность формирования сверхпроводящего состояния: в работе [8] для пленок на стеклянных подложках сообщалось о  $T_{c,\text{onset}}$  до  $\sim 10$  К, тогда как в работе [9] для наноструктурированных пленок на аморфных подложках значение  $T_c$  составляло около 6 К [8, 9].

Впервые для плёнок  $\text{FeSe}_{0.5}\text{Te}_{0.5}$  на аморфных подложках, помимо самого факта формирования сверхпроводящего состояния, выполнен комплексный анализ ключевых параметров сверхпроводимости и вихревой динамики. Для плёнок на стекле К-208 впервые определены верхнее критическое поле  $H_{c2}$ , поле необратимости  $H_{\text{irr}}$ , анизотропия  $\gamma$  и длины когерентности  $\xi_{\text{ab}}(0) \approx 2,5$  нм и  $\xi_c(0) \approx 1,9$  нм; впервые выявлен квазидвумерный режим сверхпроводящего состояния и обнаружены признаки перехода Березинского–Костерлица–Таулеса; методом рентгеновской фотоэлектронной спектроскопии установлено наличие слоя вблизи интерфейса с изменённой стехиометрией толщиной порядка 30–40 нм; показано, что вихревая динамика описывается в рамках термоактивированного движения вихрей, а анализ энергии активации и силы пиннинга указывает на доминирующий вклад планарных дефектов [5–7].

Для исследованных в настоящей работе пленок при нулевом магнитном поле получены значения  $T_{c(\text{onset})} \approx 12,5 \pm 0,5$  К,  $T_{c(\text{mid})} \approx 9,5$  К и  $T_{c(\text{zero})} \approx 7$  К [5–7]. При низких температурах для образцов получены  $j_c \approx (3-5) \times 10^4$  А/см<sup>2</sup> в собственном поле,  $H_{\text{irr}}(4$  К) до 10 Тл,  $\xi_{\text{ab}}(0) \approx 2,5$  нм и  $\xi_c(0) \approx 1,9$  нм [7]. Таким образом, по уровню критической температуры исследованные плёнки находятся среди лучших опубликованных результатов для  $\text{FeSeTe}$  на аморфных и стеклянных подложках [8, 9].

Анализ транспортных характеристик показал, что в исследованных пленках реализуется квазидвумерный режим сверхпроводящего состояния [6]. Обнаружены признаки перехода Березинского–Костерлица–Таулеса, что указывает на существенную роль приповерхностного слоя с изменённой стехиометрией в формировании сверхпроводящего отклика [6]. Установлено также, что вихревая динамика в магнитном поле описывается в рамках термоактивированного движения вихрей, а механизмы пиннинга согласуются с доминирующим вкладом планарных дефектов [6, 7]. В целом полученные результаты подтверждают, что аморфные диэлектрические подложки могут служить основой для формирования железосодержащих сверхпроводящих пленок  $\text{FeSeTe}$  без применения сложной многослойной буферной архитектуры. Совокупность структурных и электрофизических данных показывает воспроизводимость получения сверхпрово-

дящего состояния, выявляет роль слоя вблизи интерфейса с измененной стехиометрией в формировании квазидвумерного режима и перехода Березинского-Костерлица-Таулеса, а также указывает, что вихревая динамика и механизмы пиннинга согласуются с доминированием планарных дефектов [5–7]. Это позволяет рассматривать прямое PLD-осаждение пленок FeSeTe на стекло К-208 как перспективный подход для дальнейшего развития сверхпроводящих элементов и прототипов длинномерных ВТСП-проводов третьего поколения на гибких аморфных диэлектрических подложках.

Работа выполнена в рамках государственного задания МГУ имени М.В. Ломоносова (госбюджетная НИР АААА-А20-120121890064-2) Физического факультета МГУ с использованием оборудования ЦКП МГУ им. М.В. Ломоносова «Учебно-методический центр литографии и микроскопии». Структурный анализ выполнен в рамках государственного задания Минобрнауки для ИФМ УрО РАН с использованием оборудования ЦКП «Испытательный центр нанотехнологий и перспективных материалов» ИФМ УрО РАН. Синтез материала мишени выполнен в рамках темы FMUF-2022-0002 НИР ИЭМ РАН и за счет средств Программы стратегического академического лидерства Уральского федерального университета (Приоритет-2030). Микромостики на исследуемой пленке сформированы на оборудовании, входящем в состав УНУ КУТГИ ИНМЭ РАН.

*Автор благодарит О.В. Снигирева, Н.В. Порохова, Е.А. Овченкова, Ю.В. Блинову, А.В. Лубенченко, А.В. Варлашкина, А.Г. Маресова и В.Н. Сигаева за помощь в выполнении работы, проведении измерений и обсуждении результатов.*

### **Литература**

1. Fang M.H., Pham H.M., Qian B., Liu T.J., Vehstedt E.K., Liu Y., Spinu L., Mao Z.Q. Superconductivity close to magnetic instability in Fe(Se<sub>1-x</sub>Te<sub>x</sub>)<sub>0.82</sub> // Phys. Rev. B. 2008. V. 78. P. 224503.
2. Si W., Han S.J., Shi X., Ehrlich S.N., Jaroszynski J., Goyal A., Li Q. High current superconductivity in FeSe<sub>0.5</sub>Te<sub>0.5</sub>-coated conductors at 30 tesla // Nat. Commun. 2013. V. 4. P. 1347.
3. Huang J., Chen L., Jian J., Khatkhatay F., Jacob C., Wang H. A simplified superconducting coated conductor design with Fe-based superconductors on glass and flexible metallic substrates // Journal of Alloys and Compounds. 2015. V. 647. P. 380–385.
4. Piperno L., Vannozzi A., Rizzo F., Masi A., Rufoloni A., Celentano G., Braccini V., Cialone M., Iebole M., Martinelli A., Savio L., Putti M., Meledin A., Sotgiu G. Low-cost architecture for iron-based coated conductors // iScience. 2024. V. 27 (10). P. 111032.
5. Петров А.В., Снигирев О.В., Овченков Е.А., Блинова Ю.В., Порохов Н.В., Шевченко А.Р., Чареев Д.А., Маресов А.Г. Плёнки FeSe<sub>0.5</sub>Te<sub>0.5</sub> на стекле с примесью CeO<sub>2</sub> // Вестник Московского университета. Серия 3: Физика. Астрономия. 2025. Т. 80 (2). Ст. 2520502.

6. Петров А.В., Снигирев О.В., Овченко Е.А., Маресов А.Г., Блинова Ю.В., Девятериков Д.И., Порохов Н.В., Чареев Д.А., Лубенченко А.В. Структура пленок FeSeTe на аморфной подложке // Известия РАН. Серия физическая. 2025. Т. 89 (11). С. 1734–1741.
7. Петров А.В., Снигирев О.В., Маресов А.Г., Блинова Ю.В., Порохов Н.В., Чареев Д.А., Варлашкин А.В., Цветков А.Ю. Характеристики плёнок FeSe<sub>0.5</sub>Te<sub>0.5</sub> на аморфной подложке // Вестник Московского университета. Серия 3: Физика. Астрономия. 2025. Т. 80 (6). Ст. 2560504.
8. Chen L., Tsai C.-F., Lee J.H., Zhang X., Wang H. Highly textured superconducting FeSe<sub>0.5</sub>Te<sub>0.5</sub> thin films on glass substrates // Japanese Journal of Applied Physics. 2013. V. 52. P. 020201.
9. Chen L., Tsai C.-F., Chen A., Su Q., Wang H. Growth and pinning properties of superconducting nanostructured FeSe<sub>0.5</sub>Te<sub>0.5</sub> thin films on amorphous substrates // IEEE Trans. Appl. Supercond. 2013. V. 23 (3). P. 7500904.

**Подсекция:**  
**ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ**  
**ФИЗИКА**

Сопредседатели  
профессор В. Ч. Жуковский, профессор Б. И. Садовников  
профессор А. В. Борисов

## СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТЕРМОДИНАМИКА ПЛОТНЫХ СИСТЕМ ПО МЕТОДУ БОГОЛЮБОВА

Профессор Николаев П.Н.

Статистическая термодинамика по методу Боголюбова позволяет решить целый ряд сложных задач построения уравнений состояния — как термических, так и калорических — в широкой области изменения термодинамических параметров, в том числе при высоких плотностях [1-5]. Ключевым моментом в этом подходе является вычисление функций распределения для классических систем, либо матриц плотности — для квантовых. Настоящая работа посвящена исследованию функций распределения и матриц плотности при больших плотностях.

Изначально функции распределения и матрицы плотности находились методом разложения по малому параметру, либо как численное решение интегральных уравнений. Во втором случае, как правило, возникает проблема уточнения полученных решений, которая в свою очередь связана с большими сложностями.

Более плодотворным для вычисления функций распределения является использование методов ускоренной сходимости рядов теории возмущений [2]. Данный подход позволяет вычислить, например, выражение для функции при больших плотностях на основе имеющейся информации о ее разложении по степеням малого параметра, а также использования дополнительной информации о рассматриваемой системе.

В качестве дополнительной информации могут выступать строгие результаты теории, определяемые типом взаимодействия между частицами. Так для системы твердых сфер очень важным является выражение для контактного значения двухчастичной функции распределения. Используя это выражение можно построить ряд теории возмущений, который сходится существенно быстрее, чем обычный ряд для двухчастичной функции распределения по степеням плотности.

Последнее важно именно для случая высоких плотностей, где зависимость двухчастичной функции распределения от плотности существенно отличается от случая малых плотностей [1,4].

Проведенные расчеты показали эффективность вычисления двухчастичной функции распределения вплоть до плотностей, соответствующих жидкости. Это относится как к термическим уравнениям состояния, так и к калорическим.

Особенно важным является получение данным методом зависимости теплоемкости жидкости от температуры. Оно соответствует как эксперименту, так и вычислениям, проведенным более общим методом ячеечно-кластерного разложения для свободной энергии. В отличие от последнего, предлагаемый подход является существенно более простым [2]. В силу

этого он может быть использован для систем, состоящих из достаточно сложных молекул.

### Литература

1. Gil-Villegas A., Gubbins K.E., Sentiso E.E., Shang C. // J. Chem. Phys. 2025. **163**. 244504.
2. Bazarov I.P., Nikolaev P.N. Theory of many-particle systems. New York, AIP, 1989.
3. Marchioni L. Di Muro M.A., Hoyuelos M. // Phys. Rev. E 2023. **107**. 014134.
4. Bazarov I.P., Nikolaev P.N. // Russian J. Phys. Chem. A 2003. **77**. P. 903.
5. Dennis R.C., Corwin E.I. // Phys. Rev. Lett. 2022. **128**. 018002.

## СТРУКТУРА КОНСТАНТ ПЕРЕНОРМИРОВКИ В MS-ПОДОБНЫХ СХЕМАХ

Ассистент *Шаталова В. В.* (СУНЦ МГУ)

Петлевые поправки к функциям Грина в квантово-полевых моделях, обычно, содержат ультрафиолетовые расходимости и требуют регуляризации и перенормировки. В перенормируемых теориях устранение расходимостей достигается переопределением констант связи, масс, калибровочных параметров и полей с введением констант перенормировки [1]. Процедура перенормировки неоднозначна: вид констант перенормировки зависит от выбора регуляризации и схемы вычитаний. При этом ренормгрупповые соображения накладывают ограничения на структуру расходимостей, что приводит к зависимости между ними.

В MS-схеме (размерная регуляризация с минимальными вычитаниями расходимостей, которые имеют вид полюсов по  $\epsilon$ ) независимыми являются только простые полюса [2]. Коэффициенты при них выражаются через  $\beta$ -функции или аномальные размерности  $\gamma$ . Причём коэффициенты при старших полюсах однозначно определяются коэффициентами при младших полюсах; соответствующие рекуррентные соотношения известны из [2]. Аналогичные рекуррентные структуры существуют и для коэффициентов при логарифмах в перенормированных функциях Грина [3].

В схеме HD+MSL (регуляризация высшими ковариантными производными с минимальными вычитаниями логарифмов) в константы перенормировки входят степени  $\ln(\Lambda/\mu)$ , где  $\Lambda$  – размерный параметр регуляризации,  $\mu$  – точка нормировки [4]. В данной схеме коэффициенты при старших логарифмах однозначно выражаются через коэффициенты при первых степенях логарифмов в предыдущих порядках теории возмущений. В работе [5] были получены явные соотношения между коэффициентами как

для случая перенормировки константы связи, так и для случая перенормировки поля (в однозарядных перенормируемых теориях с логарифмическими расходимостями).

Аналогия между HD+MSL и MS схемой позволяет обнаружить соответствие между функциями, которые дают решения рекуррентных соотношений для коэффициентов при  $\varepsilon$ -полюсах в MS-схеме и при степенях  $\ln(\Lambda/\mu)$  в HD+MSL-схеме. Для этого используется модификация размерной техники, содержащая два размерных параметра  $\Lambda$  и  $\mu$  ( $\Lambda \neq \mu$ ). Такая «гибридная» MS-подобная техника позволяет одновременно учитывать  $\varepsilon$ -полюса и логарифмы, а в константы перенормировки входят полюса, логарифмы и смешанные члены, содержащие их произведения. На основе этой схемы в работе [6] были получены выражения, формально переводящие некоторую функцию от константы перенормировки в MS схеме в схему HD+MSL. Другие вычисления с использованием такого метода можно найти в [7–9].

Обобщение на случай произвольного числа констант связи позволяет рассматривать различные многозарядные теории, включая суперсимметричные калибровочные модели.

Рассмотрим теорию, содержащую  $n$  безразмерных (в целой размерности  $D_0$ ) голых констант связи, обозначаемых как  $\alpha_{i0}$ , где индекс  $i$  нумерует константы связи. В пространстве нецелой размерности  $D$  перенормированные константы связи  $\alpha_i$  (обозначены жирным шрифтом) определяются согласно предписанию

$$\alpha_{i0} = \left(\frac{\mu}{\Lambda}\right)^\varepsilon \alpha_i \mathbf{Z}_{\alpha_i}^{-1}(\alpha, 1/\varepsilon).$$

$D$ -мерные константы перенормировки  $\mathbf{Z}$  для масс и полей определяются из условия конечности перенормированных функций Грина при  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Например, двухточечная функция Грина

$$G_R\left(\alpha, \ln \frac{\mu}{P}\right) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \mathbf{Z}(\alpha, 1/\varepsilon) G\left[\left(\frac{\mu}{P}\right)^\varepsilon \alpha \mathbf{Z}_\alpha^{-1}(\alpha, 1/\varepsilon), 1/\varepsilon\right],$$

где  $P$  – евклидов импульс, в этом пределе должна быть конечной.

$D$ -мерные ренормгрупповые функции определяются как

$$\beta_i(\alpha, \varepsilon) \equiv \left. \frac{d\alpha_i(\alpha_0(\Lambda/\mu)^\varepsilon, 1/\varepsilon)}{d \ln \mu} \right|_{\alpha_0=\text{const}} \quad \text{и}$$

$$\gamma(\alpha, \varepsilon) \equiv \left. \frac{d \ln \mathbf{Z}(\alpha, 1/\varepsilon)}{d \ln \mu} \right|_{\alpha_0=\text{const}} = \sum_{i=1}^n \beta_i(\alpha, \varepsilon) \frac{\partial \ln \mathbf{Z}}{\partial \alpha_i}.$$

Также перенормировка может быть выполнена в целой размерности, а именно

$$\frac{1}{\alpha_{i0}} = \frac{Z_{\alpha_i}(\alpha, 1/\varepsilon, \ln \Lambda/\mu)}{\alpha_i};$$

$$G_R\left(\alpha, \ln \frac{\mu}{P}\right) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} Z(\alpha, 1/\varepsilon, \ln \Lambda/\mu) G\left[\left(\frac{\Lambda}{P}\right)^\varepsilon \alpha Z_\alpha^{-1}(\alpha, 1/\varepsilon, \ln \Lambda/\mu), 1/\varepsilon\right],$$

где константы перенормировки  $Z_{\alpha_i}$  и  $Z$  включают  $\varepsilon$ -полюса, степени  $\ln \Lambda/\mu$  и смешанные члены со структурой  $\varepsilon^p \ln^q \Lambda/\mu$  ( $p$  и  $q$  – положительные целые числа).

В работе рассматриваются MS-подобные схемы перенормировки, в которых константы перенормировки не содержат конечных членов, т.е.

$$Z\left(\alpha, \frac{1}{\varepsilon} \rightarrow 0, \ln \frac{\Lambda}{\mu} \rightarrow 0\right) \rightarrow 1.$$

В целой размерности ренормгрупповые функции определяются уравнениями

$$\beta_i(\alpha) \equiv \left. \frac{d\alpha_i(\alpha_0, 1/\varepsilon, \ln \Lambda/\mu)}{d \ln \mu} \right|_{\alpha_0 = \text{const}}; \quad \gamma(\alpha) \equiv \left. \frac{d \ln Z(\alpha, 1/\varepsilon, \ln \Lambda/\mu)}{d \ln \mu} \right|_{\alpha_0 = \text{const}}.$$

При этом в MS-подобных схемах известны следующие соотношения

$$\beta_i(\alpha, \varepsilon) = \beta_i(\alpha) - \varepsilon \alpha_i; \quad \gamma(\alpha, \varepsilon) = \gamma(\alpha).$$

В работе [10] были построены выражения для констант перенормировки в терминах ренормгрупповых функций. Основной результат имеет вид:

$$Z\left(\alpha, \varepsilon^{-1}, \ln \frac{\Lambda}{\mu}\right) = \exp \left\{ \ln \frac{\Lambda}{\mu} \left( \sum_{i=1}^n \beta_i(\alpha) \frac{\partial}{\partial \alpha_i} - \gamma(\alpha) \right) \right\}$$

$$\times \left( 1 - \int_{t=1}^{\wedge} \frac{dt}{t\varepsilon} \left( \frac{1}{t} \sum_{i=1}^n \beta_i(t\alpha) \frac{\partial}{\partial \alpha_i} - \gamma(t\alpha) \right) \right)^{-1} \cdot 1 \Big|_{t=1},$$

где  $t$  — вспомогательный параметр, а шляпка над интегралом подразумевает, что этот интегральный оператор действует на всё, что находится справа от него. Это выражение очень удобно для построения пертурбативного разложения.

Более того, приведённый выше результат может быть представлен в такой форме, что  $\varepsilon$ -полюса и логарифмы входят в выражение для  $Z$  похожим образом [10],

$$Z\left(\alpha, \varepsilon^{-1}, \ln \frac{\Lambda}{\mu}\right) = T \exp \left\{ \int_0^{1+0} dt \left( \theta(1-t) \frac{1}{t\varepsilon} + \delta(t-1) \ln \frac{\Lambda}{\mu} \right) \times \left( \frac{1}{t} \sum_{i=1}^n \beta_i(t\alpha) \frac{\partial}{\partial \alpha_i} - \gamma(t\alpha) \right) \right\} \cdot 1.$$

Здесь  $T$  обозначает оператор упорядочивания.

Полученные результаты позволяют установить соответствие между  $\varepsilon$ -полюсами и логарифмами во всех порядках теории возмущений для многозарядных перенормируемых теорий с чисто логарифмическими расходимостями. Эти выводы могут использоваться для проверки корректности многопетлевых вычислений как в однозарядных, так и в многозарядных теориях, а также служить основой для дальнейшего обобщения на более сложные схемы перенормировки.

### Литература

1. Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков. Введение в теорию квантованных полей. – 4-е изд., испр. – М.: Наука, 1984. – 600 с.
2. G. 't Hooft, Nucl. Phys. B **61** (1973), 455.
3. Дж. Коллинз. Перенормировка. Введение в теорию перенормировок, ренормализационной группы и операторных разложений: пер. с англ. – Н.: ИО НФМИ, 2000. – 444 с.
4. A. L. Kataev and K. V. Stepanyantz, Nucl. Phys. B **875** (2013), 459.
5. N. P. Meshcheriakov, V. V. Shatalova and K. V. Stepanyantz, Phys. Rev. D **106** (2022), 105011.
6. N. P. Meshcheriakov, V. V. Shatalova and K. V. Stepanyantz, JHEP **12** (2023), 097.
7. S. S. Aleshin, A. L. Kataev and K. V. Stepanyantz, JETP Lett. **103** (2016), 77.
8. S. S. Aleshin, I. O. Goriachuk, A. L. Kataev and K. V. Stepanyantz, Phys. Lett. B **764** (2017), 222.
9. S. S. Aleshin, A. L. Kataev and K. V. Stepanyantz, JHEP **03** (2019), 196.
10. G. V. Kovyrshin, N. P. Meshcheriakov, V. V. Shatalova and K. V. Stepanyantz, Nuclear Physics B **1022** (2026), 117272.

## САМОДУАЛЬНЫЕ СОЛИТОНЫ В ДИЛАТОН-АКСИОННЫХ МОДЕЛЯХ С ПОТЕНЦИАЛОМ

Профессор *Кечкин О.В.*

Поля дилатона и аксиона появляются как моды возбуждения в различных вариантах суперструнной динамики. При этом аксион рассматривается как один из основных кандидатов на роль тёмной материи. Дилатон же отвечает, как считается, за тёмную энергию, а также за стабильность и величины фундаментальных констант. Для соответствующих подходов важно наличие в моделях некоторых специальных, «выделенных» значений этих полей — а именно их вакуумных ожиданий [1]. При использовании эффективного описания эти значения должны быть каким-то образом включены в формализм, который является стандартным, лагранжевым. В данной работе предлагается «вшить» эти значения в потенциал взаимодействия полей таким образом, чтобы они стали инвариантами группы скрытых симметрий модели.

А именно, рассматривается нелинейная сигма-модель взаимодействующих полей дилатона  $\phi$  и аксиона  $\chi$ , лагранжиан которой  $L = L_{kin} - V$  задаётся его кинетической частью

$$L_{kin} = \frac{1}{2} [(\partial\phi)^2 + e^{2\alpha\phi} (\partial\chi)^2] \quad (1)$$

и потенциалом  $V = V(\phi, \chi)$ , явный вид которого предстоит определить. Здесь, например,  $(\partial\phi)^2 = g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi$ , где  $g^{\mu\nu} = g_{\mu\nu} = \text{diag}(1; -1, \dots, -1)$  — метрика Минковского, и  $\mu, \nu, \dots = 0, \dots, d$ . Постоянная дилатон-аксионной связи  $\alpha \neq 0$ .

Симметрии (1) могут быть компактно описаны с помощью так называемого «аксидилатона» [2]

$$E = e^{-\alpha\phi} + i\alpha\chi, \quad (2)$$

в терминах которого

$$L_{kin} = \frac{2}{\alpha^2} \frac{\partial E \partial E^*}{(E + E^*)^2}. \quad (3)$$

В случае  $\alpha = 1$  это — известное представление Эрнста (с одноимённым потенциалом  $E$ ) для стационарной ОТО в вакууме. Трёхпараметрическая группа симметрий лагранжиана (3) может быть сведена к последовательному действию однопараметрических преобразований сдвига, изменения масштаба и Элерса:

$$E \rightarrow E + i\varepsilon_1, \quad (4)$$

$$E \rightarrow e^{\varepsilon_2} E, \quad (5)$$

$$E^{-1} \rightarrow E^{-1} + i\varepsilon_3 \quad (6)$$

с произвольными вещественными параметрами  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  и  $\varepsilon_3$ . Симметрии (4) и (5) являются явными, а «скрытое» преобразование симметрии Элерса (6) может быть получено из симметрии сдвига (4) при помощи отображения инверсии

$$E \rightarrow E^{-1}, \quad (7)$$

которое является дискретной симметрией (3) и играет роль преобразования дуальности для моделей, определяемых полным лагранжианом системы.

Идея развиваемого подхода состоит в том, чтобы определять потенциал  $V = V(I)$  как функцию инварианта  $I$  рассматриваемого преобразования.

Для сдвига (4) этот инвариант есть  $I = I_1 = \frac{E+E^*}{2}$ , для преобразований

масштаба и Элерса —  $I = I_2 = -\frac{i}{\alpha} \frac{E-E^*}{E+E^*}$  и  $I = I_3 = \frac{E^{-1}+(E^*)^{-1}}{2}$  соот-

ветственно. Для моделей с такими потенциалами были построены классы точных решений солитонного типа в работах [3] и [4]. При этом солитоны для сильно нелинейной системы с  $V = V(I_3)$  были получены из солитонов для гораздо более простой системы с  $V = V(I_1)$  при помощи дискретного преобразования (7). Это — прямое отображение пространств решений указанных моделей друг в друга. Данные модели, таким образом, в точном смысле дуальны, а инверсия (7) — преобразование дуальности для них.

Обозначим «выделенные» значения полей дилатона и аксиона как  $\Phi_0$  и  $\chi_0$ . Построим подгруппу группы преобразований (4)–(6), сохраняющую эти значения, после чего определим инвариант  $I$  этой подгруппы. Прежде всего, последовательно используя преобразования (4) и (5) с параметрами

$$\varepsilon_1 = -\alpha \chi_0, \quad \varepsilon_2 = \alpha \Phi_0, \quad (8)$$

«откалибруем» задачу на поиск подгруппы преобразований, сохраняющих тривиальные значения полей дилатона и аксиона. Далее делаем, опять же последовательно, преобразования (6), (5) и (4) с параметрами  $\varepsilon_3 = \varepsilon$ ,  $e^{\varepsilon_2} = 1 + \varepsilon^2$  и  $\varepsilon_1 = \varepsilon$  соответственно. Результирующее «нормированное» преобразование Элерса (являющееся простейшего вида заряжающим преобразованием Киннерсли из ОТО) в терминах потенциала Эрнста имеет следующий вид:

$$E \rightarrow \frac{E+i\varepsilon}{1+i\varepsilon E}; \quad (9)$$

оно очевидным образом сохраняет тривиальную точку  $E=1$  (с нулевыми значениями полей дилатона и аксиона, см. (2)). Вводя для (9) «линеаризирующее» представление с потенциалом

$$z = \frac{1-E}{1+E}, \quad (10)$$

приводим (9) к линейному и однородному виду

$$z \rightarrow e^{i\varepsilon} z, \quad (11)$$

где вещественный параметр  $\varepsilon$  определяется формулой

$$e^{i\varepsilon} = \frac{1-i\varepsilon}{1+i\varepsilon}. \quad (12)$$

В терминах «линеаризирующего» потенциала (10) кинетическая часть (3) лагранжиана принимает следующий вид:

$$L_{kin} = \frac{2}{\alpha^2} \frac{\partial z \partial z^*}{(1-zz^*)^2}. \quad (13)$$

Очевидно, что в качестве инварианта преобразования (11) может быть взята величина

$$I = \sqrt{zz^*}, \quad (14)$$

которая в терминах полей дилатона и аксиона (при учёте (2), (8) и (10)) записывается так:

$$I = \sqrt{\frac{(e^{-\alpha\phi} - e^{-\alpha\phi_0})^2 + \alpha^2(\chi - \chi_0)^2}{(e^{-\alpha\phi} + e^{-\alpha\phi_0})^2 + \alpha^2(\chi - \chi_0)^2}}. \quad (15)$$

В итоге потенциал, инвариантный относительно подгруппы преобразований симметрии кинетической части лагранжиана, сохраняющей «выделенную дилатон-аксионную точку»  $(\phi_0, \chi_0)$ , может быть взят в виде

$$V = V(I), \quad (16)$$

где  $I$  даётся соотношением (15), а  $V$  — произвольная функция одного переменного. Формулы (1), (15) и (16) полностью определяют класс интересующих нас дилатон-аксионных моделей.

Параметризуем теперь линеаризующий потенциал согласно

$$z = Ie^{\varphi}, \quad (17)$$

и положим

$$\rho = \log \left( \frac{1+I}{1-I} \right). \quad (18)$$

Тогда в терминах полей  $\rho$  и  $\varphi$  для полного лагранжиана модели получим:

$$L = \frac{1}{\alpha^2} \left\{ \frac{1}{2} [(\partial\rho)^2 + \sinh^2 \rho (\partial\varphi)^2] - U(\rho) \right\}, \quad (19)$$

где  $U(\rho) = \alpha^2 V(I)$ . Рассмотрим, далее, (1+1)-теорию ( $d = 1$ ) в стационарном случае (с независимыми от  $t = x^0$  полями). Интеграл энергии здесь будет иметь вид

$$\mathcal{E} = \frac{1}{\alpha^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dx \left\{ \frac{1}{2} [(\rho')^2 + \sinh^2 \rho (\varphi')^2] + U(\rho) \right\}, \quad (20)$$

где штрих означает взятие производной по  $x = x^1$ . Нас интересуют решения солитонного типа, для которых интеграл (20) сходится. Анализ динамики в этом случае показывает, что

$$\varphi = \text{const}, \quad (21)$$

а функция  $\rho = \rho(x)$  определяется в квадратурах следующим образом:

$$\int \frac{d\rho}{\sqrt{2U(\rho)}} = \pm x. \quad (22)$$

Видно, что поле  $\rho$  получается в точности совпадающим с полем из стандартной задачи о стационарных солитонах в (1+1)-теории с эффективным лагранжианом

$$L_{\text{eff}} = \frac{1}{2} (\partial\rho)^2 - U(\rho). \quad (23)$$

Явные формулы, описывающие решение солитонного типа в терминах полей дилатона и аксиона имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}\Phi &= \Phi_0 + \frac{1}{\alpha} \log (\cosh \rho + \sinh \rho \cos \varphi), \\ \chi &= \chi_0 - \frac{1}{\alpha} e^{-\alpha \Phi_0} \frac{\sinh \rho \sin \varphi}{\cosh \rho + \sinh \rho \cos \varphi}.\end{aligned}\quad (24)$$

Отметим, что при  $\varphi = 0$  получается решение с  $\Phi = \Phi_0 + \frac{1}{\alpha} \rho$  и  $\chi = \chi_0$ , то есть «чисто дилатонный» солитон. Сохраняющее «выделенную точку»  $(\Phi_0, \chi_0)$  преобразование (11) переводит это простейшее решение в (24) при  $\epsilon = \varphi$ . Таким образом, «чисто дилатонный» солитон связан с солитоном общего вида из (24) в точности так же, как в ОТО связаны между собой решения Шварцшильда и Тауба-НУТ (т.е. через нормированное преобразование Элерса). Наконец, для энергии солитона получается следующий результат:

$$\mathcal{E} = \frac{1}{\alpha^2} \mathcal{E}_{eff}, \quad (25)$$

где  $\mathcal{E}_{eff}$  — энергия эффективного солитона с лагранжианом (23).

Например, в случае потенциала Хиггса с  $U(\rho) = \frac{\lambda}{4} (\rho^2 - v^2)^2$  имеется солитон (кинк/антикинк) с  $\rho = \pm v \tanh \left( \sqrt{\frac{\lambda v^2}{2}} x \right)$  [5]. Подстановка этого выражения в (24) даёт соответствующие поля дилатона и аксиона. Соответствующая энергия — это  $\mathcal{E} = \frac{2\sqrt{2\lambda}v^3}{3\alpha^2}$ .

Отметим, что в терминах полей дилатона и аксиона потенциал модели имеет достаточно нетривиальный вид (см. соотношения (15) и (18), определяющие поле  $\rho$ ). Этот потенциал самодуальный: он инвариантен относительно преобразования (7), при котором  $\mathbf{z} \rightarrow -\mathbf{z}$ , и  $I \rightarrow I$ . Также  $\varphi \rightarrow \varphi + \pi$  — что, при учете произвольности постоянного параметра  $\varphi$ , переводит класс решений (24) в себя. В этом смысле любой построенный по разработанной общей схеме дилатон-аксионный солитон — самодуальный. Отметим также, что «выделенная дилатон-аксионная точка» может не соответствовать какому-либо минимуму потенциала модели; это обстоятельство важно, например, для различных космологических приложений.

**Литература**

1. A. Smith, M. Mylova, P. Brax, C. Bruck, C.P. Burgess, A.C. Davis, “A Minimal Axio-dilaton Dark Sector”, arXiv 2410.11099.
2. Kechkin O.V., Mosharev P.A., Int. J. Mod. Phys. A31 (2016) 23, 1650127.
3. Kechkin O.V., Chaos, Solitons and Fractals 177, p. 114239, Pergamon Press Ltd, United Kingdom, 2023.
4. Kechkin O.V., Chaos, Solitons and Fractals 177, p. 114231, Pergamon Press Ltd, United Kingdom, 2023.
5. Р. Раджараман, Солитоны и инстантоны в квантовой теории поля, МИР, Москва, 1985.

**Подсекция:**  
**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ**  
**ФИЗИКА**

Сопредседатели  
профессор Д.Д. Соколов, ст. науч. сотр. Е.И. Никулин

## ДВИЖЕНИЕ РЕЗКОГО ФРОНТА В ЗАДАЧЕ РЕАКЦИЯ-ДИФФУЗИЯ-АДВЕКЦИЯ

Ст. науч. сотр. Орлов А. О., студ. Махмудов А. Р.

Работа посвящена исследованию начально-краевой задачи для сингулярно возмущённого параболического уравнения типа «реакция–диффузия–адвекция». Рассматривается динамика решения, имеющего вид резкого фронта (внутреннего переходного слоя). Под этим термином понимается локализация существенного изменения решения в узкой окрестности кривой  $x^*(t, \varepsilon)$  на пространственном масштабе порядка  $\varepsilon^3$ . Для описания профиля фронта вводится растянутая переменная  $\xi = (x - x^*(t, \varepsilon)) / \varepsilon^3$ . Данная особенность качественно отличает рассматриваемую задачу от классических случаев (см., например, [1]), где характерная ширина внутреннего слоя имеет порядок  $\varepsilon$ , а растянутая переменная определяется как  $\xi = (x - x^*(t, \varepsilon)) / \varepsilon$ . В исследуемой постановке специфический баланс слагаемых уравнения приводит к формированию существенно более узкого («резкого») фронта.

Математическая постановка задачи имеет вид:

$$\varepsilon^4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \varepsilon \frac{\partial u}{\partial t} - \varepsilon A(u, x) \frac{\partial u}{\partial x} - f(u, x, \varepsilon) = 0, \quad x \in (-1; 1), \quad t \in (0; T],$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}(\pm 1, t, \varepsilon) = 0, \quad t \in [0; T], \quad u(x, 0, \varepsilon) = u_{ini}(x, \varepsilon), \quad x \in [-1, 1].$$

Предполагается, что начальная функция представляет собой контрастную структуру типа «ступенька». Подобные задачи возникают при моделировании процессов в активных средах (теория горения, химическая кинетика, физика полупроводников, популяционная динамика), где наблюдается распространение волн переключения между устойчивыми состояниями.

В работе построено асимптотическое приближение решения методом пограничных функций А. Б. Васильевой. Выведено уравнение, определяющее скорость движения фронта в главном порядке. Существование решения обосновано с помощью асимптотического метода дифференциальных неравенств Н.Н. Нефедова.

**Работа выполнена в рамках государственного задания МГУ имени М. В. Ломоносова.**

### Литература

1. Нефедов Н. Н., Никулин Е. И., Орлов А. О. Движение фронта в задаче со слабой адвекцией в случае непрерывного источника и источника модульного типа // Дифференциальные уравнения. — 2022. — Т. 58, № 6. — С. 763–776.

## СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОЕ ИНТЕГРОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ РЕАКЦИИ-ДИФФУЗИИ С БАЛАНСОМ НЕЛИНЕЙНОСТИ

Вед.науч.сотр. *Никитин А.Г.*, ст.науч.сотр. *Никулин Е.И.*

Рассмотрена задача Неймана для сингулярно возмущённого интегродифференциального уравнения типа реакции-диффузии с балансом нелинейности

$$\varepsilon^2 u'' = L(u, u, x, \varepsilon), \quad 0 < x < 1,$$

(1)

$$u'(0, \varepsilon) = 0, \quad u'(1, \varepsilon) = 0,$$

где  $\varepsilon > 0$  – малый параметр, а оператор  $L(u, u, x, \varepsilon)$  имеет следующий вид:

$$L(u, v, x, \varepsilon) = \int_0^1 (g(u(x), v(s), x, s, \varepsilon) ds .$$

Изучается случай, когда решение имеет переходный внутренний слой. Задача без баланса нелинейности была рассмотрена в [1]. В случае баланса нелинейности точка локализации переходного слоя определяется при построении членов асимптотики высших порядков. Нелокальность уравнения приводит к тому, что регулярные и пограничные функции в формальном асимптотическом разложении решения, вообще говоря, зависят от точки локализации внутреннего переходного слоя. Обоснование асимптотического решения проводится путём построения верхнего и нижнего решения задачи (1), используя асимптотический метод дифференциальных неравенств [2], модифицированный для интегродифференциальных уравнений [1]. Оказалось, что нелокальность задачи в случае баланса нелинейности приводит к тому, что условия на оператор  $L$ , которые использовались в работе [1], недостаточны для построения верхнего и нижнего решений. Так в задаче без баланса нелинейности одним из условий обоснования асимптотического решения является квазимонотонность оператора  $L(u, v, x, \varepsilon)$  по аргументу  $v$  в некоторой области изменения аргументов  $u$  и  $v$ . Для обоснования асимптотики в случае баланса нелинейности достаточно усилить это условие, а именно, достаточно потребовать, чтобы производная  $g_v < 0$  в рассматриваемой области (то есть потребовать *строгой квазимонотонности* нелинейности).

***Исследование выполнено в рамках государственного задания МГУ имени М.В.Ломоносова.***

**Литература**

1. Нефедов Н. Н., Никитин А. Г. Развитие асимптотического метода дифференциальных неравенств для решений типа ступеньки в сингулярно возмущенных интегро-дифференциальных уравнениях // Журнал вычис-

лительной математики и математической физики. — 2001. — Т. 41, № 7. — С. 1057–1066.

2. Н.Н. Нефедов. Метод дифференциальных неравенств для некоторых классов нелинейных сингулярно возмущенных задач с внутренними слоями. // Дифференц. уравнения. 1995. Т. 31, №7. С. 1142-1149.

## МЕТОД ШТРАФНЫХ ФУНКЦИЙ В ДИСКРЕТНЫХ ТЕРМИНАЛЬНЫХ СЛАБО-НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ

Ст.науч.сотр. ФИЦ ИУ РАН, к.ф.-м.н. *Даник Ю.Э.*,  
гл.науч.сотр. ФИЦ ИУ РАН, д.ф.-м.н. *Дмитриев М.Г.*

Рассматривается задача оптимального управления с дискретным временем и с двумя малыми параметрами, первый параметр связан с малыми возмущениями в правых частях уравнений динамики, а второй – с обратной величиной параметра штрафа за устранение терминальных ограничений. Предлагается управление в виде обратной связи, приводящее систему в заданное конечное состояние в русле результатов в [1, 2]. Отличие этой задачи от рассмотренных ранее - является слабонелинейная система с малым параметром  $\varepsilon$  при нелинейностях в уравнениях и критерии, а также, использование метода штрафа для учета терминальных ограничений на состояние в конечный момент времени и асимптотических разложений решения уравнения Риккати по смешанным степеням двух малых параметров: параметра регулярных возмущений и обратной величины параметра штрафа. В вводимый критерий качества также входит управление в форме D-SDRE [3] на основе соответствующего решения матричного уравнения Риккати, с коэффициентами, зависящими от состояния и согласование двух малых параметров возмущений для обеспечения заданной точности и удовлетворения терминальных условий.

Рассмотрим систему управления

$$x(t+1) = A(x, \varepsilon)x(t) + B(x, \varepsilon)u(t), \quad x(0) = x_0, \quad x(t_f) = x_f, \quad (1)$$

$$x \in X \in \mathbb{R}^n, \quad u \in U \in \mathbb{R}^r, \quad t = 0, 1, \dots, t_f - 1$$

где  $X$ ,  $U$  – замкнутые и ограниченные множества,  $A(x, \varepsilon) = A_0 + \varepsilon A_1(x)$ ,  $B(x, \varepsilon) = B_0 + \varepsilon B_1(x)$ , а  $\varepsilon > 0$  – достаточно малый параметр. Управление в терминальной задаче (1) будем искать в виде обратной связи  $u(t, x)$  с помощью вспомогательного критерия качества

$$I(u) = \frac{1}{2} \sum_{t=0}^{t_f-1} (x^T Q(x, \varepsilon)x + u^T R u) \rightarrow \min, \quad (2)$$

где  $R > 0$  постоянная, и  $Q(x, \varepsilon) = Q_0 + \varepsilon Q_1(x)$  непрерывная положительно определенные и подбираемые матрицы. Если задача (1),(2) имеет решение,

заменяем ее задачей со свободным правым концом, вводя штрафной коэффициент  $1/\mu$ , где  $\mu > 0$  достаточно малое число

$$I(u) = \frac{1}{2} \frac{1}{\mu} (x(t_f) - x_f)^T F (x(t_f) - x_f) + \frac{1}{2} \sum_{t=0}^{t_f-1} (x^T Q(x, \varepsilon) x + u^T R u), \quad (3)$$

где  $F$  – положительно определенная матрица. Так как из [4] следует, что при достаточно малых  $\mu > 0$  решение задачи (1),(3) при определенных условиях близко к решению задачи (1),(2), рассмотрим асимптотические оценки близости оптимальной обратной связи задачи (1),(3) к решению исходной терминальной задачи. Здесь при  $\mu \rightarrow 0$  обеспечивается стремление внеинтегрального члена к нулю, а  $x(t_f) \rightarrow x_f$ , если

$$u(t, x) = -(R + B^T(x, \varepsilon)P(x, \varepsilon, \mu, t+1)B(x, \varepsilon))^{-1} B(x, \varepsilon)P(x, \varepsilon, \mu, t+1)A(x, \varepsilon)x - \\ - (R + B^T(x, \varepsilon)P(x, \varepsilon, \mu, t+1)B(x, \varepsilon))^{-1} B(x, \varepsilon)^T c(x, \varepsilon, \mu, t+1),$$

где  $P$  и  $c(x, \varepsilon, t)$  есть решения соответствующих задач Коши для начальных задач

$$-P + A^T P(x, \varepsilon, \mu, t+1)A - A^T P(x, \varepsilon, \mu, t+1)B \times \\ [R + B^T P(x, \varepsilon, \mu, t+1)B]^{-1} B^T P(x, \varepsilon, \mu, t+1)A + Q = 0, P(t_f) = \mu^{-1}F, t = (t_f - 1), \dots, 1, 0, \quad (4)$$

$$c(x, \varepsilon, \mu, t) = A_{cl}^T(x, \varepsilon, \mu, t+1)c(x, \varepsilon, t+1), \quad c(x, \varepsilon, \mu, t_f) = -\mu^{-1}F x_f, \quad t = (t_f - 1), \dots, 1, 0,$$

где  $A_{cl}(x, \varepsilon, \mu, t+1) = A(x, \varepsilon) - B(x, \varepsilon)(R + B(x, \varepsilon)^T P(x, \varepsilon, \mu, t+1)B(x, \varepsilon))^{-1} \times \\ \times B^T(x, \varepsilon)P(x, \varepsilon, \mu, t+1)A(x, \varepsilon).$

Используем представление для решения (4) в виде суммы двух рядов по степеням двух малых параметров  $P = \hat{P}(x, \varepsilon, t) + \mu N(x, \varepsilon, \mu, t)$ , где  $\hat{P}(x, \varepsilon, t) = \hat{P}_0(t) + \varepsilon \hat{P}_1(x, t) + \dots$ ,  $N = N_0(\mu, t) + \varepsilon N_1(x, t) + \varepsilon^2 N_2(x, t) + \dots$

Представления для  $\hat{P}$  и  $N$  есть специальные ряды по степеням параметров, где члены в  $\hat{P}(x, \varepsilon, t) = \hat{P}_0(t) + \varepsilon \hat{P}_1(x, t) + \dots$  учитывают влияние регулярных возмущений и адаптацию закона управления к слабой нелинейности, а в  $N(x, \varepsilon, \mu, t)$  учитывается влияние коэффициента штрафа, где имеется и совместный вклад двух параметров в виде  $\mu \varepsilon N_1(x, t)$ ,  $\mu \varepsilon^2 N_1(x, t)$  и т.д. Далее удастся получать задачи для нахождения членов соответствующих рядов такие, что троящееся управление приводит к набору матричных, дискретных уравнений типа Риккати и Ляпунова, решения которых порождают последовательность управлений, образующие минимизирующие последовательности для критерия (3). Численные эксперименты, подтверждают теоретические результаты.

### Литература

1. Глизер В. Я., Дмитриев М. Г. Асимптотика решения одной сингулярно возмущенной задачи, связанной с методом штрафных функций // Дифференциальные уравнения. – 1981. – Т. 17. – №. 9. – С. 1574-1580.

2. Danik Y., Dmitriev M., Makarov D.A. A penalty functions method for feedback control design in terminal weakly nonlinear optimal control problems // Proceedings of the 8th International School-Seminar on Nonlinear Analysis and Extremal Problems (NLA-2024). Irkutsk, Russia, June 24–28, 2024. Irkutsk: ISDCT SB RAS, 2024, pp. 56–58.
3. A. S. Dutka, A. W. Ordys, and M. J. Grimble, “Optimized discrete-time state dependent Riccati equation regulator”, Proceedings of the American Control Conference (ACC 2005), IEEE, pp. 2293–2298, 2005.
4. Levitin E. S., Polyak B. T. Methods of Minimization with Constraints. Zh. Vychisl. Mat. Mat. Fiz., 1966, vol. 6, no. 5, pp. 787–823; U.S.S.R. Comput. Math. Math. Phys., 1966, vol. 6, no. 5, pp. 1–50.

## СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫЕ МОДЕЛИ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ОБРАТНЫХ ЗАДАЧАХ ИДЕНТИФИКАЦИИ КОЭФФИЦИЕНТОВ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ И ТЕПЛООБМЕНА

Доцент *М.А. Давыдова*

Обеспечение контроля теплофизических процессов при создании и использовании новых материалов составляет одну из основных задач оперативного мониторинга технологических процессов, неразрывно связанную с определением теплофизических характеристик нелинейных сред. Наличие информации о свойствах изучаемых сред и материалов в диапазоне параметров рассматриваемого явления - необходимое условие, позволяющее говорить о корректности расчетно-теоретического и экспериментального моделирования, описания технологических и производственных процессов. Несмотря на наличие разнообразных методов определения теплофизических характеристик нелинейных сред (см., напр., [1], [2]) существует потребность в создании новых расчетно-измерительных методик из-за ограничений, имеющих по причине недостаточного количества экспериментальных данных в отношении изучаемых объектов и диапазонов параметров, сложности технической реализации и существенных финансовых затрат.

В настоящей работе предлагается новый строго обоснованный численно-асимптотический метод идентификации нелинейных коэффициентов теплопроводности и тепловых потоков на основе данных моделирования в сингулярно возмущенных задачах нелинейной теплопроводности с потоковыми членами  $W = -(1 + \beta u)u_x$  и  $W = -u^\sigma u_x$ , где  $u(x)$  – значение безразмерной температуры в точке с координатой  $x$ . Основу метода составляют устойчивые численные алгоритмы решения коэффициентных обратных задач по восстановлению неизвестных параметров сингулярно возмущенных моделей для нелинейного уравнения теплопроводности, использующие асимптотические приближения по малому параметру решений прямых задач [3, 4] в сочетании с экспериментальными данными  $u_\delta$

( $\|u - u_\delta\|_{L_2} \leq \delta$ ,  $u$  – точные данные,  $\delta$  – ошибка измерений) на базе известных методов [5].

В соответствии с [5] операторное уравнение  $G[X] = u$ , определяющее условно-корректную задачу относительно набора неизвестных параметров модели  $X$ , где  $X \in F, u \in U$ ,  $F$  и  $U$  – метрические пространства, оператор  $G$  обратим, но  $G^{-1}$  не является непрерывным, можно заменить близким (в некотором смысле) операторным уравнением, полученным с использованием асимптотической аппроксимации решения прямой задачи:

$$G_\varepsilon[X_{\varepsilon,\delta}] = u_\delta \quad (1)$$

Сужение класса возможных решений уравнения (1) до компактного множества позволяет перейти к корректной постановке.

Данный метод применен в задачах идентификации нелинейных коэффициентов теплопроводности высокотемпературных топливных сплавов и композиций, а также композиций, а также плотности тепловых потоков в прутковых топливных сердечниках ТВЭЛ и коэффициентов теплообмена. Выполнены численные расчеты с использованием параметров реальных топливных сердечников для некоторых инновационных видов топливных композиций на основе урана, плутония и циркония, а также нитридного ядерного топлива. Отметим эффективность данного метода в отношении исследования теплофизических характеристик полупроводниковых сред [3] (огнеупорных керамик).

**1. Стационарная сингулярно возмущенная модель нелинейной теплопроводности с потоковым членом  $W = -(1 + \bar{\beta}u)u_x$ , где  $\bar{\beta} > 0$  – температурный коэффициент, может быть использована с целью описания теплового поля, порождаемого источником с мощностью  $\bar{f}$  [4] в прутковом топливном сердечнике:**

$$\varepsilon^2 \left( (1 + \bar{\beta}u)u_x \right)_x - \bar{\gamma}u + \bar{f}(u, x) = 0, \quad x \in (0,1), \quad (2)$$

$$u_x(0, \varepsilon) - \bar{q} \left( 1 + \bar{\beta}u(0, \varepsilon) \right)^{-1} = 0, \quad u(1, \varepsilon) = \bar{U}_l,$$

где

$$k(u) = 1 + \bar{\beta}u \quad (3)$$

— коэффициент теплопроводности ( $0 < k_1 < k(u) < k_2$ ),  $\bar{\gamma}$  – коэффициент бокового теплообмена,  $\bar{q} > 0$  – плотность исходящего теплового потока при  $x = 0$  (символизирует тепловые потери через левый торец сердечника),  $\bar{U}_l > 0$  – краевой режим при  $x = 1$ . Наличие малого параметра  $\varepsilon \in I_\varepsilon$ ,  $I_\varepsilon := (0, \varepsilon_0]$ ,  $0 < \varepsilon_0 \ll 1$  определяет соотношение между процессами энерговыделения, бокового теплообмена и тепловой диффузии. Выбор граничных условий не связан с особенностями какой-либо инженерной конструкции, а определяется только целями данной работы.

Выражение потоковых членов  $W = -(1 + \bar{\beta}u)u_x$  характерно для чистых металлов и сплавов, в том числе перспективных топливных композиций  $U - Pu - Zr$ , карбидного и смешанного карбидного топлива  $(U - Pu)C$ .

В отношении задачи (2) предположим выполнение следующих условий:

(У1) Функция  $\bar{f}(u, x)$  достаточно гладкая при  $x \in [0, 1]$ ,  $0 < u \in I$ ,  $I$  – некоторый интервал.

(У2) Вырожденное уравнение  $\bar{\gamma}u - \bar{f}(u, x) = 0$  имеет решение  $u = \varphi(x) \in I$  такое, что  $\bar{f}_u(\varphi(x), x) < \bar{\gamma}$  при  $x \in [0, 1]$ .

(У3) Справедливо неравенство:  $\int_{\varphi(1)}^s (\bar{\gamma}\xi - \bar{f}(\xi, 1)) (1 + \bar{\beta}\xi) > 0$ ,  $\varphi(1) < s \leq \bar{U}_1 \in I$ .

При условиях (У1)-(У3) существует классическое решение с пограничными слоями  $u(x, \varepsilon)$  задачи (2) (доказано с использованием методов [6, 7] и [8]), асимптотическое приближение которого получено в виде разложения по степеням  $\varepsilon$  на основе алгоритма А.Б. Васильевой [9]. Свойство асимптотической устойчивости по Ляпунову такого стационарного решения исследовано по методу работы [10].

В частности, при постоянной мощности источника  $\bar{f}$  распределение температуры  $u(x, \varepsilon)$  с точностью до членов  $O(\varepsilon^2)$  может быть приближено следующей функцией:

$$U_1(x, \varepsilon) = 1 + \tilde{u}(\rho) - \frac{\varepsilon \bar{q}}{\sqrt{\bar{\gamma} + \bar{f}\bar{\beta}}} e^{-\tau \frac{\bar{\gamma}}{\sqrt{\bar{\gamma} + \bar{f}\bar{\beta}}}}, \quad (4)$$

где  $\tilde{u}(\rho)$  дается квадратурной формулой

$$\int_{\bar{U}_1}^{\tilde{u}(\rho)} \tilde{v}^{-1}(\xi) d\xi = \rho, \quad (5)$$

$$\tilde{v}(\xi) = -(1 + \bar{\beta}\xi)^{-1} \sqrt{\xi \left( \frac{2}{3} \bar{\gamma} \bar{\beta} \xi^2 + (\bar{\gamma} - \bar{f}\bar{\beta}) \xi - 2\bar{f} \right) + \frac{\bar{f}^2}{\bar{\gamma}} \left( 1 + \frac{\bar{\beta}\bar{f}}{3\bar{\gamma}} \right)},$$

$$\tau = x/\varepsilon, \quad \rho = (x - 1)/\varepsilon.$$

**2. Обратная задача (1)** состоит в определении неотрицательного набора параметров  $X = (\bar{\beta}, \bar{\gamma}, \bar{q})^T$  по известной информации о распределении тепла  $u_\delta$  в топливном сердечнике, наблюдаемом экспериментально с ошибкой  $\delta$ . Решение обратной задачи может быть найдено как элемент  $X_{\varepsilon, \delta}$  некоторого конечно-параметрического множества, реализующий минимум функционала

$$F[X] = \|G_\varepsilon[X] - u_\delta\|_{L_2}^2. \quad (6)$$

В качестве симуляций экспериментальных данных  $u_\delta$  использовались численные решения прямой задачи (2) при известных входных параметрах с наложением шума, который задавался как случайная величина с нормальным распределением. При этом уровень шума согласовывался с допустимыми погрешностями измерения температуры термоэлектрическими термометрами. Результаты восстановления профиля (3) при входных данных  $\bar{\gamma} = 2$ ,  $\bar{f} = 1$ ,  $\bar{q} = 0$ ,  $\bar{U}_l = 1.1$ ,  $\bar{\beta}_1 = 0.49$  для  $U - 11Zr$  и  $\bar{\beta}_1 = 0.74$  для  $U - 11.4Zr$  представлены на рис. 1(а). Значения безразмерных параметров  $\bar{\beta}$  получены с использованием интерполяции экспериментальных данных из работы [11]. Поиск минимума функционала (6) реализован с использованием симплексного алгоритма Нелдера-Мида из библиотеки SciPy.

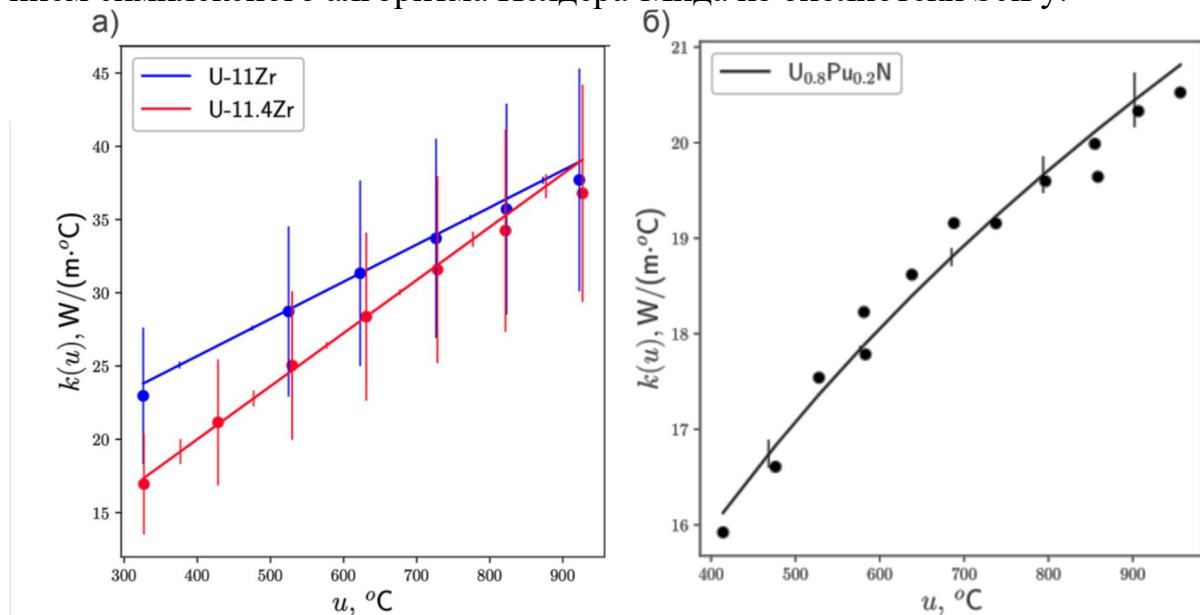


Рис. 1. Температурная зависимость теплопроводности (а) сплавов  $U - 11Zr$  и  $U - 11.4Zr$ : восстановленные профили в сравнении с данными работы [11] (вертикальными линиями в узлах отмечены погрешности метода [11], вертикальными линиями в других точках отмечены погрешности численно-асимптотического метода; (б) композиции  $U_{0.8}Pu_{0.2}N$ : восстановленный профиль в сравнении с данными работы [12] (вертикальными линиями отмечены погрешности численно-асимптотического метода).

С использованием асимптотического приближения (4)-(5) с оптимальными параметрами и оценки погрешности восстановления теплового потока из работы [4], в задаче (2) получено выражение для восстановленного распределения  $Q$  теплового потока с точностью до членов порядка  $\varepsilon$ :

$$Q(x, \varepsilon) = - \left( 1 + \bar{\beta} \tilde{u}(\rho) \right) \left( \frac{1}{\varepsilon} \tilde{v}(\tilde{u}(\rho)) + \frac{\bar{q}\bar{\gamma}}{\bar{\gamma} + \bar{f}\bar{\beta}} e^{-\tau \frac{\bar{\gamma}}{\sqrt{\bar{\gamma} + \bar{\beta}\bar{f}}}} \right) +$$

$$+ \frac{\bar{q}\bar{\beta}}{\sqrt{\bar{\gamma} + \bar{f}\bar{\beta}}} \tilde{v}(\tilde{u}(\rho)) e^{-\tau \frac{\bar{\gamma}}{\sqrt{\bar{\gamma} + \bar{\beta}\bar{f}}}}.$$

**3. Стационарная сингулярно возмущенная модель нелинейной теплопроводности с потоковым членом  $W = -u^{-\sigma}u_x$ ,  $\sigma > 0$  и ее приложение в задаче восстановления коэффициента теплопроводности полупроводника рассмотрены в работах [3, 13]. Для смешанного нитридного топлива  $(U - Pu)N$  также характерна степенная зависимость теплового потока от температуры, но с положительным показателем:  $W = -u^\sigma u_x$ ,  $\sigma > 0$ . На рис. 1(б) представлен результат восстановления профиля  $k(u) = u^\sigma$  в случае композиции  $U_{0.8}Pu_{0.2}N$  с использованием данных моделирования из работ [3, 13], а также экспериментальных данных [12].**

**4. В сингулярно возмущенных задачах нелинейной теплопроводности с потоковыми членами  $W = -(1 + \bar{\beta}u)u_x$  и  $W = -u^{-\sigma}u_x$  и с внутренними переходными слоями параметры моделей  $\bar{\beta}$  или  $\sigma$  могут быть восстановлены по положению внутреннего слоя тепловой структуры, наблюдаемому экспериментально с некоторой погрешностью [4, 13].**

*Исследование выполнено в рамках государственного задания МГУ имени М.В. Ломоносова.*

### Литература

1. Торчик М.В., Котов М.А. // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2023. Т. 24 (3).
2. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. М.: Едиториал УРСС, 2003.
3. Давыдова М.А., Рублев Г.Д. // Дифф. уравн. 2024. Т. 60(4). С. 439-462.
4. Davydova M.A., Rublev G.D., Volkov V.T. // Russian Journal of Mathematical Physics. 2025. V. 32(4). P. 677-697.
5. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. М.: Наука. 1979.
6. Wang J. // Nonlinear analysis. 1998. V. 34. P. 113-142.
7. Brill H. // Math. Annaler. 1976. V. 222. Issue 1. P. 37-48.
8. Нефедов Н.Н. // Дифф. уравн. 1995. Т. 31 (4). С. 718-722.
9. Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. М.: Наука. 1973.
10. Бутузов В.Ф., Неделько И.В. // Дифф. уравн. 2000. Т. 36. С. 224-235.
11. Hofman G.L., Billone M.C., Koenig J.F. Metallic fuels handbook. Argonne National Laboratory, 2019.
12. Выбыванец В.И., Таубин М.Л. и др. // Атомная энергия. 2014. Т.117 (4). С.208-212.
13. Давыдова М.А., Рублев Г.Д. // Теор. и матем. физика. 2024. Т. 220 (2). С. 237-260.

## СУЩЕСТВОВАНИЕ И УСТОЙЧИВОСТЬ ДВУМЕРНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ РЕШЕНИЙ С ПОГРАНИЧНЫМИ СЛОЯМИ В СИСТЕМЕ ТИХОНОВСКОГО ТИПА, ВОЗНИКАЮЩЕЙ В ДРЕЙФО-ДИФФУЗИОННОЙ МОДЕЛИ ПОЛУПРОВОДНИКОВ СУБДЕБАЕВСКОЙ ДЛИНЫ

Ст. науч. сотр. *Никулин Е.И.*, студ. *Карамышев А.В.*

В настоящей работе исследуются стационарные решения с пограничными слоями для сингулярно возмущённой системы уравнений тихоновского типа, возникающей в двумерной дрейфово-диффузионной модели полупроводников с субдебаевскими размерами.

Рассматриваемая система имеет вид

$$\begin{cases} \varepsilon^2 \Delta u = f(u, v, x, \varepsilon) = 0, \Delta v = g(u, v, x, \varepsilon) = 0, \\ x = (x_1, x_2) \in D \subset R^2 \end{cases} \quad (1)$$

с граничными условиями Дирихле как на внутренней границе  $\Gamma$ , так и на внешней границе  $\Gamma^*$  двусвязной области  $D$ . Здесь  $\varepsilon > 0$  — малый параметр.

Построено формальное асимптотическое разложение решения задачи (1) с пограничным слоем. С использованием асимптотического метода дифференциальных неравенств доказаны существование и асимптотическая устойчивость по Ляпунову стационарных решений.

В качестве физического приложения рассматривается дрейфово-диффузионная модель полупроводника при условии, что размер устройства меньше дебаевской длины. Малым параметром является отношение коэффициентов подвижности дырок и электронов. Показано, что модель приводится к виду (1) и удовлетворяет всем необходимым предположениям. Для радиально-симметричного случая получены явные асимптотические формулы нулевого порядка для концентраций носителей заряда.

***Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, проект № 25-71-10024.***

### Литература

2. Васильева А. Б., Бутузов В. Ф. Асимптотические разложения решений сингулярно возмущённых уравнений. М.: Наука, 1973.
3. Nefedov N. N., Orlov A. O. Existence and stability of stationary solutions with boundary layers in a system of fast and slow reaction-diffusion-advection equations with KPZ nonlinearities // Theoretical and Mathematical Physics. 2024. Vol. 220, No. 1. P. 137-153.
2. Karamyshev A. V., Nikulin E. I. Existence and stability of stationary solutions with boundary layers in a Tikhonov-type system arising in the drift-diffusion model of semiconductors of sub-Debye-length // Russian Journal of Mathematical Physics. 2025. Vol. 32, No. 12. P. 713-727.

## ОБ ОСОБЕННОСТЯХ РЕШЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТНЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ТИПА РЕАКЦИЯ-ДИФФУЗИЯ-АДВЕКЦИЯ С ДАННЫМИ РАЗЛИЧНОГО ТИПА

Профессор *Лукьяненко Д.В.*

Задачи для нелинейных сингулярно возмущённых уравнений типа реакция-диффузия-адвекция возникают в газовой динамике, теории горения, химической кинетике, нелинейной теории волн, биофизике, медицине, экологии и других областях науки. Особенностью задач подобного типа является наличие разномасштабных процессов. Поэтому математические модели этих задач описываются нелинейными параболическими уравнениями с малым сингулярным параметром при старшей производной. В связи с этим решения таких задач могут содержать узкие движущиеся фронты, которые разделяют пространство на две части: возмущённую часть, через которую фронт реакции уже прошёл, и невозмущённую часть. Фронт реакции представляет собой область, в которой функция, описывающая какую-либо характеристику среды (температуру, плотность и т.д.), достаточно резко изменяется от значений функции, описывающей одно состояние среды (например, невозмущённую), к значению функции, описывающей другое состояние. При достаточно малых значениях сингулярного параметра ширина такого фронта будет достаточно малой по отношению к размерам всей области. Как следствие, фронт реакции можно различить экспериментально, определяя его фактическое положение при наблюдении реального физического процесса в различные моменты времени. В связи с этим в докладе будут обсуждаться особенности решения коэффициентных обратных задач для нелинейных уравнений в частных производных типа реакция-диффузия-адвекция с данными различного типа. В качестве входных данных обратной задачи будут рассмотрены 1) данные в финальный момент времени, 2) данные на границе области по пространству и, главное, 3) данные о положении фронта реакции.

### Литература

1. D. V. Lukyanenko, A. A. Borzunov, M. A. Shishlenin. Solving coefficient inverse problems for nonlinear singularly perturbed equations of the reaction-diffusion-advection type with data on the position of a reaction front // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 99:105824, 2021.
2. D. V. Lukyanenko, R. L. Argun, A. A. Borzunov, A. V. Gorbachev, V. D. Shinkarev, M. A. Shishlenin, A. G. Yagola. On the features of numerical solution of coefficient inverse problems for nonlinear equations of the reaction–diffusion–advection type with data of various types. Differential Equations, 59(12):1734–1757, 2023.

## ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ И ДИНАМИКИ РЕШЁТКИ ФЕРМИ—ПАСТА—УЛАМА И ВЫНУЖДЕННОГО ЗАТУХАЮЩЕГО ОСЦИЛЛЯТОРА С ПОМОЩЬЮ НЕЙРОННЫХ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Студ. Наумов А. С., профессор Попов В. Ю.

В работе предложен метод параметрической идентификации динамических систем на основе нейронных обыкновенных дифференциальных уравнений (Neural ODE). Рассматриваются две модели: вынужденный затухающий гармонический осциллятор

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega^2 x = A \cos(\Omega t)$$

и расширенная решётка Ферми—Паста—Улама (FPU) с затуханием и вынуждением на первом осцилляторе:

$$\dot{q}_k = p_k,$$

$$\dot{p}_k = -\omega^2 q_k - \gamma p_k + k(q_{k+1} + q_{k-1} - 2q_k) + \beta((q_{k+1} - q_k)^2 - (q_k - q_{k-1})^2) + \delta_{k1} A \cos(\Omega t),$$

где  $V(r) = \frac{1}{2} r^2 + \frac{\beta}{4} r^4$ ,  $k = 1$ ,  $\beta > 0$ , а граничные условия  $q_0 = q_{N+1} = 0$ .

Для обеих моделей генерируются синтетические траектории методом Рунге—Кутты 4-го порядка на интервале  $t \in [0, 8]$  с шагом  $dt = 0,1$ , после чего к ним добавляется гауссов шум:

$$y^{\text{noisy}} = y^{\text{true}} + \sigma \cdot \mathcal{N}(0, 1), \quad \sigma = 0,01 - 0,05.$$

На первом этапе обучается Neural ODE

$$\frac{dz}{dt} = f_{\theta}(z(t), t),$$

где  $f_{\theta}$  — многослойный перцептрон (MLP) с входом  $(z, t)$ , активацией  $\tanh$  и выходом размерности состояния. Интеграция осуществляется адаптированным шагом Рунге—Кутты:

$$k_1 = f_{\theta}(t, y),$$

$$k_2 = f_{\theta}\left(t + \frac{dt}{2}, y + \frac{dt}{2} k_1\right),$$

$$k_3 = f_{\theta}\left(t + \frac{dt}{2}, y + \frac{dt}{2} k_2\right),$$

$$k_4 = f_{\theta}(t + dt, y + dt k_3),$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{dt}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4).$$

Обучение проводится методом Adam по функционалу потерь

$$L = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \| y_b^{\text{pred}} - y_b^{\text{data}} \|^2$$

в течение 600–1000 эпох. Градиенты вычисляются через метод сопряжённого состояния с расширенным состоянием, включающим параметры  $\theta$  и время.

На втором этапе обученная Neural ODE служит суррогатной моделью. Параметры  $(\omega, \gamma, A, \Omega)$  (и дополнительно  $\beta$  для FPU) восстанавливаются минимизацией

$$L = \|f_{\theta}(t, y) - f_{\text{param}}(t, y; \omega, \gamma, A, \Omega)\|^2$$

оптимизатором L-BFGS (max\_iter=300, 5–10 запусков с ограничениями  $\gamma, A \geq 10^{-4}$ ).

Метод демонстрирует устойчивость к шуму: при  $\sigma = 0,05$  параметры восстанавливаются с погрешностью менее 3–5% от истинных значений ( $\omega = 1,5$ ,  $\gamma = 0,3$ ,  $A = 1,0$ ,  $\Omega = 0,9$ ). Точность превышает дискретные модели на 20–30%. Визуализации кривых потерь и траекторий подтверждают сходимость для осциллятора и цепочки из  $N = 4$  осцилляторов FPU.

Подход не требует знания явного вида уравнений и обеспечивает непрерывную динамику, что делает его перспективным для задач физической идентификации по экспериментальным данным.

### Литература

- [1] Chen R.T.Q., Rubanova Y., Bettencourt J., Duvenaud D. Neural ordinary differential equations // Advances in Neural Information Processing Systems 32 (NeurIPS 2018). P. 6572–6583.
- [2] Fermi E., Pasta J., Ulam S., Tsingou M. Studies of nonlinear problems. Tech. Rep. LA-1940. Los Alamos Scientific Laboratory, 1955.
- [3] Kidger P. On neural differential equations. DPhil thesis. University of Oxford, 2021.

## АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ РЕШЕНИЯ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЁННОГО ОДУ 1-ГО ПОРЯДКА В СЛУЧАЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ КОРНЕЙ ВЫРОЖДЕННОГО УРАВНЕНИЯ

Ст. науч. сотр. Терентьев М.А.

Рассмотрим задачу Коши для ОДУ 1-го порядка

$$\varepsilon^p y' = f(x, y, \varepsilon), \quad y(a, \varepsilon) = y_0(\varepsilon), \quad 0 < \varepsilon \ll 1$$

в случае  $p > 1$  при следующих условиях:

**(У1)**  $f \in C^{n+1}([a, b] \times [c, d] \times (0, \varepsilon_0])$  – достаточная гладкость функции  $f$ ;

**(У2)**  $f(x, y, 0) = 0 \Rightarrow y = \varphi(x) \in (c, d)$  при  $x \in [a, b]$  – существование корня  $\varphi$  у вырожденного уравнения;

**(У3)**  $f_y(x, \varphi(x), 0) < 0$  при  $x \in [a, x_0) \cup (x_0, b]$  – однократность корня  $\varphi$  и его устойчивость в 1-ом приближении при  $x \neq x_0$ ;

**(У4)**  $f_y(x_0, \varphi(x_0), 0) = 0$ ,  $f_{yy}(x_0, \varphi(x_0), 0) < 0$  – двукратность корня  $\varphi$  в точке  $x_0$ ;

(Y5)  $f_\varepsilon(x_0, \varphi(x_0), 0) > 0$  – компенсация отсутствия устойчивости  $\varphi$  в 1-ом приближении в точке  $x_0$  за счёт регулярной части возмущения.

Из условий (Y2–Y4) следует, что в некоторой окрестности точки  $x_0$  вырожденное уравнение имеет два корня, пересекающихся в точке  $x_0$ . При этом корень  $\varphi$ , гладкий при  $x \neq x_0$ , вообще говоря, имеет скачок производной в точке  $x_0$ .

Основную трудность в рассматриваемой задаче представляет построение регулярной части асимптотики решения [1] в окрестности точки  $x_0$ .

Построение регулярной части асимптотики в виде ряда  $\bar{y}(x, \varepsilon) = \bar{y}_0(x) + \varepsilon \bar{y}_1(x) + \dots$  с не зависящими от  $\varepsilon$  коэффициентами  $\bar{y}_n$  здесь невозможно, поскольку тогда

$$f(x, \bar{y}_0, 0) =: \bar{f}(x) = 0 \Rightarrow \bar{y}_0 = \varphi, \quad \bar{y}_1 = \bar{f}_y^{-1} \bar{y}'_0, \dots$$

и тем самым коэффициент  $\bar{y}_1$  имеет разрыв II рода в точке  $x_0$  ввиду  $\bar{f}_y(x_0) = 0$ .

Модифицируем алгоритм построения регулярной части асимптотики:

$$\bar{y}(x, \varepsilon) = \bar{y}_0(x, \varepsilon) + \varepsilon^p \bar{y}_1(x, \varepsilon) + \varepsilon^{2p} \bar{y}_2(x, \varepsilon) + \dots$$

и найдём нулевое приближение  $\bar{y}_0$  как решение *полувырожденного уравнения*, в котором оставлена регулярная часть возмущения в виде зависимости  $f$  от  $\varepsilon$ . Условия (Y2–Y5) гарантируют существование у этого уравнения гладкого корня на отрезке  $[a, b]$ :

$$f(x, \bar{y}_0, \varepsilon) =: \bar{f}(x, \varepsilon) = 0, \quad \bar{y}_1 = \bar{f}_y^{-1} \bar{y}'_0, \quad \bar{y}_2 = \bar{f}_y^{-1} \left[ \bar{y}''_0 - \frac{1}{2} \bar{f}_{yy} \bar{y}_0^2 \right], \dots$$

Отметим, что коэффициенты регулярной части асимптотики неограниченны по  $\varepsilon$  в  $\delta$ -окрестности точки  $x_0$  пересечения корней:

$$y_n(x, \varepsilon) = O(\varepsilon^{-n+1/2}), \quad \varepsilon \rightarrow 0, \quad n = 1, 2, \dots,$$

но в то же время ограничены вне этой окрестности.

**Теорема.** Пусть выполнены условия (Y1–Y5), тогда при достаточно малых  $\varepsilon > 0$  и  $y_0(\varepsilon) = \bar{y}(a, \varepsilon) + o(\varepsilon^{np})$  задача Коши имеет единственное решение  $y(x, \varepsilon) = \bar{y}(x, \varepsilon) + r(x, \varepsilon)$ , где при любом достаточно малом фиксированном  $\delta > 0$  невязка

$$r(x, \varepsilon) = \begin{cases} o(\varepsilon^{np}), & x \in [a, x_0 - \delta] \cup [x_0 + \delta, b], \\ o(\varepsilon^{n(p-1)+1/2}), & |x - x_0| < \delta. \end{cases}$$

Рассмотрим следующий пример:

$$\varepsilon^p y' = -y^2 + x^2 + \varepsilon, \quad y(-1, \varepsilon) = y_0(\varepsilon).$$

Вырожденное уравнение  $f(x, y, 0) = -y^2 + x^2 = 0$  имеет корень  $y = |x|$ , негладкий при  $x = 0$ , для которого выполнены условия (Y2–Y5):

$$\bar{f}_y = -2|x| < 0 \text{ при } x \neq 0, \quad \bar{f}_y(0) = 0, \quad \bar{f}_{yy}(0) = -2 < 0, \quad \bar{f}_\varepsilon(0) = 1 > 0.$$

Найдём коэффициенты регулярной части асимптотики по новому алгоритму:

$$f(x, \bar{y}_0, \varepsilon) = -\bar{y}_0^2 + x^2 + \varepsilon = 0 \Rightarrow \bar{y}_0 = \sqrt{x^2 + \varepsilon},$$

$$\bar{y}_1 = \bar{f}_y^{-1} \bar{y}'_0 = -\frac{x}{2(x^2 + \varepsilon)}, \quad \bar{y}_2 = \bar{f}_y^{-1} \left[ \bar{y}'_0 - \frac{1}{2} \bar{f}_{yy} \bar{y}_1^2 \right] = \frac{2\varepsilon - 3x^2}{8(x^2 + \varepsilon)^{5/2}}, \dots$$

Получим разложение

$$\begin{aligned} \bar{y}(x, \varepsilon) &= \bar{y}_0(x, \varepsilon) + \varepsilon^p \bar{y}_1(x, \varepsilon) + \varepsilon^{2p} \bar{y}_2(x, \varepsilon) + \dots = \\ &= \sqrt{x^2 + \varepsilon} - \varepsilon^p \frac{x}{2(x^2 + \varepsilon)} + \varepsilon^{2p} \frac{2\varepsilon - 3x^2}{8(x^2 + \varepsilon)^{5/2}} + \dots \end{aligned}$$

Введём растянутую переменную  $\xi = x/\sqrt{\varepsilon}$ , чтобы лучше понять поведение асимптотического разложения решения в окрестности точки  $x_0$ :

$$\bar{y}(\varepsilon^{1/2} \xi, \varepsilon) = \varepsilon^{1/2} \sqrt{\xi^2 + 1} - \varepsilon^{p-1/2} \frac{\xi}{2(\xi^2 + 1)} + \varepsilon^{2p-3/2} \frac{2 - 3\xi^2}{8(\xi^2 + 1)^{5/2}} + \dots$$

– это разложение по степеням  $\varepsilon^{n(p-1)+1/2}$  с независимыми от  $\varepsilon$  коэффициентами. Тем самым в окрестности  $x_0$  происходит падение порядка асимптотического разложения, причём ряд перестаёт быть асимптотическим в случае  $p = 1$ .

В рассматриваемом случае переходный слой асимптотического приближения в окрестности точки  $x_0$  реализуется алгебраически за счёт регулярной части асимптотики.

Отметим, что знак  $f_\varepsilon$  на корне  $\varphi$  в точке  $x_0$  имеет принципиальное значение для существования решения задачи Коши. Рассмотрим пример

$$\varepsilon^p y' = -y^2 + x^2 - 2\varepsilon, \quad f_\varepsilon = -2 < 0,$$

$$-\bar{y}_0^2 + x^2 - 2\varepsilon = 0 \Rightarrow \bar{y}_0 = \sqrt{x^2 - 2\varepsilon}.$$

В этом примере полувыврожденное уравнение не имеет корней при  $|x| < \sqrt{2\varepsilon}$ .

На промежутке  $|x| \leq \sqrt{\varepsilon}$  получим следующую априорную оценку для решения:

$$\varepsilon^p y' \leq -y^2 - \varepsilon \quad \Rightarrow \quad \varepsilon^p \int_{-\sqrt{\varepsilon}}^x \frac{y' dx}{y^2 + \varepsilon} \leq - \int_{-\sqrt{\varepsilon}}^x dx \quad \Rightarrow$$

$$y(x, \varepsilon) \leq \sqrt{\varepsilon} \operatorname{tg} \left( \arctg \frac{y(-\sqrt{\varepsilon}, \varepsilon)}{\sqrt{\varepsilon}} - \frac{x + \sqrt{\varepsilon}}{\varepsilon^{p-1/2}} \right),$$

из которой следует, что каково бы ни было значение решения в точке  $x = -\sqrt{\varepsilon}$ , оно разрушается (приближается к вертикальной асимптоте) за время порядка  $\varepsilon^{p-1/2} = o(\sqrt{\varepsilon})$ .

Тем самым изложенный выше подход к построению асимптотического разложения решения работает в случае, когда полувыврожденное уравнение

имеет решение на всём промежутке изменения независимой переменной, а регулярная часть возмущения (в виде зависимости  $f$  от  $\varepsilon$ ) является доминирующей по сравнению с сингулярной (в виде члена с малым параметром при производной), что имеет место при  $p > 1$ .

В случае  $p = 1$  указанный подход неприменим и асимптотика решения имеет другую структуру. Такой случай ранее рассматривался в [2], а также в [3], где асимптотика решения была получена методом согласования асимптотических разложений.

Работа выполнена в рамках государственного задания МГУ им. М.В. Ломоносова.

### Литература

1. Васильева А.Б., Бутузов В.Ф., Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. М.: Высшая школа, 1990.
2. Васильева А.Б., Нефёдов Н.Н., Радченко И.В., О внутреннем переходном слое в сингулярно возмущённой начальной задаче // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1996. Т. 36, № 9. С. 105–111.
3. Долбеева С.Ф., Ильин А.М., Асимптотика решения дифференциального уравнения с малым параметром при условии пересечения линий устойчивости предельного решения // Докл. Академии Наук. 2006. Т. 408, № 4. С. 1–3.

## ПЕРЕМЕЖАЕМОСТЬ МАГНИТНОЙ СПИРАЛЬНОСТИ В ПРОВОДЯЩЕМ ПОТОКЕ

Доцент Юшков Е.В., студ. Дуканов И.А., профессор Соколов Д.Д.

Перемежаемость случайного процесса – это термин, характеризующий появление структурности в случайной среде в виде резких выбросов, возникающих в случайных местах и в случайные моменты времени. Промежутки между такими выбросами отличаются повышенной длительностью и малой интенсивностью, другими словами выбросы происходят редко, но именно они и определяют средние значения (моменты). При этом, чем старше момент в процессе с перемежаемостью, тем такой момент растёт быстрее, в отличие от всем привычного гауссовского случайного процесса, в котором старые моменты определяются поведением младших двух. Одним из самых простых примеров, приведенным в широко известной работе [1] и демонстрирующим явление перемежаемости, является эволюционное уравнение неустойчивого типа, решение которого  $\psi(t)$  хаотизируется случайным зависящим от времени коэффициентом  $\gamma(t)$ :

$$\partial\psi/\partial t = \gamma(t)\psi. \quad (1)$$

В случае когда этот коэффициент  $\gamma(t)$  является случайным гауссовским процессом со временем обновления  $\tau$ , дисперсией  $\sigma^2$  и нулевым средним, флуктуации  $\psi(t)$  растут как  $\exp(\sigma\eta\sqrt{\tau t})$ , где  $\eta$  – гауссовская величина с нулевым средним и единичной дисперсией. Грубо говоря, с течением времени  $\psi(t)$  является величиной либо очень малой, близкой к нулю, либо наоборот очень большой, промежуточные же значения наблюдаются редко, в виде резких выбросов переходов, от одного квазистационарного состояния к другому.

В работе, мы показали, что именно такое явление наблюдается для магнитной спиральности в случайном проводящем потоке. Аналитически было доказано, что для однородной и изотропной турбулентности со случайной гидродинамической спиральностью, уравнение Штеенбека-Краузе-Рэдлера (усредненное уравнение магнитной индукции, см., например, [2]) сводится к уравнению (1) для специальной функции:

$$\psi(t) = (E_b(k, t) - kH_b(k, t))/(E_b(k, t) + kH_b(k, t)). \quad (2)$$

Здесь  $E_b(k, t)$  – спектральная плотность магнитной энергии,  $H_b(k, t)$  – спектральная плотность магнитной спиральности, роль случайного коэффициента  $\gamma(t)$  играет флуктуирующая гидродинамическая спиральность. Таким образом, поведение магнитной спиральности в таком потоке отличается сильной перемежаемостью, при которой большинство времени величина  $\psi(t)$  либо близка к нулю – то есть  $kH_b/E_b = 1$ , либо близка к бесконечности, что соответствует  $kH_b/E_b = -1$ . Промежуточные значения магнитной спиральности, как было сказано выше, также возможны, например, в процессе переходов между квазистационарными состояниями, но случаются они редко. Таким образом, отсюда следует, что спектр магнитной спиральности  $H_b(k)$  должен представлять собой пилообразную структуру, случайно осциллирующую между значениями  $\pm E_b(k)/k$ . Знак спиральности для каждого  $k$  будет определяться случайно, и не зависеть от волнового числа, а смены знака во времени будут происходить чрезвычайно редко. Не удивительно, но именно такая ситуация и имеет место быть, например, в спутниковых наблюдениях магнитной спиральности в солнечном ветре [3], впрочем и численные эксперименты с каскадными мГД-моделями демонстрируют аналогичное поведение [4].

*Исследование проводилось при поддержке Российского научного фонда: проект 23-11-00069*

### Литература

1. Зельдович Я.Б., Молчанов С.А., Рузмайкин А.А., Соколов Д.Д. Перемежаемость в случайной среде. Успехи физических наук 152 (5), (1987): 3-32.

2. Steenbeck M., Krause F., Radler K.H., Berechnung der mittleren Lorentz-Feldstärke für ein elektrisch leitendes Medium in turbulenter, durch Coriolis-Kräfte beeinflusster Bewegung. Z. Naturforsch. A 21(4), (1966): 369-376.
3. Brandenburg A., Subramanian K., Balogh A., Goldstein, M.L. Scale dependence of magnetic helicity in the solar wind. The Astrophysical Journal 734(1), (2011): 9.
4. Dukanov I., Yushkov E., Frick P., Sokoloff D. Transformation of Solar Wind Energy/Helicity Spectra in the Frame of the MHD Shell Modeling, Physical Review E (in print, 2026).

## ЗАДАЧА О ДВИЖЕНИИ ФРОНТА В СРЕДЕ С ВНЕШНИМ ЛИНЕЙНЫМ ИСТОЧНИКОМ

Доцент *Левашова Н.Т.*

В работе рассматривается начально-краевая задача для уравнения диффузии с модульной нелинейностью.

$$\varepsilon^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \varepsilon \frac{\partial u}{\partial t} = \begin{cases} u - u_{\max}, & u \geq u_{thr}, \\ -uG(x,t), & u < u_{thr}, \end{cases} \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 < t \leq T,$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}(0,t) = \frac{\partial u}{\partial x}(1,t) = 0, \quad u(x,0) = u_{init}(x), \quad 0 \leq x \leq 1.$$

Здесь  $\varepsilon > 0$  – малый параметр,  $G(x,t) > 0$ ,  $u_{\max}$  и  $u_{thr}$  – известные величины  $0 < u_{thr} < u_{\max}$ ,  $u_{init}(x)$  – непрерывная при  $x \in [0,1]$  функция, имеющая форму фронта, убывающего от значений  $u_{\max}$  до нуля.

Эта задача была выделена как упрощенная постановка модели роста опухолевой ткани [1]. Полная модель представляет собой трехмерную систему трех уравнений диффузии, и является чрезвычайно сложной для анализа. В настоящей работе она была редуцирована до одного уравнения в одномерном случае.

Интерес представляет решение, имеющее вид движущегося фронта, относящееся к классу

$$C([0,1] \times [0,T]) \cap C^{1,0}((0,1) \times [0,T]) \cap C^{2,0}(((0,\hat{x}) \cup (\hat{x},1)) \times [0,T]).$$

Особенностью задачи является то, что фронт формируется не между двумя седловыми положениями равновесия, как например, в работах [2,3], а между седлом и устойчивым фокусом или седлом и устойчивым узлом.

В работе доказано существование решения вида фронта поставленной задачи, а также определено значение скорости движения фронта с точностью  $O(\varepsilon)$ .

***Работа выполнена в рамках государственного задания МГУ имени М.В. Ломоносова***

### Литература

1. Левашова Н.Т., Генералов Е.А., Сидорова А.Э., Гольцов А.Н. Нелинейность модульного типа в моделировании роста опухолевого сфероида. ТМФ 224, №1 (2025): 118–128.
2. Нефедов Н.Н., Никулин Е.И., Орлова А.О. Движение фронта в задаче со слабой адвекцией в случае непрерывного источника и источника модульного типа. Дифференциальные уравнения 58, №:6 (2022): 763–776.
3. Божевольнов Ю.В., Нефёдов Н.Н. Движение фронта в параболической задаче реакция-диффузия Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 50 №2 (2010): 276–285.

## О КЛАССИЧЕСКОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОГО УРАВНЕНИЯ ПСЕВДОПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

Препод. *Каташева И.К.* (Военно-космическая академия им. А.Ф.Можайского)

Теория псевдопараболических уравнений включает в себя большой круг явлений. К ним сводятся различные процессы в атмосфере, плазме и в полупроводниках. В настоящей работе исследуются вопросы разрешимости во времени и разрушения классического решения задачи Коши для уравнения, связанного с нестационарными процессами в полупроводниках,

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \Delta_x u(x, t) - u(x, t) = |u(x, t)|^q, & (x, t) \in \mathbb{R}^3 \times (0, T], \\ u(x, 0) = u_0(x), \quad x \in \mathbb{R}^3, \quad u_0(x) \in \mathbb{C}^{2+\alpha} \left( (1 + |x|^2)^{\frac{\beta}{2}}; \mathbb{R}^3 \right), \beta > 3. \end{cases} \quad (1)$$

Среди других уравнений соболевского типа уравнение (1) выделяется наличием особенности производных его фундаментального решения  $\mathcal{E}(x, t)$  при  $x \neq (0, 0, 0)$ . Классическим решением задачи (1) называется функция  $u(x, t)$ , удовлетворяющая (1) поточечно.

На основе формул Грина, полученных для оператора линейной части уравнения (1), мы рассмотрели модифицированный объемный потенциал в пространствах Гельдера и перешли к исследованию соответствующего интегрального уравнения. Это позволило получить результат о существовании и единственности непродолжаемого по времени классического решения задачи Коши в классе  $\mathbb{C}^{(1)} \left( [0, T]; \mathbb{C}^\alpha \left( (1 + |x|^2)^{\frac{3}{8}}; \mathbb{R}^3 \right) \right)$ ,  $\alpha \in (0, 1)$ , для любого  $T \in (0, T_0)$ , причем либо  $T_0 = +\infty$ , либо  $T_0 < +\infty$  и в последнем случае  $T_0$  – время разрушения решения.

Получены достаточные условия для разрушения решения на основе энергетического метода в модификации М.О. Корпусова и А.Г. Свешникова.

### Литература

4. Корпусов М. О., Разрушение в нелинейных волновых уравнениях с положительной энергией. М.: УРСС, 2012.
5. Levine H. A., Some nonexistence and instability theorems for solutions of formally parabolic equations of the form  $Pu_t = -Au + F(u)$ . Arch. Rational. Mech. Analys., 51, 1973.
6. С. И. Похожаев, Э. Митидиери, Априорные оценки и отсутствие решений нелинейных уравнений и неравенств в частных производных, Тр. МИАН, 234, 2001.

## ГАМИЛЬТОНОВ ФОРМАЛИЗМ В ТЕОРИИ ТРЕХМЕРНЫХ КОНТРАСТНЫХ СТРУКТУР

Профессор *Быков А.А.*, аспирант *Гань Цинчжао*

В работе рассматривается трёхмерная задача для квазилинейного уравнения реакции-адвекции-диффузии (РАД) вида:

$$\varepsilon u'_t + \varepsilon^2 \langle \vec{V}(\vec{r}), \nabla u \rangle = \varepsilon^2 \langle \nabla, \kappa(\vec{r}) \nabla u \rangle - f(u, \vec{r}), \quad \vec{r} \in D \subset \mathbb{R}^3 \quad (1)$$

с граничными условиями второго рода на границе  $\partial D$ . При  $\varepsilon \rightarrow 0$  уравнение становится алгебраическим, что относит задачу к классу сингулярно возмущённых. Наличие малого параметра обуславливает существование решений типа контрастной структуры (КС): обширные области с малым градиентом разделяются узкими внутренними переходными слоями (ВПС) с большим градиентом. Основные результаты работы: в главном порядке асимптотики положение ВПС определяется уравнением Гамильтона-Якоби [1]; в первом порядке скорость движения ВПС зависит от его кривизны.

Пусть функция плотности источников имеет корни  $u = \varphi_i(\vec{r}, t)$ ,  $i = 1, 2, 3$ . Используем метод сингулярных возмущений, представляя функции профиля ВПС и многообразие  $Y(t)$  в виде рядов по степеням  $\varepsilon$ :  $Y_0(t) + \varepsilon Y_1(t) + \dots$ . Используем преобразование параметра  $\vec{r} \Leftrightarrow (s, \Theta)$ ,  $\Theta = (\theta_1, \theta_2) \in \Phi$ , переменная луча  $s$ , две переменные  $\theta_1, \theta_2$  определяют точку на стартовой поверхности. После замены переменных ( $s = \hat{s} + \varepsilon \xi$ ,  $t = \hat{t} + \varepsilon \tau$ ) уравнение для разложения принимает вид:

$$\begin{aligned} u'_\tau + g^{-1/2} \langle \vec{V}, [\vec{r}_2, \vec{r}_3] \rangle u'_\xi + \varepsilon g^{-1/2} \langle \vec{V}, [\vec{r}_3, \vec{r}_1] \rangle u'_{\theta_1} + \varepsilon g^{-1/2} \langle \vec{V}, [\vec{r}_1, \vec{r}_2] \rangle u'_{\theta_2} = \\ = \varepsilon \frac{\partial \kappa}{\partial s} u'_\xi + \kappa u''_{\xi\xi} + \varepsilon \kappa \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial \sqrt{g}}{\partial s} u'_\xi - f(u, \hat{s} + \varepsilon \xi, \Theta) + \mathcal{O}(\varepsilon^2), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $g$  - определитель матрицы метрического тензора. Подстановка частичной суммы разложения  $u = u_0 + \varepsilon u_1 + \dots$  и последующее разложение по степеням  $\varepsilon$  позволяет получить уравнения для членов различных порядков. Для любой точки  $\vec{r} \in D$  задача нулевого порядка имеет бегущее квазиволновое решение  $u_0(\xi, \tau) = \omega_0(\xi - W_0\tau)$  и скорость нулевого порядка вида

$$W_0(\hat{s}, \Theta) = W_{\text{disb}}(\hat{s}, \Theta) + \langle \vec{V}(\hat{s}, \Theta), \vec{n}(\hat{s}, \Theta) \rangle. \quad (3)$$

В отличие от  $W_{\text{disb}}(\hat{s}, \Theta) = \left( \int_{-\infty}^{+\infty} ((\omega_0)')^2 d\chi \right)^{-1} \cdot \int_{\varphi_1}^{\varphi_3} f(\omega, \vec{r}) d\omega$  [2], эта скорость определяется направлением нормали  $\vec{n}(\hat{s}, \Theta)$ . Пусть векторная функция  $\vec{r}_0(t, \Theta)$  является решением задачи Коши:

$$\frac{d\vec{r}_0}{dt} = h(\vec{r}_0, \vec{n}(\vec{r}_0)) \cdot \vec{n}(\vec{r}_0), \quad \vec{r}_0(t_0, \Theta) = \vec{r}_{\text{start}}(\Theta), \quad (4)$$

где  $h(\vec{r}_0) = W_0(\vec{r}_0)$ ,  $\vec{r}_{\text{start}}(\Theta)$  - точка на  $Y_{\text{start}}$ . Мы рассматриваем уравнение Гамильтона-Якоби

$$\frac{\partial S}{\partial t} + H_h(\vec{r}, \nabla S) = 0, \quad (5)$$

в области  $Q = \Omega \times (t_0, t_0 + T)$ , где  $H_h(\vec{r}, \vec{p}) = |\vec{p}| \cdot h(\vec{r}, \vec{p}/|\vec{p}|)$ ,  $\Omega$  - открытое множество в  $\mathbb{R}^3$ ,  $T > 0$ . Такое уравнение называется уравнением множества уровня. Построим вспомогательную функцию  $S_0$  такую, что  $Y_{\text{start}} = \{\vec{r} \in \mathbb{R}^3 \mid S_0(\vec{r}) = 0\}$ ,  $G_0(0) = \{\vec{r} \in \mathbb{R}^3 \mid S_0(\vec{r}) > 0\}$ . Можно доказать, что когда функция  $H_h$  удовлетворяет определённым условиям непрерывности для принципа сравнения, для любого  $\alpha \in \mathbb{R}$  и каждой функции  $S_0 \in K_\alpha(\mathbb{R}^3)$  ( $K_\alpha(\mathbb{R}^3)$  обозначает пространство всех вещественнозначных непрерывных функций на  $\mathbb{R}^3$ , таких что  $u \equiv \alpha$  вне  $B_R(\vec{0})$  для некоторого  $R > 0$ .) существует единственное  $\mathcal{H}_h$ -вязкое решение  $S \in K_\alpha(\mathbb{R}^3 \times [t_0, t_0 + T])$  уравнения (5) с начальным условием  $S(\vec{r}, t_0) = S_0(\vec{r})$  для всех  $\vec{r} \in \mathbb{R}^3$ . Из (5) функция Гамильтона имеет вид:  $H_h(\vec{q}_0, \vec{p}_0) = |\vec{p}_0| W_{\text{disb}}(\vec{q}_0) + \langle \vec{V}(\vec{q}_0), \vec{p}_0 \rangle$ . Сформулируем семейство задач Коши для гамильтоновой системы [3]:

$$\frac{d\vec{q}_0}{dt} = \frac{\partial H_h}{\partial \vec{p}_0}, \quad \frac{d\vec{p}_0}{dt} = -\frac{\partial H_h}{\partial \vec{q}_0} \quad (6)$$

с начальными условиями:  $\vec{q}_0(t_0, \Theta) = \vec{r}_{\text{start}}(\Theta)$ ,  $\vec{p}_0(t_0, \Theta) = \nabla S_0(\vec{r}_{\text{start}}(\Theta))$ . Также можно доказать, что  $S(\vec{q}_0(t, \Theta), t) = 0$ . Из этого получим фронт КС нулевого порядка имеет вид  $Y_0(t) = \{\vec{q}_0(t, \Theta) \in \mathbb{R}^3 \mid \Theta \in \Phi\}$ ,  $t \in (t_0, t_0 + T)$ .

Теперь найдём функции бегущей квазиволны первого порядка  $u_1(\xi, \tau) = \omega_1(\chi)$ ,  $\chi = \xi - W_0\tau - \varepsilon W_1\tau$ , и скорость дрейфа первого порядка вида

$$W_1 = \widetilde{W}_1 + V_{s1} + 2\tilde{\kappa}\mathcal{H}_0 - \hat{\kappa}, \quad (7)$$

содержит следующие компоненты: адвективная компонента  $V_{s1}$ , нормальная к поверхности ВПС; дрейф, индуцированный средней кривизной и коэффициентом диффузии:  $2\tilde{\kappa}\mathcal{H}_0$ ; градиентную компоненту дрейфа  $\widetilde{W}_1 - \hat{\kappa}$ .

### Литература

1. Giga Y. Surface evolution equations: A level set approach. Basel: Birkhäuser Basel. 2006.
2. Божевольнов Ю.В., Нефедов Н.Н. Движение фронта в параболической задаче реакция – диффузия. Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2010. 50, №.2. С. 276–285.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Учебное пособие в 10 т. Т1 Механика. М.: Наука, 1988.

## АНАЛИТИКО-ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ДОЛИ СГОРЕВШЕЙ БИОМАССЫ В ЛАНДШАФТНЫХ ЛЕСНЫХ ПОЖАРАХ С ДАННЫМИ О ПОЛОЖЕНИИ ФРОНТА ГОРЕНИЯ

Матем. 1 катег. *Аргун Р.Л.*

В работе рассматривается обратная задача по определению доли сгоревшей биомассы в ландшафтных лесных пожарах с данными о положении фронта горения. Математическая модель распространения пожара представляет собой систему сингулярно возмущенных уравнений типа реакция-диффузия-адвекция для температуры и биомассы с разрывными нелинейностями, решение которой характеризуется наличием движущегося внутреннего переходного слоя (фронта горения). В одномерном случае эта модель на была подробно рассмотрена в работе [1]. На основе рассматриваемой модели была поставлена обратная задача по определению доли сгоревшей биомассы в ландшафтных лесных пожарах по данным наблюдений динамики распространения фронта пожара в двумерной локальной области наблюдения.

Классические подходы к решению таких обратных задач требуют значительных вычислительных ресурсов из-за необходимости многократного решения прямой и сопряженной задач на подробных сетках. Для решения этой проблемы был предложен асимптотико-численный подход, основанный на методе асимптотического анализа. В рамках этого подхода исходная постановка сводится к редуцированной обратной задаче — алгебраическому уравнению, которое в явном виде связывает искомую функцию остаточной биомассы с наблюдаемым положением фронта и не содержит малого параметра в явном виде. Приведены результаты вычислительных экспериментов для модельного набора параметров, демонстрирующие эффективность применения описанного подхода. Показано, что точность восстановления решения исходной обратной задачи зависит от величины малого параметра в постановке задачи.

*Исследование выполнено в рамках государственного задания МГУ имени М.В. Ломоносова.*

### **Литература**

Аргун Р.Л., Левашова Н.Т., Полежаева Е.В. Асимптотика решения системы сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений в модели распространения лесного пожара. Теоретическая и математическая физика 224, no. 2 (2025): 243—256.

**Подсекция:**

**ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА  
И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**

Сопредседатели:

член-корр. РАН А.А. Галяев, профессор А. Н. Боголюбов,  
профессор А. И. Чуличков

СПОСОБЫ ОПТИМИЗАЦИИ ЗЕРКАЛА КОЛЛИМАТОРА  
СО СКРУГЛЁННЫМИ КРАЯМИ ПРИ ПОМОЩИ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ  
ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ

Ведущ. прогр. *Хлебников Ф.Б.*, проф. *Боголюбов А.Н.* доц. *Шапкина Н.Е.*  
(1. Физфак МГУ. 2. ИТПЭ РАН),  
ст. науч. сотр. *Коняев Д.А.* (1. Физфак МГУ. 2. ИТПЭ РАН).

Экспериментальные исследования дифракции электромагнитных волн на телах сложной формы не теряют актуальности на протяжении многих лет. Чтобы достичь необходимой точности измерений, применяются специализированные измерительные стенды, называемые компактными полигонами. Внутри компактного полигона небольшой излучатель, состоящий из комплекса специализированных антенн, создаёт электромагнитную волну со сферическим фронтом, которую после этого преобразует коллиматор. В результате работы коллиматора в заданной области компактного полигона отражённое электромагнитное поле приобретает свойства, близкие к свойствам поля плоской волны. Эта область называется рабочей зоной, именно в неё помещается исследуемое тело. Применение коллиматора позволяет создать в лабораторных условиях электромагнитное поле, которое без него сформировалось бы лишь в дальней зоне от источника, которая, в зависимости от длины волны и геометрических размеров исследуемого тела, может находиться на расстоянии нескольких сотен метров от источника излучения.

Зеркальные коллиматоры выполнены в форме несимметричного выреза параболоида вращения, в фокус которого и помещается источник. Они широко распространены по всему миру благодаря сравнительной простоте и удобству использования, однако размеры рабочей зоны, которую может создать такое зеркало, оказываются значительно меньше апертуры самого зеркала. Основная причина этого несоответствия кроется в дифракционных эффектах, неизбежно проявляющихся на краях зеркала, и меры, направленные на подавление этих эффектов, позволяют существенно улучшить как размеры рабочей зоны, так и однородность электромагнитного поля внутри неё. Первым из классических способов снижения дифракционных эффектов является применение зазубренных кромок зеркального коллиматора, рассеивающих поле, падающее на края коллиматора. Другим широко распространённым способом снижения неоднородности поля является скругление краёв коллиматора [1]. Зеркала со скруглёнными краями оказываются сложнее в производстве и проектировании, однако во многих теоретических и практических работах они зачастую показывают лучшие характеристики отражённого поля [2].

Такой коллиматор должен иметь форму параболоида вращения в своей центральной части, и в то же время обладать скруглёнными краями гладко,

в идеале, вплоть до второго порядка сопряжёнными с параболическим участком. Проектирование тела такой формы может стать нетривиальной задачей, особенно в том случае, когда геометрические параметры скруглений предполагаются переменными величинами, которые предстоит варьировать. В настоящей работе предложен метод трансляции сечений, опирающийся на уже разработанные методы построения и анализа протяжённых цилиндрических параболических зеркал и их двумерных направляющих [3]. Одна из таких направляющих рассматривается в качестве горизонтального сечения будущего зеркала, а вторая — как сечение вертикальное, а трёхмерное зеркало получается поверхностью, которую описывает первое сечение, двигаясь вдоль второго.

На каждом из исходных сечений сечений зеркала была введена сетка, равномерная по длине дуги. При трансляции узлы этих сеток образуют сетку и на полученной поверхности, причём на обращённой к источнику стороне этой поверхности узлы будут располагаться в вершинах четырёхугольников, близких к квадратам на большей части поверхности. Проведение диагонали в этих четырёхугольниках позволяет быстро получить на поверхности построенного зеркала треугольную сетку высокого качества.

Исходные вертикальное и горизонтальное сечения, подробно описанные в предыдущих работах, были замкнутыми в области тени фигурами, из-за чего результатом непосредственной трансляции таких сечений станет самопересекающаяся поверхность. Однако самопересечения фигуры расположены преимущественно в теневой области зеркала, и не влияют на распределение отражённого от зеркала поля, а следовательно часть точек сетки, создающих самопересечения, может быть удалена (Рис. 1).

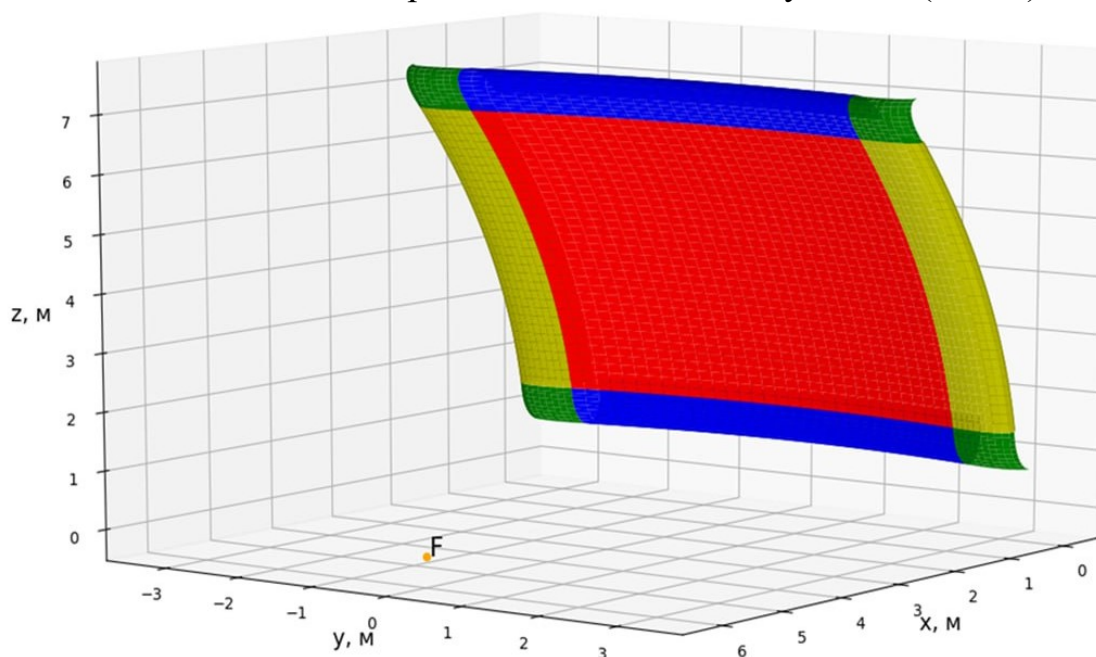


Рис. 1. Отраженное поле в центре рабочей зоны для одного из начальных приближений и оптимального зеркала, полученного в результате минимизации.

В рабочей зоне, расположенной на двойном фокусном расстоянии от зеркала коллиматора, ставится задача дифракции, которая численно решается методом моментов при помощи базисных функций Рао-Вильтона-Глиссона [4, 5].

Полученное распределение поля в рабочей зоне неоднородно, кроме того, оно зависит от геометрических параметров зеркала, в частности, от ширины и толщины скруглений краёв. Обратная задача оптимизации трёхмерного несимметричного зеркала оказалась бы очень трудоёмкой, так как решение прямой задачи в полной векторной постановке занимает немало времени.

В то же время, анализ результатов расчёта в отдельных сечениях трёхмерной рабочей зоны показал, что распределения полученного поля очень близки к распределениям полей, отражённых от протяжённых коллиматоров с такими же параметрами скруглений. В силу этого было предложено провести оптимизации форм вертикального и горизонтального сечений по отдельности, после чего строить трёхмерное зеркало из двумерных уже оптимизированных сечений. Этот подход позволил быстро построить трёхмерное несимметричное зеркало, обладающее приемлемыми характеристиками поля в рабочей зоне [6].

Используя направляющие построенных ранее протяжённых модельных коллиматоров с различными геометрическими параметрами, в работе удалось построить трёхмерное несимметричное параболическое зеркало коллиматора, а также решить задачу о распределении поля, отражённого от него в рабочую зону. Было показано также, что оптимизация двумерных сечений зеркала, используемых при этом построении, позволяет значительно улучшить свойства поля и в рабочей зоне трёхмерного коллиматора. Это важный результат, который позволяет избежать необходимости напрямую решать крайне трудозатратную задачу синтеза скруглений трёхмерного несимметричного зеркала коллиматора, ограничившись вместо этого решением пары задач для протяжённых модельных зеркал.

### Литература

1. Балабуха Н. П., Зубов А. С., Солосин В. С. // Компактные полигоны для измерения характеристик рассеяния объектов. М.: Наука, 2007.
2. Lee T. H., Burnside W. D. Performance trade-off between serrated edge and blended rolled edge compact range reflectors // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1996. – Т. 44. – №. 1. – С. 87-96.
3. Ф. Б. Хлебников, А. Н. Боголюбов, Д. А. Коняев, Н. Е. Шапкина Математическое моделирование электромагнитного поля в рабочей зоне компактного полигона // Физические основы приборостроения. — 2018. — № 2. — С. 63–69.
4. А. Л. Делицын, Д. А. Коняев, С. С. Новикова, Ф. Б. Хлебников О возможностях применения современных многопроцессорных систем при решении задачи дифракции электромагнитных волн на телах сложной

- формы // Физические основы приборостроения. — 2022. — Т. 11, № 2. — С. 49–54.
5. Викуловская А. А., Коняев Д. А. О сборке матрицы в методе моментов и ее реализации для идеально проводящих тел // Вестник Московского университета. Серия 3: Физика, астрономия. — 2024. — Т. 79, № 5. — С. 245010.
6. М. И. Пропой, Ф. Б. Хлебников, Д. А. Коняев и др. Методика построения модели трехмерного зеркала коллиматора со скруглёнными краями на основе решения двумерных задач синтеза // Вестник Московского университета. Серия 3: Физика, астрономия. — 2025. — № 4.

## ИНФОРМАЦИОННЫЕ ПРОСТРАНСТВА ДЛЯ АНАЛИЗА ПОТОКОВ БОЛЬШИХ ДАННЫХ С ПРОПУСКАМИ В РЕАЛЬНОМ ВРЕМЕНИ

Профессор *Голубцов П.В.*

**Введение.** Основная проблема анализа потоков больших данных состоит в том, что постоянно поступают все новые и новые данные и их невозможно накопить для последующего анализа. Вместо этого необходимо анализировать их прямо в реальном времени, постоянно обновляя текущие результаты анализа. В данной работе разрабатывается метод анализа временных рядов сложной структуры с пропущенными значениями непосредственно в процессе поступления данных. Рассматривается временной ряд, состоящий из регулярной компоненты (РК), описываемой линейной комбинацией заданных функций и случайной компоненты (СК), описываемой стационарным случайным процессом. Предложенный подход использует идеи накопления информации в условиях больших данных [1]: по мере поступления данных обновляется специального вида каноническая информация, а актуальные оценка РК и автоковариации (АКВ) случайного процесса (СП) вычисляются из нее в режиме реального времени. При этом отпадает необходимость хранить старые данные.

**Модель временного ряда.** Рассмотрим временной ряд вида  $z_t = \varphi_t + \varepsilon_t$ ,  $t = -\infty, \dots, \tau$ . Здесь  $t$  – дискретные моменты времени вплоть до текущего момента  $\tau$ ;  $\varphi_t$  – РК, определяемая вектором неизвестных параметров  $\alpha = [\alpha_1 \dots \alpha_m]^T$ :  $\varphi_t = \alpha_1 f_1(t) + \dots + \alpha_m f_m(t) = \langle f_t, \alpha \rangle$ , где  $f_t = [f_1(t) \dots f_m(t)]^T$  – вектор-функция, определяющая класс функций, описывающих РК;  $\varepsilon_t$  – СП с нулевым средним и неизвестной АКВ  $\gamma = [\gamma_0 \dots \gamma_{k-1}]^T$ . Часть значений ряда могут отсутствовать, а наличие

(валидность) или отсутствие значения  $z_t$  задается сопутствующим рядом  $\omega_t$ , принимающим значение 1 если  $z_t$  валидно и 0 если нет. Таким образом, поток данных представляется последовательностью пар  $\dots, (z_{t-1}, \omega_{t-1}), (z_t, \omega_t)$ , содержащей лишь конечное число валидных элементов.

**Оценка систематической части.** Для оценки функции  $\varphi_t$  в любой момент времени  $t$  используем регрессионный подход, рассмотренный в [2]. Задача регрессии состоит в нахождении вектора параметров  $\mathbf{a}$ , минимизирующего функционал  $H(\mathbf{a}) = \sum_{t=-\infty}^T \omega_t (z_t - \langle \mathbf{f}_t, \mathbf{a} \rangle)^2 \sim \min_{\mathbf{a}}$ . Это выражение можно преобразовать к виду  $H(\mathbf{a}) = \langle \mathbf{a}, T\mathbf{a} \rangle - 2\langle \mathbf{v}, \mathbf{a} \rangle + s$ , где  $T$  – симметричная  $m$ -мерная матрица,  $\mathbf{v}$  –  $m$ -мерный вектор, а  $s$  – число:

$$T = \sum_{t=-\infty}^T \omega_t \mathbf{f}_t \mathbf{f}_t^T, \quad \mathbf{v} = \sum_{t=-\infty}^T \omega_t \mathbf{f}_t z_t, \quad s = \sum_{t=-\infty}^T \omega_t z_t^2.$$

Эти суммы корректны т.к. лишь конечное число  $\omega_t$  отличны от 0. Поскольку функционал  $H(\mathbf{a})$  полностью определяется тройкой  $(T, \mathbf{v}, s)$ , то эта тройка содержит всю информацию из исходных данных  $\dots, (z_t, \omega_t)$ , необходимую для построения оценки параметров  $\hat{\mathbf{a}}$  и регрессионной функции  $\hat{\varphi}_t = \langle \mathbf{f}_t, \hat{\mathbf{a}} \rangle$ .

**Построение оптимальной регрессионной модели.** Функционал  $H(\mathbf{a})$  достигает минимума на решениях уравнения  $T\mathbf{a} = \mathbf{v}$ . Это уравнение совместно, а если матрица  $T$  обратима, имеет единственное решение  $\hat{\mathbf{a}} = T^{-1}\mathbf{v}$ . Тогда функция регрессии имеет вид  $\hat{\varphi}_t = \langle \mathbf{f}_t, T^{-1}\mathbf{v} \rangle$ . Несложно проверить, что  $\hat{\mathbf{a}}$  – несмещенная оценка параметров  $\mathbf{a}$  и, следовательно  $\hat{\varphi}_t$  также несмещенная оценка  $\varphi_t$  для любого  $t$ .

**Каноническая информация для регрессии.** Таким образом, вся информация, достаточная для построения оценки РЧ  $\hat{\varphi}_t$  может быть задана тройкой  $(T, \mathbf{v}, s)$ . Удобно представить такую тройку одной симметричной  $(m+1)$ -мерной матрицей  $R = \begin{bmatrix} T & \mathbf{v} \\ \mathbf{v}^T & s \end{bmatrix}$ , которую назовем *канонической информацией* для построения РЧ. Тогда, обозначая  $\mathbf{g}_t = \omega_t \begin{bmatrix} \mathbf{f}_t \\ z_t \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ -1 \end{bmatrix}$ ,

получаем, что  $R = \sum_{t=-\infty}^{\tau} g_t g_t^T$ , ее обновление при поступлении наблюдения  $(z_t, \omega_t)$  происходит по закону  $R += g_t g_t^T$ , а функционал  $H(a)$  записывается в виде  $H(a) = \langle b, Rb \rangle$ .

**Вычисление автоковариации для ряда остатков.** После построения оценки РК открывается возможность построения оценки  $\hat{y}_l$  первых  $k$  значений АКВ  $y_k$  для СК на основании ряда остатков  $y_t = z_t - \hat{\varphi}_t$  с учетом пропусков [3]

$$\hat{y}_l = \frac{n_0 - k}{n_0} \frac{1}{n_l} \sum_{t=-\infty}^{\tau} \omega_{t-l} (z_{t-l} - \hat{\varphi}_{t-l}) \omega_t (z_t - \hat{\varphi}_t), \quad l = 0, 1, \dots, k-1.$$

Здесь  $t$ , фактически, пробегает по значениям, для которых валидны данные как в момент  $t$ , так и в  $t-l$ , а количество валидных пар с задержкой  $l$  равно  $n_l = \sum_{t=-\infty}^{\tau} \omega_{t-l} \omega_t$ . В случае сильно разреженного ряда  $n_l$  может быть значительно меньше, чем количество валидных значений  $n_0$ .

**Каноническая информация для АКВ.** Как показано в [4], для построения  $\hat{y}_l$  надо пройти по ряду еще раз и, используя валидные остатки  $y_t = \omega_t (z_t - \hat{\varphi}_t)$ , накопить каноническую информацию  $(n, p)$ :

$$n = [n_0 \dots n_{k-1}]^T, \quad p = [p_0 \dots p_{k-1}]^T, \\ p_l = \sum_{t=-\infty}^{\tau} \omega_{t-l} (z_{t-l} - \hat{\varphi}_{t-l}) \omega_t (z_t - \hat{\varphi}_t) = \sum_{t=-\infty}^{\tau} y_{t-l} y_t.$$

Обновление информации  $(n, p)$  в момент  $t$  описывается как  $n += \omega_t \omega_t$ ,  $p += y_t y_t$ , где векторы  $\omega_t = [\omega_t \dots \omega_{t-k+1}]^T$  и  $y_t = [y_t \dots y_{t-k+1}]^T$  состоят из последних  $k$  элементов рядов  $\omega_t$  и  $y_t$ .

Тогда вектор, описывающий оценку АКВ, вычисляется через КИ  $(n, p)$  следующим образом:

$$\hat{y} = [\hat{y}_0 \dots \hat{y}_{k-1}]^T = \left(1 - \frac{c}{n_0}\right) \frac{p}{n},$$

где  $c = [0 \ 1 \dots k-1]^T$  и операции над векторами в этой формуле выполняются покомпонентно. Отметим, что такой алгоритм построения АКВ требует повторного прохода по данным после выделения РК, что делает его функционирование в реальном времени неэффективным.

**Полная каноническая информация.** Построим теперь каноническую информацию, обеспечивающей как оценку регулярной компоненты, так и оценку АКВ случайной, исключительно на основе КИ, накопленной за

один проход. Для этого, используя введенные ранее обозначения, запишем  $p_t$  в виде

$$p_t = \sum_{\tau=-\infty}^{\tau} \bar{b}^T g_{\tau} g_{\tau}^T \bar{b} = \langle \bar{b}, R_t \bar{b} \rangle, \quad \text{где } R_t = \sum_{\tau=-\infty}^{\tau} g_{\tau-t} g_{\tau}^T.$$

Таким образом, чтобы иметь возможность сразу вычислять не только оценку РЧ  $\hat{\varphi}_t$ , но и оценку АКВ  $\hat{\nu}$  необходимо вместо каждого числа  $p_t$  хранить и обновлять  $(m+1) \times (m+1)$  матрицу  $R_t$ . Отметим, что введенная выше матрица  $R$ , представляющая КИ для линейной регрессии является начальным слоем этого массива,  $R = R_0$ .

Полный набор  $k$  матриц  $R_t$  для  $l = 0, \dots, k-1$  удобно представить трехмерным массивом  $\mathbf{R}$  размера  $(m+1) \times (m+1) \times k$ , в котором матрицы  $R_t$  являются слоями. Таким образом, полная КИ для вычисления  $\hat{\varphi}$  и  $\hat{\nu}$  представляется парой  $(\mathbf{n}, \mathbf{R})$ . Отметим, что если, как это обычно бывает, в наборе функций  $f_i$ ,  $i = 1, \dots, m$  присутствует константа, то вектор  $\mathbf{n}$  может быть извлечен из массива  $\mathbf{R}$ . Действительно, пусть  $f_1 \equiv 1$ . Тогда вектор  $\mathbf{n}$  находится в первом столбце и первой строке массива  $\mathbf{R}$  т.е.  $\mathbf{n} = r_{11}$ . В этом случае полная КИ представляется только массивом  $\mathbf{R}$ .

Для описания обновления  $\mathbf{R}$  рассмотрим матрицу  $G_t = [g_t \dots g_{t-k+1}]$ , содержащую  $k$  последних векторов  $g_t$  в качестве слоев. Тогда  $\mathbf{R} = \sum_{\tau=-\infty}^{\tau} G_{\tau} g_{\tau}^T$ , где каждый слой-столбец матрицы  $G_{\tau}$  умножается на строку  $g_{\tau}^T$ , а обновление  $\mathbf{R}$  описывается выражением  $\mathbf{R} += G_t g_t^T$ .

**Построение результата из накопленной КИ.** Полученная КИ  $\mathbf{R}$  позволяет вычисления  $\hat{\varphi}$  и  $\hat{\nu}$  следующим образом:

Из начального слоя массива  $\mathbf{R}$ , согласно представлению  $R_0 = \begin{bmatrix} T & v \\ v^T & s \end{bmatrix}$  извлекаются блоки  $T$ ,  $v$ , и  $s$ .

Строится оценка параметров  $\hat{\mathbf{a}} = T^{-1}v$  и оценка РК  $\hat{\varphi}_t = \langle f_t, T^{-1}v \rangle$ .

Строится оценка АКВ

$$\hat{\nu} = \left(1 - \frac{c}{r_{110}}\right) \frac{\langle \bar{b}, R \bar{b} \rangle}{r_{11}}.$$

Здесь как умножение  $\mathbf{R}$  на  $\bar{\mathbf{b}}$ , так и последующее скалярное умножение результата на  $\bar{\mathbf{b}}$  выполняются послойно, в результате чего получается  $k$ -мерный вектор, а умножение и деление векторов осуществляется покомпонентно.

**Информационные пространства.** Выше мы столкнулись с тремя видами информационных пространств (ИП), возникающих при анализе временных рядов. ИП для оценки систематической части содержит симметричные матрицы  $\mathbf{R}$  размера  $m+1$ . ИП для оценки АКВ на основании ряда остатков состоит из пар  $(\mathbf{n}, \mathbf{p})$   $k$ -мерных векторов. Наконец, ИП для построения обеих этих оценок состоит из массивов  $\mathbf{R}$  размера  $(m+1) \times (m+1) \times k$ . Объединению непересекающихся фрагмента ВР отвечает сумма соответствующих элементов ИП, а пустому ряду отвечают очевидные нулевые элементы ИП. Таким образом, эти три информационных пространства являются коммутативными моноидами.

**Заключение.** Как показано выше, процедура анализа временного ряда, требующая двух принципиально разных проходов по исходному ряду, может быть трансформирована в однопроходную, которая может обновлять результаты в реальном времени, но за счет заметного увеличения информационного пространства. При этом одновременно требуется хранить лишь  $k$  последних значений ряда.

### Литература

1. P. V. Golubtsov, The Concept of Information in Big Data Processing. *Autom. Doc. Math. Linguist.* 52, 38–43 (2018).  
<https://doi.org/10.3103/S000510551801003X>
2. Голубцов П.В. Трансформация алгоритмов линейной регрессии в контексте распределенных и потоковых больших данных. В сб. «Ломоносовские чтения 2025. Секция Физика», 121-125 (2025).
3. Семёнова С.Э., Голубцов П.В., Шапкина Н.Е., Анализ систематической и стохастической составляющих для больших временных рядов с пропусками. В сб. «Математические методы распознавания образов», с. 59-62 (2025).
4. Golubtsov, P.V., Semyonova, S.E., Shapkina, N.E. *et al.* Real-Time Estimation of Autocovariance for Large Time Series with Gaps and Its Application. *Pattern Recognit. Image Anal.* 35, 521–534 (2025).  
<https://doi.org/10.1134/S1054661825700373>

## ТРУДНОСТИ ДЕТЕКТИРОВАНИЯ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН В КВАЗАРАХ И НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗДАХ

Ст. преп. *Терентьев Е.Н.*, профессор *Шугаев Ф.В.*,  
lead developer *Shilin-Terentyev N.E.*, EPAM system, Moscow

Мы предлагаем изображения, полученные с рентгеновского телескопа Chandra в схемах с Гравитационным Линзированием (GL) [и, дополнительно специальным микро-линзированием (ML)] для наблюдения квазаров на расстоянии свыше 10 млрд. св. лет [1,2] передавать на вход Микроскопа с Искусственным Интеллектом Физик (МАИР) [4-12].

МАИР позволяет дополнительно реализовать на выходе повышение сверх разрешения SR примерно в 100-200, (если повезет с точностью-двухбайтовый tiff, то и в 2000) раз и вживую продемонстрировать изображения Гравитационных Волн (ГВ). Мы исходим из линейной модели регистрации телескопом Chandra изображений  $Y|A=\{O\} X$ , в которой Аппаратная Функция (AF)  $A$ , Функция Рассеяния Точки (PSF)  $A$  или Диаграмма Направленности  $A$  нам неизвестны. В фигурных скобках  $\{O\}$ - априорная информация – о том, как устроена AF  $A$ . МАИР реализует следующий Физический Принцип Настройки (РРТ): если в изображении  $O^{-1} Y|A$ ,  $O$  из  $\{O\}$  мы видим мелкие (с один пиксел), то AF  $O=A$ ,  $X=O^{-1} Y|A$ , и МАИР свою задачу  $Y|A=\{O\} X$  решил корректно [4-5].

### Гравитационное Линзирование Крест Эйнштейна и применение МАИР

Гравитационное Линзирование позволило нам наблюдать 4 квазара вместо одного. Астрономы научились точно измерять скорости вращения вещества в аккреционном диске и как следствие делать более точными результаты астрономических измерений в пределах аккреционного диска так называемым методом микро-линзирования (ML) [2].

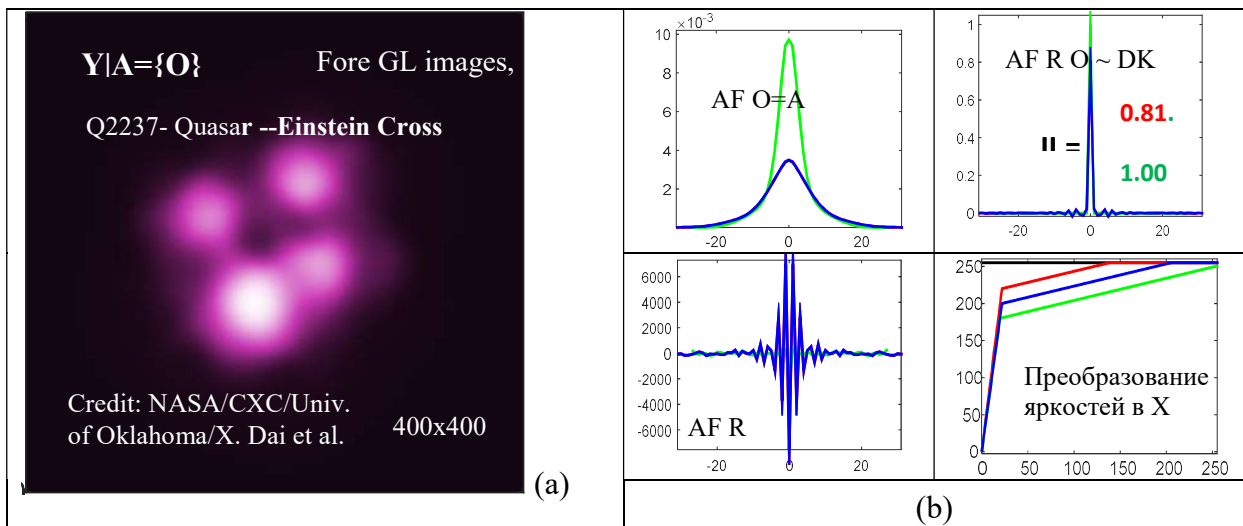


Рис. 1. (a) - $Y|A$  – изображение на выходе Chandra, (b) – основные функции МАИР.

### Структуры ГВ в Кресте квазаров Эйнштейна

Искусственный Интеллект: реализация Физических Принципов Настройки (ФПН) AF A MAIP так, чтобы были “видны мелкие детали” – почти как в Театральном Бинокле.

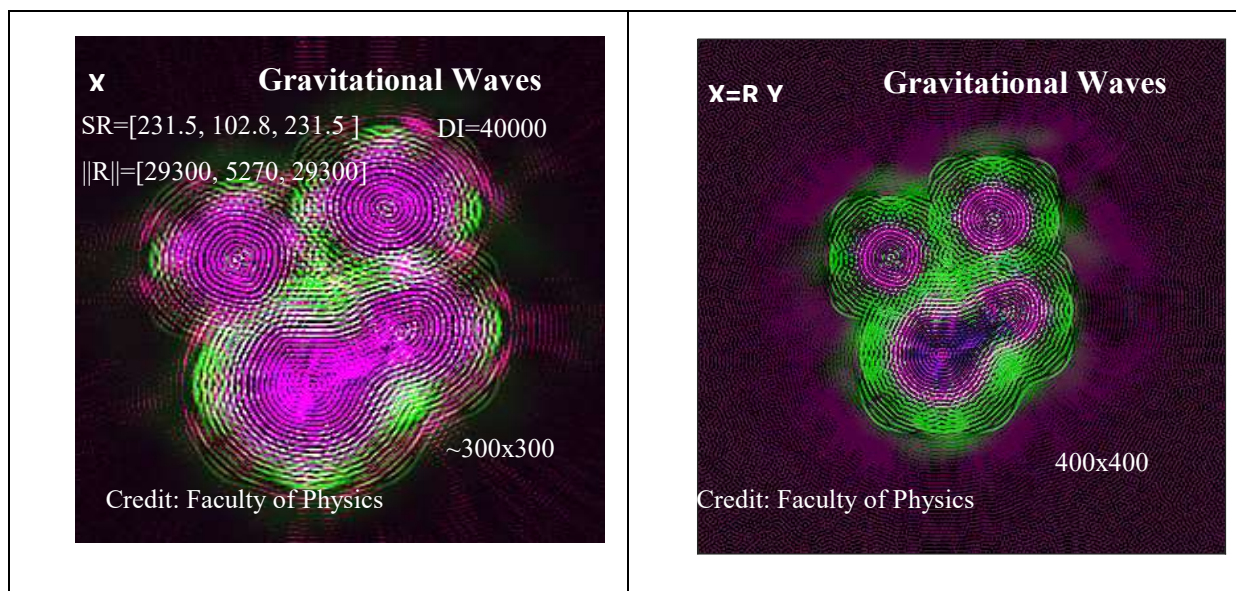


Рис. 2. X=R Y, Y – изображения на входе MAIP, а X – на выходе MAIP.

### Две Нейтронные Звезды до взрыва

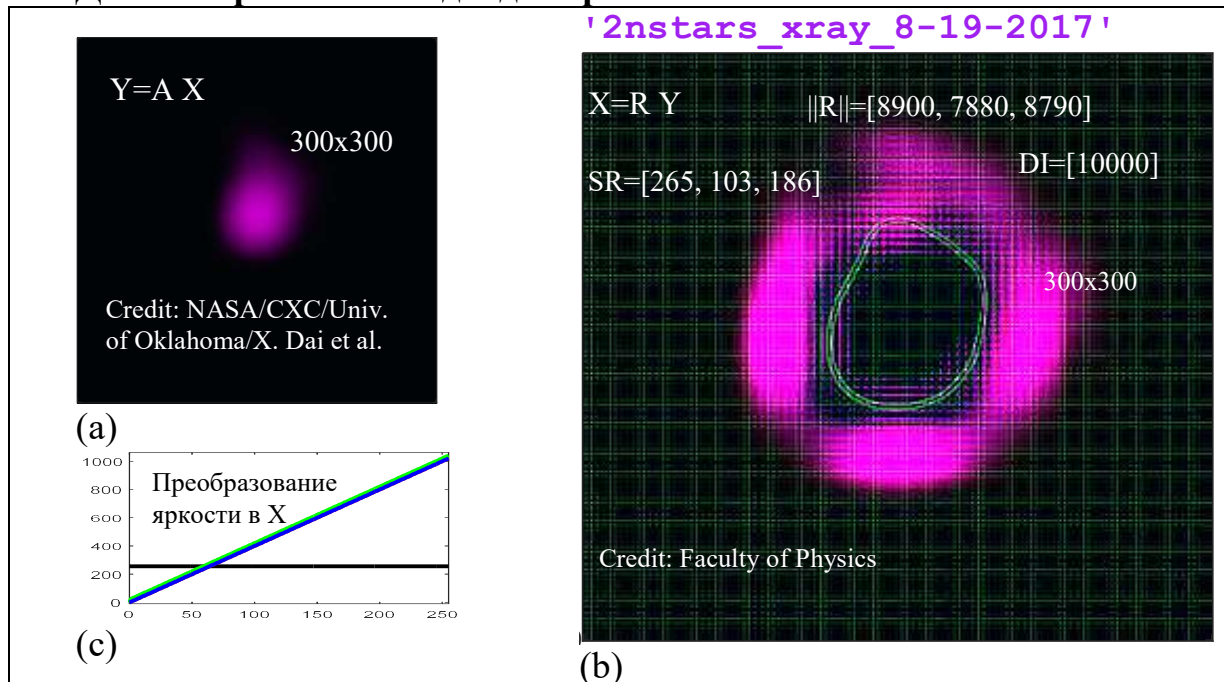


Рис. 3. (a) -Y – изображение с телескопа Чандра, (b) – X – изображение с выхода MAIP

### ГВ при взрыве двух НЗ

Человеческий глаз не различает детали-градации изображений в “темном и ярком”. Поэтому в MAIP реализуется специальное преобразование (см. Рис. 1 (в), Рис.4 (с)) яркостей в X (для цветных байтовых изображений) чтобы видеть ГВ в “Темном и Ярком”.

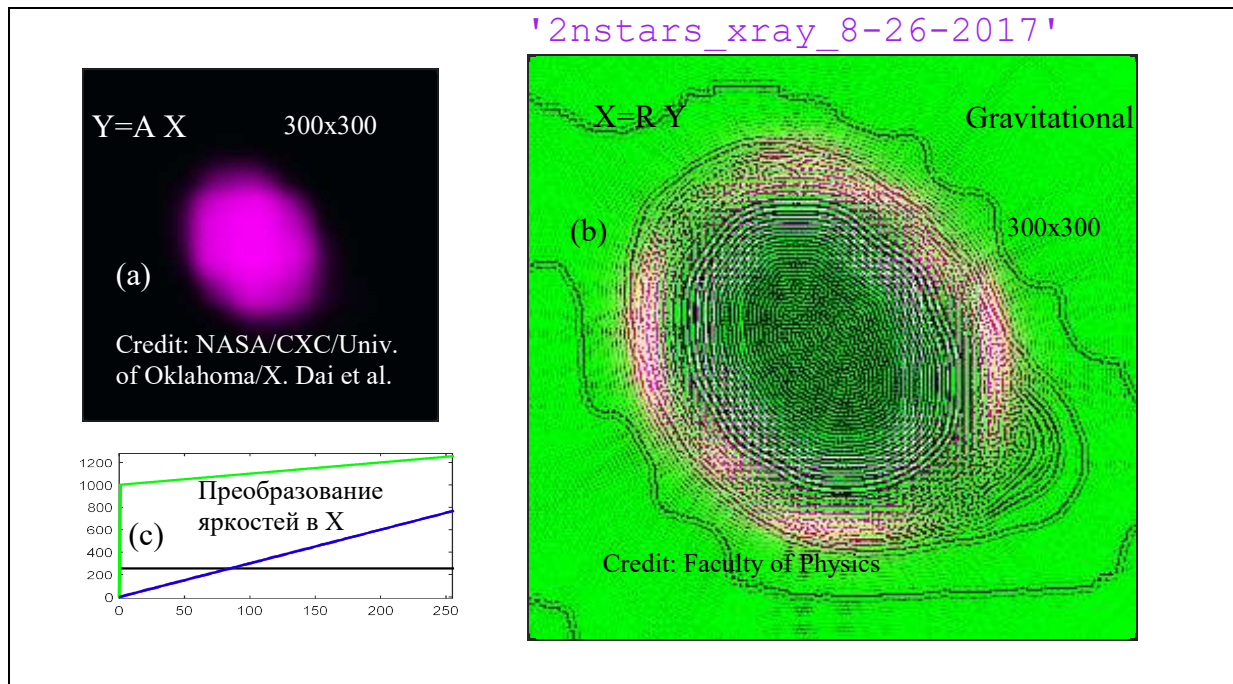


Рис. 4. (a) – взрыв двух НЗ вонне в представлении фантастов (b) и с выхода МАИР с Преобразованием яркости в X–(c).

**Благодарности:** авторам работы [2] Xinyu Dai, Shaun Steele, Eduardo Guerras, Christopher Morgan и Bin Chen за метод микро-линзирования.

### Литература

1. B.P. Abbott, ... V.B. Braginsky, I.A. Bilenko, V.P. Mitrofanov, S.P. Vyatchanin et al. Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Merger. *Physical Review Letters*, 116, 061102 (2016), DOI:10.1103/PhysRevLett.116.061102
2. Dai, X. et al. 2019, *AJ*, 879, 35, arXiv:1901.06007
3. <https://chandra.si.edu/photo/2010/sdss/>
4. Терентьев Е.Н. <https://orcid.org/0000-0003-1024-2575>
5. E. N. Terentiev, I. N. Prikhodko and I. I. Farshakova // Problems of accurate localization objects in imagers, *AIP Conference Proceedings* 2171, 110009(2019); <https://doi.org/10.1063/1.5133243>
6. Terentiev, E.N., Prikhodko, I.N., Farshakova, I.I. Applications of finite dimensional sampling theories, *AIP Conference Proceedings* 2195, 020019 (2019); <https://doi.org/10.1063/1.5140119>
7. Terentiev, E.N., Shilin-Terentyev N.E. [doi.org/10.1007/978-3-030-11533-3\\_44](https://doi.org/10.1007/978-3-030-11533-3_44)
8. Terentiev, E.N., Farshakova, I.I., Prikhodko, I.N., Shilin-Terentyev, N.E. [doi: 10.11648/j.sjams.20190705.12](https://doi.org/10.11648/j.sjams.20190705.12), ISSN: 2376-9491 (Print); ISSN: 2376-9513 (Online).
9. Terentiev, E.N., Farshakova, I.I., Shilin-Terentyev, N.E. <http://www.sciencepublishinggroup.com/journal/paperinfo?journalid=301&doi=10.11648/j.ajaa.20190703.11>
10. Terentiev, E.N., Prikhodko, I.N., Farshakova, I.I. Concept of mathematical microscope, *AIP Conference Proceedings* 2171, 110010(2019); <https://doi.org/10.1063/1.5133244>

11. E.N. Terentiev, N.E. Shilin-Terentyev, Applications of Math Microscope in the Event Horizon Telescope, Science PG, International Journal of Astrophysics and Space Science, 2021, 9(2), 21-31, <http://www.sciencepublishinggroup.com/j/ijass> , doi: 10.11648/j.ijass.20210902.11, ISSN:2376-7014 (Print); ISSN: 2376-7022 (Online)
12. E.N. Terentiev, F.V. Shugaev, N. E. Shilin-Terentyev. (2022) The Analysis of Action Mechanisms of Black Holes. Journal of Applied Mathematics and Computation, 6(4), 499-507. DOI: 10.26855/jamc.2022.12.012

## ПРОБЛЕМЫ КОМПЛЕКСОВ ТЕЛЕСКОП ГОРИЗОНТА СОБЫТИЙ + МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МИКРОСКОП В СВЕРХРАЗРЕШЕНИИ ЧЕРНЫХ ДЫР

Ст. преп. *Терентьев Е.Н.*, проф. *Шугаев Ф.В.*,  
lead developer Shilin-Terentyev N.E., EPAM system, Moscow

Под Математическим Микроскопом (ММ) мы имеем ввиду методы решения обратных задач для линейных уравнений типа свертки:  $Y=A X$ , в котором Аппаратная Функция (изображение)  $A$  и изображения  $X$ ,  $Y$  есть элементы линейного пространства  $Z_2$ , со стандартным скалярным произведением и ограниченными квадратами норм. В астрономии изображение  $Y$  это цифровой сигнал с выхода телескопа,  $A$  – Диаграмма Направленности (ДН) или Функция Рассеяния Точки, мы будем использовать термин Аппаратная Функция (АФ)  $A$ . Обратим внимание: Для Телескопа Горизонта Событий (ТГС), с которого было получено первое изображение Черной Дыры АФ  $A$  неизвестна. Известно только то, что апертура ТГС примерно соответствует размеру Земли, т.е. АФ или ДН ТГС – "узкая". Главное неизвестное в ММ уравнении  $Y=A X$  — это не  $X$ , а АФ  $A$ . Во многих физических измерительных приборах АФ  $A$  требуется уточнять. Оценку, уточнение АФ  $A$  реализуем согласно Фундаментальному Физическому Принципу (ФФП): в результирующем сверхразрешенном SR изображении  $R=inv(A)$ ,  $X=R Y$  детектируются точечные – размером в один пиксел объекты. Сейчас можем сказать, что ФФП имеет место не только в астрономии, но и в электронной микроскопии. Особенность ММ: подбирается обратимая АФ  $A$  с минимальной реакцией на шум в  $Y$ :  $\min\|R\|$  в области определения АФ  $A$ . Модуляционно Передаточная Функция (МПФ)  $MA$  от АФ  $A$  рассчитывается согласно теоремам о МПФ.

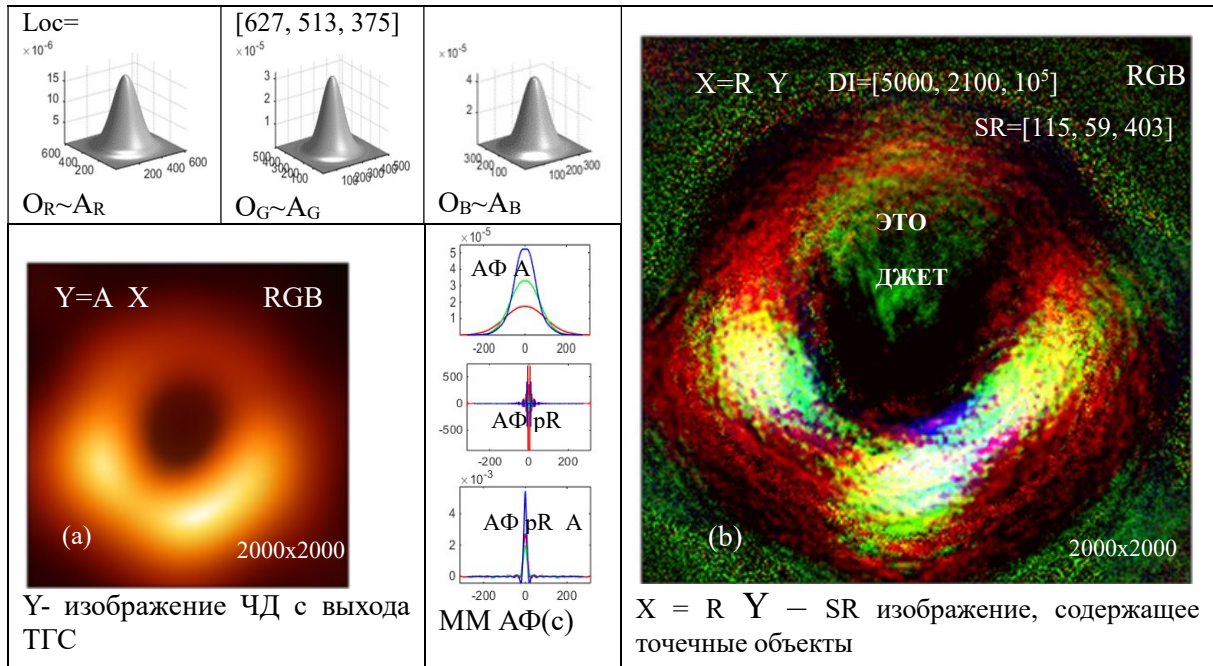


Рис. 1. (a) -Y - изображение ЧД с ТГС, X=R Y изображение звездной материи в окрестности ЧД, (c) – АФ функции ММ.

Суть ММ в следующем (Теоремы): для обратимой АФ  $R=inv(A)$  МПФ  $R$  есть  $M(R)=1/M(A)$  с обусловленностью  $DI=1/\min|M(A)|$  с выполнением приближенного равенства  $\min||R|| \sim DI$ . Обусловленность  $DI$  – основной параметр настройки ММ по величинам сверх разрешения  $1 \leq SR \leq \max SR$ , можно сказать, что ММ “фокусируется” изменением величины параметра обусловленности  $DI$ .

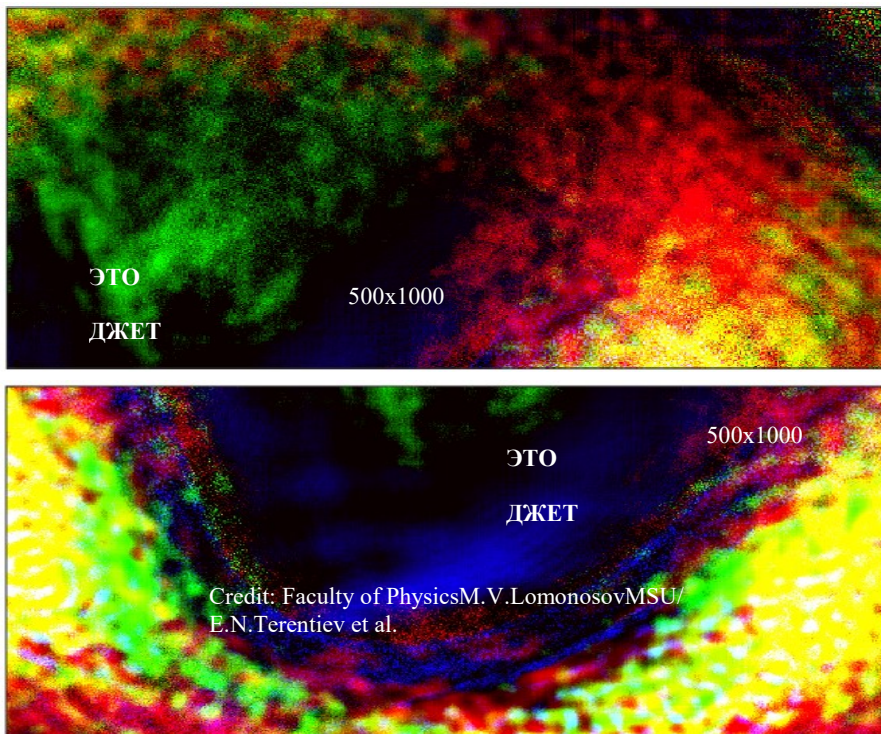


Рис.2. Разорванные звезды образуют вихри около горизонта событий ЧД.

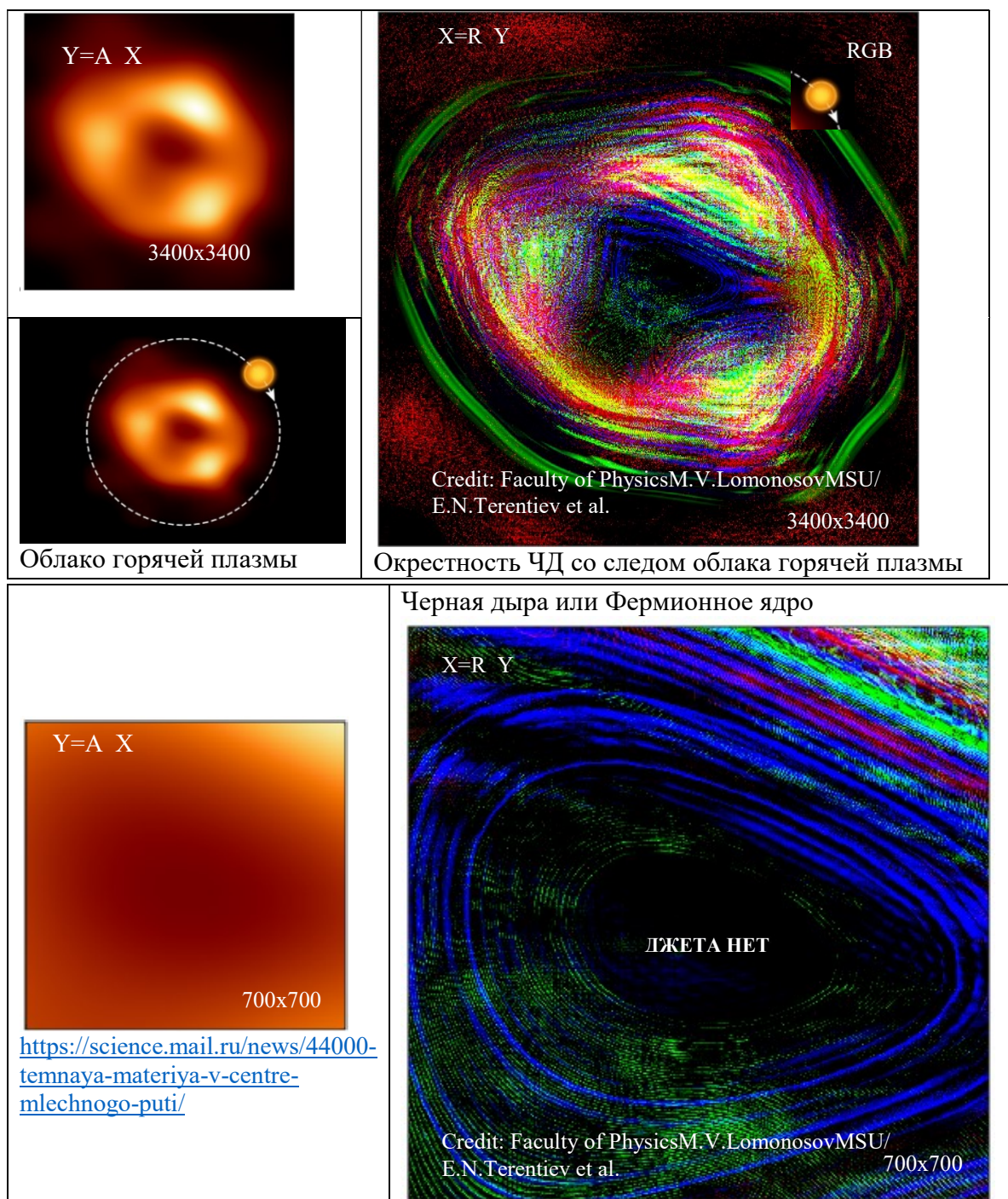


Рис.3. Гравитационным центром нашей Галактики является гигантский сгусток невидимой темной материи [10].

**Выводы:** конечно, требуется проверка, подтверждение полученных наших неожиданных итогов другими независимыми исследователями, чтобы их превратить в научные результаты

### Литература

1. Terentiev, E.N., Terentiev, N. E. ISSN 1062-8738, Bulletin of the Russian Academy of Science. Physics, 2015, Vol.79, No 12, pp.1427-1431, DOI 10.3103/S1062873815120229

2. Terentiev, E.N., Terentiev, N.E., Farshakova, I.I. DOI: 10.1007/978-3-319-77788-7\_19
3. Terentiev, E.N., Shilin-Terentyev N.E. doi.org/10.1007/978-3-030-11533-3\_44
4. Terentiev, E.N., Farshakova, I.I., Prikhodko, I.N., Shilin-Terentyev, N.E. doi: 10.11648 /j.sjams.20190705.12, ISSN: 2376-9491 (Print); ISSN: 2376-9513 (Online).
5. Terentiev, E.N., Farshakova, I.I., Shilin-Terentyev, N.E. <http://www.sciencepublishinggroup.com/journal/paperinfo?journalid=301&doi=10.11648/j.ajaa.20190703.11>
6. Terentiev, E.N., Prikhodko, I.N., Farshakova, I.I. Concept of mathematical microscope, AIP Conference Proceedings 2171, 110010(2019); <https://doi.org/10.1063/1.5133244>
7. The Event Horizon Telescope Collaboration, First M87 Event Horizon Telescope Results. I. The Shadow of the Supermassive Black Hole, The Astrophysical Journal Letters, 875:L1 (17pp), 2019 April 10, <https://doi.org/10.3847/2041-8213/ab0ec7>
8. Bouman, Katherine L.; Johnson, Michael D.; Zoran, Daniel; Fish, Vincent L.; Doeleman, Sheperd S.; Freeman, William T. (2016). "Computational Imaging for VLBI Image Reconstruction": 913–922. arXiv:1512.01413, doi:10.1109/CVPR.2016.105 , hdl:1721.1/103077. Cite journal requires |journal= (help).
9. E.N. Terentiev, N.E. Shilin-Terentyev, Applications of Math Microscope in the Event Horizon Telescope, Science PG, International Journal of Astrophysics and Space Science, 2021, 9(2), 21-31, <http://www.sciencepublishinggroup.com/j/ijass>, doi: 10.11648/j.ijass.20210902.11, ISSN:2376-7014 (Print); ISSN: 2376-7022 (Online)
10. V Crespi, C R Argüelles, E A Becerra-Vergara, M F Mestre, F Peißker, J A Rueda, R Ruffini, The dynamics of S-stars and G-sources orbiting a supermassive compact object made of fermionic dark matter, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Volume 546, Issue 1, February 2026, staf1854, <https://doi.org/10.1093/mnras/staf1854>

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МИКРОСКОП В ИССЛЕДОВАНИИ  
ЦИВИЛИЗАЦИЙ ВТОРОГО И ТРЕТЬЕГО ТИПОВ  
ПО КАРДАШЕВУ Н.С.

Ст. преп. Терентьев Е.Н., проф. Шугаев Ф.В.,  
lead developer Shilin-Terentyev N.E., EPAM system, Moscow.

**Метод Математический Микроскоп**

Основная Задача ММ: Дано: дискретное изображение высокой точности  $Y|A$  и множество дискретных обратимых Диаграмм Направленностей (ДН) или Аппаратных Функций (АФ)  $\{O\}$ . Требуется найти решение мно-

жества систем уравнений  $Y|A=\{O\} X$ . Заметим, что мы не знаем ДН или АФ  $A=\{AR, AG, AB\}$ , а параметрическое множество дискретных обратимых АФ  $\{O\}$  есть наше представление о том, как устроена неизвестная дискретная АФ  $A$  в данных дискретных измерений  $Y|A$ .

Решение  $Y|A=\{O\}X$  удается найти в следующем Фундаментальном Физическом Предположении (ФФП): если при некотором АФ  $O \in \{O\}$  в  $X=O^{-1}Y|A$  выявляются отдельные изолированные объекты-точки (звезды), тогда АФ  $A=O$ .

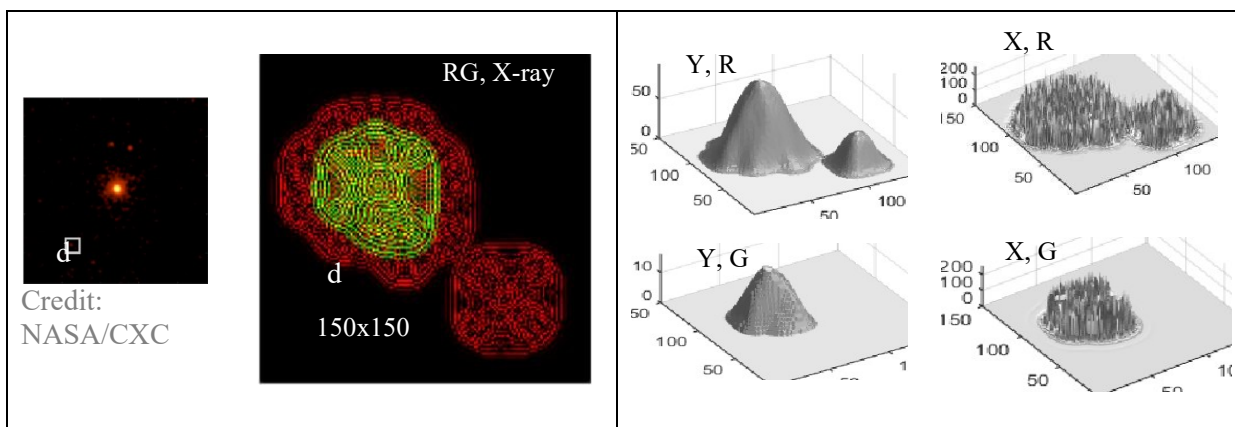
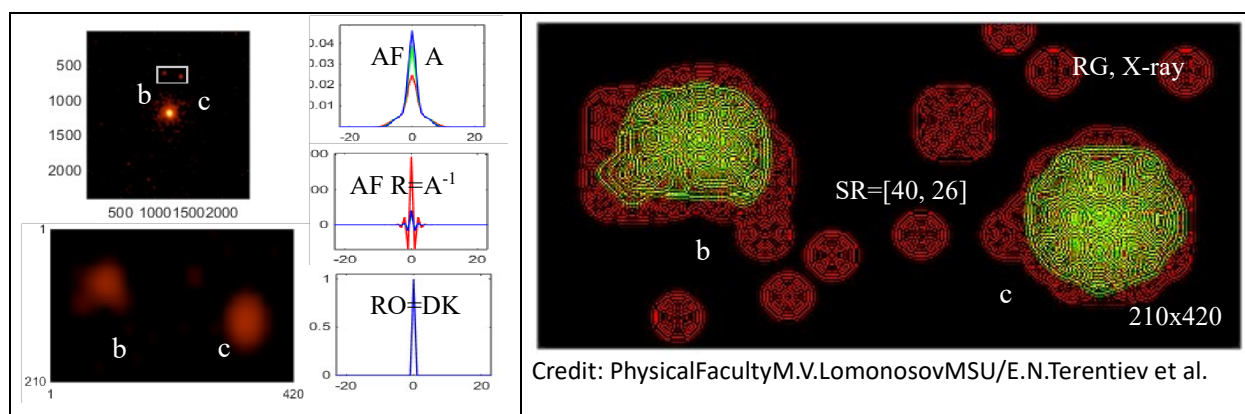


Рис. 2. Матери-фабрики b и c отпускают Винеровских роботов размером с Луну. На изображении d четверка роботов (интимный момент) передает матери фабрике аналог X, Y хромосомы для создания робота с новыми свойствами.

Решение задачи ММ состоит из трех частей: обратимая ДН  $O=\{O_R, O_G, O_B\}=A$ , сверхразрешённое изображение  $X=R Y$ ,  $R=O^{-1}$  и выявленных объектов-точек в результирующем сверхразрешённом изображении  $X$ . В этом случае ФФП становится фактом и это говорит о том, что обратную задачу мы решили (ФФП X) корректно.

### Объекты Цивилизаций в Proxima Centauri

Это цивилизация роботов по Н. Винеру. У нас в планах не было поиска внеземных цивилизаций, просто захотели увидеть экзопланеты b, c у ближайшей к нам звезды Proxima Centauri.

### Объекты Цивилизации в короне звезды Beta Ceti

В короне звезды Beta Ceti есть трудно интерпретируемые объекты типа “Клетки Дайсона” (размером с полтора Юпитера) и “Сетка энерго-путей”, проходящая через звезду и вместе с “Клетками Дайсона” образующую “Малую область (не сферу) Дайсона”, внутри которой находится звезда Beta Ceti.

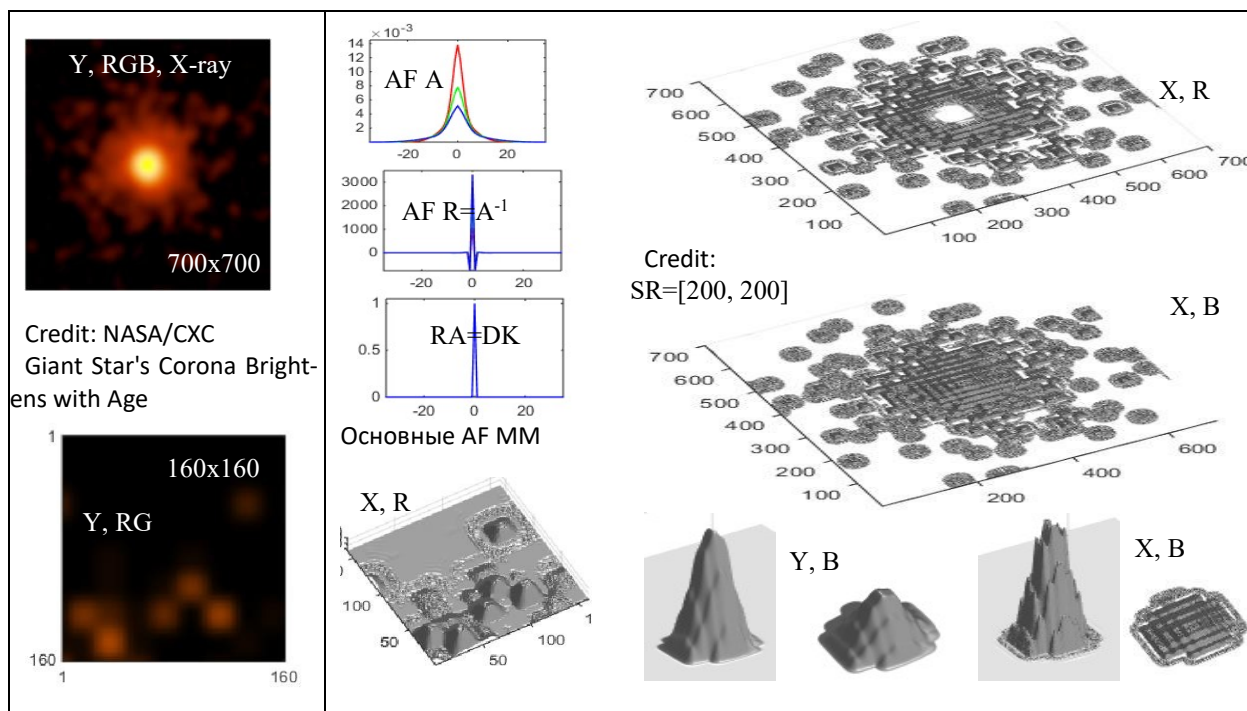


Рис. 3. В короне звезды Beta Ceti размножаются “Клетки Дайсона” путем увеличения ядер и делением их пополам с последующим делением увеличенной Клетки Дайсона.

### Типовые объекты Цивилизаций 2-го типа в Proxima Centauri и Beta Ceti

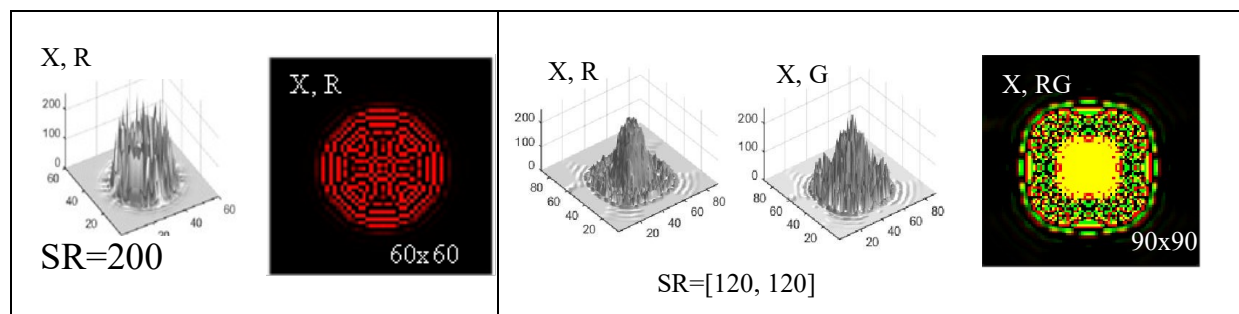


Рис. 4. Объекты “Роботы Винера” имеют одинаковый размер с Луну и у них изменяется внутренняя структура. Объекты “Клетки Дайсона” имеют одинаковый размер примерно с 1.5 Юпитера с устойчивыми ядрами в своих клетках.

### Объекты Цивилизации 3-го типа в галактике GLASS-z13

Галактика GLASS-z13 сформировалась через 300 миллионов лет после Большого взрыва. Диаметр галактики GLASS-z13 примерно 1600 световых лет [5].

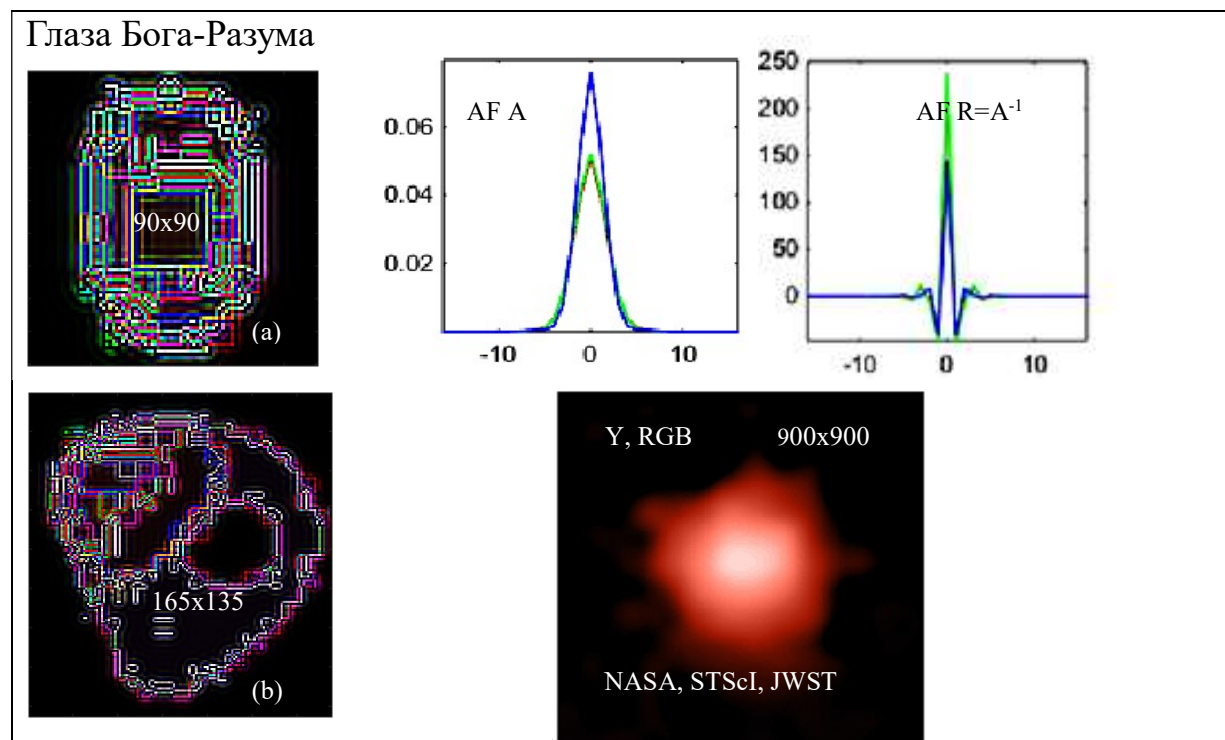


Рис. 5. Объекты Цивилизаций 3-го типа: два глаза Бога-Разума (a) и (c) размером примерно в 100 и 200 световых лет. В верхней части изображения (см. около X) плохо видим еще три глаза Бога-Разума.

Среди объектов Цивилизаций 3 -го типа мы выделяем самые главные объекты – глаза Бога-Разума. Если размеры глаз примерно одинаковы, то

до трех глаз Бога -Разума примерно 40-50 млрд. световых лет и, возможно эти глаза Бога-Разума из другой вселенной.

Обсуждение: пофантазируем: на объекты цивилизаций 2-го типа смотрим Телескопом Горизонта Событий. Подтверждаем, что видим изображения как с выхода ММ. Далее передаем их на вход ММ видим еще больше деталей и изучаем работу фабрик матерей производящих роботы Винера и деление ядер клеток Дайсона. И изучаем жизнь роботов по Винеру сняв небольшое кино.

### Литература

1. Терентьев Е.Н. <https://orcid.org/0000-0003-1024-2575>
2. Photo Album :: Proxima Centauri :: 09 Nov 04 - Chandra
3. Chandra :: Photo Album :: Beta Ceti :: 30 Dec 04 (harvard.edu)
4. [ru.wikipedia.org](http://ru.wikipedia.org)>Шкала Кардашева
5. Terentiev, E.N., Prikhodko, I.N., Farshakova, I.I. Concept of mathematical microscope, AIP Conference Proceedings 2171, 110010(2019); <https://doi.org/10.1063/1.5133244>
6. Terentiev, E.N., Terentiev, N.E., Farshakova, I.I. DOI: 10.1007/978-3-319-77788-7\_19
7. E.N. Terentiev, N.E. Shilin-Terentyev, Applications of Math Microscope in the Event Horizon Telescope, Science PG, International Journal of Astrophysics and Space Science, 2021, 9(2), 21-31, <http://www.sciencepublishinggroup.com/j/ijass>, doi: 10.11648/j.ijass.20210902.11, ISSN:2376-7014 (Print); ISSN: 2376-7022 (Online)
8. NASA, STScI, JWST

## ВЫСОКОТОЧНОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В УСЛОВИЯХ КОНЕЧНО-МЕРНОЙ ТЕОРЕМЫ ОТСЧЕТОВ

Ст. преп. *Терентьев Е.Н.*, студ. *Бакулина Е.А.*, студ. *Мустафин Д.А.*

Стандарты по высокоточному оцениванию параметров объектов нужны дистанционных исследованиях при анализе космических изображений и в литографическом оборудовании для производства памяти и процессоров. Для этого в Мат. Обеспечении Измерительно Вычислительных Систем (МО ИВС) предлагаем использовать методы Градиентной Морфологии (ГМ) и методы Микроскопа с Искусственным Интеллектом Физик (МАИР).

### Введение

Для специализированных ИВС в литографическом оборудовании для производства процессоров и памяти должны быть стандарты по, например, точности оценивания параметров объектов в изображениях. Пока мы

можем утверждать, что методами Градиентной Морфологии (ГМ) такие параметры как положение и размеры, например, Интегрального Транзистора мы можем оценить в 5-10 раз более точно, чем методами обычной морфологии. В настоящее время в конструировании оптических ИВС современных литографов имеет место простая тенденция: “Чем меньше длины волны излучения, тем более мелкие объекты мы видим, измеряем”. В подходах этой тенденции не учитывается тот факт, что излучение имеет волновую природу и надо математически компенсировать (термины): Диаграмму Направленности (АР), Функцию Рассеяния Точки (PSF) или Аппаратную Функцию (АФ) ИВС. Замети, что литографы с Рентгеновским ИВС уже существуют за рубежом. В России работы по рентгеновскому литографу продолжаются в Нижнем Новгороде. Рентгеновские ИВС очень дорогие и сейчас тенденция направлена даже на использование синхротронного излучения в литографии. На физическом факультете МГУ создан метод по компенсации АФ искажений ИВС, который мы назвали Микроскоп с Искусственным Интеллектом Физик (МАИР). Метод МАИР апробирован на данных в Астрономии и на данных с Электронных и Атомно-Силовых микроскопов. Величины получаемых сверх разрешений SR в зависимости от точности исходных данных для МАИР находятся в пределах от 30-50 до 200-2000.

### Базисы Фурье, КМТО

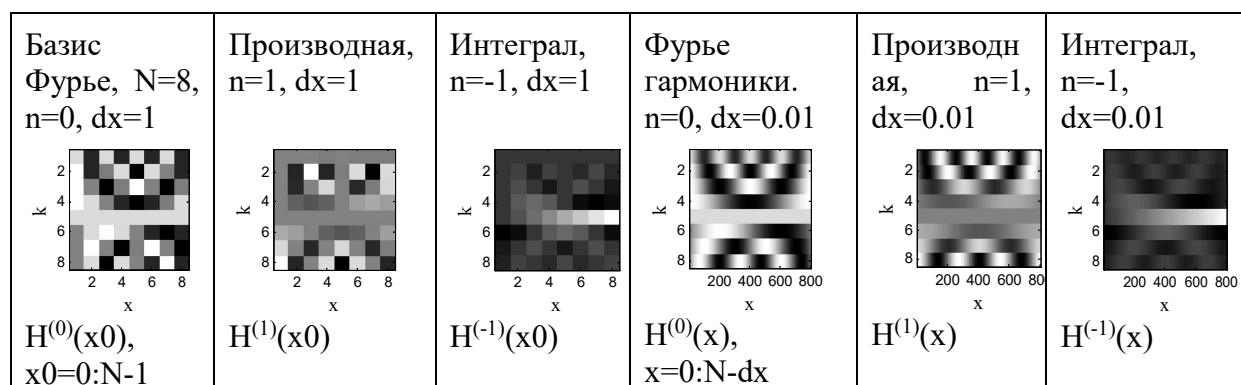


Рис. 1. Пример базиса Фурье с операциями дифференцирования и интегрирования в дискретном  $dx=1$  и с интерполяцией – в “непрерывном”  $dx=0.01$  случаях

**1D КМТО [1]: Дано:** строка отсчетов  $D=f(x_0)$  и две матрицы  $H^{(0)}(x_0)$  и  $H^{(n)}(x)$ , **тогда** при  $n=0$  “непрерывная” функция  $f^{(n)}(x) = (H^{(0)}(x_0) * D)' * H^{(n)}(x)$  проходит через точки отсчетов  $D=f(x_0)$ .

Использование КМТО позволяет при моделировании сложных явлений, процессов обходиться без использования конечномерных разностных схем. Техника КМТО использовалась и в аналитических расчетах [2, 3].

**Точность операций в теории поля в КМТО**

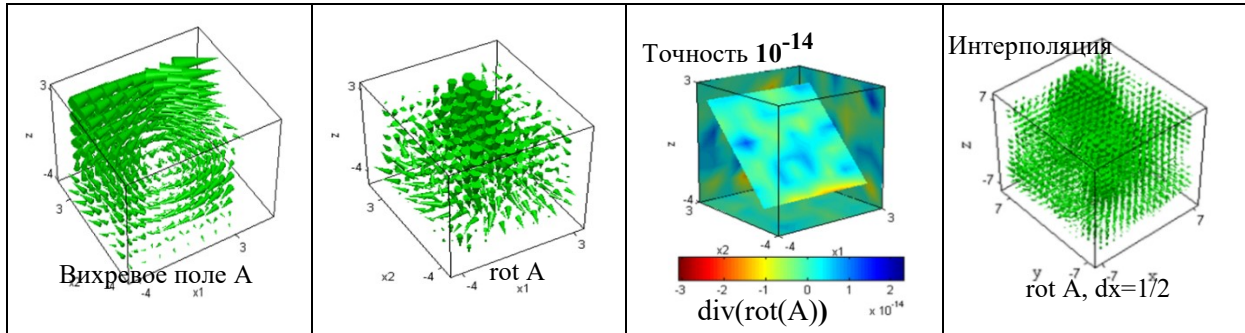


Рис. 2. Числовые операции теории поля реализуются с точностью мантиссы

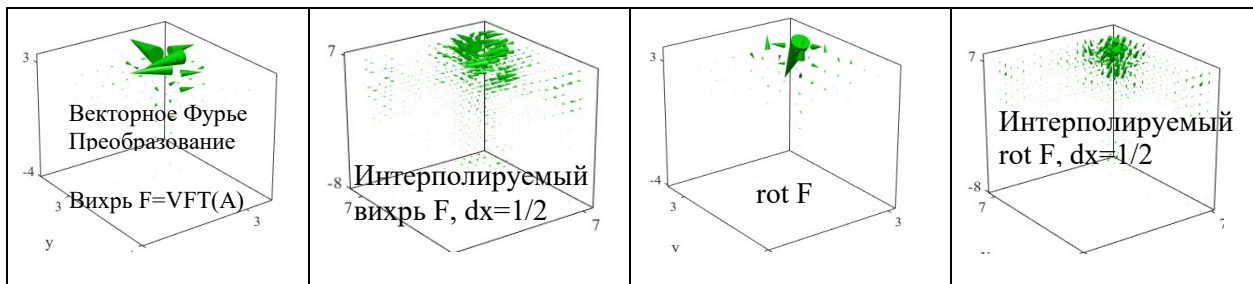


Рис. 3. Оказывается вихрь остается вихрем и в (низко) частотной Фурье области.

**Методы ГМ для точной оценки параметров объектов в изображениях**

В основе методов ГМ лежит КМТО [1], которая позволяет вычислять частные производные от массивов чисел, в частности вычислять градиентное поле  $V = \text{grad } P$  от изображения  $P$  – светлое кольцо на темном фоне, см. Рис. 1 слева.

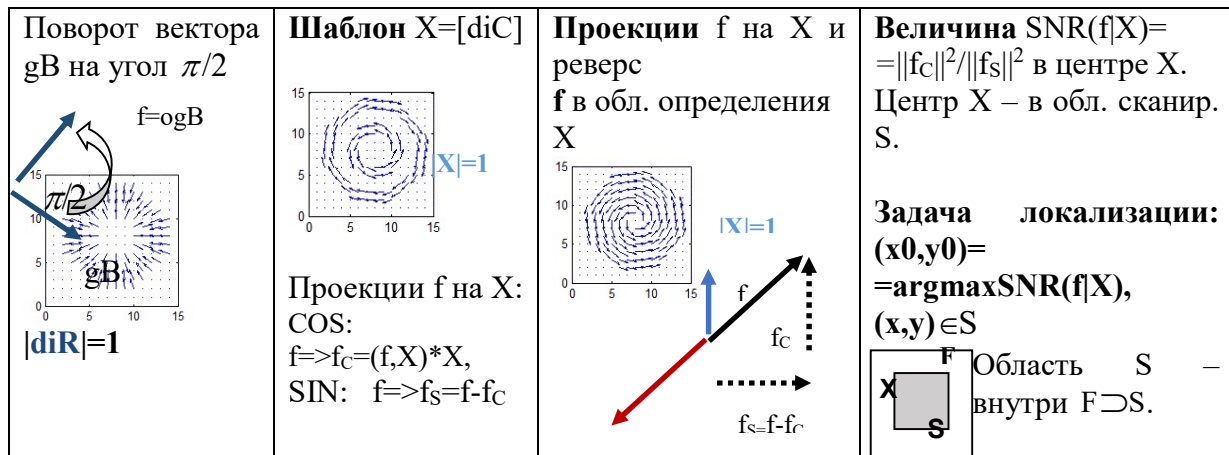


Рис. 4. Операции над векторными полями, шаблоны, проекции, функция SNR и постановка задачи локализации (шаблона X) объекта.

### Точная локализация пожаров с дымовыми шлейфами

В нашей работе делаются первые попытки по автоматизации задач, связанных с космическим мониторингом явлений на Земле на примере задачи локализации пожаров с дымовыми шлейфами с точностью до нескольких пикселей.  $SNR(f|X) = \sum fc^2 / \sum fs^2$ .

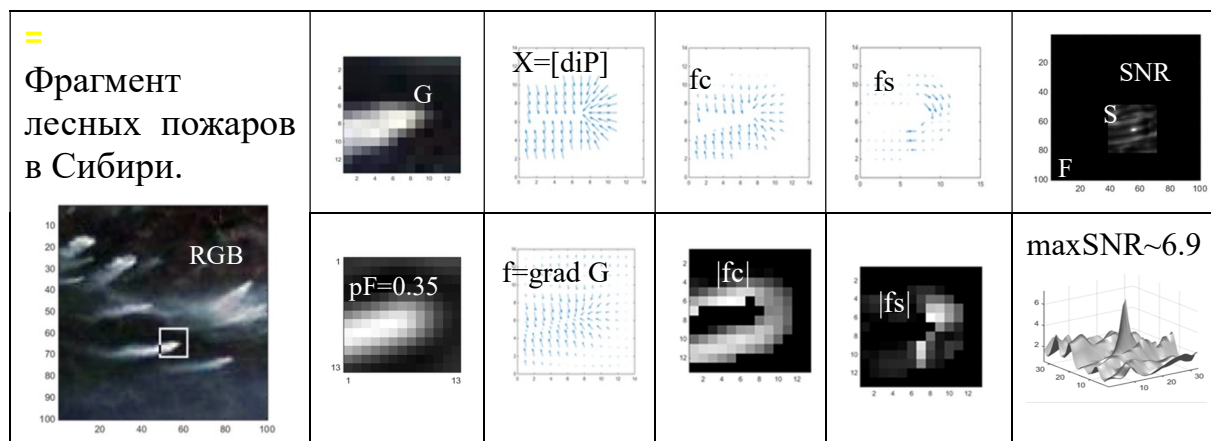


Рис. 5. Пример реализации общей схемы градиентной морфологии при точной локализации пожаров с Сибири с дымовыми шлейфами.

Для оценивания фронтальных и очаговых пожаров применяются другие шаблоны.

### Оценивание параметров кильватерных следов кораблей

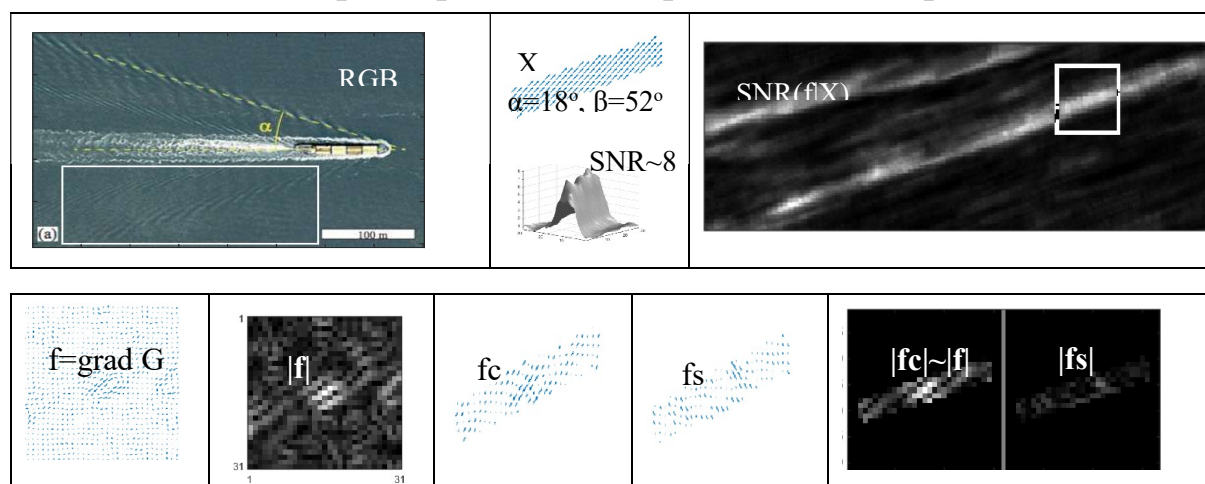


Рис. 6. Левые кильватерные следы оцениваются аналогично.

**Обсуждение:** Методы градиентной морфологии превосходят на порядок по точности локализации, например, обычные морфологические и корреляционные методы [1]. Для успешной работы методов ГМ требуется настройка (параметров) шаблонов и для фильтрация одиночных точек в исходных изображениях подбор параметр  $pF > 0$ .

**Актуально:** создание широкого спектра технических устройств со встроенными вычислителями для решения прикладных задач.

**Выводы:** методы ГМ найдут широкие применения в решении задач геофизики, волновой физики, в электродинамике, астрофизике и т.п.

### Литература

1. Пытьев Ю. П., Чуличков А.И., Методы морфологического анализа изображений: учеб. Пособие. М. ФИЗМАТЛИТ, 2010. 336 с.
2. В. И. Карев, К. В. Показеев, Т. О. Чаплина. Современные вопросы геофизики и геомеханики. Процессы в геосредах, (4):1150–1156, 2018.
3. E.N. Terentiev, <https://orcid.org/0000-0003-1024-2575>
4. E.N. Terentiev, I.N. Prikhodko, I.I. Farshakova, I.D. Kuznetsov, N.E. Shilin-Terentyev (2019), Localization of the Vortices and Road Signs in Images, [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-11533-3\\_30](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-11533-3_30)
5. E.N. Terentiev, I.N. Prikhodko, I.I. Farshakova (2019) Problems of accurate localization objects in imagers, AIP Conference Proceedings 2171, 110009 <https://doi.org/10.1063/1.5133243>
6. E.N. Terentiev, I.N. Prikhodko, I.I. Farshakova(2019) Applications of finite dimensional sampling theories, AIP Conference Proceedings 2195, 020019; <https://doi.org/10.1063/1.5140119>

**Подсекция:**  
**МЕДИЦИНСКАЯ ФИЗИКА**

Сопредседатели:  
профессор А.П. Черняев, профессор Ю.А. Пирогов

Модераторы:  
Зав. лаб. У.А. Близнюк, доцент П.Ю. Борщоголовская,  
ст. науч. сотр. М.В. Желтоножская, доцент Е.Н. Лыкова Е.Н., мл.  
науч. сотр. А.А. Ким

## ОЦЕНКА РАДИАЦИОННОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ОРГАНИЗМ ЧЕЛОВЕКА В УСЛОВИЯХ ПРОЖИВАНИЯ В ГОРОДЕ ЯКУТСКЕ

Зав. лаб. Петрова *К. А.*, мл. науч. сотр. Кононов *В.Н.*, зав. каф. Мамаева *С.Н.*,  
зав. каф. Фронтасьева *М.В.* (СВФУ им. М.К. Аммосова)

Радон-222 и продукты его распада вносят основной вклад (до 50%) в годовую эффективную дозу облучения населения от природных источников ионизирующего излучения [1, 2]. По оценкам Всемирной организации здравоохранения, радон является второй по значимости причиной рака легкого после курения [3].

Республика Саха (Якутия) характеризуется экстремальными природно-климатическими условиями: длительный отопительный сезон (9 месяцев в году), экстремально низкие зимние температуры (до  $-50^{\circ}\text{C}$  и ниже), наличие многолетней мерзлоты, специфика строительства и систем жизнеобеспечения. Природный газ является основным видом топлива для отопления и приготовления пищи. Кроме того, в регионе функционирует крупнейший полигон твердых коммунальных отходов (ТКО) на 9-м км Вилюйского тракта (эксплуатируется с 1967 г.), на котором происходит горение отходов.

Однако, несмотря на очевидную значимость проблемы, систематические исследования радиационной обстановки в Якутии ранее не проводились. Комплексные работы, объединяющие оценку вклада различных источников (эманация из грунта, природный газ, полигоны ТКО) в формирование дозовых нагрузок на население, для региона отсутствовали.

Методами исследования являются: радиометрия — измерения объемной активности радона-222 выполнены на радиометре AlphaGUARD RQ2000 (Германия) в жилых помещениях, на газовых плитах и котлах; гамма-спектрометрия — определение удельной активности Ra-226, Cs-137,  $^{40}\text{K}$ , Th-232 проводилось на полупроводниковом гамма-спектрометре ORTEC с детектором из особо чистого германия GEM-40 (США); элементный анализ — определение содержания 16 элементов (Al, Ba, Cd, Co, Cr, Cu, Fe, Mn, Ni, P, Pb, S, Sr, V, Zn, Hg) в пробах мхов-биомониторов выполнено методом оптической эмиссионной спектрометрии с индуктивно-связанной плазмой (ИСП-ОЭС) на спектрометре PlasmaQuant PQ 9000 Elite (Analytik Jena, Германия) в лаборатории нейтронной физики Объединенного института ядерных исследований (г. Дубна) [5]; биомониторинг — в качестве биоиндикаторов использованы мхи *Hylocomium splendens*, *Pleurozium Schreberi*, *Brachythecium salebrosum* и лишайник *Cladonia rangiferina*, отобранные на расстояниях 10, 27, 30 и 51 км от полигона ТКО; математическое моделирование — перенос радона в газопроводах описывался уравнением конвекции-диффузии-распада:  $D \frac{d^2C}{dx^2} - u \frac{dC}{dx} - \lambda C = 0$ .

Учтены температурные зависимости скорости потока  $u(T) = u_0 \frac{T}{T_0}$  (из уравнения неразрывности при постоянном массовом расходе) и коэффициента диффузии  $D(T) = D_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^{1.5}$  (из кинетической теории газов). Численное решение выполнено методом конечных разностей в среде Python с использованием библиотек NumPy, Matplotlib и Pandas.

Оценка доз и риска — расчет индивидуальных и коллективных доз выполнен по методикам НРБ-99/2009 [9] и МУК 2.6.1.1088-02 [7]. Радиационный риск оценивался с использованием коэффициента риска  $0,057 \text{ Зв}^{-1}$  (Публикация 103 МКРЗ) [8].

В многоэтажном здании (общежитие 6В) максимальная концентрация радона зафиксирована на первом этаже —  $45 \text{ Бк/м}^3$ , на пятом этаже —  $35 \text{ Бк/м}^3$ , на девятом —  $16 \text{ Бк/м}^3$ . Такое распределение объясняется высокой плотностью радона ( $9,73 \text{ г/л}$ ), что приводит к его гравитационному накоплению в нижних этажах [9].

В деревянных домах в местности Хатынг-Юрях выявлена устойчивая радоновая аномалия. В 2014 г. максимальная концентрация составила  $163 \text{ Бк/м}^3$ , в 2015 г. —  $224 \text{ Бк/м}^3$ , что в 2,5 раза превышает предельно допустимую концентрацию для строящихся зданий ( $100 \text{ Бк/м}^3$ ) [6]. Гамма-спектрометрический анализ показал, что источником аномалии является песок из карьера Хатынг-Юрях, использованный для засыпки подпольного пространства. Активность Ra-226 в пробе песка из подполья составила  $59 \text{ Бк/кг}$ , в пробах из карьера —  $28\text{--}37 \text{ Бк/кг}$ . По суммарной удельной эффективной активности ( $A_{\text{эфф}} = 248 \text{ Бк/кг}$ ) материал относится к I классу по НРБ-99/2009, однако высокая эманационная способность (концентрация радона в радоновой камере достигла  $23 \text{ Бк/м}^3$ ) в сочетании с низкой кратностью воздухообмена ( $v = 0,02 \text{ ч}^{-1}$ , что соответствует фактору равновесия  $F = 0,75$ ) привела к накоплению радона.

Измерения для 15 марок газовых плит и 7 типов отопительных котлов показали, что концентрация радона в природном газе варьирует от 30 до  $231 \text{ Бк/м}^3$ . Установлена четкая закономерность: котлы с открытой камерой сгорания (забор воздуха из помещения) дают концентрации  $150\text{--}230 \text{ Бк/м}^3$ , что в 3–5 раз выше, чем в котлах с закрытой камерой (забор воздуха с улицы,  $30\text{--}70 \text{ Бк/м}^3$ ). Дозовые нагрузки составляют: для котлов с открытой камерой —  $5,7\text{--}5,9 \text{ мЗв/9 месяцев}$ , с закрытой —  $0,8\text{--}1,9 \text{ мЗв/9 месяцев}$ .

Математическое моделирование переноса радона в газопроводах показало, что требуемая длина для снижения концентрации с  $1000$  до  $100 \text{ Бк/м}^3$  при температуре  $-30^\circ\text{C}$  составляет  $909 \text{ км}$ , при  $+20^\circ\text{C}$  —  $1096 \text{ км}$ . Реальная протяженность магистрального газопровода «Кысыл-Сыр — Якутск» составляет  $466 \text{ км}$ . При этой длине и температуре  $-30^\circ\text{C}$

концентрация снижается только в 3,3 раза, что объясняет измеренные у потребителя значения 100–230 Бк/м<sup>3</sup>.

Методом мхов-биомониторов установлены значительные превышения концентраций тяжелых металлов над фоновыми значениями (Норвегия, 2015): Pb — в 24 раза, Ba — в 2,3 раза, Cr — в 1,5 раза, Fe — в 1,3 раза. Корреляционный анализ выявил высокие коэффициенты связи между Fe–Cr (0,99), Pb–Cd (0,99), Hg–S (0,88), что указывает на единый источник — продукты горения отходов.

Гамма-спектрометрией обнаружен техногенный <sup>137</sup>Cs во всех пробах. Максимальная активность зафиксирована в почве на 27-м км — 98,5 Бк/кг, что в 2,5–4 раза превышает фоновые значения для Якутии (20–40 Бк/кг). Обнаружены также дочерние продукты урана (<sup>214</sup>Pb, <sup>214</sup>Bi) и тория (<sup>212</sup>Pb, <sup>208</sup>Tl, <sup>228</sup>Ac), а также космогенный <sup>7</sup>Be. Радиус влияния свалки составляет 50–70 км.

Суммарная годовая эффективная доза для среднего жителя г. Якутска составляет 5,33 мЗв/год. Вклад источников: естественный фон — 2,40 мЗв (45,1%); природный газ (радон) — 1,85 мЗв (34,7%); медицинское облучение — 0,60 мЗв (11,3%); грунт (радон) — 0,44 мЗв (8,3%); свалка (Cs-137) — 0,026 мЗв (0,5%).

Для сравнения, средняя годовая доза по России составляет 3,8 мЗв/год [10]. Полученное значение превышает среднероссийский показатель, но не достигает предела для населения (10 мЗв/год) [6].

Годовая коллективная доза для населения г. Якутска (330 615 чел.) составляет 1 761 чел·Зв/год, за 30 лет — 52 818 чел·Зв. С использованием коэффициента риска 0,057 Зв<sup>-1</sup> [8] прогнозируется 3 011 дополнительных случаев онкологических заболеваний за 30 лет, в том числе 449 случаев рака легкого, 211 случаев лейкемии, 95 случаев рака щитовидной железы. Вклад исследованных факторов в общую онкологическую заболеваемость (естественная заболеваемость ~49 500 случаев за 30 лет) составляет около 6%.

В итоге исследования выявлено, что 1) в деревянных домах в местности Хатынг-Юрях обнаружена радоновая аномалия с концентрацией, соответствующей превышению ПДК в 2,5 раза, источником которой, видимо, является песок из карьера Хатынг-Юрях; 2) концентрация радона в природном газе для котлов с открытой камерой сгорания в 3–5 раз выше, чем для котлов с закрытой камерой; 3) реальной длины газопровода (466 км) недостаточно для естественного распада радона. 4) от полигона ТКО зафиксированы превышения концентрации свинца и радиоцезия; 5) Суммарная годовая доза облучения жителя г. Якутска выше среднероссийской, но ниже предела 10 мЗв/год; 6) прогнозируется превышение на 3 011 новых случаев злокачественных новообразований за 30 лет.

В связи с этим, разработаны практические рекомендации по снижению дозовых нагрузок:

1) радиационный контроль строительных материалов; 2) усиление вентиляции жилых помещений (снижение в 2–3 раза) и переход на котлы с закрытой камерой сгорания (снижение дозы в 3–5 раз); 3) установка фильтров в узлах магистральных газопроводов; 4) мониторинг загрязнения от полигона ТКО в радиусе 50 км.

### Литература

1. UNSCEAR. Sources and Effects of Ionizing Radiation. UNSCEAR 2000 Report. New York, 2000. 654 p.
2. World Health Organization. WHO Handbook on Indoor Radon. — Geneva, 2009. 94 p.
3. International Commission on Radiological Protection. Radiological Protection against Radon Exposure. ICRP Publication 126 // Annals of the ICRP. — 2014. Vol. 43, № 3. 92 p.
4. Яковлева В.Д., Степанов В.Е. Радиоэкологические проблемы мирных подземных ядерных взрывов в Якутии. — М.: Спутник+, 2013. — 128 с.
5. ICP Vegetation. Moss Manual-2020. URL: <https://icpvegetation.ceh.ac.uk/> (дата обращения: 29.06.2023).
6. Нормы радиационной безопасности (НРБ-99/2009): СанПиН 2.6.1.2523-09. — М., 2009. 100 с.
7. Методические указания МУК 2.6.1.1088-02. Оценка индивидуальных эффективных доз облучения населения за счет природных источников ионизирующего излучения. — М., 2002. 22 с.
8. International Commission on Radiological Protection. The 2007 Recommendations of the International Commission on Radiological Protection. ICRP Publication 103 // Annals of the ICRP. 2007. Vol. 37, № 2–4. 332 p.
9. Бекман И.Н. Радон: враг, врач и помощник. — М.: МГУ, 2010. 256 с.
10. Барковский А.Н., Брук Г.Я., Романович И.К. и др. Дозы облучения населения Российской Федерации в 2016 году. СПб.: НИИРГ, 2017. 69 с.

### МОДЕЛИРОВАНИЕ РАДИАЦИОННО-ИНДУЦИРОВАННЫХ ЭФФЕКТОВ В КОСТНОЙ ТКАНИ В УСЛОВИЯХ КИСЛОРОДНОГО УСИЛЕНИЯ

Асп. *Хуцистова А. О.*, профессор *Розанов В.В.*,  
гл. науч. сотр. *Матвейчук И.В.* (СВФУ им. М.К. Аммосова),  
зав. каф. *Черняев А.П.*,  
ст. науч. сотр. *Николаева Н.А.* (СВФУ им. М.К. Аммосова)

Радиационная обработка является одним из основных методов стерилизации костных имплантатов. При этом критически важно оптимизировать поглощенную дозу излучения, так как её превышение

приводит к структурным изменениям коллагена, деградации структуры и остеоиндуктивных свойств имплантатов. Современные требования к биоматериалам стимулируют разработку физико-химических методов, гарантирующих бактерицидную эффективность при сохранении функциональных характеристик материала [1, 2]. Одним из ключевых инструментов для прогнозирования результатов стерилизации является компьютерное моделирование в программной среде GEANT4.

Настоящее исследование посвящено анализу пространственного распределения поглощенной дозы в кортикальной костной ткани при комбинированном воздействии озона и различных видов ионизирующего излучения и представляет значительный практический интерес для оптимизации режимов радиационной стерилизации костных имплантатов. Актуальность работы обусловлена необходимостью обеспечения эффективной стерилизации при минимальном радиационном повреждении костной ткани. Методологической основой исследования является метод Монте-Карло в программном пакете GEANT4 с использованием физического листа Livermore, позволяющего детально проанализировать процессы взаимодействия излучения с многослойными биологическими структурами [3].

Объектом радиационного воздействия при моделировании является образец кортикальной кости формы параллелепипеда с физическими характеристиками из библиотеки материалов GEANT4. Особенностью модели является учет поверхностных слоев, модифицированных предварительным озонированием с двух сторон образца. Озон проникает вглубь костной матрицы, создавая область повышенной оксигенации, влияющий на эффективность последующего радиационного воздействия [1].

В исследовании рассматривается воздействие различных типов ионизирующего излучения — тормозного излучения и электронных пучков. Такой подход позволяет провести сравнительный анализ особенностей стерилизующего воздействия различных типов излучения на костный образец с приповерхностной областью, насыщенной кислородом, и выявить оптимальные энергетические диапазоны для каждого вида облучения.

Предварительное насыщение кислородом поверхностного слоя кости приводит к изменениям пространственного распределения поглощенной дозы за счет локальной активации кислородного эффекта. При этом наблюдается сдвиг зоны максимального значения величины поглощенной дозы вглубь образца, обусловленный изменением локальных физических характеристик озонированного слоя.

Полученные закономерности пространственного распределения дозы свидетельствуют о том, что предварительная обработка озоном костных

имплантатов создает оптимальные условия для формирования эффективного бактерицидного воздействия при последующем радиационном облучении. Установленные особенности изменения пространственного распределения открывают перспективы разработки новых режимов стерилизации, обеспечивающих требуемый уровень стерильности при снижении интегральной радиационной нагрузки на 25–40%.

Исследование выполнено при поддержке Междисциплинарной научно-образовательной школы Московского университета «Фотонные и квантовые технологии. Цифровая медицина».

### Литература

1. Розанов, В.В. Современное состояние и перспективные инновационные направления развития способов стерилизации биоимплантатов / В.В. Розанов, И.В. Матвейчук // Альманах клинической медицины. – 2019. 47. № 7. С. 634–646. doi: 10.18786/2072-05052019-47-063.
2. Шангина, О.Р. Влияние радиационной стерилизации на структуру и свойства биоматериалов / О.Р. Шангина, Р.Т. Нигматуллин // Морфология. – 2006. Т. 129. № 3. С. 44–47.
3. Хуцистова, А.О. Модельный анализ распределения дозы в костном имплантате в процессе радиационной стерилизации / А.О. Хуцистова, В.В. Розанов, И.В. Матвейчук, А.П. Черняев // Известия РАН. Серия физическая. – 2022. Т. 86. № 8. С. 1099–1103.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОТОН-ИНДУЦИРОВАННЫХ РЕАКЦИЙ НА ВИСМУТЕ ПРИ ЭНЕРГИИ ПРОТОНОВ 50 И 100 МЭВ

Ст. науч. сотр. *Желтоножская М.В.*, студент *Смакотин А.А.*,  
зав. каф. *Черняев А.П.*

Исследование ядерных реакций на ускоренных протонах в диапазоне энергий 100 МэВ представляет значительный интерес как с фундаментальной, так и с прикладной точек зрения. Механизм протекания ядерных реакций в этой области энергий до настоящего времени остаётся недостаточно изученным. Изучение средних угловых моментов продуктов ядерных реакций ясно указывает на значительную роль внутриядерного каскада при таких энергиях протонов. В настоящее время механизм внутриядерного каскада наиболее успешно исследован для протонов с энергиями выше 500 МэВ. Однако в области энергий, характерных для протонной терапии (70–250 МэВ), экспериментальные данные остаются ограниченными, что делает подобные исследования особенно актуальными.

Отдельный интерес представляет изучение механизмов таких реакций на тяжёлых нуклидах, в частности на  $^{209}\text{Bi}$ . Наночастицы висмута

(Bi-NPs) в последние годы рассматриваются как перспективные радиосенсибилизаторы для протонной терапии [1-2]. Высокое атомное число висмута ( $Z = 83$ ), а также возможность контролируемой функционализации поверхности создают предпосылки для селективного усиления радиационного воздействия на опухолевые ткани при минимизации повреждения здоровых клеток. Существенным преимуществом является также выраженный тераностический потенциал: высокое поглощение рентгеновского излучения позволяет использовать наночастицы висмута в качестве контрастных агентов для компьютерной томографии, совмещая диагностические и терапевтические функции [3].

Вместе с тем, физические механизмы протон-индуцированных реакций на висмуте в контексте применения наночастиц остаются недостаточно изученными. В существующих работах, посвящённых использованию наночастиц висмута в протонной терапии, данный вопрос, как правило, не рассматривается. Более того, экспериментальные данные о сечениях ядерных реакций в диапазоне энергий протонов 50–250 МэВ остаются ограниченными.

Следует отметить, что при облучении висмута пучками протонов в диапазоне энергий, характерном для протонной терапии, наблюдается широкий спектр ядерных реакций. Помимо образования  $\alpha$ -активных изотопов полония в каналах типа  $(p, pXn)$ , существенный вклад вносит генерация вторичных нейтронов в реакциях  $(p, XpXn)$ . Формирование потоков вторичных частиц и радионуклидов может оказывать значительное влияние на пространственное распределение поглощённой дозы и, как следствие, на радиобиологический эффект в облучаемых тканях.

В связи с этим исследование механизмов протон-индуцированных ядерных реакций на висмуте, а также совершенствование теоретических моделей, используемых для расчёта вкладов вторичных частиц и радионуклидов в дозовое поле, представляет собой важную фундаментальную и прикладную задачу.

В серии экспериментов использовались протонные пучки с энергиями 50 и 100 МэВ. Облучение проводилось на медицинском комплексе протонной терапии российского производства — центре коллективного пользования КПТ «Прометеус» ФТЦ ФИАН.

В качестве мишеней использовались образцы висмута в виде металлических пластин размером  $0,5 \times 0,5$  см<sup>2</sup> и массой до 0,5 г. Облучение осуществлялось сканирующим методом, при котором узкий пучок последовательно перемещался вдоль горизонтальной оси, обеспечивая равномерное облучение поверхности мишени. Среднеквадратичное отклонение ( $\sigma$ ) пучка составляло 3,5 мм. Время облучения составляло 60 мин, плотность потока протонов на мишени —  $\Phi \approx 10^{11}$  протонов·см<sup>-2</sup>. При этом каждая

мишень располагалась таким образом, чтобы полностью находиться в области действия пучка.

После облучения образцы исследовались с использованием полупроводникового  $\gamma$ -спектрометра Canberra®, оснащённого детектором из сверхчистого германия большого объёма. Калибровка спектрометра по эффективности проводилась с применением стандартного источника  $^{152}\text{Eu}$ .

Для интерпретации полученных экспериментальных данных о сечениях протон-индуцированных реакций на висмуте было выполнено моделирование с использованием модели внутриядерного каскада INCL в сочетании с кодом девозбуждения остаточного ядра ABLA07. Расчёты показали, что в результате взаимодействия протонов с висмутом формируется широкий спектр радионуклидов с сечением образования  $\geq 0,05$  мб. Общее число таких нуклидов существенно возрастает с увеличением энергии первичного пучка и составляет более 147 при 50 МэВ и более 287 при 100 МэВ.

Полученные экспериментальные данные и результаты моделирования указывают на существенный выход изотопов полония в протон-индуцированных реакциях. Образование  $\alpha$ -активных нуклидов, сопровождающееся испусканием  $\alpha$ -частиц с энергией до  $\sim 6$  МэВ, а также их относительно короткие периоды полураспада могут вносить дополнительный вклад в локальное увеличение поглощённой дозы.

Таким образом, образование изотопов полония может рассматриваться как один из потенциальных факторов, способствующих повышенной радиосенсибилизирующей эффективности висмута по сравнению с другими материалами при его использовании в протонной терапии. Вместе с тем, количественная оценка данного вклада требует дальнейших экспериментальных и теоретических исследований.

### Литература

1. Alqathami M. et al. Quantitative 3D Determination of Radiosensitization by Bismuth-Based Nanoparticles // *Journal of Biomedical Nanotechnology*. 2016. V. 12(3). P. 464-471. DOI: 10.1166/jbn.2016.2183
2. Torrisi L. и др. Laser-generated bismuth nanoparticles for applications in imaging and radiotherapy // *Journal of Physics and Chemistry of Solids*. 2018. V. 119. P. 62-70. DOI: 10.1016/j.jpcs.2018.03.034
3. Ma G. et al. A novel theranostic agent based on porous bismuth nanosphere for CT imaging-guided combined chemo-photothermal therapy and radiotherapy // *Journal of Materials Chemistry B*. 2018. V. 6(42). P. 6788-6795. DOI: 10.1039/c8tb02189a

## ЯВЛЕНИЕ РАДИАЦИОННОГО ГОРМЕЗИСА ПРИ ПРЕДПОСЕВНОЙ ОБРАБОТКЕ ПШЕНИЦЫ НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИМ ИОНИЗИРУЮЩИМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

Прогр. 1.кат. *Зубрицкая Я.В.* (НИИЯФ МГУ), ст. преп. *Близнюк У.А.*, доц. *Борщеговская П.Ю.*, зав. каф. *Черняев А.П.*, студ. *Чибисова М.С.*, мл. науч. сотр. *Никитченко А.Д.* (Мехмат МГУ), ст. науч. сотр. *Юров Д.С.* (НИИЯФ МГУ), вед. науч. сотр. *Родин И.А.* (ХФ МГУ), зам. рук. по науч. раб. *Малюга А.А.* (СФНЦА РАН), вед. науч. сотр. *Чуликова Н.С.* (СФНЦА РАН).

Радиационная обработка, как метод защиты, стимуляции роста и обеспечения сохранности полученного урожая различных культур получила широкое распространение в сельском хозяйстве. В зависимости от цели облучения эффективные дозы обработки могут варьироваться от единиц до сотен Грей. При этом полученный эффект может различаться в зависимости от облучаемой культуры и параметров источника [1].

Целью данной работы являлось исследование влияния низкоэнергетического ионизирующего излучения на рост и урожайность пшеницы при её предпосевной радиационной обработке.

В двухлетнем исследовании семена пшеницы проходили обработку ускоренными электронами с максимальной энергией 1 МэВ на линейном ускорителе электронов непрерывного действия УЭЛР-1-25-Т-001 (НИИЯФ МГУ, Россия) и рентгеновским излучением с максимальной энергией фотонов 80 эВ на аппарате РАП-100 с рентгеновской трубкой 1BPV23-100 и молибденовым анодом (ФМЦ им. Бурназяна, Россия) в диапазоне доз от 5 до 30 Гр. Полевые исследования проводились на базе Сибирского федерального научного центра агробιοтехнологий РАН.

Эксперимент показал, что предпосевная обработка в определенных диапазонах доз способна как повысить продуктивность пшеницы, так и снизить распространение на её растениях септориоза колоса. В ходе первого года исследований обработка семян рентгеновским излучением в дозах 5-15 Гр привела к увеличению урожайности на 37-48%. Облучение в дозе в 15 Гр также уменьшило распространение септориоза на 24%. В случае ускоренных электронов обработка во всех выбранных дозах за исключением 25 Гр привела к увеличению урожайности растений на величину до 33% от контрольных значений. При этом снизить заболеваемость растений на 56% удалось только для образцов, прошедших обработку в дозе 20 Гр.

В ходе второго года исследований рентгеновское излучение, при обработке во всем диапазоне доз за исключением 20 Гр, оказывало благоприятное воздействие на фитосанитарное состояние растений, вплоть до полного отсутствия заболевания, и повышало их урожайность на 11–33%. Обработка ускоренными электронами в дозах 10 и 30 Гр повышала продук-

тивность пшеницы на 17–25%, одновременно снижая зараженность септориозом на 82–91%.

Исходя из результатов компьютерного моделирования различия в эффекте для двух типов излучения могут быть вызваны отличиями в распределении линейной передачи энергии (ЛПЭ). Воздействие ионизирующего излучения при обработке приводит к активному образованию активных форм кислорода (АФК) за счет радиолитического и нарушения целостности клеточных структур. АФК, в свою очередь, играют ключевую роль в регуляции биохимических и физиологических процессов растительных клеток [2]. Полученные результаты говорят об эффективности предпосевной радиационной обработки как способа повышения продуктивности пшеницы и, частично, метода защиты растений.

### Литература

1. Araújo S. S. et al. Physical methods for seed invigoration: advantages and challenges in seed technology //Frontiers in plant science. 2016. Т. 7. С. 646.
2. Geras' kin S. Plant adaptation to ionizing radiation: Mechanisms and patterns //Science of the total environment. 2024. Т. 916. С. 170201.

## ДВУХЭТАПНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ РАДИАЦИОННОЙ ОБРАБОТКИ БИОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

зав. лаб. *Близнюк У.А.*, доц. *Борщеговская П.Ю.*, научн. сотр. *Болотник Т.А.* (ХФ МГУ), инж. 1 кат. *Браун А.В.*, вед. науч. сотр. *Беклемишев М.К.* (ХФ МГУ), зав. каф. *Черняев А.П.*, мл. науч. сотр. *Ипатов В.С.* (НИИЯФ МГУ), мл.науч.сотр. *Никитченко А.Д.* (Мехмат МГУ), аспирант *Опруненко А.Ю.* (ХФ МГУ), мл. науч. сотр. *Золотов С.А.*, аспирант *Зубрицкая Я.В.*, профессор *Козлова Е.К.*, вед. науч. сотр. *Родин И.А.* (ХФ МГУ)

Современные вызовы, стоящие перед агропромышленным комплексом, включая рост устойчивости патогенной микрофлоры к внешним воздействиям, климатические изменения и нарушение логистических цепочек поставок пищевой продукции, обуславливают необходимость совершенствования технологий обеспечения безопасности продуктов питания. Одним из перспективных направлений исследований является оптимизация радиационной обработки с учётом индивидуальных физико-химических и микробиологических показателей различных категорий продуктов питания [1]. Поскольку в настоящее время все большее количество промышленных центров обработки оснащены ускорителями

электронов, возникает необходимость в разработке комплексного подхода к выбору параметров обработки пучками ускоренных электронов для обеспечения максимально возможной однородности облучения продукции в оптимальном диапазоне доз, при котором гарантировано выполнение целей обработки при сохранении качества и обеспечения безопасности продукции [2].

В работе предложен междисциплинарный двухэтапный подход к оптимизации радиационной обработки пищевой продукции. На первом этапе осуществляется компьютерное моделирование и расчет параметров облучения, обеспечивающих максимальную однородность распределения дозы в продукте с учётом его физических характеристик (форма, линейные размеры, плотность, состав). Расчёты выполняются с использованием специализированного программного обеспечения, основанного на пакете GEANT4. Пищевые продукты представляются в виде водных фантомами различной геометрии (параллелепипеды, сферы, цилиндры, эллипсоиды), параметры которых соответствуют реальным биообъектам. В результате формируется трёхмерное распределение дозы и определяются оптимальные режимы работы ускорителя.

На втором этапе проводится определение оптимального диапазона доз облучения, обеспечивающего эффективное подавление микроорганизмов при минимальном повреждении биологически значимых компонентов продукта, определяющих его органолептические свойства. Для этого вводится функция оптимизации:

$$H(D) = \varepsilon^{\text{II}} \cdot (1 - \varepsilon^{\text{III}}), \quad (1)$$

где  $\varepsilon^{\text{II}}$  — эффективность подавления микроорганизмов, а  $\varepsilon^{\text{III}}$  — степень повреждения окружающих питательных веществ. Функция  $H(D)$  имеет максимальное значение  $H_{\text{макс}}$ , которое соответствует оптимальной дозе  $D_{\text{опт}}$ , при которой подавление микроорганизмов максимально, при этом минимизируется повреждение окружающих молекул. Оптимальный диапазон доз ( $D_{\text{мин}}$ ,  $D_{\text{макс}}$ ) включает дозу  $D_{\text{опт}}$ , при этом отношение  $D_{\text{мин}}/D_{\text{макс}}$  не ниже максимально возможной однородности дозы, рассчитанной на первом этапе.

Предложенный подход обеспечивает комплексную оптимизацию параметров радиационной обработки, объединяя методы физического моделирования и критерии сохранения качества пищевой продукции, что способствует повышению эффективности и безопасности технологии.

### Литература

1. Черняев А.П., Розанов В.В., Козлова Е.К. и др. Радиационные технологии обработки биообъектов // Вестник Московского университета. Серия 3: Физика, астрономия. 2025, Т. 80 (3). С. 2530201

2. Kozlova E.K., Bliznyuk U.A., Chernyaev A.P. et al. Optimization Function for Determining Optimal Dose Range for Beef and Seed Potato Irradiation // FOODS. 2024. Т. 13. N. 23. С.3729

## КИНЕТИКА РАДИАЦИОННО-ИНДУЦИРОВАННЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ МОЛЕКУЛЯРНЫХ СОЕДИНЕНИЙ В БИОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТАХ ПРИ РАДИАЦИОННОЙ ОБРАБОТКЕ

Мл. науч. сотр. *Ипатова В.С.* (НИИЯФ МГУ), зав. лаб., *Близнюк У.А.*,  
доцент *Борщеговская П.Ю.*, профессор *Козлова Е.К.*,  
зав.отд. *Черняев А.П.*, мл. науч. сотр. *Никитченко А.Д.* (Мехмат МГУ),  
науч. сотр. *Болотник Т.А.* (ХФ МГУ), инж. I кат. *Браун А.В.*,  
вед. науч. сотр. *Родин И.А.* (ХФ МГУ),  
аспирант *Опруненко А.Ю.* (ХФ МГУ), препод. *Торопыгина М.И.*

Радиационные технологии широко применяются для обработки пищевых и сельскохозяйственных продуктов как эффективный инструмент подавления патогенной микрофлоры, повышения безопасности и увеличения сроков хранения [1]. При этом ионизирующее излучение воздействует не только на микроорганизмы (целевые мишени), повреждая их ДНК и клеточные структуры, но и на важные компоненты самих пищевых систем – липиды, белки и углеводы (нецелевые мишени), вызывая их радиационно-индуцированные преобразования. Ключевую роль в этих процессах играют продукты радиолиза воды, прежде всего высокореакционные радикалы, такие как  $\text{HO}\cdot$ ,  $\text{e}^-_{\text{aq}}$ ,  $\text{H}\cdot$ ,  $\text{H}_2\text{O}_2$  и др., запускающие окислительные цепные реакции и приводящие к модификации как целевых, так и сопутствующих компонентов пищевой матрицы.

Целью данной работы является исследование радиационно-индуцированных изменений биохимических характеристик модельных растворов биомакромолекул, входящих в состав сложных пищевых систем. В качестве модельных объектов использовали растворы низкомолекулярных соединений (гексанол-1) и высокомолекулярных соединений: бычьего сывороточного альбумина (БСА), рыбьего жира Омега-3 и крахмала при разных начальных концентрациях. Облучение проводили с использованием различных источников ионизирующего излучения: линейного ускорителя электронов УЭЛР-1-25-Т-001 (максимальная энергия до 1 МэВ), импульсного ускорителя ИЛУ-14 (до 10 МэВ) и рентгеновского аппарата 1БПВ-23-100 с трубкой РАД-100 (энергия фотонов до 80 кэВ). Диапазон поглощённых доз составлял 250-10000 Гр, что соответствует технологически применимым режимам обработки пищевых продуктов. Для анализа физико-химических изменений в

облученных растворах биомакромолекул использовали метод газовой хромато-масс-спектрометрии (ГХ-МС), высокоэффективную жидкостную хромато-масс-спектрометрию (ВЭЖХ-МС/МС) и спектрофотометрический метод.

Было установлено, что радиочувствительность исследуемых соединений, а также радиационно-химический выход продуктов их превращения определяется как природой вещества, так и характеристиками излучения, включая тип, линейную передачу энергии, дозу и мощность дозы. При этом радиационная чувствительность жиров оказалась наибольшей за счет сильного перекисного окисления липидов, что необходимо учитывать при обработке продуктов с повышенным содержанием жира.

На основе полученных экспериментальных данных разработана дозо-концентрационная модель, описывающая кинетику радиационно-индуцированных изменений с учётом начальной концентрации вещества и величины поглощённой дозы. Предложенная модель позволяет количественно оценивать степень денатурации и модификации молекул и может быть использована для прогнозирования эффектов облучения в реальных пищевых системах.

Установлено, что для каждого типа биомакромолекул формируется специфический набор продуктов распада – летучих органических соединений, концентрация которых может служить индикатором степени радиационного воздействия. Также для исследованных систем выявлены потенциальные соединения-маркеры, характеризующиеся высоким радиационно-химическим выходом и монотонным ростом их концентрации с увеличением дозы. Полученные результаты могут быть использованы для оптимизации режимов радиационной обработки и разработки подходов к идентификации облучённых пищевых продуктов.

### **Литература**

1. Черняев А.П., Розанов В.В., Козлова Е.К. и др. Радиационные технологии обработки биообъектов // Вестник Московского университета. Серия 3: Физика, астрономия. 2025, Т. 80 (3). С. 2530201

## **ВЛИЯНИЕ КОМБИНИРОВАННОЙ ОЗОНО-РАДИАЦИОННОЙ СТЕРИЛИЗАЦИИ НА КОЛЛАГЕНОВУЮ СТРУКТУРУ КОСТНЫХ БИОМАТЕРИАЛОВ**

Ст. науч. сотр. Николаева Н.А. (СВФУ им. М.К. Аммосова); проф. Розанов В.В., зав.каф. Мамаева С.Н. (СВФУ им. М.К. Аммосова)

Коллагеновые фибриллы формируют основу костной ткани, определяя её механическую прочность, упругость и устойчивость к

внешним воздействиям [1, 2]. Современные методы стерилизации, включая радиационное и озоновое воздействие, широко применяются при подготовке костных биоматериалов, однако их влияние на структуру коллагена и связанные с этим изменения механических свойств остаётся недостаточно изученным. Целью работы является исследование влияния комбинированной озоно-радиационной обработки на микроструктуру, химическое состояние и механические характеристики костной ткани.

В работе исследованы современные костные образцы животных, а также древние образцы (мамонт, бизон), различающиеся степенью сохранности коллагена. Обработка проводилась в диапазоне доз 5–25 кГр. Морфология коллагеновых фибрилл изучалась методом атомно-силовой микроскопии с оценкой шероховатости поверхности (Ra). Химическое состояние коллагена анализировалось с использованием ИК-спектроскопии (амидные полосы I и II), а изменения вторичной структуры и минеральной компоненты — методом спектроскопии комбинационного рассеяния. Механические свойства определялись по модулю Юнга и прочности на сжатие [3]. Для интерпретации результатов использована модель межфибриллярного взаимодействия, учитывающая изменение расстояния между молекулами коллагена под действием излучения.

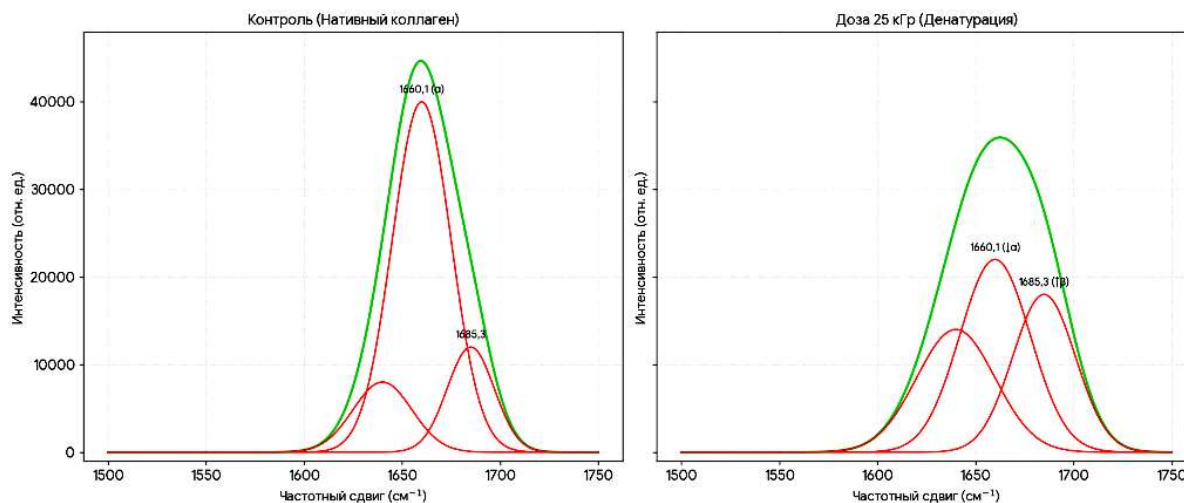


Рис. 1. Деконволюция полосы Амид I ( $1500\text{--}1750\text{ см}^{-1}$ ) ИК-спектров коллагена в контрольных образцах (нативное состояние) и после радиационного воздействия при дозе 25 кГр. Зелёной линией показан суммарный спектр, красными — аппроксимированные компоненты, соответствующие различным элементам вторичной структуры белка.

Показано, что в контрольных образцах коллаген образует упорядоченные пучки с шероховатостью поверхности 5–20 нм. При дозах 5–12 кГр наблюдается умеренное увеличение Ra до ~30 нм. В диапазоне 15–20 кГр происходит фрагментация фибрилл и нарушение их ориентации

( $R_a$  до  $\sim 50$  нм), тогда как при 20–25 кГр наблюдаются выраженные структурные изменения, включая агрегацию волокон, локальные разрывы и рост шероховатости до  $\sim 100$  нм. ИК-спектроскопия выявила снижение интенсивности амидных полос на 5–10% при низких дозах и до 40% при высоких, что свидетельствует о разрушении пептидных связей. Данные спектроскопии комбинационного рассеяния указывают на уменьшение доли  $\alpha$ -спиралей и частичную перестройку структуры белка, а также на снижение упорядоченности кристаллической фазы гидроксиапатита (рис. 1). Установлено, что модуль Юнга снижается с 15–25 до 5–10 ГПа, а прочность на сжатие — со 100–200 до 30–70 МПа при максимальных дозах облучения. Древние образцы демонстрируют аналогичные закономерности, но характеризуются более высокой чувствительностью к радиационному воздействию.

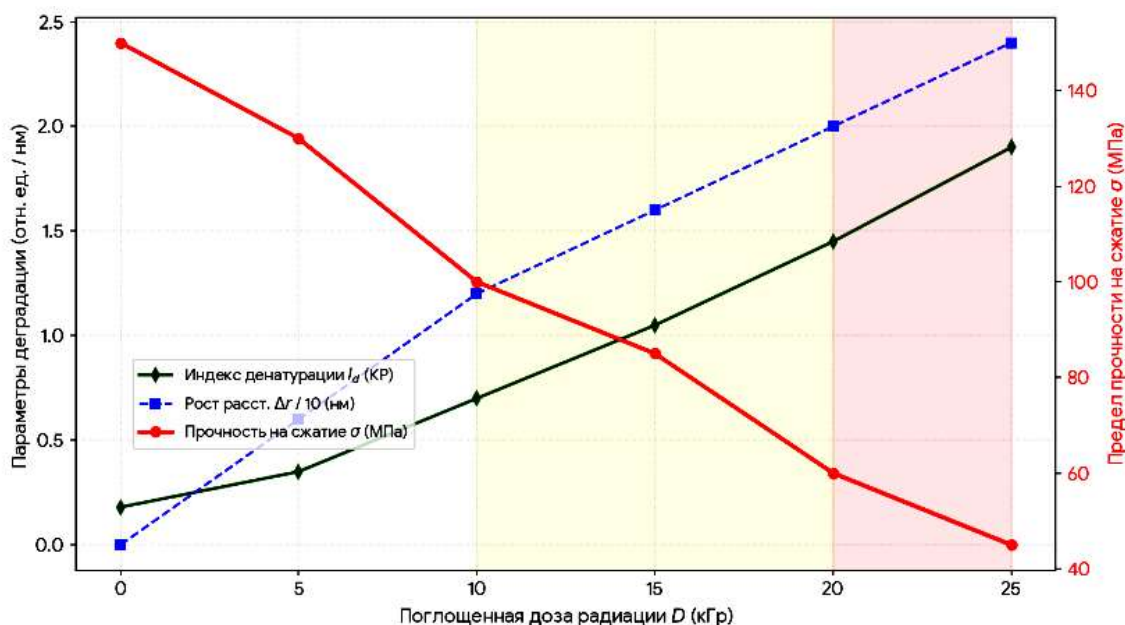


Рис. 2. Мультимасштабная модель радиационной деградации костной ткани. График демонстрирует корреляцию между молекулярными изменениями (индекс денатурации  $I_d$ ), наноструктурной перестройкой (рост межволоконного расстояния  $\Delta l$ ) и макромеханическим откликом (предел прочности на сжатие  $\sigma$ ) в зависимости от поглощенной дозы радиации  $D$  (кГр).

Полученные результаты свидетельствуют о поэтапной деградации коллагеновой сети при комбинированной озono-радиационной стерилизации, сопровождающейся увеличением межфибриллярного расстояния, разрыхлением структуры и снижением механических характеристик костной ткани (рис. 2). Представленная модель качественно описывает наблюдаемые изменения и позволяет связать рост межфибриллярного расстояния с ослаблением структурной целостности материала. Результаты работы могут быть использованы для оптимизации режимов стерилизации костных биоматериалов, а также при анализе древних костных объектов и

прогнозировании изменений структуры коллагена под действием физических факторов.

### Литература

1. Fan L., Ren Y., Emmert S. et al. The Use of Collagen-Based Materials in Bone Tissue Engineering // International Journal of Molecular Sciences. 2023. Vol. 24(4). 3744.
2. Crocker D.B., Akkus O., Oest M.E. et al. The influence of radiation-induced collagen chain fragmentation, crosslinking, and sequential irradiation on the high-cycle fatigue life of human cortical bone // Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials. 2024. Vol. 160. 106759.
3. Nikolaeva N., Al Kobaisi M., Ammosov D., Stepanov S., Rozanov V. Multi-continuum modeling of ozone infiltration into bone tissue // Journal of Computational and Applied Mathematics. 2026. Vol. 474. 116979.

### ВЛИЯНИЕ ИОНИЗИРУЮЩЕГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА СТРУКТУРУ И ФУНКЦИИ БЕЛКОВЫХ МОЛЕКУЛ В МОДЕЛЬНЫХ РАСТВОРАХ

Доц. *Борщеговская П.Ю.*, ст. препод. *Близнюк У.А.*, профессор *Козлова Е.К.*, зав. каф. *Черняев А.П.*, мл. науч. сотр. *Ипатова В.С.* (НИИЯФ МГУ), преподаватель *Торопыгина М.И.* (Сеченовский ун-т), мл. науч. сотр. *Никитченко А.Д.* (Мехмат МГУ), студ. *Ким В.С.*, асп. *Зубрицкая Я.В.*, мл. науч. сотр. *Золотов С.А.*, инж. I кат. *Браун А.В.*, вед. науч. сотр. *Родин И.А.* (ХФ МГУ)

Белковые молекулы представляют собой важнейшие компоненты биологических систем и выполняют разнообразные функции: структурную, транспортную, каталитическую, регуляторную и другие. Их пространственная организация и функциональная активность могут значительно изменяться под воздействием различных физических факторов, включая ионизирующее излучение.

Радиационная обработка широко используется в пищевой промышленности и сельском хозяйстве для стерилизации продукции, увеличения сроков её хранения, уничтожения вредителей и снижения микробной нагрузки. Вместе с тем воздействие излучения сопровождается образованием активных форм кислорода и изменением межмолекулярных связей, что может вызывать повреждение биомолекул, в том числе белков. Исследование радиационных эффектов на модельных белковых системах позволяет глубже понять механизмы влияния излучения на биологические объекты и способствует выбору оптимального диапазона доз при планировании облучения.

В работе изучено влияние ионизирующего излучения различной мощности на структурные характеристики и функциональные свойства

наиболее распространённых модельных белков: бычьего сывороточного альбумина (БСА), составляющего более половины белков плазмы крови, миоглобина — кислородсвязывающего белка мышечной ткани, а также фермента каталазы, играющего ключевую роль в антиоксидантной защите клеток.

Облучение экспериментальных модельных растворов проводилось пучками электронов с энергией 1 МэВ на ускорителе УЭЛР-1-25-Т-001 и 10 МэВ на импульсном ускорителе ИЛУ-14, а также рентгеновским излучением с энергией фотонов до 80 кэВ на рентгеновском аппарате 1БПВ-23-100 с трубкой РАД-100.

Радиационно-индуцированные изменения белковых молекул, в том числе изменения структуры и функций, оценивались спектрофотометрическим методом, газовой и высокоэффективной жидкостной хромато-масс-спектрометрией, газометрическим методом и с помощью оптической микроскопии.

Полученные результаты показывают, что радиационное воздействие приводит к структурным изменениям молекул БСА и миоглобина, а также к снижению функциональной активности фермента. Для БСА зафиксировано нарушение нативной структуры при дозах до 8 кГр, для миоглобина — смещение равновесия форм в сторону метмиоглобина вследствие окислительных процессов при дозах 1 - 10 кГр, а для каталазы — существенное уменьшение ферментативной активности уже при дозе 1 кГр.

Эти результаты имеют важное значение для понимания механизмов радиационного воздействия на биологические системы и могут быть использованы при разработке технологий радиационной обработки биологических материалов, а также методов оценки их радиационного повреждения.

### Литература

1. V. Ipatova, U. Bliznyuk, P. Borshchegovskaya, A. Chernyaev, M. Toropygina, V. Kim, A. Nikitchenko, A. Kozlov, D. Yurov, M. Beklemishev, I. Rodin, and E. Kozlova // Assessment of catalase inhibition under e-beam irradiation. *International Journal of Molecular Sciences*. 2025. № 26 (9) 4358.
2. Bliznyuk, Ulyana, et al. Hemoglobin Derivatives in Beef Irradiated with Accelerated Electrons. // *Molecules* 28.15 (2023): 5773/
3. А.В. Браун, У.А. Близнюк, П.Ю. Борщегородская, В.С. Ипатова, О.Ю. Хмелевский, А.П. Черняев, И.А. Ананьева, И.А. Родин. Исследование влияния ускоренных электронов на структурные характеристики бычьего сывороточного альбумина с использованием жидкостной хромато-масс-спектрометрии высокого разрешения // *Заводская лаборатория. Диагностика материалов*, 2023, том 89 №3. С. 14-24.
4. Ссылка на спектрофотометр УФ-3000 <https://istina.msu.ru/equipment/card/615320740/>.

## АКТИВАЦИЯ ЛЕГКИХ ЯДЕР, ВХОДЯЩИХ В СОСТАВ БИОЛОГИЧЕСКИХ ТКАНЕЙ, ПРИ ПРОТОННОЙ ТЕРАПИИ

Асп. Юсупов М.Н., ст. науч. сотр. Желтоножская М.В.,  
студенты Смакотин А.А., Линь Ч., Блох М., зав. каф. Черняев А.П.,  
студент Умаров З.Б. (СамГУ им. Шарафа Рашидова, Узбекистан)

Протонная лучевая терапия считается безопасным и эффективным методом лечения онкологических заболеваний центральной нервной системы [1], глаза [2], предстательной железы [3], опухолей, расположенных вблизи критически важных органов человека, а также при лечении детской онкологии и в других анатомических областях [4–6].

Исследования показывают, что для позитрон-излучающих изотопов с большим периодом полураспада ( $^{11}\text{C}$ [7,8],  $^{13}\text{N}$ [9],  $^{15}\text{O}$ ) имеет место недооценка дозы, обусловленная тем, что основные исследования проводились при энергиях ниже 30 МэВ, а также наличием расхождений, превышающих 40% для некоторых каналов реакций. Сечения реакций для позитрон-излучающих изотопов с малым периодом полураспада также были определены при энергиях около 50 МэВ, при этом между результатами наблюдаются существенные различия [10–12]. При энергиях выше  $\sim 150$  МэВ длина волны протона становится сравнимой с расстояниями между нуклонами в ядре. Поэтому протон взаимодействует с отдельными нуклонами, и процесс удобно описывать каскадной моделью. В ней протон последовательно сталкивается с нуклонами, вызывая поэтапную эмиссию частиц [12].

Ситуация усугубляется тем, что для некоторых важных реакций экспериментальные данные полностью отсутствуют, а между имеющимися в базе EXFOR наборами данных существуют значительные расхождения. Для проведения точных оценок необходимы экспериментальные данные по выходам радионуклидов, однако для реакций, инициируемых ускоренными протонами, они ограничены, особенно для энергий выше 50 МэВ, и характеризуются значительной неопределенностью [13–15].

В связи с этим точная оценка вклада в общую дозу позитрон-излучающих изотопов, образующихся в реакциях протонного каскада  $(p, Xn)$ ,  $(p, XpXn)$  под действием потока протонов в интервале энергий, характерном для протонной терапии (70–250 МэВ), а также существующих сечений данных реакций в мягких тканях человека, содержащих легкие ядра, является важной задачей для *in vivo* ПЭТ-верификации лечения. Согласно некоторым оценкам, короткоживущие позитронные излучатели ( $t_{1/2} \geq 2$  мин) способны увеличивать терапевтическую дозу до 25%, в отличие от долгоживущих, вклад которых оценивается как не критичный.

В данной работе исследованы теоретические сечения реакций  $(p, Xn)$  и  $(p, XpXn)$ , приводящих к образованию позитрон-излучающих изотопов

при взаимодействии с пучками протонов с энергией 160 МэВ. Расчёты выполнены с использованием программных кодов FLUKA, INCL и TALYS. Рассматривались реакции с участием изотопов углерода ( $^{12}\text{C}$ ,  $^{13}\text{C}$ ), азота ( $^{14}\text{N}$ ,  $^{15}\text{N}$ ) и кислорода ( $^{16}\text{O}$ ,  $^{17}\text{O}$ ) в результате которых образуются радионуклиды:  $^{13}\text{N}$  ( $T_{1/2} = 9,965$  мин),  $^8\text{B}$  ( $T_{1/2}=770$  мс),  $^{17}\text{F}$  ( $T_{1/2}=64.5$  с),  $^{18}\text{F}$  ( $T_{1/2}=109.77$  мин),  $^{15}\text{O}$  ( $T_{1/2}=122.24$  с),  $^{14}\text{O}$  ( $T_{1/2}=70.6$  с),  $^{13}\text{O}$  ( $T_{1/2}=8.6$  мс),  $^9\text{C}$  ( $T_{1/2}=127$  мс),  $^{11}\text{C}$  ( $T_{1/2}=20,36$  мин),  $^{10}\text{C}$  ( $T_{1/2}=19,3$  с) и  $^{12}\text{N}$  ( $T_{1/2}=11$  мс). Полученные результаты обсуждаются.

### Литература

1. Newhauser W.D., Fontenot J.D., Mahajan A., Kornguth D., Stovall M., Zheng Y., Taddei P.J., Mirkovic D., Mohan R., Cox J.D. et al. The risk of developing a second cancer after receiving craniospinal proton irradiation // *Phys. Med. Biol.* 2009. Vol. 54. P. 2277–2291.
2. Gragoudas E.S. Current approaches in the management of uveal melanomas // *Int. Ophthalmol. Clin.* 1992. Vol. 32. P. 129–138.
3. Zietman A.L. The Titanic and the Iceberg: Prostate proton therapy and health care economics // *J. Clin. Oncol.* 2007. Vol. 25. P. 3565–3566.
4. Widesott L., Pierelli A., Fiorino C., Dell’oca I., Broggi S., Cattaneo G.M., di Muzio N., Fazio F., Calandrino R., Schwarz M. Intensity-modulated proton therapy versus helical tomotherapy in nasopharynx cancer: Planning comparison and NTCP evaluation // *Int. J. Radiat. Oncol. Biol. Phys.* 2008. Vol. 72. P. 589–596.
5. Widesott L., Amichetti M., Schwarz M. Proton therapy in lung cancer: Clinical outcomes and technical issues. A systematic review // *Radiother. Oncol.* 2008. Vol. 86. P. 154–164.
6. Sugahara S., Tokuyue K., Okumura T., Nakahara A., Saida Y., Kagei K., Ohara K., Hata M., Igaki H., Akine Y. Clinical results of proton beam therapy for cancer of the esophagus // *Int. J. Radiat. Oncol. Biol. Phys.* 2005. Vol. 61. P. 76–84.
7. España S. et al. The reliability of proton-nuclear interaction cross-section data to predict proton-induced PET images in proton therapy // *Phys. Med. Biol.* 2011. Vol. 56. DOI: 10.1088/0031-9155/56/9/003.
8. Hintz N.M., Ramsey N.F. Excitation functions to 100 MeV // *Phys. Rev.* 1952. Vol. 88. DOI: 10.1103/PhysRev.88.19.
9. IAEA-Tecdoc-1211: Charged particle cross-section database for medical radioisotope production: diagnostic radioisotopes and monitor reactions. Vienna: IAEA, 2001.
10. Rimmer E.M., Fisher P.S. Resonances in the (p, n) reaction on  $^{12}\text{C}$  // *Nucl. Phys. A.* 1968. Vol. 108. DOI: 10.1016/0375-9474(68)90324-2.
11. Schery S.D., Lind D.A., Fielding H.W., Zafiratos C.D. The (p,n) reaction to the isobaric analogue state of high-Z elements at 25.8 MeV // *Nucl. Phys. A.* 1974. Vol. 234. DOI: 10.1016/0375-9474(74)90382-0.

12. González M.T.R. Towards PET range verification in proton therapy: new cross sections for improved accuracy: Diss. Seville: University of Seville, 2023.
13. Fassbender M., Shubin Y.N., Qaim S.M. Formation of activation products in interactions of medium energy protons with Na, Si, P, S, Cl, Ca and Fe // *Radiochim. Acta*. 1999. Vol. 84, No. 2. P. 59–68.
14. Tárkányi F.T. et al. Recommended nuclear data for medical radioisotope production: diagnostic positron emitters // *J. Radioanal. Nucl. Chem.* 2019. Vol. 319, No. 2. P. 533–666.
15. Nichols A.L., Capote R. Nuclear Data for Medical Applications – Recent Developments and Future Requirements // *Nucl. Data Sheets*. 2014. Vol. 120. P. 239–241.

#### ВЛИЯНИЕ ОБЛУЧЕНИЯ УСКОРЕННЫМИ ЭЛЕКТРОНАМИ НА СПЕКТР ПОГЛОЩЕНИЯ БЫЧЬЕГО СЫВОРОТОЧНОГО АЛЬБУМИНА

Преп. *Торопыгина М.И.* (Сеченовский унив-т), профессор *Козлова Е.К.*, мл. науч. сотр. *Ипатова В.С.* (НИИЯФ МГУ), стр. препод. *Близнюк У.А.*, доцент *Борщеговская П.Ю.*, студент *Ким В.С.*, мл. науч. сотр. *Никитченко А.Д.* (Мехмат МГУ), инженер I кат. *Браун А.В.*, зав.каф. *Черняев А.П.*

Радиационная обработка продуктов питания позволяет уменьшить микробиологическую нагрузку и увеличить срок хранения. Однако при таком воздействии повреждаются не только целевые мишени (патогенные микроорганизмы), но и нецелевые – углеводы, липиды и белки продукта. Функциональные свойства белков, определяющие их биологическую ценность и усвояемость, неразрывно связаны с пространственной структурой молекулы. Нарушение нативной конформации (денатурация) приводит к существенным изменениям этих свойств, что в случае продукта питания влияет на его внешний вид и питательную ценность. Бычий сывороточный альбумин (БСА) является одним из наиболее изученных белков, широко используемым в качестве модельного объекта. Спектрофотометрический метод анализа представляет собой быстрый и неразрушающий подход для оценки радиационно-индуцированных изменений белка, позволяя регистрировать изменения оптических свойств, включая увеличение рассеяния, связанное с денатурацией и последующей агрегацией.

Целью данной работы является установление концентрационных и дозовых зависимостей изменений спектров поглощения растворов БСА после воздействия УФ-излучения и воздействия ускоренных электронов. В качестве объекта исследования использовали растворы БСА в физиологическом растворе (0.9% NaCl) в концентрациях 0,5-35 мг/мл. На

первом этапе работы проведено пробное облучение растворов БСА ультрафиолетом для оценки чувствительности образцов к радиационному воздействию, определения рабочих диапазонов концентраций и отработки методики спектрофотометрического анализа. Для этих целей использовалась лампа с максимумом излучения 254 нм, время экспозиции от 1 до 60 минут. На втором этапе выполнялось облучение ускоренными электронами с энергией 10 МэВ в дозах 0-20 кГр. Для анализа радиационно-индуцированных изменений использовали спектрофотометр УФ-3000 [1], изменения оптической плотности проводились в диапазоне 190–400 нм. Для количественной оценки использовали оптическую плотность на длине волны  $\lambda = 350$  нм.

Установлено, что с увеличением дозы наблюдается рост оптической плотности в коротковолновой области спектра (190–300 нм) и формирование длинноволнового «хвоста» при  $\lambda > 300$  нм, что указывает на увеличение вклада рассеяния и образование агрегатов белка.

Для всех исследованных концентраций наблюдается монотонный нелинейный рост доли поврежденных молекул с увеличением дозы. При концентрации 0,5 мг/мл этот эффект регистрируется спустя 1 минуту облучения УФ и достигает 70–75%. При времени облучения больше 15 минут доля поврежденных молекул составляет более 95% и с увеличением времени облучения выходит на плато. При повышении концентрации БСА до 1–10 мг/мл темпы повреждения снижаются за счёт концентрационного защитного эффекта: в более концентрированных растворах на одну молекулу белка приходится меньшее число радикалов. Анализ зависимости доли поврежденных молекул от концентрации при фиксированном времени экспозиции показывает, что доля поврежденных молекул уменьшается с ростом концентрации. Наиболее выраженное снижение наблюдается при концентрациях до 20 мг/мл, после чего зависимость становится более пологой. Выход кривых на плато при больших временах облучения указывает на достижение предельного состояния системы по параметру рассеяния.

Предварительные данные свидетельствуют о том, что для ускоренных электронов также характерны концентрационные зависимости радиационно-индуцированных изменений БСА. Завершение анализа этих результатов позволит в дальнейшем оптимизировать режимы радиационной обработки продуктов, содержащих белки, с учётом выявленных концентрационных зависимостей.

### **Литература**

1. Спектрофотометр УФ-3000 (ТМ ЭКОВЬЮ)//<https://istina.msu.ru/equipment/card/615320740/> (дата обращения: 30.03.2026).

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ХОЛОДА НА КРОВЬ МАРАФОНЦЕВ МЕТОДАМИ ЭЛЕКТРОННОЙ МИКРОСКОПИИ И СПЕКТРОСКОПИИ КОМБИНАЦИОННОГО РАССЕЯНИЯ

Ст. препод. *Платонова В.А.* (СВФУ им. М.К. Аммосова), зав. кафедрой *Мамаева С.Н.*, профессор *Алексеев Р.З.* (СВФУ им. М.К. Аммосова), ст. науч. сотр. *Павлов А.Н.*, ст. науч. сотр. *Винокуров П.В.*, профессор *Максимов Г.В.*, ст. препод., *Лукин В.В.* (ЧГИФКИС)

В современном мире, исследования влияния холода на живые организмы приобретают особую актуальность, поскольку открывают новые возможности в медицине и биотехнологиях. Одним из центральных вопросов в этой области является изучение того, как низкие температуры изменяют морфологию эритроцитов. Изучение этих изменений в эритроцитах человека при гипотермии позволяет нам понять, что происходит с клетками в условиях холода

В последнее время активно исследуется, как люди, регулярно занимающиеся аэробными видами спорта, переносят недостаток кислорода. Было установлено, что, несмотря на увеличение аэробных резервов организма благодаря тренировкам на выносливость, его способность переносить дефицит кислорода снижается. В частности, у спортсменов занимающихся циклическими видами спорта (таких как плавание и лыжи) в условиях достаточного кислорода дыхательная система функционирует оптимально, но при его недостатке её эффективность падает, что проявляется в более быстром и выраженном снижении уровня кислорода в крови. При интенсивных физических нагрузках активные мышцы выделяют много углекислого газа и других кислот. Это приводит к повышению концентрации ионов водорода, то есть к закислению крови в мышечных капиллярах. Одновременно с этим, температура работающих мышц может подняться на 2-3°C, что дополнительно улучшает доставку кислорода к мышечным клеткам.

Устойчивость организма к гипоксии напрямую связана со способностью эритроцитов поддерживать баланс газов в крови (кислород, углекислый газ, оксид азота). Эта способность, в свою очередь, определяется молекулярной структурой гемоглобина (конформация гема и глобина), а также морфологией, объемом и вязкостью мембраны эритроцита. Изменение аффинности гемоглобина к кислороду обусловлено пространственной организацией гемопорфирина в молекулах гемоглобина и их способностью образовывать различные комплексы с лигандами, что эффективно исследуется с помощью спектроскопии комбинационного рассеяния.

В данной работе для изучения влияния внешних факторов, таких как температура окружающей среды, на клетки крови применяется метод растровой электронной микроскопии (РЭМ), обеспечивающая получение

детализированных изображений клеточной морфологии, и спектроскопия комбинационного рассеяния (КР спектроскопия), позволяющая анализировать молекулярный состав.

С 16 по 17 января 2026 года состоялся VII зимний экстремальный марафон «Полнос холода — Оймякон». Это мероприятие, признанное одним из наиболее уникальных и сложных спортивных состязаний в мире, проводится в Оймяконе — самом холодном населенном пункте планеты. Ежегодно марафон привлекает спортсменов как из различных регионов Российской Федерации, так и из-за рубежа.

Участники забега бежали на выбор три дистанции: 21 км 200 м (полумарафон), 42 км 195 м (марафон) и 50 км (супермарафон). Исследование охватывало две группы бегунов: 15 участников – дистанция 21,1 км (полумарафон) при температуре воздуха  $-39^{\circ}\text{C}$ ; 24 участника – дистанция 42,2 км (марафон) при температуре воздуха  $-41^{\circ}\text{C}$ . Был произведен забор капиллярной крови марафонцев до забега (за день до старта) и после забега (сразу после финиша). В рамках данного исследования было проанализировано всего 78 сухих мазков крови на предметном стекле, высушенных на воздухе.

В процессе постзабегового забора крови были зафиксированы различия в ее реологических свойствах: у спортсменов, преодолевших дистанцию 21,1 км, наблюдалась выраженная гипокоагуляция (повышенная текучесть), тогда как у участников марафона (42,2 км) отмечались признаки гиперкоагуляции (повышенная вязкость).

Анализ результатов исследования образцов крови на РЭМ показывает, что после забега отмечается увеличение количества нормоцитов (дискоцитов), а также изменение среднего линейного размера эритроцитов: средний диаметр эритроцитов уменьшается.

Методом КР-спектроскопии показано, что после забега происходит увеличение соотношения  $I_{1375}/I_{1172}$ , отражающего вклад пиррольных колец в конформационные изменения гемопорфирина, и указывает на повышенную подвижность этих структур. Это, в свою очередь, коррелирует с увеличением концентрации оксигемоглобина.

Также наблюдается снижение вовлеченности винильных групп: уменьшение соотношения  $I_{1580}/I_{1375}$ , которое пропорционально вкладу колебаний винильных групп и симметричных движений пиррольных колец. Это свидетельствует о снижении их участия в связывании с лигандами. Это означает, что гем гемоглобина в меньшей степени находится в комплексе с кислородом или другими лигандами.

Увеличение отношения  $I_{1375}/(I_{1355}+I_{1375})$  указывает на смещение конформации пиррольных колец гема, соответствующее преобладанию конформации оксигемоглобина. Это подтверждает, что после нагрузки гемоглобин преимущественно находится в форме, способной эффективно транспортировать кислород.

Кроме того, выявлены незначительные конформационные перестройки глобина: уменьшение соотношения  $I_{2880}/I_{2930}$ , отражающего вклад метильных групп аминокислотных остатков белка глобина, свидетельствует о небольших изменениях в конформации глобиновой части гемоглобина. Эти изменения, вероятно, связаны с адаптацией белковой оболочки к новым условиям связывания кислорода.

Таким образом, комплексный анализ спектральных данных позволяет заключить, что после физической нагрузки происходит перестройка гемоглобина, направленная на повышение его кислород-транспортной функции. Это проявляется в увеличении доли оксигемоглобина, изменении динамики пиррольных колец и преобладании конформации, благоприятной для связывания кислорода, при этом белковая часть гемоглобина претерпевает лишь минимальные структурные модификации.

### Литература

1. Чумакова С.П., Уразова О.И., Зима А.П., Новицкий В.В. Особенности физиологии эритроцитов. Гемолиз и эриптоз // Гематология и трансфузиология. 2018.
2. Слатинская О.В. Исследование конформации и распределения гемоглобина при функционировании эритроцита: Дисс. канд. биол. наук: 1.5.2 / Слатинская О. В. М. 2023. 253 с.
3. Аллахвердиев Э.С. Возможности оценки кислород-транспортной функции крови у пациентов с идиопатической легочной гипертензией: Автореферат на соискание ученой степени кандидата медицинских наук. – М. 2025. 24 с.
4. В.А. Платонова, С.Н. Мамаева, Р.З. Алексеев. «Изучение морфологии эритроцитов методом РЭМ при воздействии низких температур окружающей среды». Материалы Всероссийской научно-практической конференции с международным участием «Интеграция наук: междисциплинарность в медицине. ВКМиФ-2022» Ж. Медицинская физика. 2022. №3(95). С. 37.

## ВЛИЯНИЕ ФИКСИРУЮЩИХ МАСОК НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДОЗЫ В ЛУЧЕВОЙ ТЕРАПИИ

Доц. *Лыкова Е.Н.*, мед. физик *Пятаев Д.Н.* (МКМЦ им. А.С. Логинова), зав. отд. *Назаренко А.В.*, зав. лаб. *Черняев А.П.*

Применение термопластических масок для иммобилизации пациентов в лучевой терапии изменяет дозовое распределение в облучаемых тканях. Материал маски, располагаясь на пути пучка, выступает в роли дополнительного рассеивающего слоя, что приводит к росту поверхностной дозы за счёт увеличения вклада вторичных электронов. Данный эффект представляет особую клиническую значимость при

лечении поверхностно расположенных опухолей, а также при проведении курса радиотерапии с высокими суммарными дозами, когда риск радиационных поражений кожи возрастает [1,2].

Измерения проводились на линейном ускорителе Varian с максимальной энергией пучка тормозных фотонов 6 МэВ. Размер поля облучения составил  $10 \times 10$  см<sup>2</sup> при расстоянии источник–поверхность 90 см. Измерения дозы на поверхности выполнялись с использованием радиохромной пленки Gafchromic EBT3, размещённой на фантоме из твердой воды. Исследованы три типа термопластических масок, различающихся толщиной и геометрией перфорации: Cívco (толщина 2,3 мм), Orfit (толщина 2 мм, перфорация 23,5 %) и Klarity Whity (толщина 2,4 мм, перфорация 36 %).

Установлено, что наличие маски приводит к увеличению дозы на поверхности фантома. Для маски Cívco зарегистрировано значение поверхностной дозы 15.15 Гр, что на 40.6 % выше, чем в случае облучения без маски (5.38 Гр). Маски Orfit и Klarity продемонстрировали близкие результаты: 13.37 Гр (увеличение на 33.3 %) и 13.93 Гр (увеличение на 35.6 %) соответственно.

Наблюдаемые различия между масками обусловлены толщиной и геометрией перфорации: маска Cívco с меньшим диаметром отверстий создаёт более однородный рассеивающий слой, что усиливает поток вторичных электронов в направлении детектора. Маски с более крупной перфорацией (Klarity, Orfit) в меньшей степени экранируют поверхность, однако и в этом случае рост дозы превышает 30 %, что клинически значимо.

Применение термопластических фиксирующих масок сопровождается значительным (до 41 %) увеличением поверхностной дозы, что необходимо учитывать на этапе планирования лучевой терапии. Для минимизации риска кожных реакций целесообразен индивидуальный подбор типа маски (с учётом степени перфорации) либо введение соответствующих поправок в план облучения. Полученные количественные данные могут быть использованы для уточнения расчётных алгоритмов в клинических планирующих системах.

### Литература

1. Mellenberg D. E. Dose behind various immobilization and beam-modifying devices // *International Journal of Radiation Oncology, Biology, Physics*. – 1995. – Vol. 32, № 5. – P. 1193–1197. – DOI: 10.1016/0360-3016(94)00371-Q.
2. Adu-Poku O. A.-A. Dosimetric effects of thermoplastic immobilizing devices on surface dose / O. A.-A. Adu-Poku [и др.] // *International Journal of Medical Physics, Clinical Engineering and Radiation Oncology*. – 2022. – Vol. 11, № 1. – P. 12–21. – DOI: 10.4236/ijmpcero.2022.111002.

## ПОЗИТРОННО-ЭМИССИОННАЯ ТОМОГРАФИЯ: ИСТОРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РАЗВИТИЯ ТЕХНОЛОГИИ

Асп. Николаев Н. И., зав. каф. Черняев А. П.

Позитронно-эмиссионная томография, развившаяся от первых экспериментальных установок 1970-х годов до современных гибридных систем, представляет собой уникальный метод молекулярной визуализации, физической основой которого является регистрация аннигиляционного излучения позитрон-излучающих радиофарм-препаратов. Благодаря способности оценивать метаболическую активность тканей на доклинической стадии заболеваний, ПЭТ стала стандартом ранней диагностики в онкологии, кардиологии и неврологии. В России метод развивается с опорой на собственные ресурсы и идеи: первый отечественный ПЭТ-томограф для исследований «всего тела» был введён в эксплуатацию в 1997 году, и в настоящее время сеть ПЭТ-центров продолжает расширяться, а в научных институтах ведутся работы по созданию новых радиофармпрепаратов и совершенствованию технологий наработки радионуклидов.

### Литература

1. Андреева Н.С., Брызгин А.А., Будник С.В. и др. Радиационные технологии: взгляд из России. М.: Ассоциация РадТех, 2015.
2. Клёнов Г.И., Козлов Ю.Ф., Хорошков В.С. Шестьдесят лет протонной лучевой терапии: результаты, проблемы и тенденции // Медицинская физика. 2015. № 1. С. 86–90.
3. Корсунский В.Н., Кодина Г.Е., Брускин А.Б. Ядерная медицина. Современное состояние и перспективы развития // Атомная стратегия. 2007. № 5. С. 4–6.
4. Костылев В.А. Предложения о системном развитии атомной медицины и медицинской физики в России // Медицинская физика. 2008. № 3. С. 8–29.
5. Харченко В.П. Проблемы и перспективы развития лучевой терапии в Российской Федерации // Итоговая коллегия Министерства здравоохранения РФ. М., 2003.
6. Черняев А.П. Введение в физику ускорителей. М.: Изд-во МГУ, 2010.
7. Черняев А.П., Варзарь С.М., Белоусов А.В. и др. Ускорители в медицине // Медицинская физика. 2014. № 1. С. 113–119.
8. Черняев А.П., Волков Д.В., Лыкова Е.Н. Физические методы визуализации в медицинской диагностике: Учеб. пособие. М.: ООП физического факультета МГУ, 2019. 112 с. (Серия «Библиотека медицинского физика»).
9. Черняев А.П., Лыкова Е.Н. Ядерной физике в России 100 лет // Вестник Московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия. 2023. Т. 78, № 1. С. 2310101(1–9).

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛЁГКИХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДЕФОРМИРУЕМОЙ РЕГИСТРАЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ КОМПЬЮТЕРНОЙ ТОМОГРАФИИ

Механик *Копылова Е.А.*, зав. каф. *Черняев А.П.*,  
ген. дир. *Горлачёв Г.Е.* (ООО «РОИСС»), доцент *Лыкова Е.Н.*

В лучевой терапии изображения компьютерной томографии (КТ) используется для визуализации органов и расчёта дозового распределения. Сегментация дыхательных путей на КТ — изображениях затруднена из-за сложной анатомии бронхиального дерева. Тем не менее, сегментация необходима, так как превышение толерантных доз в бронхе вызывает снижение вентиляции во всех нижележащих отделах лёгкого [1]. Определение региональной вентиляции необходимо как для анализа функциональных последствий лечения, так и для определения приоритетов по ограничению дозовой нагрузки на функциональные объёмы лёгких.

Целью исследования является разработка математической модели лёгких на основе деформируемой регистрации КТ-изображений, позволяющей рассчитывать дозовую нагрузку на дыхательные пути и функционально значимые области лёгких, а также прогнозировать последствия лучевой терапии. Для этой цели разрабатывается программный комплекс (ПК). Он включает в себя модули: редактирование атласа, сегментация дыхательных путей и расчёт вентиляции.

Модуль редактирования атласа предназначен для разметки КТ-изображений. Инструменты маркировки структур оптимизированы для работы с бронхиальным деревом: позволяют строить трубки переменного диаметра, задавая положение центра и радиус сферы. Кроме того, пользователю предоставляются названия и порядок бронхов, которые определены в соответствии с онтологией «Фундаментальная модель анатомии».

Совмещение анатомического атласа с КТ-изображениями пациента осуществляется в модуле сегментации дыхательных путей. В результате выполняется перенос контуров с атласа на изображения пациента, после чего на основании загруженного файла RTDOSE для каждого выделенного бронха строится гистограмма доза–объём, позволяющая оценить дозовую нагрузку на дыхательные пути. На основе полученных данных рассчитывается вероятность сужения просвета бронха [2].

Модуль вентиляции предназначен для расчета региональной вентиляции. В результате совмещения КТ-изображений пациента, сделанных на вдохе и на выдохе можно получить поле деформации. Это поле обеспечивает переход из системы координат (СК) одного изображения в систему координат другого изображения, а определить матрицы Якоби (J) определяет отношение локальных объёмов в этих СК. Поэтому

региональную вентиляцию ( $V$ ), определяемую как относительное изменение объёма, можно найти по формуле:  $V = J - 1$ .

В модулях сегментации и вентиляции используется деформируемая регистрация КТ-изображений. Деформируемая регистрация – это сопоставления вокселей двух изображений с использованием нежестких преобразований. В качестве алгоритма совмещения был выбран модифицированный метод «Демоны» [3]. Метод итеративно вычисляет смещения вокселей, используя интенсивности и градиенты интенсивностей изображений. Регуляризация выполняется с помощью фильтра Гаусса. Для повышения эффективности регистрации применяется подход множественного разрешения.

Разрабатываемый ПК позволяет автоматически маркировать структуры лёгкого и оценивать дозовую нагрузку на них. Программный комплекс идентифицирует функциональные области лёгких, приоритетные для ограничения лучевого воздействия. Осуществляется оценка постлучевых изменений региональной вентиляции и прогнозирование риска сужения просвета бронхов.

### Литература

1. E.M. Vicente, A. Modiri, J. Kipritidis, et.al. Combining serial and parallel functionality in functional lung avoidance radiation therapy // Int. J. Radiat. Oncol. Biol. Phys. 2022. Vol. 113. № 2. P. 456-468.
2. N. Kazemzadeh, A. Modiri, S. Samanta, et.al. Virtual bronchoscopy-guided treatment planning to map and mitigate radiation-induced airway injury in lung SAbR // Int. J. Radiat. Oncol. Biol. Phys. 2018. Vol. 102. № 1. P.210-218.
3. H. Wang, L. Dong, J. O'Daniel, et.al. Validation of an accelerated demons algorithm for deformable image registration in radiation therapy // Phys. Med. Biol. 2005. Vol. 50. № 12. P. 2887-2905.

## РАСЧЕТ ДОЗОВЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ 50 КВ МИНИАТЮРНОГО ИСТОЧНИКА РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ДЛЯ ЭЛЕКТРОННОЙ БРАХИТЕРАПИИ МЕТОДОМ МОНТЕ – КАРЛО

Механик *Новикова Е. А.*, зав. каф. *Черняев А. П.*,  
ген. дир. *Горлачёв Г.Е.* (ООО «РОИСС»), доцент *Лыкова Е.Н.*,  
механик *Копылова Е.А.*

### Введение

В современной лучевой терапии электронная брахитерапия занимает особое место благодаря использованию электрически генерируемого низкоэнергетического рентгеновского излучения вместо классических радионуклидных источников. Одним из коммерчески доступных решений

является система Xoft Axxent Electronic Brachytherapy (Elekta), применяемая для интраоперационного, поверхностного и внутриволнового облучения. Главным достоинством таких установок является возможность проведения контактной терапии при минимальных требованиях к радиационной защите.

Однако для низкоэнергетических электронных источников стандартный протокол расчета дозы AAPM Task Group 43 (TG-43), разработанный для радиоизотопной брахитерапии, оказывается неприменим в полной мере. Это связано с трудностями учёта ослабления и рассеяния излучения в воздушной среде, а также зависимостью параметров модели источника от типа аппликатора и положения источника в нём [1]. Модифицированный производителем формализм TG-43 имеет ограничения, требующие задания дозиметрических параметров отдельно для каждого типа аппликатора [2].

Альтернативным подходом является использование метода Монте-Карло (МК). Преимущество этого метода заключается в возможности создания универсальной модели источника без зависимости от типа аппликатора и осуществления точного расчета в условиях гетерогенной среды [3]. Целью данной работы являлась разработка и создание модели миниатюрного 50 кВ источника рентгеновского излучения для дальнейшего расчёта дозовых распределений методом Монте-Карло.

### **Материалы и методы**

Моделирование осуществлялось с помощью кода MC, написанного на языке C++ специально для решения задач лучевой терапии. Данное программное обеспечение воспроизводит физику и алгоритмы транспорта программного пакета EGS4. Условия моделирования задавались XML-файлами, описывающими геометрию эксперимента и параметры источника.

На основании доступной в литературе информации о геометрии и материалах оригинального источника Axxent (модель S7500) была создана его геометрическая модель [4]. Основные компоненты модели включали: мишень из сплава вольфрама и иттрия (толщиной 0,8 мкм), буфер из бериллия (0,5 мм), слой охлаждающей жидкости и пластиковую оболочку.

Для более точного воспроизведения спектра фотонов было создано несколько вариантов материалов анода в формате PEGS4 с различными концентрациями вольфрама и иттрия. Катод был задан в виде точечного изотропного источника, излучающего 50 кэВ электроны. Транспорт частиц проводился при кинетических энергиях выше 10 кэВ для электронов и выше 1 кэВ для фотонов.

Для снижения вычислительных затрат была создана модель виртуального источника в виде фазового пространства, содержащего информацию об энергиях, координатах и направлениях движения фотонов.

Верификация модели проводилась путем сравнения рассчитанных спектра излучения и параметров модифицированного TG-43 (радиальной функции  $g_L(r)$  и функции анизотропии  $F(r,\theta)$ ) с данными литературы [5]. Расчет дозы проводился в шарообразном водном фантоме диаметром 40 см со статистикой 1010 историй.

### Результаты

В ходе работы были рассчитаны спектры тормозных фотонов для различных составов анода. Максимальная энергия фотонов соответствовала приложенному рабочему напряжению 50 кВ. Для дальнейшей работы был выбран материал анода, содержащий 55% вольфрама и 45% иттрия. Средняя энергия спектра составила 26,72 кэВ, что согласуется с данными производителя (26,60 кэВ) с отклонением 0,46% [5]. Различия в спектрах обусловлены недостаточной информацией о точном составе анода, который дополнительно может включать серебро и медь.

Результаты расчета радиальной функции  $g(r)$  для конфигурации источника внутри титанового аппликатора согласуются с табличными данными производителя в пределах 3%. Однако для конфигурации источника без титанового аппликатора табличные значения превышают рассчитанные с помощью MC (максимальное отклонение составляет 38,4% на расстоянии 12 см).

Рассчитанные значения функции анизотропии  $F(r,\theta)$  демонстрируют схожую форму распределения с эталонными значениями в диапазоне углов  $\theta = (90^\circ - 175^\circ)$ . В дистальном направлении  $\theta = (0^\circ - 90^\circ)$  рассчитанные значения сильно превышают табличные для случая источника без эндостата, что свидетельствует об увеличенном потоке выходного излучения в этом направлении.

### Обсуждение и выводы

Значительные отклонения в функции анизотропии и радиальной функции для источника без аппликатора указывают на ограничения в коде MC физике в точном описании взаимодействия низкоэнергетичных фотонов с веществом в киловольтном диапазоне. Тем не менее, хорошее согласование спектра и параметров для конфигурации с аппликатором подтверждает возможность использования метода Монте-Карло для расчетов дозовых распределений от электронных источников брахи-терапии.

Разработанная модель позволяет перейти от использования большого числа специфичных таблиц для описания дозиметрических параметров источника к одной универсальной модели. После дальнейшего уточнения геометрии источника (положение катода, угол раствора анода, толщина слоёв) результаты работы могут быть напрямую применены в клинической

практике для повышения точности планирования лечения, особенно в условиях гетерогенных сред.

### Литература

1. Mark J. Rivard, Report No. 084- Update of AAPM Task Group No. 43 Report: A revised AAPM protocol for brachytherapy dose, Medical Physics, 31, 633-674, <https://doi.org/10.1118/1.1646040>(2004)
2. Larry A. DeWerd et al., A modified dose calculation formalism for electronic brachytherapy sources, Brachytherapy, <https://doi.org/10.1016/j.brachy.2015.01.003>(2015)
3. Chetty, Indrin J et al., Report of the AAPM Task Group No. 105: Issues associated with clinical implementation of Monte Carlo-based photon and electron external beam treatment planning, Medical physics vol. 34,12: 4818-53. doi:10.1118/1.2795842(2007)
4. Hiatt JR, Davis SD, Rivard MJ, A revised dosimetric characterization of the model S700 electronic brachytherapy source containing an anode-centering plastic insert and other components not included in the 2006 model, Medical Physics, doi: 10.1118/1.4919280(2015)
5. Rivard MJ, Davis SD, DeWerd LA et al. Calculated and measured brachytherapy dosimetry parameters in water for the Xofig Axxent X-Ray Source: an electronic brachytherapy source, Med Phys; 33(11):4020–4032. doi:10.1118/1.2357021(2006)

### ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ ПУЧКА ЛИНЕЙНОГО УСКОРИТЕЛЯ ELEKTA SYNERGY ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПЛАНОВ РОТАЦИОННОЙ ЛУЧЕВОЙ ТЕРАПИИ С МОДУЛЯЦИЕЙ ФЛЮЕНСА

Мед. физик *Жаркова А.П.* (МНИЦ ДГОИ им. Дм. Рогачева), зав. отд. лучевой терапии *Нечеснюк А.В.* (МНИЦ ДГОИ им. Дм. Рогачева), зав. каф. *Черняев А.П.*, ст. науч. сотр. *Логинова А.А.* (НИИЯФ МГУ)

Клинические системы планирования лучевой терапии могут обладать высокой точностью расчета дозы в гетерогенных биологических тканях пациента, однако при нестандартных условиях облучения, например, в присутствии металлоконструкцией в зоне облучения вероятны ошибки расчета дозы [1]. В данном исследовании предлагается использовать обобщенный алгоритм Монте-Карло Geant4 в качестве независимой проверки планов лучевой терапии, созданных системе планирования Monaco 5.11 (Elekta) [2]. Целью исследования является оптимизация параметров моделирования в программном пакете TOPAS MC для улучшения качества реализации планов ротационной лучевой терапии.

С использованием доступной информации об МЛК (многолепестковом коллиматоре) Agility в TOPAS MC была воссоздана

геометрия лепестков коллиматора и диафрагм [3–4]. Информация о частицах, формирующихся в головке ускорителя и пересекающих плоскость перед МЛК и диафрагмами была получена из файлов фазового пространства МАГАТЭ [5].

Полученная модель была верифицирована путем сравнения с данными измерений факторов радиационного выхода (на глубине 10 см в воде и при  $SSD = 90$  см), глубинных дозовых распределений и профилей квадратных полей  $2 \times 2$ ,  $10 \times 10$  и  $20 \times 20$  см<sup>2</sup> вдоль двух осей (X и Y) на глубине 1.5, 5, 10 и 20 см, а также специально созданных тестовых полей в водном кубе  $30 \times 30 \times 20$  см<sup>3</sup>. Результаты моделирования оценивались с использованием гамма-анализа.

Измерения дозиметрических характеристик медицинского линейного ускорителя электронов Elekta Synergy проводили с помощью сканирующего водного фантома Blue Phantom (Iba Dosimetry) и ионизационных камер CC01 и CC13 (Iba Dosimetry).

Для расчетов в гетерогенных тканях пациента в TOPAS MC было настроено соответствие чисел Хаунсфилда биологическим тканям по методу [6].

Для оценки результатов оптимизации модели использовался реальный клинический план ротационной лучевой терапии (RTplan) с модуляцией по объему (VMAT, Volumetric Modulated Arc Therapy), который был рассчитан как в клинической системе планирования, так и в TOPAS MC на основе внедренной модели и данных компьютерной томографии пациента. Сравнение расчета дозы в данных системах производилось методом трехмерного гамма-анализа с критериями 3 % по дозе и 2 мм по расстоянию с порогом 20 % от максимальной дозы.

При сравнении смоделированных и измеренных глубинных дозовых распределений Гамма-индекс с критериями 1 % / 2 мм составил 97.2 %, 99.6 % и 96.4 % для полей  $2 \times 2$ ,  $10 \times 10$  и  $20 \times 20$  см<sup>2</sup> соответственно. При этом рассчитанные в результате моделирования факторы радиационного выхода совпали с измеренными в пределах 0.1 %. В табл. 1 представлены значения гамма-индекса при критериях 2 %, 2 мм для профилей пучков вдоль двух осей (X и Y) на глубине 1.5, 5, 10 и 20 см в воде.

Использование тестовых радиационных полей позволило оптимизировать модельные расчеты благодаря коррекции фактического положения лепестков в головке ускорителя от их запланированного положения в RTplan. Также была выявлена проблема моделирования боковых поверхностей лепестков, которая была лишь частично решена путем варьирования геометрических и физических параметров МЛК, таких как зазор между лепестками, их плотность и угол наклона банка коллиматора. Полная коррекция этого эффекта, вероятно, может быть достигнута лишь изменением параметров источника, что в рамках данного

исследования не доступно в силу того, что используется готовая фазовая плоскость.

Оптимизация параметров модели в TOPAS MC позволила увеличить Гамма-индекс при сравнении дозового распределения VMAT плана лечения с 91.24 % до 98.5 %.

Оптимизация модели обеспечила хорошее совпадение расчета с данными измерений и данными клинической системы планирования. Полученная модель может быть использована в качестве независимой системы расчета дозы для дополнительной верификации рассчитанных в системе планирования планов ротационной лучевой терапии с модуляцией флюенса фотонов.

Таблица 1. Сравнение рассчитанных в TOPAS MC профилей пучков в поперечной (X) и продольной (Y) оси с измерениями (значения гамма-индекса при критериях 2 %, 2 мм)

Размер поля, см <sup>2</sup>	Глубина измерения профиля пучка, см							
	1.5		5		10		20	
	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
2×2	7.1	4.4	7.9	5.0	7.9	5.0	2.9	0.6
10×10	6.7	6.3	9.0	8.1	8.7	8.5	2.0	8.3
20×20	2.2	5.0	7.8	6.6	8.4	7.5	9.4	7.5

### Литература

1. Almatani T., Hugtenburg R. P., Smakovs A. A Monte Carlo model of an agility head for a 10-MV photon beam //Journal of Taibah University for Science. 2022. Т. 16. №. 1. С. 300 – 307.
2. Monaco: Monaco Dose Calculation Technical Reference. – 2019.
3. Agility and Integrity R3.0 – Instruction for Use – Clinical Mode.
4. Agility and Integrity R3.x – Information for Treatment Planning Systems.
5. International Atomic Energy Agency. Nuclear Data Service: официальный сайт. – URL: <https://www-nds.iaea.org/phsp/photon1/>.
6. Schneider W., Bortfeld T., Schlegel W. Correlation between CT numbers and tissue parameters needed for Monte Carlo simulations of clinical dose distributions //Physics in Medicine & Biology. 2000. Т. 45. №. 2. С. 459.

РАЗРАБОТКА ЭФФЕКТИВНОГО ФОТОНЕЙТРОННОГО ИСТОЧНИКА  
ДЛЯ БОР-НЕЙТРОНОЗАХВАТНОЙ ТЕРАПИИ

Ст. преп. *Онищук Е.А.* (ИАТЭ НИЯУ МИФИ), доцент *Кураченко Ю.А.* (ИАТЭ НИЯУ), зав. каф. *Черняев А.П.*, вед. науч. сотр. *Розанов В.В.*, мл. науч. сотр. *Ким А.А.*

Бор-нейтронозахватная терапия (БНЗТ) представляет собой бинарный метод лучевой терапии, основанный на селективном накоплении стабильного изотопа  $^{10}\text{B}$  в опухолевых клетках с последующим облучением потоком нейтронов. При захвате теплового нейтрона ядром  $^{10}\text{B}$  протекает ядерная реакция  $^{10}\text{B}(n,\alpha)^7\text{Li}$ , сопровождающаяся выходом  $\alpha$ -частиц с пробегом, не превышающим диаметр клетки ( $\approx 5 - 9$  мкм), что обеспечивает эффективное повреждение злокачественной ткани при сохранности окружающих здоровых структур [1].

Несмотря на терапевтический потенциал, реализация БНЗТ долгое время была ограничена использованием исследовательских ядерных реакторов в качестве источника нейтронов.

На сегодняшний день приоритетное направление развития БНЗТ связано с созданием компактных источников нейтронов, функционирующих на основе взаимодействия ускоренных пучков заряженных частиц с мишенями.

В настоящей работе проведено комплексное расчетное исследование характеристик нейтронных полей, получаемых с помощью ускорителя электронов на основе двухступенчатой генерации:  $e^- \rightarrow \gamma \rightarrow n$  [2]. Образование нейтронов происходит в реакциях  $Ga(\gamma,n)$ .

Моделирование методом Монте-Карло выполнялось для конфигурации с энергией электронов 35 МэВ и током 4 мА. Рассматривалась многослойная сборка, включающая вольфрам-галлиевую мишень, свинцовый коллиматор, замедлитель из дифторида свинца и борированный полиэтилен для конверсии быстрых нейтронов в эпитепловой диапазон ( $0.5 \text{ эВ} < E_n < 10 \text{ кэВ}$ ), оптимальный для нейтронозахватной терапии.

Основные результаты моделирования:

Получены спектры нейтронов на выходе из коллиматора, оценен вклад быстрой ( $E_n > 10$  кэВ) и тепловой компонент, требующих подавления для минимизации повреждения кожи и поверхностных тканей.

Проведен расчет распределения поглощенных доз в тканеэквивалентном фантоме. Дифференцированы компоненты дозы: доза от продуктов реакции  $^{10}\text{B}(n,\alpha)$ , доза от быстрых нейтронов, доза от гамма-излучения на водороде  $^1\text{H}(n,\gamma)^2\text{H}$  и доза от гамма-фона установки.

Сравнительный анализ подтвердил, что оптимизированная ускорительная система обеспечивает плотность потока эпитепловых

нейтронов на уровне  $>10^9 \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$  при минимальном содержании быстрой и гамма-компонент, что соответствует рекомендациям МАГАТЭ для установок БНЗТ [3].

### **Литература**

1. Suzuki M. Boron neutron capture therapy (BNCT): a unique radiation therapy // *International Journal of Radiation Oncology*. 2020.
2. Ускоритель электронов для нейтронозахватной терапии и производства радиофармпрепаратов / Ю. А. Кураченко, Е. А. Онищук // *Ильинские чтения 2022: Сборник материалов школы-конференции молодых учёных и специалистов*, Москва, 06 – 07 октября 2022 года. Москва: ГНЦ РФ - ФМБЦ им. А.И. Бурназяна, 2022. С. 108 – 109.
3. IAEA quality factors for BNCT of deep tumours. *Nature Scientific Reports*. 2024; Table 1. doi:10.1038/s41598-024-73458-w

**Подсекция:**  
**НАУКИ О ЗЕМЛЕ**

Сопредседатели:  
профессор М. А. Носов, профессор В.Б. Смирнов,  
профессор В.Б. Лапшин

## ВЛИЯНИЕ ПЕРЕРЫВОВ ОСАДКОНАКОПЛЕНИЯ НА СОХРАННОСТЬ ПАЛЕОМАГНИТНОЙ ЗАПИСИ

Аспирант *Ушаков Д.А.*

Осадочные разрезы являются одним из основных источников информации об эволюции геомагнитного поля, однако содержащаяся в них магнитостратиграфическая запись может быть существенно искажена вследствие размывов и перерывов осадконакопления. По оценкам, потери осадочной летописи могут достигать 90% геологического времени. Дополнительное искажение возникает при дискретном отборе палеомагнитных образцов, в результате которого формируется конечный магнитостратиграфический разрез. Цель настоящей работы — количественно оценить влияние перерывов различной длительности и детальности опробования на сохранность магнитостратиграфической записи и точность реконструкции исходного геомагнитного сигнала.

Для решения поставленной задачи выполнено численное моделирование. Генерировались модельные разрезы длительностью 5 млн лет при двух режимах инверсионной активности геомагнитного поля — 4 и 20 инверсий на миллион лет [1, 2]. Длительность переходных зон принималась равной 10 тыс. лет. Перерывы осадконакопления моделировались с равномерным и пуассоновским распределением длительностей [3] при суммарных потерях разреза от 10 до 90%. Для каждого набора параметров выполнялось 1000 реализаций. Оценивались доли потерянных магнитозон, полностью утраченных переходных зон и уменьшение мощности переходных зон. На следующем этапе моделировалось дискретное опробование разрезов с различной плотностью отбора (от 50 до 500 образцов).

Полученные результаты показывают, что кратковременные перерывы осадконакопления, длительность которых значительно меньше средней длительности магнитозон, практически не нарушают магнитостратиграфическую последовательность даже при экстремальных потерях разреза: при 90% суммарных потерь сохраняется до 95 – 98% магнитозон, что исключает возможность объяснения длительных интервалов одной полярности лишь диастемами и указывает на их вероятную связь с реальными эпохами без инверсий. Существенные потери (10 – 40%) возникают только при перерывах, сопоставимых по длительности с магнитозонами, причём они усиливаются при высокой частоте инверсий, тогда как характер распределения длительностей перерывов играет второстепенную роль. Переходные зоны в большинстве случаев сохраняются даже при больших потерях разреза, хотя их мощность уменьшается; их полное исчезновение возможно лишь в отдельных реализациях при длительных перерывах. Дискретное опробование дополнительно снижает полноту реконструкции: при умеренной плотности отбора потери магнитозон достигают 15 – 18%, при редком

отборе фиксируется лишь около четверти исходных зон, а увеличение плотности эффективно лишь до уровня  $\sim 3 - 4$  образцов на магнитозону, после чего прирост информации становится незначительным; выявление переходных зон требует сплошного отбора.

### Литература

1. Gallet Y., Pavlov V., Korovnikov I. Extreme geomagnetic reversal frequency during the Middle Cambrian as revealed by the magnetostratigraphy of the Khorbusuonka section (northeastern Siberia) // Earth and Planetary Science Letters. 2019. V. 528. P. 115823.
2. McFadden P. L., Merrill R. T. Evolution of the geomagnetic reversal rate since 160 Ma: Is the process continuous? // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 2000. V. 105. No. B12. P. 28455 – 28460.
3. Denham C. R. Statistical sedimentation and magnetic polarity stratigraphy // In: Catastrophes and Earth History: The New Uniformitarianism. 1984. P. 101–112.

## ОСОБЕННОСТИ ВУЛКАНИЧЕСКИХ РОЕВ В ПЕРИОДЫ ИНТРУЗИЙ

Аспирант Греков Е.М.

Интрузия – это внедрение магмы в горные породы под давлением, часто наблюдающееся перед извержениями и во время них. Это явление представляет интерес не только как прогностический признак извержений, но и как инструмент для анализа сейсмического отклика среды на такое воздействие. Известно, что интрузии часто сопровождаются вулканическими роями – специфическим режимом сейсмичности, характеризующимся высокой плотностью событий в ограниченном пространстве и времени без выраженного основного толчка [Glazner, McNutt, 2021]. В отличие от тектонической сейсмичности, такой режим часто сопровождается как аномально высокими значениями (более 1.8) наклона графика повторяемости *b-value*, так и довольно низкими (менее 0.8) [Roberts et al., 2015], причины такой вариативности остаются дискуссионными.

В данной работе проанализирован ряд вулканических роев, наблюдавшихся в периоды интрузий перед извержениями вулканов, находящихся в различных условиях (субдукционные зоны, рифтовые зоны, «горячие точки»). Из общего набора удалось выделить группу роев, объединенных общими признаками: более длительная фаза активизации по сравнению с фазой спада, постепенный рост максимальных магнитуд и числа событий от начала роя, наиболее выраженная левая асимметрия высвобождения энергии. Также показано, что с роями такого типа связана временная аномалия *b-value*: значение меняется от очень высоких, в начале роя (более 1.8) к «тектоническому» (около 1) или умеренно повышенному (около 1.5) в

конце. В большинстве случаев такие рои завершают предэруптивную фазу. Исключение составляют вулканы в зонах тектонического растяжения, где данный тип роев не наблюдается.

В [Glazner, McNutt, 2021] предложена концепция, в рамках которой из статистики толщин геологических даек авторам удалось смоделировать характерное высокое значение *b-value* ( $\sim 1.7$ ), однако она не объясняет спад значения к концу роя. Также был предложен ряд моделей, связывающих возникновение вулканических роев с интрузией [Roman, Cashman, 2006]. В контексте данной работы наиболее интересной кажется модель Хилла [Hill, 1977], которая описывает вулканический рой как проявление разрушения перемычек в эшелоне даек. Она же является важной в концепции из работы [Glazner, McNutt, 2021]. В нашем случае такая модель позволяет объяснить изменения *b-value* в рамках физики переходных режимов [Смирнов, Пономарев, 2020], для которых характерен постепенный переход разрушения от малых масштабов к более крупным. Тогда отсутствие подобных роев в зонах тектонического растяжения, вероятно, обусловлено тем, что внедрение магмы происходит по уже раскрытым трещинам при меньшем сопротивлении среды, и в таких условиях механизм разрушения «перемычек» по модели Хилла не реализуется.

Работа выполнена при поддержке проекта Российского научного фонда №25-17-00094

### Литература

1. Смирнов В.Б., Пономарев А.В. Физика переходных режимов сейсмичности. М.: РАН. 2020. 412 с. ISBN 978-5-907036-90-1
2. Glazner A. F., McNutt S. R. Relationship between dike injection and *b-value* for volcanic earthquake swarms. // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2021, 126, e2020JB021631. <https://doi.org/10.1029/2020JB021631>
3. Hill D.P. A model for earthquake swarms. // *Journal of Geophysical Research*. 1977. 82. 1347-1352.
4. Roberts N.S., Bell A.F., Main I.G. Are volcanic seismic *b-values* high, and if so when? // *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, Volume 308, 2015, Pages 127-141, ISSN 0377-0273, <https://doi.org/10.1016/j.jvolgeores.2015.10.021>.
5. Roman D.C., Cashman K.V. The origin of volcano-tectonic earthquake swarms. // *Geology*. 2006. 34 (6). 457–460. doi: <https://doi.org/10.1130/G22269.1>

## КЛАССИФИКАЦИЯ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ КЛЮЧЕВСКОЙ ГРУППЫ ВУЛКАНОВ ПО СООТНОШЕНИЯМ МАГНИТУД

Аспирант *Молокова А. П.*, к.ф.-м.н. *Скоркина А. А.*,  
профессор *Смирнов В. Б.*

Объектом настоящего исследования выступает вулканическая сейсмичность Ключевской группы вулканов (КГВ) – одной из крупнейших и наиболее активных вулканических структур Земли, формирование которой связано с процессами в зоне субдукции и генерацией магм на границе плит [1, 2]. Вулканические землетрясения традиционно разделяют на два основных типа: длиннопериодные (ДП) и вулкано-тектонические (ВТ). Такие события локализованы в пределах вулканов или в их окрестности, обусловлены вулканическими процессами и отличаются от тектонических как механизмами генерации, так и характеристиками сейсмических сигналов [3]. Для идентификации типов событий в работе использовался подход, основанный на оценке соотношения спектральных амплитуд в низко- и высокочастотном диапазонах: для ДП землетрясений были выбраны диапазоны частот 1-3 Гц, для ВТ событий – 4-11 Гц.

В основе проведенного анализа лежат волновые формы, зарегистрированные в ходе временного сейсмического эксперимента KISS (Klyuchevskoy Investigation – Seismic Structure of an Extraordinary Volcanic System), реализованного в 2015–2016 гг. в районе Ключевской группы вулканов [4, 5]. Для каждого из выделенных типов вулканических землетрясений выполнялось определение моментных магнитуд и магнитуд по длительности. Оценка моментных магнитуд производилась на основе метода, связывающего уровень низкочастотной площадки амплитудного спектра объемных волн на нулевой частоте с величиной сейсмического момента [6]. Для расчета магнитуд по длительности был разработан автоматизированный алгоритм, в котором момент вступления волны Р определяется по методу Аллена [7], а окончание сигнала фиксируется путем анализа сглаженной огибающей. Применение такого подхода позволяет устойчиво оценивать среднюю длительность сигнала по группе станций, минимизируя влияние шумовых выбросов.

На основе полученных данных проведен сопоставительный анализ моментных магнитуд, магнитуд по длительности и локальных магнитуд, рассчитанных Камчатским филиалом ФИЦ ЕГС РАН. Результаты сравнения представлены на рисунке 1, иллюстрирующем распределения соотношений между различными типами магнитуд.

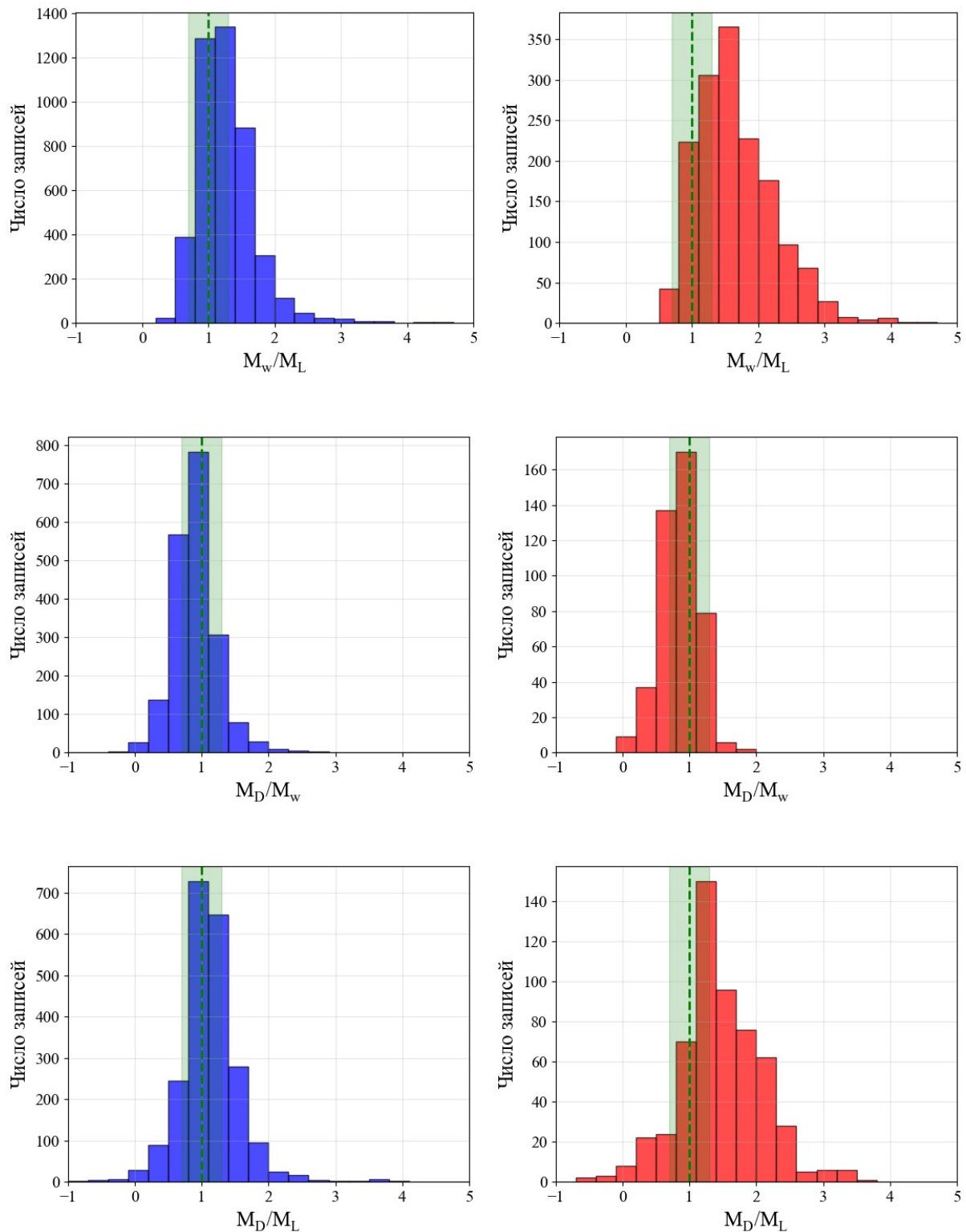


Рис. 1. Распределение отношений магнитуд для ВТ и ДП событий. Синие столбцы – вулcano-тектонические землетрясения, красные столбцы – длиннопериодные землетрясения. Зеленая пунктирная линия – идеальное соответствие (значение 1.0). Зеленая полупрозрачная область – диапазон приемлемого соответствия ( $\pm 0.3$  от идеального значения).

Установлено, что распределения отношений  $M_D/M_L$  и  $M_w/M_L$ , особенно в группе длиннопериодных событий, не подчиняются нормальному закону, что свидетельствует о систематическом занижении локальной магнитуды  $M_L$  для таких событий. При этом оценки моментной магнитуды демонстрируют меньшую устойчивость для слабых землетрясений: в категории  $M_w \leq 1.0$  надежная оценка была получена лишь для одного события, тогда как магнитуда по длительности  $M_D$  была определена для 29 событий в том же диапазоне. Для уровня  $M \leq 1.25$  количество оценок  $M_w$  составило 11, а  $M_D$  – 58. В этой связи магнитуда по длительности оказывается более универсальным инструментом для оперативного мониторинга вулканической активности.

Анализ отношений  $M_L/M_w$  и  $M_L/M_D$  также выявил значительное отклонение от единицы, что указывает на выраженное смещение классической шкалы локальной магнитуды, основанной на максимуме амплитуды, относительно других магнитудных шкал. В среднем для пары  $M_w$ - $M_L$  величина недооценки составляет около 1.1 единицы. Данный эффект ранее отмечался и для других вулканических регионов [3, 8] и объясняется различиями в спектральном составе и механизмах очагов длиннопериодных событий. Для вулкано-тектонических землетрясений, напротив, все три типа магнитуд  $M_w$ ,  $M_D$ ,  $M_L$  демонстрируют хорошую взаимную корреляцию.

### Литература

1. Gordeev E.I., Koulakov I.Y., Shapiro N.M. The magma feeding system of the Klyuchevskaya Group of volcanoes (Kamchatka) // *Doklady Earth Sciences*. 2020. V. 493. P. 627–631.
2. Portnyagin M., Bindeman I., Hoernle K., Hauff F. Geochemistry of primitive lavas of the Central Kamchatka Depression: magma generation at the edge of the Pacific Plate // *Geophysical Monograph-American Geophysical Union*. 2007. V. 172. P. 199–239.
3. McNutt S.R., Roman D.C. Volcanic seismicity // in: *The Encyclopedia of Volcanoes*. 2015. P. 1011–1034.
4. Shapiro N.M., Sens-Schönfelder C., Lühr B., Weber M., Abkadyrov I., Koulakov I., Jakovlev A., Kugaenko Y.A., Saltykov V. Klyuchevskoy volcanic group experiment (KISS): Supplemental Data of the passive seismological measurement // *GFZ Data Services*. 2021.
5. Шапиро Н.М., Гордеев Е.И., Абкадыров И.Ф., Кулаков И.Ю., Яковлев А.В. Широкомасштабный полевой сейсмологический эксперимент для изучения Ключевской группы вулканов // *Вестник ДВО РАН*. 2017. № 1(191). С. 75–78.
6. Keilis-Borok V.I. Investigation of the Mechanism of Earthquakes // *Soviet Research in Geophysics (English translation)*. 1960. V. 4. № 29. 201 pp.
7. Allen R.V. Automatic earthquake recognition and timing from single traces // *Bulletin of the Seismological Society of America*. 1978. V. 68. P. 1521–1532.

8. Chouet B.A., Matoza R.S. A multi-decadal view of seismic methods for detecting precursors of magma movement and eruption // Journal of Volcanology and Geothermal Research. 2013. V. 252. P. 108–175.

### ОСОБЕННОСТИ ФЛЮИДНОЙ ИНИЦИАЦИИ СЕЙСМИЧЕСКИХ РОЕВ (ПО НАТУРНЫМ И ЛАБОРАТОРНЫМ ДАННЫМ)

*Асс. Потанина М.Г.*

В работе представлен комплексный анализ особенностей флюидной инициации невулканических сейсмических роев на основе сопоставления натуральных данных и лабораторного моделирования [1]. Актуальность исследования обусловлена необходимостью уточнения физических механизмов и закономерностей флюидной инициации невулканических сейсмических роев.

**Введение.** Накопленные к настоящему времени натурные и экспериментальные данные показывают, что флюиды могут играть существенную роль в иницировании и модуляции сейсмической активности [2-5]. Под флюидом понимается любое нетвердое вещество, заполняющее поры и трещины в горных породах: вода и водные растворы, газы, а также магматические расплавы. При этом остаётся открытым ряд существенных вопросов: при каких условиях поступление флюида в напряжённо-деформированную среду приводит к возникновению сильного землетрясения, в каких случаях реализуется режим слабой роевой активности, когда флюид способствует релаксации напряжений без заметной сейсмичности, а когда его влияние практически не проявляется.

На основе натуральных и экспериментальных данных можно выделить по меньшей мере три механизма флюидной инициации разрушения среды: увеличение напряжений за счёт поверхностной нагрузки (вода, снег, масса водохранилища); изменение порового давления при движении флюида в недрах и его диффузионное распространение по разломной сети; изменение физико-химических свойств контактов (эффект Ребиндера [6] и родственные явления), приводящее к снижению прочности пород. Во всех этих случаях флюид выступает как внешний по отношению к тектоническому процессу фактор, способный переводить систему из метастабильного состояния к неустойчивому.

Современные исследования флюидной инициации сейсмичности демонстрируют значительные достижения в понимании отдельных механизмов, однако остается проблемой идентификация доминирующих факторов в условиях конкурирующих механизмов: для природных сейсмических роев невозможно однозначно определить, является ли инициатором изменение порового давления, химическое взаимодействие или поверхностная

нагрузка [7]. Отсутствие четких критериев для различения этих механизмов затрудняет прогнозирование сейсмического отклика в регионах флюидного воздействия.

В многочисленных случаях влияние флюида проявляется в виде особого сейсмического режима — сейсмических роев. Под роем обычно понимают группу землетрясений, локализованную в ограниченном объёме, характеризующуюся повышенным уровнем активности по сравнению с фоном и не имеющую выраженного главного события. Роевая активность представляет собой яркий индикатор протекающих в земной коре процессов, развивающихся в интервалах времени от часов до месяцев и сопровождающихся локальной переорганизацией напряжённого и поровотрещинного состояния. Для вулканических роев флюидная природа очевидна, тогда как для невулканических роев флюидный механизм широко обсуждается.

Несмотря на большое количество наблюдений, детальные исследования вариаций параметров сейсмического режима в процессе развития роев (в частности, совместной динамики активности и параметра  $b$ -value) остаются фрагментарными. Основное внимание традиционно уделялось пространственно-временной структуре роев, тогда как их энергетические характеристики изучены значительно меньше. Лабораторное моделирование сейсмического режима при флюидной инициации показывает, что даже слабое внешнее флюидное воздействие на нагруженный образец способно инициировать каскад микроразрушений, воспроизводящий основные черты природных сейсмических роев.

Для преодоления указанных ограничений натуральных наблюдений и верификации гипотез о физических механизмах флюидной инициации проведен комплексный подход, объединяющий анализ статистических параметров природных роев с результатами контролируемого лабораторного моделирования. Натурные данные обеспечили репрезентативность и геологическую значимость результатов, однако не позволили изолировать отдельные факторы воздействия. Лабораторные эксперименты, в свою очередь, дали возможность варьировать параметры флюидного воздействия, напряжённое состояние и свойства среды в управляемых условиях, что позволило выявлять закономерности, недоступные прямому наблюдению в недрах. Сопоставление энергетических и кинематических характеристик сейсмических и акустических роев не только подтвердило флюидную природу невулканических роев, но и позволило дифференцировать физические механизмы их инициации по комплексу признаков: миграции очагов, временной задержке отклика, динамике наклона графика повторяемости.

**Объекты и методы исследования.** В качестве объектов исследования выбраны две геологические системы, репрезентативные для различных механизмов флюидной инициации сейсмичности, дополненные их лабора-

торными моделями. Коринфский рифт (Греция) представляет собой типичную природную рифтовую систему, где сейсмические рои возникают в условиях взаимодействия тектонических напряжений и миграции флюидов. Район водохранилищ Койна-Варна (Индия) является классическим примером техногенно-индуцированной сейсмичности с полувековой историей наблюдений, демонстрирующим как немедленную реакцию на изменение уровня воды, так и отсроченные эффекты, связанные с диффузией порового давления. Лабораторные модели нагруженных образцов искусственных и горных пород с контролируемым внесением флюидов обеспечивают возможность исследования физических механизмов инициации разрушения в изолированных условиях.

В работе применялись общепринятые методы анализа сейсмических каталогов и сигналов акустической эмиссии, а также предложена модифицированная методика оценки наклона графика повторяемости. Разработана модифицированная методика оценки наклона графика повторяемости (*b*-value) для дважды цензурированного экспоненциального распределения [8], позволяющая устранить смещение оценок при анализе нестационарных режимов в скользящих окнах. Стандартная оценка методом максимального правдоподобия для не группированной выборки, цензурированной снизу по представительной магнитуде, оказывается смещённой, если применять её к нестационарному сейсмическому режиму. Для устранения этого эффекта в работе использована оценка максимального правдоподобия для дважды цензурированного экспоненциального распределения [8].

Расчёт параметров сейсмичности (активность, фрактальная размерность гипоцентров  $d$ , пространственный размер роя  $L$ , комплексный параметр  $q = 2b - d$ ) выполнена в единых временных выборках при строгом контроле представительной магнитуды. Активность рассчитана как отношение числа событий к интервалу времени; фрактальная размерность оценена через корреляционный интеграл; пространственный размер роя определен через радиус гирации. Для анализа сезонных компонент наведённой сейсмичности применено усреднение помесечных данных по многолетним периодам.

Лабораторные эксперименты по моделированию флюидной инициации разрушения проводились на разных образцах (гранит, песчаник, бетон) с регистрацией акустической эмиссии (АЭ) при различных способах воздействия: поверхностное увлажнение, ступенчатое нагнетание флюида под давлением (1–2.6 МПа), пропускание электрического тока через насыщенные образцы (60–1500 В, 100–600 с). Эксперименты различались по материалу и состоянию образцов (сухие или насыщенные водой, нагруженные механически или разгруженные), что позволило воспроизвести три сценария флюидной инициации: диффузионное проникновение без избыточного давления, инъекция с повышением порового давления, и термическое расширение флюида.

**Основные результаты и перспективы работы.** В результате выполненного цикла исследований получены следующие результаты:

1. Установлена противофазная динамика наклона графика повторяемости и сейсмической (акустической) активности в роях, инициированных флюидным воздействием (например, рис.1). Снижение *b*-value на стадии роста активности соответствует сценарию лавинно-неустойчивого трещинообразования [9] и подтверждает триггерную природу флюидной инициации. Невулканические сейсмические рои, инициированные флюидом, демонстрируют противофазную динамику изменения наклона графика повторяемости и сейсмической активности. Такое развитие сейсмических роев аналогично сценариям подготовки очагов сильных землетрясений и соответствует физической модели лавинно-неустойчивого трещинообразования, что подтверждает гипотезу о триггерной природе флюидной инициации сейсмических роев: флюиды выступают как триггерный фактор, инициирующий стандартный физический сценарий развития трещинообразования в горных породах. Лабораторные исследования подтверждают этот вывод.

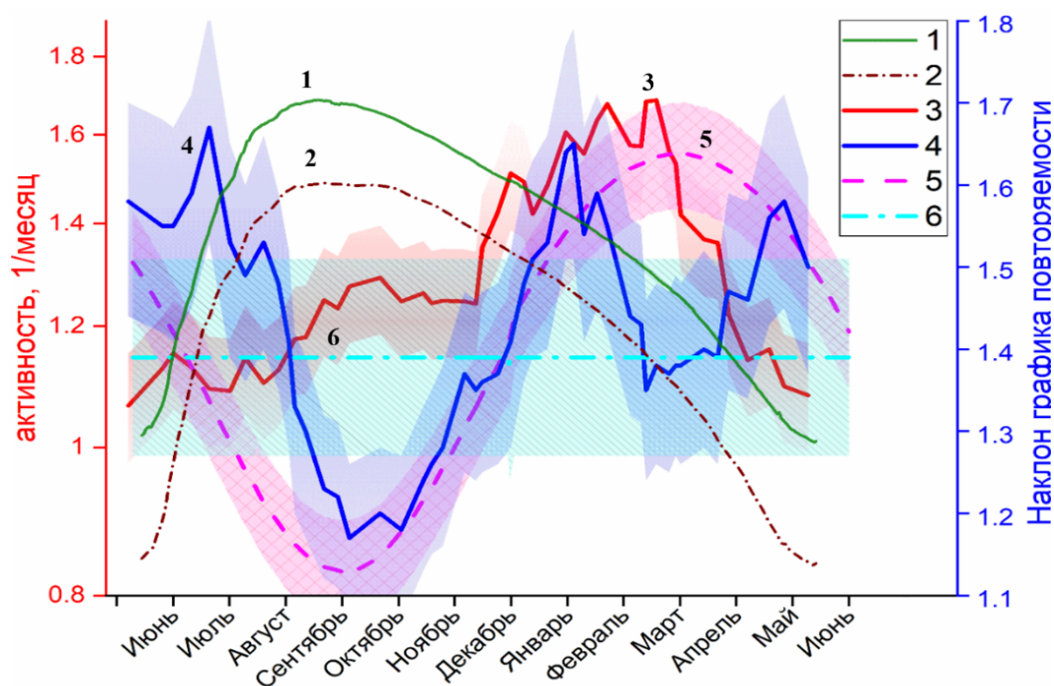


Рис. 1. Оценки активности и наклона графика повторяемости в годовом цикле. Уровень воды в водохранилищах: 1 – Койна, 2 – Варна. Активность по данным сейсмического (3) и случайного синтетического (5) каталога. Наклон графика повторяемости по данным сейсмического (4) и случайного синтетического (6) каталога

2. Выявлена зависимость временной задержки между началом флюидного воздействия и максимумом активности от степени предварительной обводнённости среды. В лабораторных экспериментах задержка отклика

АЭ в сухих образцах совпадает с характерным временем насыщения порового пространства, тогда как в предварительно насыщенных образцах задержка сокращается в 3–10 раз за счёт более быстрой пороупругой передачи давления. При сезонных изменениях гидрологического режима реализуются два режима флюидной инициации сейсмических роёв: немедленный – за счёт прямого нагрузочного воздействия и роста порового давления, и задержанный – вследствие диффузионного проникновения флюида в среду. Лабораторное исследование показало, что доминирование того или иного механизма определяется степенью предварительной обводнённости среды. Согласно полученным данным, время задержки между началом флюидного воздействия и максимумом акустической активности определяется степенью насыщенности порового пространства. Для первичного внедрения флюида в сухую породу задержка практически совпадает с характерным временем обводнения порового пространства. В предварительно насыщенной среде задержка сокращается в 3–10 раз, что связано с гораздо более быстрой пороупругой передачей давления флюида.

Стоит отметить, что кроме временной зависимости активности от степени обводнения среды поставлен вопрос и об энергетической зависимости: в обводненной среде магнитуда землетрясений меньше, чем в сухой? Обсуждается двойственная роль флюидного воздействия: с одной стороны флюиды вызывают сейсмические рои и сильные землетрясения, с другой стороны, ограничивают магнитуду возможных землетрясений.

3. Обнаружена двухфазная миграция очагов акустической эмиссии при диффузионном проникновении флюида без избыточного давления: начальная медленная фаза ( $\sim 3\text{--}4 \times 10^{-9}$  м<sup>2</sup>/с), определяемая скоростью диффузии, и последующая ускоренная фаза, отвечающая лавинному развитию разрушения вдоль оси максимальных напряжений (рис. 3). Миграция сейсмической/акустической активности является характерным признаком роёв, инициированных флюидом. В экспериментальной серии с диффузионным проникновением воды в сухой образец (без роста порового давления) наблюдалась двухстадийная миграция очагов акустической эмиссии. Вначале, при обводнении образцов, активность источников последовательно распространялась от точки увлажнения к центру образца с относительно небольшой скоростью, определяемой скоростью диффузии воды. Затем, при достижении фронта флюида области с максимальными напряжениями вдоль оси образца, миграция происходила с высокой скоростью, отвечающей лавинному развитию процесса разрушения. В динамике наведенной сейсмичности в области Койна-Варна также отмечались две стадии миграции сейсмической активности: связанные с диффузией флюида и более быстрой миграцией вдоль образовавшегося разлома.

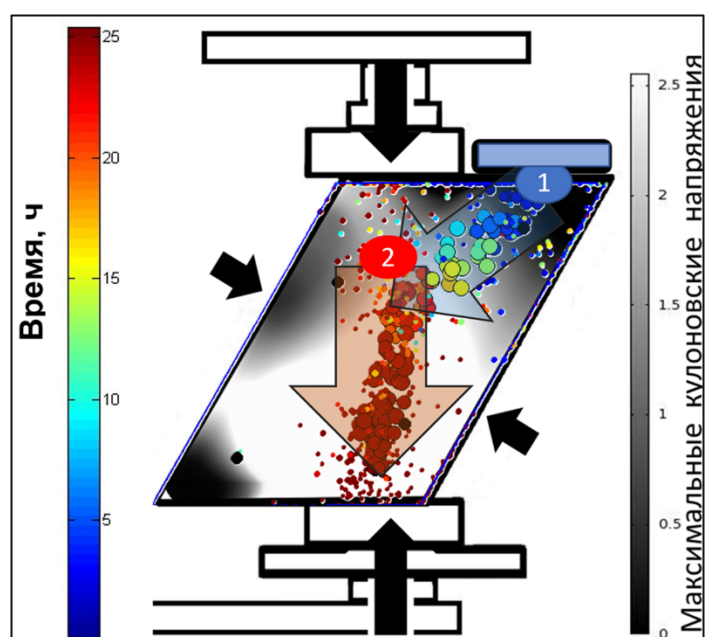


Рис. 2. Схема образца в установке. Серый цвет - величина максимальных кулоновских напряжений. Маркеры - положение акустических событий (цветом показано время с начала заполнения резервуара). Стрелки I и 2 - схема миграции акустической эмиссии

4. При термически опосредованной инициации (нагрев флюида за счёт джоулева тепла при воздействии электрическим током) зафиксировано резкое усиление акустической активности (в 10–30 раз) без значимых изменений  $b$ -value, без задержек и без пространственной миграции, что отличает данный механизм от диффузионного и инъекционного сценариев. При пропускании тока поровый флюид в образце нагревался за счёт джоулева тепла. Даже при сравнительно небольшой мощности (1–5 Вт) и длительности импульса 100–600 с. наблюдалось резкое усиление акустической эмиссии (в 10–30 раз), сопровождавшееся ростом радиальной деформации образца и увеличением осевых напряжений. Рост акустической эмиссии согласуется с гипотезой о расклинивающем воздействии расширяющегося при нагреве флюида. По оценкам, температура поровой жидкости повышалась, что вызывало её тепловое расширение и рост порового давления. Важное отличие данной серии опытов от предыдущих – отсутствие значимых изменений  $b$ -value. Хотя акустическая активность возрастала на порядки, распределение событий акустической эмиссии по энергии оставался практически неизменным. Это не триггерный механизм, а прямое разрушение, что также подтверждается как отсутствием задержки между максимум акустической эмиссии и началом воздействия, так и отсутствием миграции источников акустической активности.

Развитые методические подходы и установленные закономерности открывают перспективы для диагностики механизмов роевой сейсмичности в реальном времени, оценки потенциала флюид-индуцированных землетря-

сений и оптимизации стратегий мониторинга в сейсмоопасных регионах. Дальнейшие исследования могут быть направлены как на расширение базы лабораторных экспериментов с варьированием литологического состава, напряжённого состояния и параметров флюидного воздействия, так и на изучение асейсмического крипа при флюидном воздействии, разработку моделей масштабирования лабораторных результатов на природные условия с учётом соотношения энергий инициирующего воздействия и запасённой упругой энергии, и на исследование влияния химических свойств флюидов на динамику разрушения для оценки роли флюид-породных взаимодействий в процессах разупрочнения и инициации сейсмичности.

### Литература

1. Потанина М.Г. Особенности флюидной инициации сейсмических роев (по натурным и лабораторным данным) // Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. 2026. С. 142.
2. Смирнов В.Б., Пономарев А.В. Физика переходных режимов сейсмичности. – М.: РАН, 2020.
3. Gupta H.K. Reservoir-induced earthquakes. – Amsterdam: Elsevier, 1992.
4. Wang C.-Y., Manga M. Earthquakes and water. – Berlin: Springer, 2010.
5. Адушкин В.В., Турунтаев С.Б. Техногенная сейсмичность – индуцированная и триггерная. – М.: ИФЗ РАН, 2015.
6. Ребиндер П.А., Щукин Е.Д. Поверхностные явления в твёрдых телах в процессах их деформации и разрушения // Успехи физических наук. – 1972. Т. 108, № 1. С. 3–42.
7. Manga M., et al. Fluid-induced seismicity: Current understanding and future challenges // Seismol. Res. Lett. – 2023. Vol. 94. P. 1245–1258.
8. Потанина М.Г., Смирнов В.Б., Бернар П. Особенности развития сейсмической роевой активности в Коринфском рифте в 2000-2005 гг. // Физика Земли. – 2011. № 7. С. 54–66.
9. Соболев Г.А. Модель лавинно-неустойчивого трещинообразования – ЛНТ // Физика Земли. 2019. № 1. С. 166–179.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ КАМЧАТСКОГО ЦУНАМИ 29 ИЮЛЯ 2025 ГОДА С УЧЁТОМ КИНЕМАТИКИ ИСТОЧНИКА

Ст. науч. сотр. *Колесов С.В.*, заведующий кафедрой *Носов М.А.*

29(30) июля 2025 г. у тихоокеанского побережья Камчатки произошло мегаземлетрясение с магнитудой 8.8Mw. Землетрясение сопровождалось формированием волн цунами с высотами залеска 12–15 м на побережье Камчатки и Северных Курильских о-вов. Максимальный залеск превысил 33 м. К настоящему времени различными научными группами создано множество вариантов источника Камчатского цунами. Далеко не все источники находятся в хорошем соответствии с данными измерений, кото-

рые получены глубоководными станциями уровня моря DART. Подавляющее большинство источников цунами строятся в предположении мгновенности формирования смещений на поверхности дна океана. С нашей точки зрения, для мегаземлетрясений с обширными очагами и, следовательно, со значительными временами вспарывания разрыва, предположение о мгновенности источника существенно ограничивает точность воспроизведения волновых форм цунами. Модель FFM USGS представляет собой одно из редких исключений. В этой модели по сейсмическим данным восстановлена кинематика формирования разрыва. Каждый сегмент поверхности разрыва характеризуется временем начала подвижки и ее продолжительностью. В настоящей работе при воспроизведении Камчатского цунами мы использовали версию FFM №5. Кинематика формирования смещений дна рассчитана с использованием формул Окада. Вклад каждого из сегментов в смещение поверхности дна вводился с учетом времени начала и продолжительности подвижки. В итоге была восстановлена кинематика формирования векторного поля смещения дна. Расчет цунами выполнялся с использованием 3D потенциальной модели CPTM. Результаты расчетов сопоставлены с волновыми формами, измеренными DART, и с результатами моделирования по длинноволновой модели с мгновенным источником. Показано, что учет кинематики формирования смещений дна позволяет получить более точное согласование лидирующих волн по временам вступления сигнала. Длинноволновая модель и мгновенный источник, по сравнению с волновыми формами DART, дают более короткие лидирующие волны с опережающим вступлением. Что касается амплитуды волн, то она оказывается переоцененной обеими моделями.

ПРИМЕНЕНИЕ ЧИСЛЕННО-АСИМПТОТИЧЕСКОГО МЕТОДА  
В ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ПАРАМЕТРИЗАЦИИ  
ВЕРТИКАЛЬНОЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ ДИФФУЗИИ И ОЦЕНКИ  
ЭМИССИЙ ЗАГРЯЗНЯЮЩИХ ПРИМЕСЕЙ В АТМОСФЕРУ

Доцент *М.А. Давыдова*, член-корр. РАН *Н.Ф. Еланский*,  
к.ф.-м.н. *С.А. Захарова*

Обеспокоенность неблагоприятными изменениями состава глобальной атмосферы и качества воздуха в городах способствовала развитию системы мониторинга атмосферы и методов численного моделирования атмосферных процессов. Существующие региональные химико-транспортные модели атмосферы типа SILAM, METI-LIS, COSMO-ART (см., напр., [1]) в целом адекватно описывают процессы переноса и химической трансформации газовых и аэрозольных примесей. Эффективность использования таких моделей определяется качеством входных данных о величине, соста-

ве, пространственном распределении и временной изменчивости эмиссий в атмосферу пассивных и химически активных примесей с городской территории, а также величине коэффициентов турбулентной диффузии. Поскольку в городах действуют около 40 типов источников, то необходимые для численных моделей эмиссии, в своем большинстве, рассчитываются по результатам лабораторных исследований и на основе косвенных сведений о городской инфраструктуре с использованием многочисленных предположений о состоянии источников, их распределении по территории и режиме работы (см., напр., [2], [3]). Существующие методы (напр., [4], [5]), направленные на определение среднегодовых эмиссий ключевых примесей с территории города по данным наблюдений их приземных концентраций, не дают значений эмиссионных потоков в данное время в данном месте, что ограничивает применение численных моделей атмосферы для решения многих актуальных задач.

В настоящей работе разработан и строго обоснован метод восстановления вертикального коэффициента турбулентной диффузии, часовых и среднесуточных эмиссий консервативных и химически активных газов и аэрозолей по данным наблюдений их концентрации на нескольких высотных уровнях в ПСА в условиях его устойчивой и нейтральной стратификации. По данным наблюдений приземной концентрации примесей на сети городских станций мониторинга загрязнения воздуха и рассчитанным параметрам вертикальной турбулентной диффузии восстановлена пространственная структура распределения эмиссий  $\text{CO}$  и  $\text{NO}_x = \text{NO} + \text{NO}_2$  на территории Москвы. Полученные на этой основе инвентаризации эмиссионных данных делают возможным моделирование любых процессов, воздействующих на состав городского воздуха.

**1. Восстановление параметров вертикальной турбулентной диффузии и эмиссионных потоков по данным высотных измерений.** Для вычисления эмиссионных потоков использовались осреднённые по 20 минутам значения концентраций  $\text{CO}$  и  $\text{NO}_x$ , измеренные в утренние часы на 4-х высотных уровнях (10, 130, 248 и 348 м) ТБ Останкино, когда поверхность земли ещё недостаточно прогрета для развития конвекции и температурная стратификация ПСА является устойчивой или нейтральной. Время восстановления средних профилей концентраций  $c_i(z, t)$ , вертикального коэффициента турбулентной диффузии  $k(z)$  и эмиссионных потоков согласовано с временем стационарирования эмиссий и устойчивости атмосферы в утренние часы. В течение года этот временной интервал приблизительно равен 7.20–9.40 ч, но с учётом изменчивости средних профилей  $k(z)$  и эмиссий временные интервалы для расчётов в данной работе укорочены в среднем от 40 мин до 80 мин. Пример изменчивости среднего профиля  $k(z)$  в утренние часы для одного из отобранных дней представлен на рис. 1 а (по результатам расчётов данной работы).

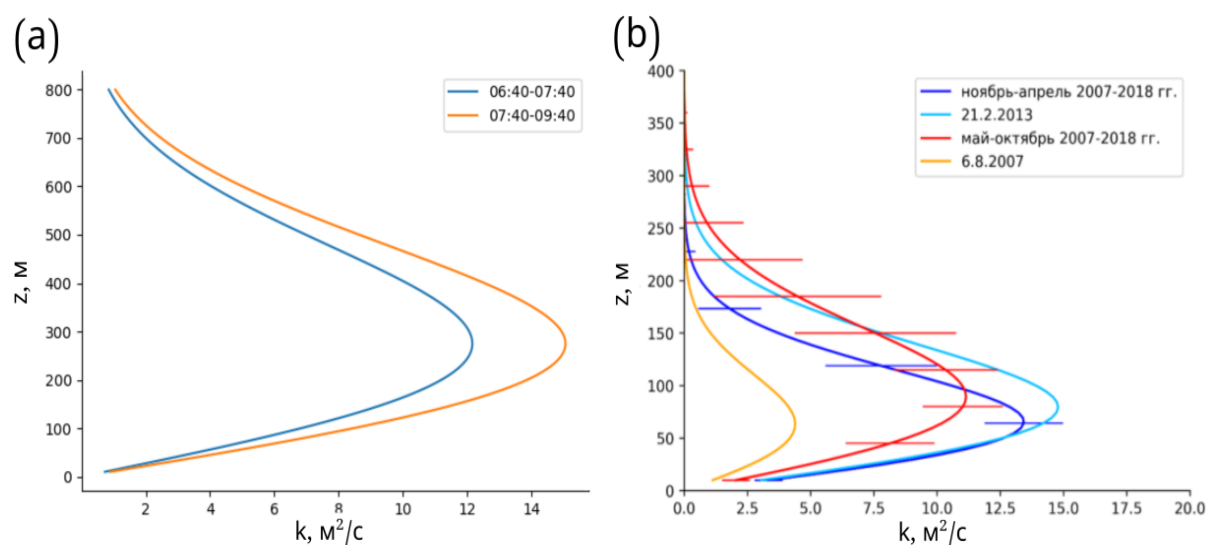


Рис. 1. (а) Средние вертикальные профили  $k(z)$  в период перехода от устойчивой стратификации ПСА (2.10.2007, 6.40–7.40 ч) к нейтральной стратификации (2.10.2007, 7.40–9.40 ч). (б) Средние для теплого и холодного сезонов за период 2007–2018 гг. и отдельно восстановленные профили  $k(z)$  для устойчивой (температурная инверсия 6.8.2007 г.) и нейтральной (21.2.2013 г.) стратификации ПСА. Горизонтальными линиями отмечены допустимые погрешности для средних профилей  $k(z)$ .

Таким образом, в отдельные 40–80-минутные периоды во временном интервале с 7.20 до 9.40 ч по местному времени процесс накопления примесей в ПСА в слое 0–348 м при ветре менее 3.5 м/с близок к линейному, что говорит о стационаровании выбросов загрязняющих примесей и близости к равномерному их распределению по территории города, а также незначительному влиянию переноса загрязнений из-за пределов города [6, 7]. С учетом этого модифицированная по сравнению с [8] локальная модель для уравнения переноса, описывающая вертикальную стратификацию  $i$ -й примеси в ПСА в утренние часы при условиях близких к штилю имеет следующий вид:

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( k(z) \frac{\partial c_i}{\partial z} \right) - \gamma^i (c_i - c_0^i), \quad z_0 < z < L, \quad 0 < t \leq T, \quad (1)$$

$$k(z_0) \frac{\partial c_i}{\partial z} \Big|_{z=z_0} = q_i(t), \quad \frac{\partial c_i}{\partial z} \Big|_{z=L} = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (2)$$

$$c_i(z, 0) = c_i^0(z), \quad z_0 \leq z \leq L, \quad (3)$$

где

$$k(z) = k_{\max} \frac{z}{z_{\max}} \exp \left[ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \left( \frac{z}{z_{\max}} \right)^2 \right], \quad (4)$$

— средний вертикальный коэффициент турбулентной диффузии [8],  $k_{\max}$  и  $z_{\max}$  — подлежащие восстановлению параметры турбулентной диффузии,  $c_i^0(z)$  — средняя концентрация при  $t=0$ ,  $z_0=10\text{м}$ ,  $L\approx 10^3\text{м}$  — средняя высота атмосферного пограничного слоя (характерный вертикальный пространственный масштаб),  $T\approx 2\text{ч}$  — характерный временной масштаб, принятый для городской циркуляции по классификации [9],  $q_i(t)$  — плотность потока  $i$ -й примеси, постоянная и равная  $q_i$  (эмиссия) за исключением некоторой малой окрестности  $t=0$ ,  $\gamma^i$  — скорость распада примеси. В частности,  $\gamma\approx 3.3\times 10^{-7}\text{с}^{-1}$  для СО. Смесь NOx химически активных газов NO+NO<sub>2</sub> рассматривается как консервативная примесь с эффективной скоростью распада, значение которой варьируется в приблизительных пределах от  $2.3\times 10^{-6}\text{с}^{-1}$  (зимой) до  $5.8\times 10^{-6}\text{с}^{-1}$  (летом). Для моделирования стока химически активной примеси в результате серии химических превращений может быть использован линейный сток с эффективной скоростью распада, которая может быть восстановлена (см., напр., [10]). Фоновое значение концентрации  $c_0^i$  для СО — в пределах 0.1–1 мкг/м<sup>3</sup>, для NOx — в пределах 0.01 – 0.1 мкг/м<sup>3</sup>.

Отметим, что результаты данного параграфа легко обобщаются на случай распределения в ПСА других химически активных соединений, время жизни которых может быть получено с использованием одномерной химической модели, а также аэрозолей путем учета процесса их оседания.

Полагая  $u_i = \frac{c_i c_0^i}{c_0^i} e^{\gamma^i t}$  и опуская индекс “i”, приходим к сингулярно возмущённым задачам Неймана в безразмерных переменных для уравнения следующего вида:

$$\frac{\partial u}{\partial \bar{t}} = (Pr_D Re)^{-1} \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left( A(\bar{z}) \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} \right), \quad \bar{z}_0 < \bar{z} < 1, \quad 0 < \bar{t} \leq 1, \quad (5)$$

где  $(Pr_D Re)^{-1/2} = (T \langle k \rangle)^{1/2} / L \sim 10^{-2}$ ,  $Pr_D$  — турбулентное диффузионное число Прандтля,  $Re$  — число Рейнольдса,  $\langle k \rangle := \frac{1}{(L-z_0)} \int_{z_0}^L k(z) dz$ ,  $A(\bar{z}) := k(L\bar{z}) / \langle k \rangle$ ,  $\bar{z} = z/L$ ,  $\bar{t} = t/T$ . В уравнении (5)

приблизим коэффициент следующим образом:

$$\begin{aligned} (Pr_D Re)^{-1} A(\bar{z}) &= \varepsilon^2 A(\bar{z}), & \bar{z}_0 \leq \bar{z} \leq z^m, \\ (Pr_D Re)^{-1} A(\bar{z}) &< \varepsilon^2, & z^m < \bar{z} \leq 1, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\varepsilon \sim 10^{-2}$ , значение  $z^m > z_{\max} L^{-1}$ , причем  $A(z^m) = 1$ .

В случаях распределений CO и NOx построены асимптотики решений соответствующих задач Неймана для уравнения (5), (6) и оценена точность такой аппроксимации при  $\varepsilon \sim 10^{-2}$ . С использованием асимптотик получены параметризации высотных профилей концентраций, устанавливающие связь между распределениями концентраций примесей (решения прямых задач) и параметрами соответствующих моделей типа (1)–(4) (параметры обратных задач). Базовыми составляющими предложенного метода являются устойчивые численные алгоритмы решения коэффициентных обратных задач для уравнения переноса (1), (4), использующие параметризации высотных профилей концентраций в сочетании с натурными данными о вертикальном распределении загрязняющих примесей в ПСА с целью восстановления параметров  $k_{\max}$ ,  $Z_{\max}$  и  $q_i$ .

Для демонстрации эффективности работы метода были выбраны данные измерений, полученные в рабочие дни недели в разные годы и сезоны: 11 дней с мая по октябрь 2007–2018 гг. (тёплый сезон без отопления) и 13 дней с ноября по апрель 2007–2018 гг. (холодный отопительный сезон). Результаты расчётов средних профилей  $k(z)$  и  $C_i(z, t)$  в случаях распределений CO и NOx для двух сезонов, а также отдельно взятые профили  $k(z)$  для дней с устойчивым ПСА (приземная инверсия 6.8.2007г.) и нейтральным ПСА (21.2.2013г.) представлены на рис. 1 б и рис. 2. Выделяется высотный уровень (примерно 100 м), ниже которого значения  $k(z)$  в холодный период значительно больше, чем в тёплый период, а выше этого уровня это соотношение меняется на противоположное. Такая особенность турбулентного перемешивания в городской атмосфере может иметь причиной только воздействие на состояние ПСА конвективных потоков тепла от отапливаемых зданий и интенсивной (особенно в утреннее время) работы автотранспорта. Роль этих потоков настолько значительна, что максимальная величина  $k(z)$ , равная  $13.4 \text{ м}^2/\text{с}$ , достигается именно в холодный период на высоте всего 65 м.

Пример восстановления среднего вертикального профиля химически активных примесей NOx демонстрирует рис. 2 б. Рассчитанный средний профиль NOx для холодного периода в пределах погрешностей совпадает с результатами измерений. Однако выделяется устойчивое превышение результатов восстановления над данными измерений на трёх нижних уровнях. Такое расхождение является следствием высокой чувствительности метода к параметризации фотохимических процессов, определяющих изменение содержания NO и NO<sub>2</sub> в ПСА.

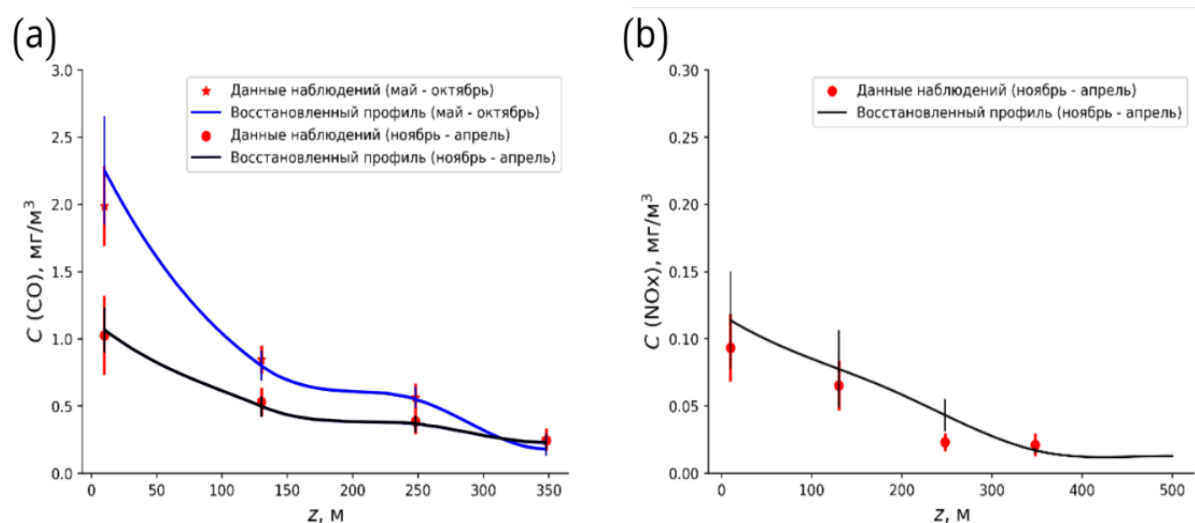


Рис. 2. Средние за 2007–2018 гг. восстановленные высотные профили (а) концентрации СО (для двух сезонов) и (б) концентрации NO<sub>x</sub> (для холодного сезона) в сравнении с данными наблюдений ( $t = 8.00$  ч). Чёрными вертикальными линиями отмечены допустимые погрешности для восстановленных средних профилей концентрации, красными линиями – допустимые погрешности для средних данных наблюдений.

С учетом среднего по Москве суточного хода приземной концентрации СО и NO<sub>x</sub> за период 2005 – 2020 гг. [6] и расчетов интегрального содержания примесей в слое 0 – 348 м по данным наблюдений на ТБ Останкино за период 2007 – 2018 гг., найдено соотношение между часовыми и среднесуточными значениями эмиссий, равное  $19.6 \pm 2.0$ . Принимая во внимание сезонную изменчивость эмиссий СО и NO<sub>x</sub> и полагая площадь Москвы равной 2200 км<sup>2</sup>, получаем оценки среднегодовых за 2007 – 2018 гг. объемов выбросов СО и NO<sub>x</sub> с территории Москвы (см. табл. 1).

**Таблица 1.** Среднесуточные значения потоков  $Q(\text{CO})$  и  $Q(\text{NO}_x)$  для тёплого и холодного сезонов и среднегодовой объём выбросов СО и NO<sub>x</sub> за 2007–2018 гг.

Период	$Q_{\text{сут}}, \frac{\text{г}}{\text{м}^2 \cdot \text{сутки}}$	$Q_{\text{сут}}, \frac{\text{г}}{\text{м}^2 \cdot \text{сутки}}$	$Q_{\text{год}}, \frac{\text{Ггр}}{\text{год}}$	$Q_{\text{год}}, \frac{\text{Ггр}}{\text{год}}$
	(СО)	(NO <sub>x</sub> )	(СО)	(NO <sub>x</sub> )
Тёплый	$1.3 \pm 0.3$	$0.14 \pm 0.04$	$402 \pm 121$	$55 \pm 16$
Холодный	$0.7 \pm 0.2$	$0.11 \pm 0.03$	$281 \pm 80$	$40 \pm 12$
Год	$1.0 \pm 0.4$	$0.13 \pm 0.05$	$683 \pm 145$	$95 \pm 20$

**2. Восстановление пространственной структуры эмиссий по данным измерений приземной концентрации.** По данным измерений приземной концентрации примесей на сети городских станций мониторинга загрязнения воздуха и рассчитанным параметрам вертикальной турбулентной диффузии восстановлена пространственная структура распределения эмиссий CO (см. рис. 3) и  $\text{NO}_x = \text{NO} + \text{NO}_2$  на территории Москвы с учетом сезонной изменчивости.

Исследование выполнено в рамках государственных заданий Института физики атмосферы имени А.М. Обухова РАН (регистрационный номер темы 1022041800069-7-1.5.9 (РК 125020501413-6)) и МГУ имени М.В. Ломоносова.

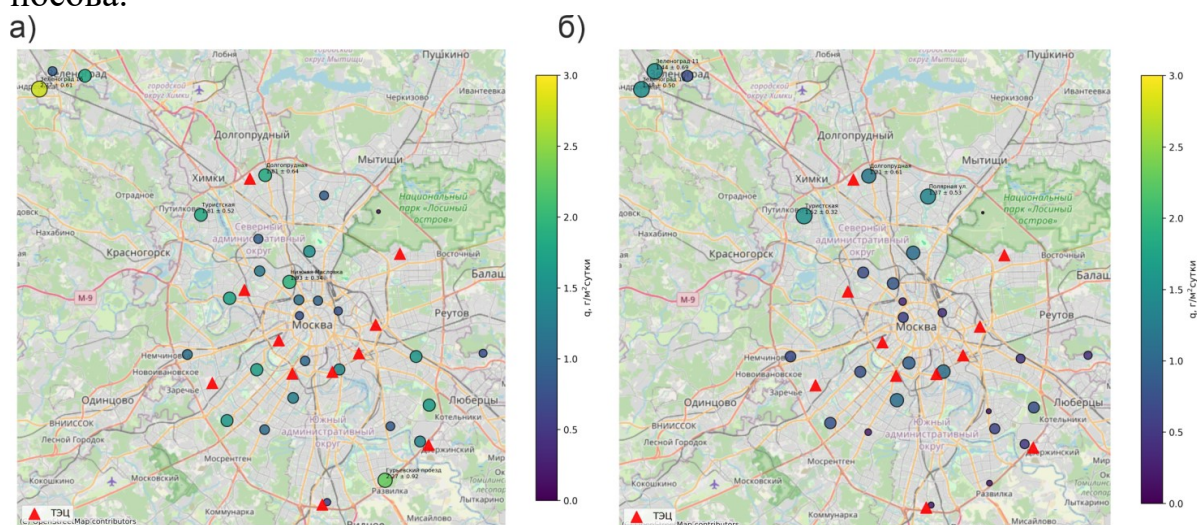


Рис. 3. Распределение средних за 2007-2018 гг. эмиссий CO с территории Москвы: (а) полугодие без отопления (теплый сезон); (б) полугодие с отоплением (холодный сезон)

## Литература

1. Ponomarev N., Yushkov V., Elansky N. // Atmosphere. 2021. 12 (3) P. 374–374.
2. Elansky N., Ponomarev N., Verevkin Y. // Atm. Env. 2018. 175 (2) P. 54–64.
3. Kuenen J. J., Visschedijk A. J.H., Jozwicka M., e.a. // Atmos. Chem. Phys. 2014. 14. 10. 963–10 976.
4. Stremme W., Grutter M., Rivera C., e.a. // Atmos. Chem. Phys. 2013. 13 (3). 1357–1376.
5. Zakharova S.A., Elansky N.F., Verevkin Y.M., Davydova M.A. // Doklady Earth Sciences. 2022. 504 (1). P. 326–331.
6. Elansky N. // Urban Climate. 2014. 8. Pp. 42–56.
7. Еланский Н.Ф., Шилкин А.В., Пономарев Н.А., е. а. // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2022. 58 (1). С. 92–108.
8. Davydova M.A., Elansky N.F., Zakharova S.A. // Doklady Earth Sciences. 2020. 490 (2). P. 92–96.

9. Orlandi I. //Bulletin of the American Meteorological society. May 1975. 56 (5). P. 527–530.
10. Zakharova S.A., Davydova M.A., Lukyanenko D.V. // Inverse Problems in Science and Engineering. 2020. 29 (3) P. 365–377.

## УГЛОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДОМИНИРУЮЩИХ ПЕРИОДОВ КАМЧАТСКОГО ЦУНАМИ 29 (30) ИЮЛЯ 2025 Г.

Вед. инженер *Зарубина А.И.*, зав. отд. *Носов М.А.*,  
ст. науч. сотр. *Колесов С.В.*

Большинство численных моделей цунами построено на основе бездисперсионной теории длинных волн. В реальности волны цунами подвержены фазовой дисперсии и являются слабодиспергирующими. Дисперсионные эффекты имеют свойство накапливаться по мере распространения волны, и проявляются они начиная с определенного расстояния  $D$ , которое именуется расстояние дисперсионного разрушения. Все оценки величины  $D$ , сделанные различными авторами [1], в длинноволновом пределе дают единую формулу  $D = 0.2 \frac{\lambda^2}{H} = 0.2 \sqrt{\frac{g^3}{H}} T^2$ , где  $\lambda$  – длина волны,  $H$  – глубина океана,  $g$  – ускорение силы тяжести,  $T$  – период волны. Расстояние дисперсионного разрушения сильно зависит от периода и слабо от глубины океана. Следовательно, определение области применимости теории длинных волн должно основываться на оценке доминирующих периодов волн цунами, излучаемых источником в разных азимутальных направлениях.

Исследование проводится на примере Камчатского цунами 29(30) июля 2025 г., источник которого (начальное возвышение водной поверхности) был восстановлен на основе 5-й версии USGS FFM с учетом сглаживающего эффекта водного слоя. Анализ записей 6 ближайших к источнику глубоководных станций уровня моря DART позволяет утверждать, что периоды цунами действительно зависят от азимутального угла, а проявления дисперсии наблюдаются не по всем направлениям и не на всех удалениях от источника. С использованием метода, разработанного нами ранее в статье [2], по форме источника цунами и батиметрии очаговой области рассчитано теоретическое угловое распределение доминирующих периодов. Установлено, что спектральный состав волн, формируемых источником, является принципиально многомодовым. Доминирующие периоды варьируются от 1500 до 3500 с. Для таких периодов расстояние дисперсионного разрушения превышает 10 тыс. км. Но вторичные максимумы спектра имеют существенно меньшие периоды — около 500 с. Для таких волн дисперсия будет проявляться с расстояний 1300 км. Выполненные оценки объясняют наблюдаемые по данным DART проявления дисперсии. Для

проверки теоретического углового распределения доминирующих периодов выполнено численное моделирование Камчатского цунами. Колебания уровня океана рассчитывались с применением длинноволновой модели в наборе точек (виртуальных мареографов), после чего анализировался спектральный состав записи и выделялись доминирующие периоды. Полученное в итоге пространственное распределение доминирующих периодов в целом согласуется с теоретическими оценками.

### Литература

1. Носов М.А., Зарубина А.И. Критерий применимости теории длинных волн для описания диспергирующих волн цунами //Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. – 2023. Т. 59. №. 4. С. 485–496.
2. Строгов Т.А., Зарубина А.И., Носов М.А. Азимутальное распределение доминирующих периодов волн цунами, формируемых косейсмическими смещениями дна //Доклады Российской академии наук. Науки о Земле. – 2025. Т. 525. №. 1. С. 152–159.

## АНАЛИЗ ЧАСТОТЫ МОЛНИЙ В ЧЕТЫРЕХ МОДЕЛЯХ СМIP6

Аспирант Казанского (Приволжского) университета,  
стажер-исследователь ИФА им. А. М.Обухова РАН *Михайлов Р. П.*,  
руководитель лаборатории ИФА им. А.М. Обухова РАН профессор  
*Елисеев А.В.*

В работе исследована частота молний (ЧМ) по данным четырех климатических моделей проекта СМIP6. Для современного периода (1995–2014 гг.) модели демонстрируют значительные расхождения в многолетних средних значениях, межгодовой изменчивости и коэффициентом температурной чувствительности. Глобальная средняя ЧМ варьируется между моделями вдвое, и лишь две из них согласуются со спутниковыми данными LIS/OTD. Модельные расхождения наиболее выражены на региональном уровне и в летний период Северного полушария. К концу XXI века прогнозируется рост ЧМ, особенно при сценариях с высокой антропогенной эмиссией CO<sub>2</sub>. Долгосрочный коэффициент температурной чувствительности  $\beta$  глобально составляет 5–17 % K<sup>-1</sup>, над континентами достигает 10–20 % K<sup>-1</sup> в среднем за год и 20–60 % K<sup>-1</sup> летом для северных внетропических широт. Эта долгосрочная чувствительность отлична от краткосрочной, глобально отрицательной, с выраженной региональной спецификой, корректно воспроизводимой моделями.

### **Введение и постановка проблемы**

Молнии один из важнейших электрических процессов, протекающих в атмосфере. Они являются одним из основных естественных источников оксидов азота в атмосфере, и оказывают значительное влияние на химию атмосферы в средней и верхней тропосфере, в частности на озон. Также молнии являются одним из наиболее распространённых источников природных пожаров, в особенности в регионах с малой плотностью населения (Елисеев А.В. и др., 2020)

Учитывая значимость грозовой активности для климатической системы, корректное воспроизведение частоты молний (ЧМ) становится важной задачей в современных глобальных климатических моделях. В связи с этим целью данной работы является оценка ЧМ в современных моделях земной системы, представленных в рамках проекта CMIP6, путем их сравнения с данными спутниковых наблюдений.

### **Методы и методики исследований**

Для анализа использовались данные четырех моделей шестой фазы Проекта взаимного сравнения совместных климатических моделей (Coupled Model Intercomparison Project Phase 6, CMIP6): модели земной системы с блоком химии всей атмосферы (Community Earth System Model — Whole Atmosphere Community Climate Model, CESM2-WACCM), модели Института космических исследований им. Годдарда (Goddard Institute for Space Studies Model, GISS-E2-1-G), модели земной системы Великобритании (United Kingdom Earth System Model, UKESM1-0-LL) и климатической модели Института вычислительной математики им. Г. И. Марчука РАН (INM-CM-4-8). Были рассмотрены численные эксперименты исторического периода («historical»), а также сценарии общих социально-экономических траекторий (Shared Socioeconomic Pathways, SSP): SSP1-2.6 и SSP5-8.5. Результаты моделирования оценивались путем их сравнения со спутниковыми данными датчика изображений молний и оптического детектора кратковременных явлений (Lightning Imaging Sensor / Optical Transient Detector, LIS/OTD) за период 1995–2014 гг. (версия продукта LRMTS\_V2.3.2015).

### **Обсуждение результатов**

По данным LIS/OTD глобальная частота молний  $F$  равна  $44,8 \pm 1,6 \text{ с}^{-1}$  (здесь и далее среднее многолетнее глобальное, и межгодовое стандартное отклонение). Лишь в 2 моделях — UKESM ( $F=44.0 \pm 1.3 \text{ с}^{-1}$ ) и INMCM ( $F=41.3 \pm 0.8 \text{ с}^{-1}$ ) - значения ЧМ близки к LIS/OTD (рис. 1). При этом модель CESM ( $F=30.3 \pm 1.0 \text{ с}^{-1}$ ) недооценивает глобальную частоту молний примерно в 1,5 раза, а GISS ( $F=59.9 \pm 2.2 \text{ с}^{-1}$ ) — завышает на 34%. При этом стандартное отклонение наилучшим образом воспроизводится UKESM, занижается в INMCM и CESM, а GISS завышает.

К концу XXI века при сценариях антропогенного воздействия на систему в моделях частота молний в целом увеличивается (табл.1.) В среднем по глобусу ЧМ в моделях CMIP6 в сценарии SSP1-2.6 растет на 7–17%, при сценарии SSP5-8.5 рост составляет 33–76% в зависимости от модели. При этом несмотря на существенные межмодельные различия пространственной структуры этих изменений, можно выделить и особенности, характерные для всех моделей. Эти особенности включают пространственный максимум среднегодового изменения ЧМ над тропическими континентами. Летом Северного полушария частота молний сильно увеличивается над внутренней частью Евразии и над Северной Америкой. В целом, изменения ЧМ от современного периода к концу XXI века больше для моделей с большей климатической чувствительностью и при более высоких антропогенных эмиссиях CO<sub>2</sub> в атмосферу.

Таблица 1  
Изменение глобальной частоты молний по данным моделей CMIP6

Модель	Частота молний, с <sup>-1</sup>		
	1995-2014	2090-2100	
		SSP1-2.6	SSP5-8.5
CESM2	30,3±1,0	35,6±0.8	53,2±2.5
GISS	59,9±2,2	66,6±2,0	81,0±1,8
INMCM	41,3±0,8	44,2±1,0	63,4±1,2
UKESM	44,0±1,6	49,2±1,6	58,5±2,0

### Выводы

Частота молний в современный период заметно различается между моделями CMIP6 даже на для глобальных среднегодовых значений, причем 2 из 4 моделей отличаются от спутниковых данных LIS/OTD на  $\geq 30\%$ . Расхождения еще более заметны при рассмотрении отдельных регионов.

К концу XXI века при сценариях антропогенного воздействия на систему в моделях частота молний в целом увеличивается, особенно над тропическими континентами.

### Литература

1. Елисеев А.В., Васильева А.В. Природные пожары: данные наблюдений и моделирование // Фундаментальная и прикладная климатология т.3. 2020. С. 73–119.

КОЛЕБАНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ В ПРИДОННОЙ ОБЛАСТИ ЧЕРНОЙ  
ГУБЫ И ПРОЛИВА ВЕЛИКАЯ САЛМА  
(КАНДАЛАКШСКИЙ ЗАЛИВ БЕЛОГО МОРЯ)

Доц. *И. Н. Иванова*, *А. И. Васин*, ст. науч. сотр. *А. А. Будников*

В работе приводятся результаты исследования динамики основных гидрологических параметров: температуры, солёности и содержания растворённого кислорода в придонной области акватории Чёрной губы и пролива Великая Салма Кандалакшского залива Белого моря. Данная акватория исследования активно изучается биологами, геофизиками, геологами, географами, гидрологами, которые проводят междисциплинарные исследования морских экосистем. Особую значимость работа представляет для верификации модели океанической гидротермодинамики Белого моря INMOM.

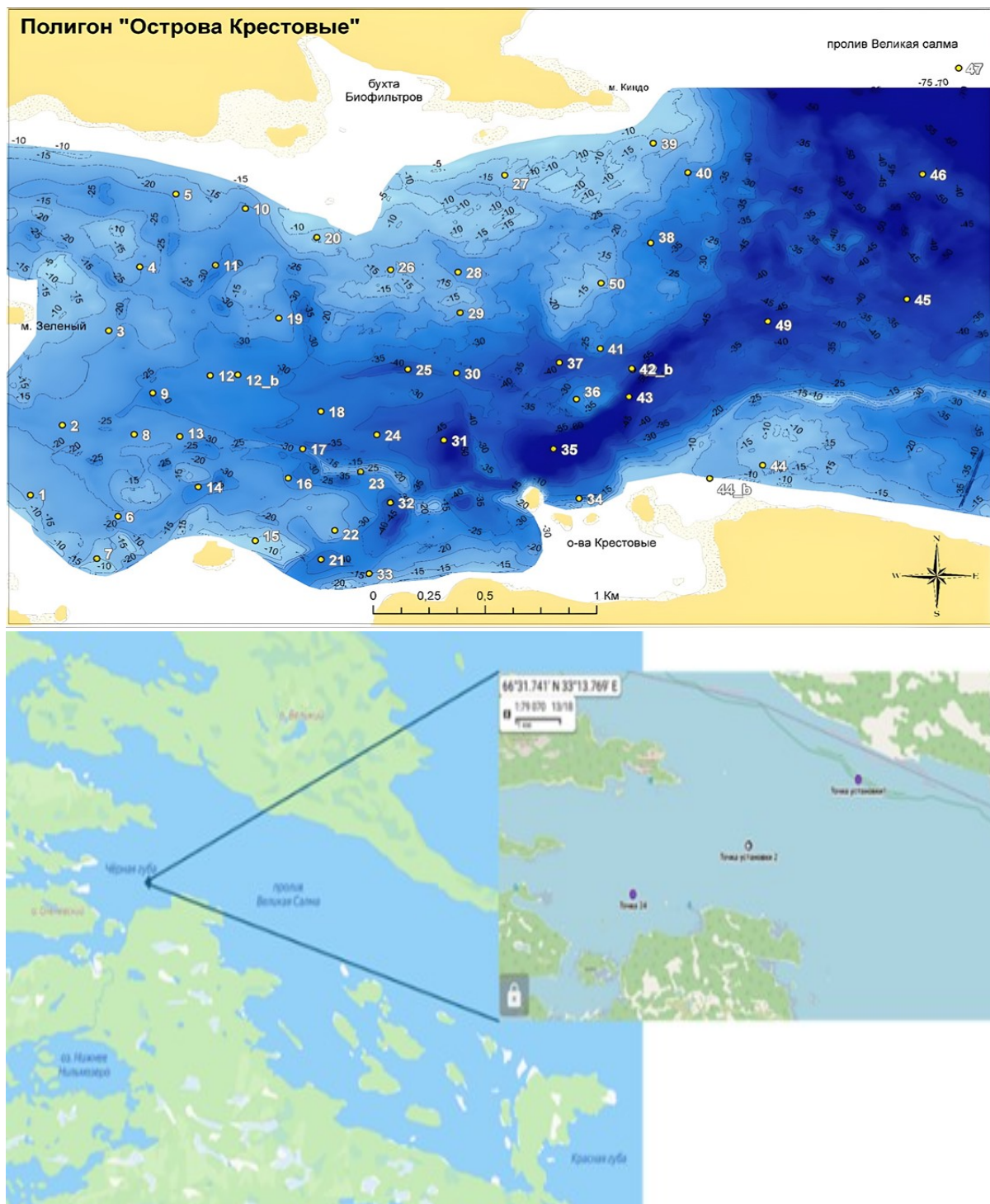


Рис. 1. Полигоны с обозначенными станциями зондирования.

Натурные измерения проводились в июле-августе 2023, 2024 г. в Черной губе и в июне-августе 2025 в проливе Великая Салма с помощью многопараметрического зонда RDCP-600 AANDERAA INSTRUMENTS (Норвегия), оснащенного датчиками измерения температуры, электропроводности, концентрации растворенного кислорода, мутности, модуля скорости и направления течений. рис. 1. Зонд позволяет послойно с шагом 1 метр по-

лучать величину и направление скоростей течений в каждом слое, начиная с расстояния 2 метра над прибором (высота над уровнем дна самого прибора составляла 0,5 м), дискретность опроса датчиков при этом можно выбирать от 10 мин до 1 часа [1].

Для выявления периодических составляющих в полученных временных рядах данных гидрологических параметров (температура, соленость, содержание растворенного кислорода) применялся комплекс методов: спектральный анализ по методу Уэлча, вейвлет-анализ и кросскорреляционный анализ. Дополнительно по профилям плотности рассчитывалась частота плавучести Вайсяля–Брента для оценки условий существования внутренних волн.

В проливе Великая Салма (2 м от дна) были обнаружены колебания параметров с периодом 7 суток и 12 часов. Диапазон изменения температуры при этом составлял 0,01–2,27 °С в точке измерений 1, в точке измерений 2 температура менялась в пределах 0,97–4,02 °С. На рис. 2 представлены изменения солености, растворенного кислорода и температуры. В изменениях солености также прослеживается периодичность 7 суток и 12 часов.

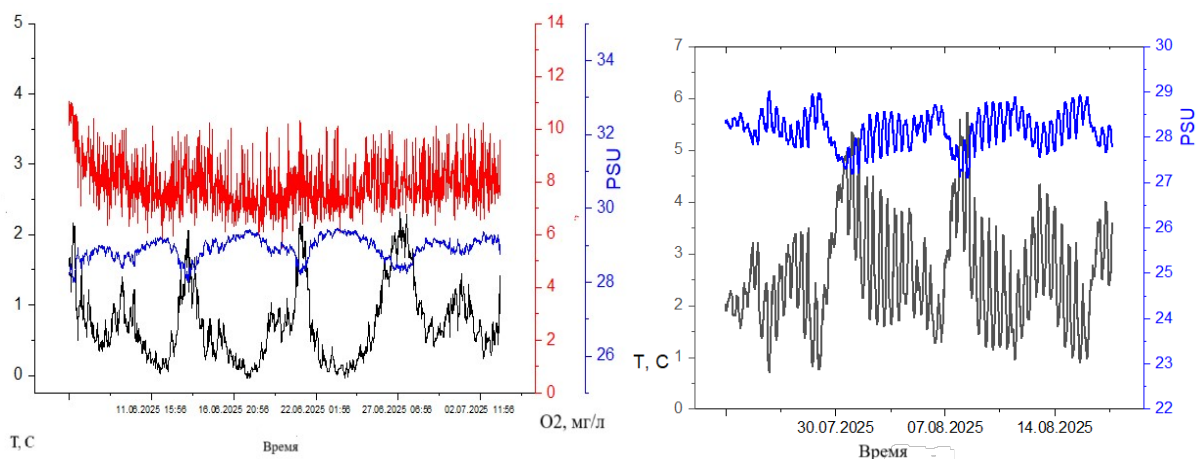


Рис. 2. а) Температура, соленость и растворенный кислород в точке измерений 1, 6 июня по 4 июля 2025 г; б) температура и соленость в точке измерений 2, с 22 июля по 24 августа 2025 г.

Для Черной губы характерен сложный донный рельеф, где наблюдаются наклонная мелководная равнина с грядами и ложбинами, пологая центральная равнина и южная прибрежная равнина с извилистыми грядами и ложбинами [2]. После анализа данных измерений здесь были выделены как короткопериодные колебания параметров (десятки минут), так и многочасовые. Были рассчитаны периоды баротропных сейшевых колебаний для Черной губы, пролива Великая Салма и Кандалакшского залива, где форма полигонов аппроксимировалась прямоугольником со сторонами а и b по [3].

$$T_{km} = \frac{4}{\sqrt{gh}} \frac{ab}{\sqrt{(1+2k)^2 b^2 + 4m^2 a^2}} \quad (1)$$

где  $g$  — ускорение свободного падения,  $h$  — средняя глубина,  $k$  — продольная мода,  $m$  — поперечная мода колебаний.

Результаты расчетов показали приблизительные значения моды Гельмгольца (моды с наибольшим периодом) 57 минут, 450 минут для пролива Великая Салма и Кандалакшского залива соответственно. Колебания периодами 150 мин, 90 мин, 64 мин и другие, которые являются  $k$  – ми модами сейшевых колебаний Кандалакшского залива, могут быть взяты в рассмотрение как подходящие по временному диапазону.

Нельзя полностью исключать влияние внутренних волн на периодичность колебаний в виду того, что в Черной губе из-за особенностей донного рельефа может иметь место замедление, отражения и резонанс внутренних волн. [4,5]

#### **Основные результаты:**

- Обнаружены периодические колебания температуры в придонных областях пролива Великая Салма и Черной губы Кандалакшского залива
- Выделены и проанализированы причины, которые влияют на длительность колебаний параметров

#### **Литература**

1. Иванова, И. Н., Будников, А. А., Васин, А. И., Левонян, К. А. Структура течений в Черной губе Кандалакшского залива в разные фазы приливного цикла. Известия Российской академии наук. Серия физическая. 2025. **89**, № 2. С. 314–319. DOI 10.31857/S0367676525020267.
2. Терехина, Я. Е., Токарев, М. Ю., Шевченко, Н. В., Козупица Н. А. Происхождение подводных поднятий губы Ругозерская и пролива Великая Салма (Кандалакшский залив)//Вестник Московского университета. Серия 4: Геология. Изд-во Моск. ун-та (М.). 2017. №. 2 С. 51–56
3. Манилюк, Ю. В. Сейши и тягун в Севастопольской бухте. // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон моря. 2018. № 3. С. 4–12. DOI: 10.22449/2413-5577-2018-3-4-12.
4. А. В. Зимин, Д. А. Романенков, И. Е. Козлов и др. Короткопериодные внутренние волны в Белом море: оперативный подспутниковый эксперимент летом 2012 г. // Исследование Земли из космоса. – 2014. № 3. С. 41–55. DOI: 10.7868/S0205961414030087.
5. Зимин, А. В. Субприливные процессы и явления в Белом море. Москва: ГЕОС, 2018. 220 с. ISBN 978-5-89118-771-9.

## О ВЛИЯНИИ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ФОРМЫ ВОЛНОПРОДУКТОРА НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕЧЕНИЯ С ВОЛНОВЫМ АТТРАКТОРОМ.

Мл. науч.сотр. *Елистратов С. А.* (Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН)

Мл. науч.сотр. Бут И. И. (Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН)  
доцент *Михайлов Е. А.*

В стратифицированной среде соленых природных бассейнов внутренние волны, вызываемые периодическими приливными силами, при определенных конфигурациях системы могут самофокусироваться вследствие специфического закона отражения (с сохранением угла к направлению гравитации), формируя когерентную структуру в виде замкнутой кривой, именуемую волновым аттрактором. При лабораторном или численном изучении явления в качестве источника внутренних волн используется волнопродуктор [1], моделирующий профиль одной из стенок рабочей емкости по заданному закону. Существующие работы по волновым аттракторам используют внешние возмущения с различными пространственно-временными зависимостями с одинаковой частотой, основываясь на том, что форма аттрактора при заданной геометрии определяется отношением частоты внешнего воздействия к частоте Брента-Вяйсяля, однако сравнения постановок с различными профилями волнопродуктора не проводилось.

Настоящее исследование рассматривает набор профилей волнопродукторов, включающих как широко используемые варианты (линейный, синусоидальный), так и не рассматриваемые ранее (кольцевой, асимметричный, синусоидальный с укороченной длиной волны, профиль типа “бегущая волна”). Для возможности количественного сравнения профиля имеют одинаковую мощность [2]. Установлено, что характер профиля при одинаковых частотах приводит к одной форме аттрактора, но существенно влияет на такие характеристики, как время установления, среднюю энергию и спектральную мощность неустойчивости. Эти эффекты следует учитывать при количественном сравнении результатов, полученных с использованием разных типов волнопродукторов.

### Литература

1. *Mercier M. et al.* New wave generation. *J. Fluid Mech.*, 2010. Vol. 657. P. 308–334.
2. *Elistratov S., Ilina D.* Influence of wave-maker shape on the wave attractor // *Pramana - Journal of Physics*. 2025. Vol. 99, no. 2. P. 69.

**Подсекция:**  
**ГАЗОДИНАМИКА, ТЕРМОДИНАМИКА**  
**И УДАРНЫЕ ВОЛНЫ**

Сопредседатели:  
профессор Н.Н. Сысоев,  
профессор И.А. Знаменская

## НОВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ПО ДИНАМИКЕ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ РАЗРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЙ, ПОЛУЧЕННЫЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОМПЬЮТЕРНОГО ЗРЕНИЯ И МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

Ст. науч. сотр. *Дорощенко И.А.*, профессор *Знаменская И.А.*

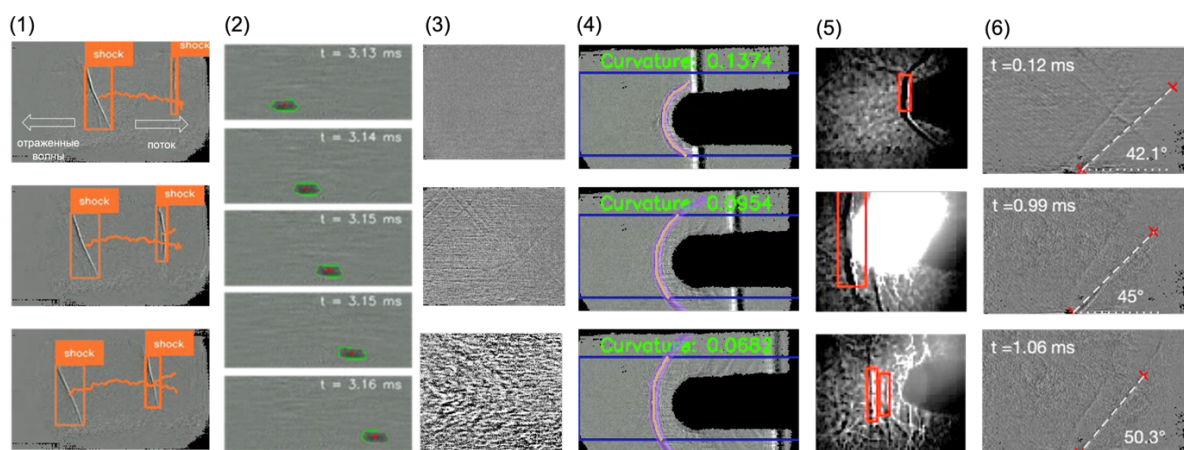
Представлены новые результаты по автоматизированному анализу высокоскоростных разрывных течений, полученные при непрерывной высокоскоростной теневой регистрации. Рассмотрены течения в ударной трубе, ламинарно-турбулентный переход, сверхзвуковое обтекание аэродинамического тела и нестационарные режимы с импульсным энергоподводом. Для обработки больших массивов изображений использованы методы классического компьютерного зрения и глубокого обучения: вычитание фона, выделение границ, преобразование Хафа, контурный анализ, спектральная обработка флуктуаций яркости и свёрточные нейросети. Показано, что предложенный подход обеспечивает автоматическое извлечение количественной информации о динамике ударных волн, стадиях перехода и параметрах течения.

Современный эксперимент в газовой динамике всё в большей степени становится источником больших массивов визуальной информации. Непрерывная регистрация быстропротекающих процессов высокоскоростными камерами позволяет проследить эволюцию ударных волн, контактных поверхностей, пограничных слоёв, вихревых структур и дисперсной фазы на временах от единиц микросекунд до десятков миллисекунд. В этих условиях методы компьютерного зрения и машинного обучения превращаются в ключевой инструмент экспериментальной диагностики [1-3].

Целью работы является представление новых физических результатов, полученных при исследовании высокоскоростных разрывных течений на установке УТРО-3 и на смежных стендах с использованием высокоскоростной теневой регистрации и специально разработанных алгоритмов анализа изображений. Основное внимание уделено задачам, где ручная обработка кадров либо чрезвычайно трудоёмка, либо не обеспечивает требуемого временного разрешения: распознаванию газодинамических разрывов в канале ударной трубы, определению стадий ламинарно-турбулентного перехода, детекции частиц-трассеров, измерению динамики головной ударной волны, измерению динамики структур течений, возникающих при импульсном энергоподводе в газ при помощи электрических разрядов.

Экспериментальная часть основана на использовании высокоскоростной теневой схемы с частотой регистрации до сотен тысяч кадров в секунду. Для обработки видеоданных применялись вычитание фона, фильтрация, выделение области интереса, выделение границ методом Кэнни, преобразование Хафа для поиска квазилинейных разрывов, детекция контуров и анализ геометрических признаков. В более сложных сценах, содержащих

несколько слабоконтрастных объектов, использовались свёрточные нейросети на архитектуре YOLO, обученные на экспериментальных теневых кадрах. Кроме того, в задачах определение стадии ламинарно-турбулентного перехода использовались методы кластеризации и свёрточные нейросети на архитектуре ResNet, позволяющие классифицировать стадии развития течения без предварительного обучения моделей. Примеры обработки кадров высокоскоростной теневой съемки для различных течений приведены на рис. 1: детекция и трекинг ударных волн в ударной трубе (рис. 1, 1), детекция твёрдых частиц-трассеров (дисперсной фазы) в высокоскоростном потоке (рис. 1, 2), классификация стадий развития течения при ламинарно-турбулентном переходе (рис. 1, 3), сегментация и расчет кривизны и величины отхода головной ударной волны от модели в сверхзвуковом потоке (рис. 1, 4), детекция и расчет величины отхода головной ударной волны от модели при энергоподводе посредством электрического разряда, создаваемого магнитоплазменным компрессором (рис. 1, 5), детекция косоугольного скачка уплотнения от точечного препятствия в сверхзвуковом течении и вычисление угла (рис. 1, 6). Полные видеозаписи течений содержали сотни тысяч кадров, полученных со скоростями съемки от 100 000 до 775 000 кадров / с, и сотни гигабайт информации, которые не представляется возможным обработать вручную, и автоматизация обработки которых была успешно выполнена с помощью методов компьютерного зрения.



**Рис. 1.** Примеры автоматической детекции структур течений на теневых кадрах высокоскоростной съемки с помощью методов компьютерного зрения, в том числе с использованием свёрточных нейросетей. Выдержка каждого кадра 1 мкс.

В задаче исследования течения в ударной трубе автоматизированный анализ показал, что сочетание теневой съёмки и методов компьютерного зрения позволяет надёжно распознавать падающие и отражённые ударные волны, псевдоскачки и косые скачки уплотнения, возникающие на препятствиях. Обработка видеозаписей для диапазона чисел Маха падающей

ударной волны  $M = 2 - 4,2$  и давлений в камере низкого давления 2–20 Торр позволила автоматически строить  $x-t$  диаграммы и определять моменты прихода отражённых разрывов в область наблюдения. Для случая  $M = 2,1$  отражённые разрывы были зарегистрированы примерно через 0,5 мс после прохождения исходной волны [4]. Анализ временной эволюции угла косога скачка позволил также зафиксировать момент перехода спутного потока к дозвуковому режиму, когда угол наклона скачка приближался к  $90^\circ$ .

Отдельный блок результатов связан с исследованием ламинарно-турбулентного перехода в канале ударной трубы. Принципиально важной оказалась возможность анализировать не единичные кадры, а целые видеопоследовательности, что позволило сопоставить между собой разные способы идентификации стадий течения: контурный анализ, Фурье- и вейвлет-анализ флуктуаций яркости, оценку фрактальной размерности, нейросетевую классификацию и кластеризацию. Для  $M = 2,5$  установлено, что ламинарная стадия с формированием продольных полосчатых структур наблюдается в интервале 0–100 мкс, после чего в диапазоне 100–450 мкс развивается переходный режим. При  $t > 450-500$  мкс в область регистрации входит контактная поверхность, и течение становится полностью турбулентным. Для  $M = 3,3$  те же стадии реализуются существенно быстрее: ламинарный режим продолжается только до 30–40 мкс, а переходный — до 150 мкс. Тем самым показано, что увеличение числа Маха ускоряет развитие неустойчивостей и сдвигает переход к более ранним временам.

Важным результатом является автоматизация анализа движения частиц-трассеров в потоке за фронтом ударной волны. Детекция и трекинг частиц на теневых кадрах позволили оценить скорость потока на существенно больших временах, чем это обычно делается в ударно-трубных экспериментах. Показано, что при числах Маха ударной волны  $M = 2,5-3,7$  скорость течения на временах до 20 мс не падает ниже нескольких десятков метров в секунду. Это указывает на возможность использования ударной трубы в качестве кратковременной аэродинамической установки для изучения взаимодействия потока с частицами, препятствиями и локальными источниками энергии [5].

Особый интерес представляют течения с импульсным энергоподводом. Изучались течения, создаваемые импульсными цилиндрически-симметричными разрядами протяженностью 24 мм и 30 мм (на поверхности диэлектрика). В результате были визуализированы цилиндрические ударные волны, расходящаяся из области энергоклада и области горячего газа, ограниченные контактной поверхностью. Размеры области автоматически измерялись с помощью обученной свёрточной нейросети

Представленные результаты показывают, что современные методы компьютерного зрения и машинного обучения позволяют существенно

расширить возможности экспериментальной газовой динамики. Их применение обеспечивает многократное ускорение обработки цифровых данных, уменьшает влияние субъективного фактора и делает возможным извлечение характеристик, которые трудно определить вручную. В рамках единой методической платформы удаётся решать сразу несколько классов задач — от детекции ударных волн до автоматического определения стадии течения и трекинга дисперсной фазы. Это делает разработанные подходы перспективными как для фундаментальных исследований нестационарных течений, так и для прикладных задач аэрокосмической техники и плазменной аэродинамики.

Таким образом, объединение высокоскоростной теневой визуализации с алгоритмами компьютерного зрения и нейросетевыми моделями формирует эффективный инструмент количественного исследования высокоскоростных разрывных течений. Автоматизация обработки открывает путь к систематическому анализу больших массивов экспериментальных данных и получению новой физической информации о динамике ударных волн, переходных режимов и течений с энергоподводом.

Исследование выполнено в рамках Госзадания.

### **Литература**

1. Liu, C., Jiang, R., Wei, D., Yang, C., Li, Y., Wang, F., and Yuan, X. Deep Learning Approaches in Flow Visualization. *Advances in Aerodynamics*, vol. 4, no. 1, p. 17, 2022.
2. Morita, D. и др. Fast detection of bag-breakups in pulsating and steady air-flow using video analysis and deep learning // *J. Real. Time. Image Process.* 2023. Т. 20, № 6. С. 114.
3. Petrucci, L. и др. Detecting the Flame Front Evolution in Spark-Ignition Engine under Lean Condition Using the Mask R-CNN Approach // *Vehicles. MDPI*, 2022. Т. 4, № 4. С. 978 – 995.
4. Знаменская, И.А., Дорощенко, И.А., Сысоев, Н.Н., Татаренкова Д.И. Результаты количественного анализа высокоскоростной теневой съемки течений в ударной трубе при помощи машинного зрения и обучения // *Доклады Академии наук. Физика, технические науки.* 2021. Т. 497, № 1, С. 16 – 20.
5. Doroshchenko, I, Znamenskaya, I., Sysoev, N. Experimental analysis and machine learning-based recognition of multiscale solid particles moving in gas // *Acta Astronautica.* 2026. Т. 238, Part A, С. 1030 – 1039.

## ВИЗУАЛИЗАЦИЯ СВЕРХЗВУКОВЫХ ТЕЧЕНИЙ ВОЗДУХА В КАНАЛЕ С РАСШИРЕНИЕМ

Вед. инж. *Корнев К.Н.*, ст. науч. сотр. *Логунов А.А.*,  
профессор *Знаменская И.А.*, профессор *Двинин С.А.*

Исследования сверхзвуковых течений имеют крайне высокую актуальность в задачах плазменной аэродинамики, плазменно-стимулированного горения и плазмохимии, перемешивания горючей смеси и др. [1]. Одна из часто используемых конфигураций аэродинамических каналов в этих областях – каналы с обратным уступом или внезапным расширением, в котором образуется низкоскоростная зона рециркуляции потока [2]. За счет этих зон может осуществляться стабилизация горения сверхзвуковых топливно-воздушных смесей, их интенсивное перемешивание [3].

Основной целью данной работы является исследование структуры сверхзвукового течения в аэродинамическом канале с обратным уступом экспериментальными и численными методами. Определение основных параметров сверхзвукового течения в канале важно для последующих исследований разрядов в канале установки. В работе исследуется сверхзвуковое течение воздуха с характерным числом Маха  $M=2$  в канале с обратным уступом. Анализ течения, его структуры и особенностей выполнен при сравнении экспериментальных данных и результатов трехмерных расчетов. В качестве экспериментальных методов использованы ТФМ [4] и измерения давлений на стенку канала. Рассмотрены конфигурации канала с электродной вставкой и без нее. Получены распределения давления на верхнюю стенку канала для нескольких перепадов давления между входным сечением сопла и выходным сечением канала. Получены изображения ТФМ, показывающие структуру течений. Показано, что электроды приводят к смещению точки отрыва потока от стенки ближе к началу канала.

### Литература

1. Leonov S.B. Electrically driven supersonic combustion // *Energies*. 2018. Vol. 11, № 7.
2. Абрамович Г.Н. Прикладная газовая динамика:[В 2 ч.]-5-е изд. перераб. и доп // М. Наука. Гл. ред. физ-мат. лит. 1991. Vol. 600. P. 304.
3. Urzay J. Supersonic combustion in air-breathing propulsion systems for hypersonic flight // *Annu. Rev. Fluid Mech. Annual Reviews*, 2018. Vol. 50. P. 593–627.
4. Znamenskaya I. Methods for panoramic visualization and digital analysis of thermophysical flow fields. A review // *arXiv Prepr. arXiv2108.01464*. 2021.

## НЕРАВНОВЕСНОСТЬ НА МЕЖФАЗНОЙ ГРАНИЦЕ ПРИ ИСПАРЕНИИ ВОДЫ ПРИ ПОНИЖЕННОМ ДАВЛЕНИИ

Ст. науч. сотр. *Гатапова Е.Я.*

Большой интерес для инженеров и исследователей представляет возможность использования сверхинтенсивного испарения в системах охлаждения нового поколения, где влияние эффектов, происходящих в слое Кнудсена, на общий теплообмен может быть значительным. Проводились систематические измерения температурного профиля на межфазной границе на масштабе длины свободного пробега молекулы в климатической камере при пониженном давлении для системы вода-водяной пар для температур пара 2 – 40°C, при локальном нагреве жидкости снизу в квазистационарных условиях (рис. 1). Полученные результаты разрешают два главных вопроса процесса фазового перехода: определены величины скачков температур на межфазной границе и впервые представлено экспериментальное подтверждение существования обратного градиента температуры (inverted temperature gradient paradox) [1].

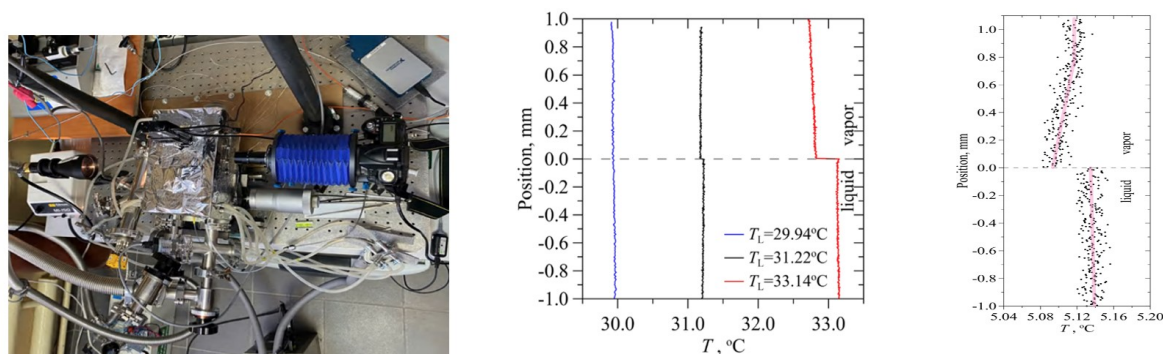


Рис. 1. Экспериментальная установка (слева); профили температур поперек слоев жидкость-пар при увеличении нагрева,  $T_v=29.9^\circ\text{C}$  (посередине); обратный градиент температуры,  $T_v=5^\circ\text{C}$  (справа).

Вода испарялась с PTFE кюветы с локальным источником тепла диаметром 1,5 мм, расположенным на нижней стенке. Специально изготовленная плоская микротермопара с поперечным размером королька 3 мкм двигалась со стороны паровой фазы с шагом 48 нм, измеряя температуру в паре и жидкости. На рис. 1 представлены профили температур при температуре водяного пара  $T_v = 29.9^\circ\text{C}$ . В начальном состоянии система находится в абсолютном равновесии, наблюдается постоянная одинаковая температура в жидкости и в паре. При включении нагревателя появляется неравновесность, проявляющаяся скачком температуры на межфазной границе. Величина скачка растет с увеличением мощности нагрева. Проведено сравнение потоков масс измеренных и полученных с помощью Мо-

ментного Метода для многоатомного вещества с двумя и тремя вращательными степенями свободы [2].

Одной из экспериментально неподтвержденных фундаментальных задач в области фазового перехода является возникновение обратного градиента температуры вблизи границы раздела жидкость – пар. Этот «парадокс» обсуждался в ряде теоретических работ [3]. Однако, до сих пор не было экспериментального подтверждения и описания. В данной работе впервые измерен «обратный градиент температуры» вблизи границы раздела жидкость – пар (рис. 1, справа). Этот парадокс возникает из-за неравновесности процесса, существования скачка температуры, профиль температуры в паре меняется «от холодного к теплomu». Данный парадокс не противоречит закону сохранения энергии поскольку тепловой поток компенсируется потоком масс.

**Посредством сравнения полученные данные доказывают правомочность кинетической модели испарения на основе уравнений Больцмана, а также существование режимов с обратным градиентом температур. В работе также представлено сравнение экспериментально полученных данных с расчетными по кинетическим уравнениям Больцмана по модели Холвея и ПСМ для многоатомного газа.**

Исследование выполнено за счет средств гранта Российского научного фонда (проект № 25-19-00959, <https://rscf.ru/project/25-19-00959/> ).

*egatapova@physics.msu.ru*

### **Литература**

1. Gatapova E.Ya. Evaporation into half-space: Experiments with water at the molecular mean free path scale // *Physics of Fluids*. 2024. Vol. 36. Issue 9. 091707.
2. Cercignani C. *Rarefied gas dynamics: From basic concepts to actual calculations*. Cambridge University Press, 2000.
3. Aoki K., Cercignani C. Evaporation and condensation on two parallel plates at finite Reynolds numbers // *The Physics of Fluids*. 1983. Vol. 26. №. 5. P. 1163 – 1164.

**Подсекция:**  
**МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ**

Сопредседатели  
доцент В.А. Грибов,  
ст. преподаватель А.В. Селиверстов

## АНАЛОГИЯ МЕЖДУ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ И МАГНИТНЫМИ ЯВЛЕНИЯМИ: ЕЁ РОЛЬ И МЕСТО В КУРСЕ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

Ст. преподаватель *Бушина Т.А.*, ст. преподаватель *Селиверстов А.В.*

Электродинамика является фундаментом современной полевой картины окружающего нас мира. Без неё невозможно ни понимание физических теорий, таких как оптика, ни развитие практических приложений физики (электрические цепи, компьютеры, связь и многое другое). А начинается теория Максвелла строиться с результатов исследований Кулона и Ампера, со статических случаев — электро- и магнитостатики [1].

Их основы начинают изучаться ещё в средней школе. В университетском курсе общей физики изучению этих разделов выделено существенно большее место, однако студенту, в отличие от школьника, одновременно с рассмотрением физических явлений приходится знакомиться и с математическими методами описания электрических и магнитных полей, учиться расчёту полей протяжённых объектов, а также изучать взаимное влияние поля и вещества [2]. Как показывает практика преподавания, понимание магнитостатики даётся студентам существенно сложнее электростатики. Помочь разобраться в этих темах может аналогия [3]. Аналогии в электромагнетизме известны давно (см., например, [4]), однако чаще всего они применяются при рассмотрении сложных концепций, упуская их фундаментальный базис.

Действительно, у электро- и магнитостатического полей много общего. Много общего и в подходах к описанию их свойств. При рассмотрении обоих полей вводятся порождающие их элементарные, то есть бесконечно малые объекты — скалярный пробный заряд  $dq$  либо векторный элемент тока  $I d\mathbf{l} = j dV$ . «Силовые» характеристики создаваемых ими полей (то есть величины, характеризующие силы взаимодействия) — это векторы электрической напряжённости  $\mathbf{E}$  и магнитной индукции  $\mathbf{B}$ . Они описываются сходными формулами, в которые входят характеристика объекта, фундаментальная константа взаимодействия и расстояние от элементарного объекта до той точки, в которой поле измеряется. Но уже на этом этапе возникают существенные различия: в электрическом случае векторы поля и возникающей в нём силы параллельны, а в магнитном — перпендикулярны. Аналогично вводится и другая характеристика поля в пространстве — потенциал, создаваемый в данной точке элементарным объектом. В электростатике это уже достаточно привычный скалярный потенциал  $\varphi$ , в магнитостатике же вводится векторный потенциал  $\mathbf{A}$ . С ним связана очередная трудность: формула, по которой он вводится, похожа на формулу электро-статического потенциала, однако физический смысл, в отличие от электростатики, не чувствуется.

Суперпозиция бесконечно малых элементарных объектов позволяет получить объекты уже конечных размеров: заряженные тела и проводники с током. Для описания распределения зарядов и токов в них пользуются различными плотностями: линейная — вдоль линии (одномерное распределение); поверхностная — на поверхности (двумерное распределение); объёмная — внутри объёма (трёхмерное распределение). В качестве основного протяжённого тела полезно рассмотреть бесконечную прямую нить или тонкий прямой провод. Нить при этом должна быть равномерно заряженной, для провода однородность достигается автоматически. В обоих случаях зависимость силовой характеристики создаваемого ими поля от расстояния становится обратной пропорциональностью. При решении этих задач необходимо обращать внимание студентов на их сходство (в структуре записываемых интегралов) и различие (в суммируемых проекциях): аналогия не является тождеством.

От одномерных распределений логичен переход к двух- или трёхмерным случаям, когда объект можно «собрать» из параллельных прямых проводов: равномерно заполненный цилиндр, однородная плоскость, две однородные плоскости [5].

Ещё два бесконечно малых объекта, которые вводятся в рассмотрение в курсе электростатики и магнитостатики, — точечные электрический и магнитный диполи. Их важность обусловлена тем, что фактически это простейшие модели, описывающие электрические и магнитные свойства атомов и молекул.

Довольно часто затруднения вызывает изучение электрических и магнитных полей в веществе. Эти темы в курсе электромагнетизма изучаются в различных частях курса и рассматриваются отдельно друг от друга. Однако было бы уместно при рассмотрении свойств полей в присутствии вещества и здесь рассмотреть аналогию подходов. Так, и в том и в другом случае влияние вещества на поле рассматривается путем введения модельных объектов — либо связанного (поляризованного) заряда, либо тока намагничивания. При этом рассматриваются также свободные (сторонние) заряды (которые не входят в состав молекул диэлектрика) и токи проводимости (токи, текущие по проводникам, не связанные с перемещением носителей тока в веществе). Аналогичным образом вводятся и векторы, описывающие состояние поляризованного или намагниченного тела — векторы поляризации и намагниченности, а также основные теоремы для них — теорему Гаусса либо теорему о циркуляции. Наибольшие трудности для понимания студентов представляет собой появление новых, «искусственно введённых» векторов — вектора электрической индукции  $\mathbf{D}$  и вектора магнитной напряженности  $\mathbf{H}$ . Вот здесь студента подстерегает очередная трудность: из-за того, что взаимосвязи между векторами  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{P}$  и  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{M}$  вводятся похожими, но уже не полностью аналогичными фор-

мулами, студент, усвоивший в курсе электричества тот факт, что вектор  $D$  — это вспомо-гательный вектор, теперь путается: какой же из векторов,  $B$  или  $H$ , все же является вспомогательным?

Вопросы о том, как изменяются векторы электрического и магнитного полей на границе раздела двух сред, также относятся к разряду труд-ных. Для того, чтобы разобраться с ними, необходимо знать, как записываются граничные условия для полевых векторов (как «реальных», так и вспомо-гательных) на границе раздела двух сред. Здесь аналогия может подвести: эти условия для векторов электриче-ского и магнитного поля выглядят по-разному.

Существенные трудности вызывает у студентов младших курсов по-нимание того, что в общем случае диэлектрическая и магнитная прони-цаемости представляют собой тензор. Здесь хочется с сожалением отме-тить, что на младших курсах изу-чение математических курсов часто ото-рвано от изучения физики. В част-ности, материал из линейной алгебры (опе-рации с матрицами) как будто бы не связан с тем материалом, кото-рый изучается в курсе физики. Знакомство с тензорами диэлектрической и магнитной проницаемостей в некоторой степени восполняет этот пробел.

И здесь у студента, как правило, возникает вопрос, связанный с физи-че-ским смыслом происходящего. Если, как уже говорилось ранее, вектор  $D$  — вспомогательный, физический смысл которого не виден, тогда в чем же смысл того, что он коллинеарен (или не коллинеарен) вектору  $E$ , кото-рый имеет вполне опре-деленный (и, как хочется надеяться, вполне осяза-емый для студента) физический смысл? Ответ на этот вопрос можно дать следующим обра-зом. Вполне определенный физический смысл имеет век-тор  $P$  — вектор поляризованности, при помощи которого и вводится век-тор  $D$ . Однако здесь можно отметить, что опыт ведения семинаров у сту-дентов второго курса показывает, что смысл вектора  $P$  не очень понятен студенту и следует на примерах задач выработать понимание сути этого вектора. Так вот именно вектор  $P$  может быть коллинеарен или не колли-неарен вектору  $E$  в случае, если диэлектрик оказывается во внешнем элек-три-ческом поле (то есть дипольные моменты молекул будут ориентирова-ны по направлению вектора  $E$  или как-то иначе). Так же обстоит дело и в случае магнетика, где в векторы магнитных моментов отдельных атомов либо устанавливаются коллинеарно внешнему полю  $B$ , либо нет.

Совместное рассмотрение тем электро- и магнитостатики может по-мочь студентам в освоении этих тем, углубить понимание курса электро-динамики в целом. Можно использовать различные формы работы: состав-ление тематических таблиц (например, «Источники полей», «Поля протя-жённых объектов», «Свойства статических полей в вакууме», «Точечные диполи», «Свойства диэлектриков и магнетиков», «Граничные условия»); создание своеобразного «электро–магнитного словаря» для «перевода»

формул; метод магнитных зарядов и пр. Используя их, студенты учатся самостоятельно видеть аналогии, переводить формулы электродинамики из СГС в СИ и наоборот [6], понимать единство подходов к описанию электрического и магнитного полей. Всё это безусловно пригодится им в дальнейшем изучении физики.

### Литература

1. Алешкевич В. А. Электромагнетизм. / Учебное пособие. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. — 404 с.
2. Матвеев А.Н. Электричество и магнетизм / Учебное пособие. — М.: Высш. школа, 1983. — 463 с.
3. Френкель Я. И. На заре новой физики. — Л.: Наука, 1969, с. 259–274.
4. Pask C. Mathematics and the science of analogies // American Journal of Physics. 2003. Т. 71. № 6. С. 526–534. DOI: 10.1119/1.1545761.
5. Киселев Д.Ф., Жукарев А.С., Иванов С.А., Киров С.А., Лукашева Е.В. Электричество и магнетизм. Методика решения задач / Учебное пособие. — М.: Физический факультет МГУ, 2010. 332 с.
6. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Электричество. Т. III. — М.: Наука, 1977, 704 с.

## ОБУЧЕНИЕ СТУДЕНТОВ I КУРСА ИНТЕГРИРОВАНИЮ НА ПРИМЕРЕ ЭКСПЕРИМЕНТА ГАЛИЛЕЯ

Доцент *Рыжиков С.Б.*, вед. науч. сотр. *Рыжикова Ю.В.*

Многолетний опыт преподавания физики студентам физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова показывает, что для большинства студентов первого курса интегрирование является трудно преодолимым барьером. В начале I-го курса только треть студентов способно правильно взять стандартные интегралы типа:  $\int t^n dt$  или  $\int \sin(\omega t) dt$ , треть берут стандартные интегралы с ошибками, а треть вообще имеют смутное понятие об интегралах. Кроме того, многие студенты не могут правильно применить физические законы для составления подынтегральных выражений. Это создаёт для студентов большие проблемы изучения курса физики, поскольку в курсе мат. анализа интегралы появляются в конце первого семестра после того, как корректно введены понятия сходимости, предела, сумм Дарбу и т.п., а в курсе механики расчёт неравномерных движений требуется уже с первых занятий. Поэтому необходимо быстро обучать студентов интегрированию, причем представляется целесообразным начинать с неявного интегрирования – расчёта бесконечных сумм.

**Цель работы.** Разработать и опробовать методику быстрого обучения интегрированию студентов I-го курса для решения задач механики, начиная с неявного интегрирования – расчёта бесконечных сумм.

**Задача 1.** В момент времени  $t = 0$  тело (материальная точка) начало движение, причём скорость изменяется по закону:  $v = At^2$ , где  $A$  — константа. Найти закон движения.

Для умеющих интегрировать решение не представляет сложности. В общем виде закон движения можно получить интегрированием скорости по времени:

$$x = \int v dt. \quad (1)$$

Выражаем  $v$  из условия задачи:

$$x = \int At^2 dt = At^3/3 + C, \quad (2)$$

где из начальных условий получим:  $C = 0$ .

Чтобы решить эту задачу без применения интегрирования нужно разбить движение на  $N$  малых интервалов времени  $\Delta t$  и, считая на каждом интервале движение равномерным, посчитать сумму (схема Эйлера [1]):

$$x = v_1 \Delta t + \dots + v_N \Delta t = \sum_{j=1}^N v_j \Delta t. \quad (3)$$

Заметим, что формула (1) получается из (3) в предельном переходе:  $\Delta t \rightarrow 0$ . Поэтому, если студенты разберутся как составляются суммы вида (3), то в дальнейшем у них не возникнет вопроса как составлять подынтегральные выражения.

Применительно к данной задаче уравнение (3) преобразуется к виду:

$$x = v_1 \Delta t + \dots + v_N \Delta t = A \Delta t^3 (1^2 + 2^2 + \dots + N^2). \quad (4)$$

Далее используем формулу, что сумма квадратов натуральных чисел равна:

$$1^2 + 2^2 + \dots + N^2 = \frac{N(N+1)(2N+1)}{6}.$$

Эта формула доказывается методом математической индукции. Тогда сумма (4) преобразуется к виду:

$$x = \frac{A \Delta t^3}{3} \left(1 + \frac{1}{N}\right) \left(1 + \frac{1}{2N}\right),$$

где учтено, что  $t = N \Delta t$ . При  $N \rightarrow \infty$  получается формула (2).

Аналогично, используя формулу для суммы кубов натуральных чисел:

$$1^3 + 2^3 + \dots + N^3 = \frac{N^2(N+1)^2}{4},$$

можно доказать, что, если скорость изменяется по закону:  $v = Bt^3$ , где  $B$  — константа, то закон движения имеет вид:

$$x = Bt^4/4. \quad (5)$$

Чтобы полученные зависимости не выглядели слишком абстрактно, полезно рассмотреть интересную физическую задачу.

Галилей бросает с Пизанской башни ( $H = 55$  м) мушкетную пулю радиусом  $r_1 = 1$  см и одновременно пушечное ядро радиусом  $r_2 = 10$  см. Какое

тело упадёт первым? Оценить расстояние между телами в момент падения первого из них. Плотность стали принять  $\rho_{\text{ст}} = 7900 \text{ кг/м}^3$ , плотность воздуха  $\rho_{\text{в}} = 1,25 \text{ кг/м}^3$ . Силу сопротивления воздуха считать равной  $0,2 S \rho_{\text{в}} v^2$ , где  $S$  — площадь сечения шара, а  $v$  — его скорость.

### Решение

Будем сравнивать движение падающей пули (ядра) и «идеального» шара, падающего с ускорением свободного падения. Тогда относительно идеального тела пуля (ядро) движется вверх с ускорением:  $a = \frac{F_{\text{сопр}}}{m} = Kv^2$ , где  $K = \frac{0,25\rho_{\text{в}}}{m} = \frac{0,15\rho_{\text{в}}}{r\rho_{\text{ст}}}$ . Для пули:  $K_1 = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^{-1}$ , ядра —  $K_2 = 0,24 \cdot 10^{-3} \text{ м}^{-1}$ . Считая в первом приближении силу сопротивления воздуха много меньше силы тяжести, примем, что падение тел почти равноускоренное:  $v \approx gt$ . Тогда относительное ускорение пули (ядра) будет:

$$a = Kv^2 = Kg^2t^2.$$

В соответствии с формулой (1) или (3) найдём закон изменения относительной скорости  $u$ :

$$u = Kg^2t^3/3,$$

а затем по формуле (5) изменение координаты:

$$x = Kg^2t^4/12. \quad (6)$$

Время падения идеального тела найдём по школьной формуле для равноускоренного движения:  $H = gt^2/2$ . Подставляя в (6):

$$x = \frac{KH^2}{3}, \quad (7)$$

Вычисления по формуле (7) показывают, что ядро отстанет от идеального тела на 0,24 м, а пуля — на 2,4 м. Разность расстояний составляет 2,16 м. Поскольку требовалось оценить расстояние, его можно считать равным примерно 2 м.

Ответ: пуля отстанет от ядра на 2 метра.

Заметим, что более точные расчёты с использованием численного интегрирования дают такие же результаты [2]. Из истории известно, что ученик Галилея Винченцо Раньери бросал с Пизанской башни два шара равного диаметра: чугунный и деревянный. При этом отставание деревянного, по словам Раньери, составило «три локтя» [2]. Приняв радиус деревянного шара 10 см, а плотность дерева  $800 \text{ кг/м}^3$ , получим для шара такой же коэффициент  $K$ , как и для пули. Таким образом, данные Раньери «три локтя» прекрасно согласуются с нашими расчётами — 2 метра.

**Заключение.** Приведенный подход применяется для обучения студентов I курса и показал свою эффективность.

Исследование выполнено в рамках государственного задания МГУ им. М.В. Ломоносова.

### Литература

1. Рыжиков С.Б., Рыжикова Ю.В. Как была проложена дорога в мир физики. Часть 1. От Фалеса до Архимеда. М.: Изд. физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова, 2025. – 160 с. Текст этой и др. книг можно скачать на сайте: <http://genphys.phys.msu.ru/rus/chair/staffsearch.php?id=98&mode=publications>
2. Рыжиков С.Б. Классический опыт Галилея в век цифровой техники. – М., МЦНМО, 2008. – 64 с.

## КВАНТОВЫЕ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИИ В ИХ РАЗВИТИИ

Профессор *Николаев П.Н.*

Начиная со второй половины двадцатого века научные исследования и технологические решения, как правило, взаимосвязаны. По решению ООН 2025 год объявлен Международным годом квантовой науки и технологий [1]. Можно вспомнить, что ровно десять лет назад 2015 год был провозглашен годом света и световых технологий.

Считается, что вышедшая сто лет назад в 1925 году работа Вернера Гейзенберга [2] стала тем моментом, который определил начало формирования современной квантовой механики, а в дальнейшем — и квантовой физики. Поскольку классическая механика лежала в основе всей классической физики, то и квантовая механика заняла то же место в новой науке — квантовой физике. Глубокие вопросы интерпретации квантовой теории повлияли и на другие науки. Поэтому стали употреблять термины квантовой науки и технологий.

Взаимосвязь научных исследований и технологических исследований стала формироваться достаточно давно. Сергей Иванович Вавилов писал о работах Петра Николаевича Лебедева: «Эта тема занимала его внимание и силы в течение 20 лет, начиная с 1892 г. до конца жизни. Давление света доказано им деликатнейшими опытами, как для твердых тел, так и для газов и измерено. П.Н. Лебедев предугадал громадную роль светового давления в жизни вселенной. Современная астрофизика вполне подтвердила это ожидание; с каждым годом все шире раскрывается первостепенная роль давления света в космических процессах, и его значение становится эквивалентным ньютоновскому тяготению. С другой стороны, доказанный факт светового давления необычайно облегчил той неразрывной связи между массой и энергией, которая во всей широте была выяснена теорией относительности. Таким образом, работы Лебедева по световому давлению — это не отдельный эпизод, но важнейший экспериментальный узел, определивший развитие теории относительности, теории квантов и современной астрофизики» [3].

Рассматривая создание теории относительности и создание квантовой теории в двадцатом столетии как два важнейших этапа в развитии физики, Игорь Евгеньевич Тамм писал: «В развитии этих теорий особенно ярко проявились общие закономерности развития не только физики, но и вообще всех естественных наук» [4].

Приуроченные к столетнему юбилею мероприятия прошли по всему миру. Их целью было не только проведение памятных мероприятий, но и исследование влияния новых представлений, возникших в квантовой теории на науку и технологии в целом, а также рассмотреть перспективы их дальнейшего развития.

Что касается революционных изменений в данной области, то они начались гораздо раньше, когда Макс Планк в 1900 году сформулировал квантовую гипотезу и ввел фундаментальную постоянную, названную в дальнейшем постоянной Планка и имеющую размерность действия.

Уже с 1903 года начинает формироваться представление о квантах света вначале в работах Дж.Дж. Томсона, а затем и под влиянием гипотезы Планка в работе Альберта Эйнштейна, где он объясняет явление фотоэффекта.

Гипотеза квантов в теории твердого тела была впервые применена Эйнштейном в 1907 году. Более точные модели в этой области созданы в 1912 году Дебаем, а также Борном и Карманом.

В 2013 году широко отмечалось столетие со дня создания Н. Бором модели атома, которая стала предтечей современной атомной физики [5].

В 1913 году были опубликованы три знаменитые статьи Н.Бора "О строении атомов и молекул", открывшие путь к квантовой механике.

Первая статья Бора начинается со сравнения моделей атомов Резерфорда и Томсона. Кроме того, статья содержала ряд новых революционных утверждений, поэтому вначале Резерфорд критически высказался по ее основному содержанию. Но в переработанном виде она вышла в свет.

Свои знаменитые постулаты Бор полностью излагает в заключительных замечаниях к статьям. На основе своих постулатов Бор объяснил спектральные закономерности водорода, а также вычислил постоянную Ридберга. Значение постоянной оказалось близким к экспериментальному.

В дальнейшем обобщение теории Бора шло в направлении усложнения модели атома и обобщения условий квантования для более сложных систем. Движение электрона и ядра стали рассматривать относительно их общего центра масс.

Несмотря на очевидные успехи, теория имела и не менее очевидные недостатки. Во-первых, постулаты Бора требовали обоснования; во-вторых, в ней содержался ряд дополнительных принципов (условия квантования, принцип соответствия, принцип Паули и т.д.), которые также нуждались в обосновании; в-третьих, при рассмотрении гелия и более

сложных атомов в рамках теории Бора возникали серьезные сложности. Эти сложности удалось преодолеть лишь в рамках матричной и волновой механики.

При создании аппарата матричной механики на первом этапе Гейзенберг исходил из исследований спектральных закономерностей и из теории дисперсии.

В 1921 году Ланденбург на основе теории Бора и используя найденные Эйнштейном в 1917 году коэффициенты для спонтанного излучения получает дисперсионное соотношение, а в 1924 году Крамерс обобщает эту формулу с учетом переходов в данное состояние и с более низких уровней энергии.

Окончательная формула для дисперсии не опиралась на модельные представления. Поэтому уже в 1923 году Гейзенберг писал, что "модельные представления принципиально имеют только символический смысл, они являются классическими аналогами "дискретной" квантовой теории".

В 1925 году Гейзенберг реализовал свои идеи. Он установил соотношения для атомных явлений, используя лишь "наблюдаемые" величины, то есть те, которые непосредственно измеряются в экспериментальных исследованиях, — частотой излучения спектральных линий, их интенсивностью, поляризацией и т.п. Кроме того, на свои соотношения Гейзенберг налагал условие, что они должны быть в отношении аналогии с соотношениями для классических величин.

Гейзенберг совместно с Борном и Йорданом развили математический аппарат матричной механики и решили ряд конкретных задач.

Ряд положений, используемых при создании матричной механики, в дальнейшем были переосмыслены. Десятилетия спустя Борн писал, что идея исключения ненаблюдаемых величин казалась достаточно разумной в 1925 году, но на практике такая «общая и расплывчатая формулировка совершенно бесполезна, даже вводит в заблуждение» [1].

Другое направление, приведшее к созданию волновой механики, связано с именами Луи де Бройля и Эрвина Шредингера.

В дискуссиях 1926 - 1927 годов родилась вероятностная интерпретация волновой функции, автором которой стал Макс Борн. Интерпретация Борна получила всеобщее признание, хотя спор о природе статистичности в квантовой механике продолжается до настоящего времени.

### Литература

1. Nature 2025. **637**. P. 269.
2. Heisenberg W. // Z. Phys. 1925. **33**. P. 879.
3. Вавилов С.И. // Природа 1937. № 5. С. 94.
4. Тамм И.Е. Собрание научных трудов. Т. 2. М, Наука, 1975. С. 478.
5. Nature 2013. **498**. P. 21.

## КОМПЬЮТЕРНОЕ ОБУЧЕНИЕ ФИЗИКЕ: СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Доцент *В.Ю. Иванов*, ст. преподаватель *И.Б. Иванова*,  
ст. научный сотрудник *М.А. Терентьев*

Настоящий доклад посвящён разработке очередного раздела программы дистанционного обучения физике на примере классических задач механики [1, 2]. Речь идёт о специфическом разделе курса общей физики на физическом факультете МГУ, а именно о разделе, посвящённом изучению специальной теории относительности (СТО). На предыдущих конференциях «Ломоносовские чтения» в 2018 – 2025 гг. были представлены основные принципы построения обучающей программы по физике на примере решения классических задач механики. Были анонсированы девять разделов программы: кинематика материальной точки, динамика материальной точки, законы сохранения механической энергии и импульса, механические колебания и волны, кинематика твёрдого тела, динамика твёрдого тела, гидростатика и гидродинамика, неинерциальные системы отсчёта, закон сохранения момента импульса. Обсуждаемый в настоящей работе десятый раздел программы — СТО — относится к университетскому курсу общей физики. Этот важный раздел механики является сложным для понимания студентами первого курса, но многим нравится, благодаря необычным явлениям, изучаемым в данном разделе. В нём речь идёт о таких явлениях, как относительность одновременности, сокращение длины движущегося стержня, замедление хода движущихся часов. В разделе вводится необычное на первый взгляд 4-х мерное пространство Минковского, в котором четвёртым измерением служит время, а также «расстояние» между событиями в этом пространстве — пространственно-временной интервал. Пространство и время в этом необычном мире связаны друг с другом преобразованиями Лоренца. Многих впечатляет так называемый парадокс близнецов. Данный раздел сложно понять в рамках обычной логики, например, как может метровый стержень пройти сквозь щель, длиной менее метра, за счёт сокращения своей длины или почему с точки зрения неподвижного наблюдателя движущиеся часы идут медленнее. На самом деле все эти явления — суть кинематические следствия уже упомянутых выше преобразований Лоренца, которые описывают преобразования координат и времени при переходе от одной инерциальной системы отсчёта к другой, движущейся относительно первой со скоростью, близкой к скорости света. Данный раздел стоит особняком в курсе общей физики, и тем не менее он важен для студентов, как раздел, показывающий всю «глубину» окружающего нас мира, и быть может, кто-то после изучения СТО захочет разобраться и в общей теории относительности Эйнштейна.

Мы выбрали в качестве базовых задач задачи, в которых речь идёт о «классических» явлениях СТО, а именно: сокращение длины и замедление времени. Формулировки выбранных для нашей обучающей программы задач будут даны ниже.

Напомним, что основная часть обучающей программы содержит постановки задач и вопросы, требующие решения. В программе рассмотрены следующие классические задачи механики: **раздел 1** — задача о движении тела, брошенного под углом к горизонту; **раздел 2** — задача о движении двух тел, связанных невесомой и нерастяжимой нитью, переброшенной через невесомый блок; **раздел 3** — задача о взаимодействии тела и незакреплённой горки; **раздел 4** — задачи о колебаниях пружинного маятника и о механических волнах в струне; **раздел 5** — задачи о качении колеса по твёрдой горизонтальной поверхности без проскальзывания и о плоском движении абсолютно твёрдого стержня по гладкой горизонтальной поверхности; **раздел 6** — задача о движении маятника Максвелла под действием силы тяжести; **раздел 7** — задачи о гидростатическом давлении жидкости на стенку сосуда и о течении идеальной жидкости по трубе переменного сечения; **раздел 8** — задачи об отклонении падающего тела к востоку в северном полушарии и о колебаниях математического маятника в ускоренно движущемся вагоне; **раздел 9** — задачи о движении человека по краю однородного горизонтального вращающегося вокруг своей оси диска и об упругом столкновении подвешенного за один конец стержня и шарика, подвешенного к той же горизонтальной оси, что и стержень.

Результатом работы студента в каждом разделе является полученный им при решении задачи численный ответ, который надо ввести в компьютер. Если ответ неверный, то компьютер даёт подсказки по решению задачи. Сначала компьютер даёт советы по решению. Если они не помогают, то даётся прямое указание о том, как следует решать задачу, и приводятся соответствующие формулы. Демонстрационный вариант обучающей программы находится на сайте дистанционного образования МГУ.

Исследуемыми задачами в разделе **специальная теория относительности** являются следующие: 1) Задача о сокращении длины движущегося стержня; 2) Задача о замедлении времени движущихся часов. Задачи формулируются так:

Стержень движется в продольном направлении с постоянной скоростью  $V$  относительно инерциальной системы отсчёта. При каком значении скорости длина стержня в этой системе отсчёта будет на  $\eta$  процентов меньше его собственной длины?

С какой скоростью двигались в  $K$ -системе отсчёта часы, если за время  $t$  (по часам  $K$ -системы) они отстали от часов этой системы на  $\Delta t$  секунд?

Как было сказано выше, при неверном решении задачи компьютер выдаёт подсказки разной степени помощи: от наводящих вопросов до прямо-

го указания. Подсказок может быть несколько. Ниже показано, какими могут быть подсказки при решении задачи о движущихся часах (задача №2)

*Подсказка 1.* К-система отсчёта – это неподвижная система отсчёта, в которой часы движутся, и наблюдается замедление хода движущихся часов.

*Подсказка 2.* К'-система отсчёта – это движущаяся система отсчёта, связанная с часами, в которой они неподвижны, и показывают собственное время.

*Подсказка 3.* Собственное время всегда меньше времени по часам неподвижной системы отсчёта.

*Подсказка 4.* В задаче собственное время  $t'$  равно времени по часам неподвижной системы  $t$  минус время отставания часов  $\Delta t$ .

*Подсказка 5.* Связь собственного времени и времени по часам неподвижной системы отсчёта следует из преобразований Лоренца:

$$t = \frac{t'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad t' = t - \Delta t.$$

Отсюда легко найти скорость:  $V = c \sqrt{\frac{\Delta t}{t} \left( 2 - \frac{\Delta t}{t} \right)}$ .

В заключение отметим, что создаваемая авторами программа дистанционного обучения физике поможет студентам и всем желающим в практическом освоении алгоритмов решения классических задач механики.

### Литература

1. Иванов В.Ю., Иванова И.Б., Терентьев М.А. Компьютерное обучение физике: кинематика и динамика материальной точки, законы сохранения импульса и механической энергии. Учёные записки физического факультета Московского университета. № 3, с. 1931103, 2019.
2. Иванов В.Ю., Иванова И.Б., Терентьев М.А. Компьютерное обучение физике: механические колебания и волны, кинематика и динамика твёрдого тела. Учёные записки физического факультета Московского университета. № 5, с. 2250601, 2022.

### ЗАБЫТАЯ СТРАНИЦА БИОГРАФИИ ПРОФЕССОРА В. И. ИВЕРОНОВОЙ (СТУДЕНЧЕСКИЕ ГОДЫ В МОСКОВСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ)

Ст. науч. сотр. Якута Е. В., инженер Якута А. А.

Валентина Ивановна Иверонова (17.09.1908 – 27.07.1983), доктор физико-математических наук, профессор, крупный ученый и педагог, начала

вести научно-педагогическую работу в Московском государственном университете (МГУ) в 1931 г. и посвятила этой деятельности всю дальнейшую жизнь. В 1953 – 1969 гг. (фактически с 1951 г.) она заведовала на физическом факультете МГУ кафедрой общей физики, которая на тот момент являлась самой крупной кафедрой соответствующего профиля в СССР, и за эти годы внесла весомый вклад в развитие отечественного высшего физического образования [1, с. 374 – 376]. Краткий обзор основных этапов научной деятельности В. И. Ивероновой сделан в [2], ее работа на кафедре физики твердого тела физического факультета МГУ нашла отражение в монографиях [3, 4]. При этом в публикациях недостаточно полно представлена информация биографического характера о В. И. Ивероновой, в особенности, о ее юношеских годах. В архиве МГУ сохранились документы [5], в которых отражены сведения о В. И. Ивероновой, относящиеся к периодам ее обучения в старших классах общеобразовательной школы (1921–1925 гг.) и на математическом (иногда в документах — физико-математическом) отделении Московского университета (1925–1930 гг.).

Отцом В. И. Ивероновой был русский геодезист, астроном и гравиметрист профессор Иван Александрович Иверонов (1867 – 1916), назначенный в 1909 г. директором Московского сельскохозяйственного института (с 1923 г. — Сельскохозяйственная академия имени К. А. Тимирязева). Ее мать, Ольга Ивановна, до 1916 г. была домохозяйкой, а затем, после смерти мужа, до 1923 г. работала в школе.

В 1925 г. В. И. Иверопова окончила II-ю ступень Красково-Малаховской опытно-показательной станции Наркомпроса имени М. Н. Коваленского, в которой обучалась в течение четырех лет. Эта экспериментальная школа, имевшая сельскохозяйственный уклон, располагала хорошо оборудованным физическим кабинетом, созданным еще в дореволюционные годы. Математику и физику в школе преподавал ее заведующий Виктор Эрнестович Фриденберг, который смог привить В. И. Ивероновой интерес к указанным предметам. В справке, выданной ей при окончании школы, директор дал ученице следующие характеристики. «Давно оформившийся интерес к математике. Большой, логический, точный ум. Развитое абстрактное мышление. Быстро и легко схватывает новое, свободно ориентируется в научной книге».

В школьные годы В. И. Иверопова не только хорошо училась, но и вела активную общественную работу. Она являлась председателем метеорологического, а затем математического школьных кружков, делала доклады на заседаниях химического и астрономического кружков, являлась членом классного президиума и участвовала в организации клубной работы в деревне — вела в избе-читальне занятия по ликвидации неграмотности. Помимо этого, она отработала два летних сезона в школьном сельхозе на полевых и огородных работах.



В. И. Иверонова мечтала стать студенткой Московского университета. В соответствии с действовавшими в то время правилами приема, для поступления в высшее учебное заведение ей было необходимо получить специальное направление, чему могло воспрепятствовать ее социальное происхождение. Соответствующий документ был выдан В. И. Ивероновой Аттестационной комиссией при Главном управлении социального воспитания и политехнического образования детей Наркомпроса РСФСР. Комиссия рассмотрела школьную выпускную характеристику В. И. Ивероновой, представ-

ленную ею письменную работу «Вопрос о демократии и диктатуре пролетариата» (которая была оценена как «довольно удовлетворительная», т.е. на отметку «хорошо»), учла ее материальное положение и активное участие в общественной жизни. Было принято решение командировать выпускницу в Ленинградский государственный университет как проявившую «выдающуюся многообразную одаренность». Однако затем в уже выданном аттестационном листе наименование высшего учебного заведения было заменено на 1-й МГУ, на физико-математическое отделение которого В. И. Иверонова и была зачислена 08.09.1925 г. (см. фото).

В первые студенческие годы В. И. Иверонова испытывала серьезные материальные затруднения, поскольку не имела собственных источников дохода. Она и ее старшая сестра Маргарита (1906 г. р.), студентка Московского межевого института, находились на иждивении матери, которая, как вдова крупного ученого, получала персональную пенсию в размере 50 руб. в месяц (эта сумма примерно соответствовала средней заработной плате заводского рабочего). По этой причине В. И. Иверонова на основании подаваемых ею заявлений освобождалась от платы за учебу до тех пор, пока на выпускном курсе не начала подрабатывать и получать заработную плату.

За период обучения в 1-м МГУ В. И. Иверонова получила фундаментальную научную подготовку. Математику и механику ей преподавали С. С. Бюшгенс, Н. Н. Бухгольц, Н. А. Глаголев, И. И. Жегалкин, Д. Е. Меньшов, А. П. Минаков, И. И. Привалов, В. В. Степанов, А. Я. Хинчин; физику — В. К. Аркадьев, Н. А. Капцов, В. А. Карчагин, С. Т. Конобеевский, В. И. Романов, И. Е. Тамм, А. К. Тимирязев, К. П. Яковлев; химию — А. Н. Реформатский; астрономию — С. Н. Блажко.

Поскольку незадолго до окончания В. И. Ивероновой четвертого курса ей по семейным обстоятельствам был продлен на полгода срок обучения,

она окончила математическое отделение физико-математического факультета 1-го МГУ лишь в мае 1930 г. Защищенная В. И. Ивероновой под научным руководством В. А. Карчагина дипломная работа называлась «Исследование с помощью рентгеновых лучей перехода упругой деформации в остаточную».

В октябре 1929 г., продолжая являться студенткой четвертого (выпускного) курса, В. И. Ивернова была зачислена в Научно-исследовательский институт прикладной минералогии и металлургии цветных металлов на должность лаборанта с ежемесячным окладом 125 руб. в месяц и начала вести там научно-исследовательскую работу. В связи с этим 18.04.1930 г. В. А. Карчагин, заведовавший в 1-м МГУ специальностью «Рентгенология», направил на имя декана физико-математического факультета И. П. Рочена служебную записку следующего содержания. «Комиссия по распределению оканчивающих наметила отправить в Нижний Новгород окончившую факультет по специальности “Рентгенология” Ивернову В. И., уже несколько месяцев работающую по специальности в Рентгено-Технической лаборатории Института прикладной минералогии. Прошу об ее оставлении на месте ее настоящей службы, т.к. она работает по специальности и успешно справляется с возложенными на нее обязанностями». Данное ходатайство было поддержано 24.04.1930 г. руководством указанного института, которое, ссылаясь на «распоряжение Председателя ВСНХ СССР т. [В. В.] Куйбышева о закреплении за Научно-Исследовательскими Институтами молодых специалистов, работавших в них до окончания ВУЗов», обратилось в 1-й МГУ с просьбой «не задерживать оформление направления к нам т. Ивероновой». Указанные просьбы были удовлетворены, и В. И. Ивернова получила из 1-го МГУ официальное направление, которое позволило ей продолжить работу в избранном ею научном учреждении.

Проведенное исследование позволило установить ряд фактов, относящихся к периоду обучения В. И. Ивероновой в Московском государственном университете, и ранее неизвестных историкам педагогики и образования. Полученные результаты важны для восстановления хронологии ее научной и педагогической деятельности, являющейся неотъемлемой частью истории физического факультета МГУ имени М. В. Ломоносова.

### Литература

1. Якута А. А. Становление и развитие базового физического образования в Московском университете (вторая половина XVIII — первая половина XX вв.). – М.: МЦНМО, 2024. – 480 с.
2. Андреева Н. С., Вайнштейн Б. К., Жданов Г. С., Курдюмов Г. В. и др. Памяти Валентины Ивановны Ивероновой // УФН. – 1984. Т. 143. Вып. 1. С. 131–132. DOI: 10.3367/UFNr.0143.198405g.0131

3. Илюшин А. С., Орешко А. П. Кафедра физики твердого тела Московского университета в зеркале столетия. – М.: ООО «Белый ветер», 2018. – 419 с.
4. Илюшин А. С., Кузьмин Р. Н. Герман Степанович Жданов. – М.: Физический факультет МГУ, 2020. – 336 с.
5. Иверонова Валентина Ивановна // Архив МГУ. Ф. 1. Оп. 14л (1925). Д. 525.

## О ПОГРЕШНОСТЯХ ИЗМЕРЕНИЙ ДЛЯ ПЕРВОКУРСНИКОВ

Ст. преподаватель *Ананьева Н. Г.*

С первых практических занятий со студентов требуют современную обработку результатов экспериментов. Выписывают формулы, по которым надо проводить обработку, поясняя их смысл (без выводов, так как математической подготовки школьников недостаточно). Но формирование научного мировоззрения требует подтверждений всех фактов экспериментально или математических выкладок. И разрешить это противоречие я пытаюсь, обратившись к истории появления и развития теории обработки экспериментов. Поэтому, кроме необходимых математических формул, я на первой задаче практикума рассказываю, как появилась и развивалась теория погрешностей, выделяя несколько этапов.

Результаты измерений — случайные величины. Математический аппарат для работы с ними — теория вероятности и математическая статистика. Рассказываю о переписке французских математиков Блеза Паскаля и Пьера де Ферма [1] о «математике случайного» и «степени возможности» для решения некоторых задач, которые возникали в азартных играх. Первые изданные труды по теории вероятности: «О расчетах в азартных играх» Кристиана Гюйгенса 1657 год [2], «Искусство предположений» Якоба Бернули 1713. В 1812 Пьер-Симон де Лаплас в книге «Аналитическая теория вероятностей» дал строгое определение вероятности (само понятие вероятности впервые появилось у Бернули) и создал алгебраическое вычисление вероятности с помощью математического анализа.

Теория погрешностей началась с астрономии на рубеже XVIII, XIX веков [2, 3, 4].

К этому времени было накоплено большое количество наблюдений за движением звезд и планет, но были расхождения в астрономических таблицах. Лаплас был не только гениальным математиком, но и прекрасным астрономом и использовал теорию вероятностей для определения истинного положения небесных тел. Он решил, что положение звезды должно быть каким-то средним  $\langle x \rangle$  из серии наблюдений  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , а отклонения от этого значения — случайные ошибки. Первоначально была предпринята попытка минимизировать сумму модуля абсолютных ошибок. Решив диф-

дифференциальное уравнение Лаплас получил экспоненциальную кривую распределения ошибок  $\varphi(X) = \frac{\exp(-|X_i|)}{2}$ . Но кривая не очень хорошо подходила к экспериментально наблюдаемым результатам. Другой подход — минимизировать сумму квадратов ошибок — лучше описывал значительное число наблюдений. Полученное распределение ошибок, которое сейчас называют распределением погрешностей  $\varphi(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(X_i)^2}{2}\right)$  — это нормализованное (нормированное) распределение Гаусса, где  $X_i = (x_i - \bar{x})/\sigma$ .

Идея метода наименьших квадратов появилась еще в трудах Гюйгенса в книге «О расчетах в азартных играх». Лаплас, Гаусс и многие другие математики несколько десятилетий совершенствовали этот метод (в том числе русские математики — академики П.Л. Чебышёв, А.Л. Марков и А.М. Ляпунов). Они не только создали строгую последовательную теорию, но и доказали, что среднее значение большого количества независимых случайных величин, при условии, что ни одно из слагаемых не доминирует, будет приближаться к нормальному распределению, независимо от исходного распределения этих величин (центральная предельная теорема). Поэтому, так как многие случайные величины в природе формируются под влиянием нескольких слабо зависимых случайных факторов, их распределения можно считать нормальными.

Дальнейшее развитие теории погрешностей произошло из-за бурного развития промышленности в конце XIX, начале XX. При увеличении объемов производства детальное исследование каждого выпущенного изделия сильно увеличивало стоимость продукции. А сколько измерений надо провести реально, чтобы и не переработать и качественно оценить разброс измеренных значений (теория вероятности хорошо «работает» когда проведено много измерений, в идеале — бесконечно много)? Решил этот вопрос Уильям Сили Госсет [3, 5], который после окончания колледжа поступил на работу в пивоваренную компанию — он должен был проверять качество закупаемого сырья и выпускаемой продукции. Госсет делал измерения для небольшого количества проб сырья и готового продукта из соображений экономии. Из полученных эмпирических результатов он разработал математическое обоснование «закона ошибок» для малых выборок: «t-распределение Стьюдента», сейчас это — основной способ определения оценки вероятной ошибки в зависимости от размера выборки. Статистики того времени использовали большие выборки для различных исследований, и статья Стьюдента не вызвала их интереса. Госсет передал статью своему другу — биологу и статистику Рональду Фишеру. Фишер понял и принял идеи Госсета о малых выборках и статистическом выводе (о генеральной совокупности, то есть о полном наборе значений, по малым выборкам), и значительно развил их. Разработанные Госсетом и, далее Фишером критерии оценки вероятной ошибки при небольших выборках

легли в основу системы современного промышленного контроля качества и методов эффективного планирования экспериментов.

В настоящее время в России правила по обеспечению единства измерений для производства и научных работ закреплены в многочисленных ГОСТах и стандартах ГСИ. Система стандартов создана для унификации производства, совместимости товаров и безопасности для потребителей. Выбор конкретного ГОСТа зависит от задачи, связанной с измерениями. Общие положения изложены в ГОСТ Р 8.563-2009; **ГОСТ Р 8.736-2011**; ГОСТ Р 54500.1-2011; ГОСТ 34100.3-2017 и др. В качестве примера приведу основные этапы расчета погрешностей измерений по ГОСТ Р 8.736-2011 [6]. Стандарт ориентирован на многократные измерения ( $n \geq 4$ ).

- исключают известные систематические погрешности из результатов измерений;
- вычисляют оценку измеряемой величины;
- вычисляют среднее квадратическое отклонение результатов измерений;
- проверяют наличие грубых погрешностей и при необходимости исключают их;
- проверяют гипотезу о принадлежности результатов измерений нормальному распределению;
- вычисляют доверительные границы случайной погрешности оценки измеряемой величины;
- вычисляют доверительные границы неисключенной систематической погрешности оценки измеряемой величины;
- вычисляют доверительные границы погрешности оценки измеряемой величины.
- В учебных задачах на практикумах мы этими принципами и пользуемся, упрощая и иногда сокращая последние пункты (п. 5–8).
- В своей лекции я знакомлю студентов не только с формулами для обработки практикумов, но рассказываю про ученых, которые эти формулы получали, и для чего эти формулы понадобились. Это должно мотивировать студентов серьезнее относиться к обработке результатов эксперимента.

### Литература

1. Альфред Реньи. Письма о вероятности. 1970 Издательство «МИР», Москва (перевод с венгерского), 94 стр. <http://becquerel.jinr.ru/text/books/AlfredRenyi1970.pdf>
2. Д.К. Самин. Сто великих ученых. Москва, Вече, 2000.
3. Наука. Величайшие теории: выпуск 47: Возможно да, возможно нет. Фишер. Статистический вывод. — М.: Де Агостини, 2015. — 176 с.
4. Хрестоматия по истории теории вероятностей и статистики вып. 2. Chrestomatia po Istorii Teorii Veroiatostei i Statistiki No. 2. Составитель и переводчик О. Б. Шейнин Берлин, 2007 [https://www.probabilityandfinance.com/sheynin/015\\_Pasc\\_Lapl\\_Poiss.pdf](https://www.probabilityandfinance.com/sheynin/015_Pasc_Lapl_Poiss.pdf)

5. Dan Kopf. The Guinness Brewer Who Revolutionized Statistics. The Guinness Brewer Who Revolutionized Statistics - Priceconomics
6. **ГОСТ Р 8.736-2011** Государственная система обеспечения единства измерений. Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений. (п.4.2).

## ФОРМИРОВАНИЕ СОДЕРЖАНИЯ ВУЗОВСКОГО КУРСА МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ ОЛИМПИАДНОЙ ФИЗИКИ С УЧЕТОМ ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ТРЕНЕРСКОГО ШТАБА СБОРНОЙ МОСКВЫ

Старший методист ГАОУ ДПО ЦПМ *Черникова В. В.*

В настоящее время наблюдается последовательный рост интереса школьников к олимпиадам по физике [5]. При этом в ряде образовательных организаций, реализующих образовательные программы основного общего и среднего общего образования, существует дефицит педагогических кадров, осуществляющих подготовку обучающихся к таким олимпиадам. Ежегодно в тренерский штаб сборной г. Москвы по физике поступают запросы от руководителей школ о проведении кружковых занятий со школьниками в рамках дополнительного образования.

Указанный кадровый дефицит может быть частично восполнен за счет привлечения студентов технических специальностей, обладающих глубокими предметными знаниями и часто имеющих собственный опыт участия в олимпиадах. Однако данных факторов недостаточно для успешной педагогической деятельности: студенты не обладают необходимыми педагогическими компетенциями для проведения занятий. Решение данной проблемы возможно посредством реализации программ профессиональной переподготовки. Разработка и внедрение таких программ являются актуальными в связи с необходимостью реализации комплексного Плана мероприятий по повышению качества математического и естественно-научного образования на период до 2030 года [3]. В ряде вузов Российской Федерации уже осуществляются программы переподготовки студентов, направленные на решение проблемы нехватки учителей физики в школах (см., напр., [1, 2, 4]). Тем не менее, данные программы не всегда учитывают специфику работы с высокомотивированными обучающимися в рамках их подготовки к олимпиадам.

Одним из ключевых элементов, обуславливающих возможность реализации соответствующей программы переподготовки, должен быть вузовский курс методики преподавания олимпиадной физики. Цель этого курса – сформировать у будущего педагога способность не только самостоятельно решать олимпиадные задачи, но и эффективно обучать этому школьников. В рамках данного курса студент должен овладеть следующими умениями: анализировать олимпиадную задачу с методической точки зрения;

разрабатывать сценарий занятия, направленный на эвристический поиск решения каждой рассматриваемой задачи; подбирать и типизировать задачи с точки зрения возможности их применения для достижения различных педагогических целей.

Данный подход реализуется, в частности, в рамках специального курса «Олимпиадная физика» на кафедре инновационной педагогики Московского физико-технического института. Программа курса сформирована с учетом опыта деятельности тренерского штаба сборной г. Москвы по физике. Курс рассчитан на два семестра: в первом обсуждается методика работы по программе 7 и 8 классов, во втором – 9 класса. Такой выбор обусловлен, с одной стороны, запросом образовательных организаций, которые преимущественно нуждаются в преподавателях для 7–8 классов, а с другой — тем, что программа 10–11 классов наиболее близка к вузовскому курсу общей физики, который студенты осваивают в рамках основной общеобразовательной программы.

Содержание занятий со студентами включает следующие аспекты:

- формирование программы кружковых занятий в соответствии с целями и уровнем подготовки конкретной аудитории (отбор тематических блоков);
- классификация нестандартных методов решения олимпиадных задач;
- принципы отбора олимпиадных задач прошлых лет для конкретного занятия и их адаптация под конкретный состав обучающихся;
- методика проведения занятия на основе принципа «от простого к сложному» — от демонстрации учителем приема решения до его самостоятельного «открытия» учеником.

Одной из основных форм проведения олимпиадных занятий со школьниками, аналогично кружковой работе по математике, является система «листочков» с устно-письменной сдачей задач учителю. Задачи в «листочках» расположены по принципу «от простых к сложным». При изучении курса студенты в качестве самостоятельной работы разрабатывают такие «листки» и обсуждают их с преподавателем. Также студенты знакомятся и с другими формами организации кружковой деятельности: проектными группами, личными и командными играми, мини-лекциями.

Параллельно с изучением теоретического материала студенты апробируют полученные знания на практике, проводя кружковые занятия со школьниками. Последующее обсуждение с преподавателем курса успехов и затруднений позволяет реализовать наставническую функцию и способствует формированию у студентов рефлексивных компетенций.

Представленный подход позволяет в перспективе сократить дефицит педагогических кадров в системе дополнительного олимпиадного образования и разрешить противоречие, характерное для студентов технических специальностей, привлекаемых к преподавательской деятельности: высокая предметная подготовка и наличие собственного олимпиадного опыта

зачастую не подкрепляются сформированными методическими компетенциями, необходимыми для передачи знаний школьникам.

Практико-ориентированный подход, основанный на реальных запросах образовательных организаций в апробированных формах организации кружковой работы, обеспечивает не только теоретическую подготовку будущих преподавателей, но и их включение в профессиональную деятельность уже на этапе обучения. Важным результатом становится формирование у студентов целостной системы методических умений – от анализа структуры олимпиадных задач и отбора содержания занятий до проектирования сценариев уроков и последующей рефлексии собственных педагогических решений.

Наконец, реализация подобных программ профессиональной переподготовки открывает новые возможности для системного кадрового обеспечения олимпиадного движения по физике, что, в конечном счете, может способствовать повышению качества обучения высокомотивированных школьников.

### Литература

1. Акманова Г. Р., Биккулова Н. Н. Получение дополнительной квалификации студентами как решение проблемы нехватки учителей физики, // *Фундаментальная математика и ее приложения в естествознании: спутник Междунар. науч. конф. «Уфимская осенняя математическая школа-2024»*: тез. докл. XV Междунар. школы-конф. студентов, аспирантов и молодых ученых, посвящ. 300-летию РАН, Уфа, 06 – 09 окт. 2024 г. Уфа: Уфимский ун-т науки и технологий, 2024. С. 211.
2. Кучеренко М.А., Огерчук А.А., Белокопытова О.Г. Герменевтико-синергетические основания реализации образовательной программы профессиональной подготовки учителя физики и астрономии // *Мир науки. Педагогика и психология*. – 2024. Т. 12. № 3. URL: <https://mir-nauki.com/PDF/95PDMN324.pdf>
3. Распоряжение Правительства РФ от 19.11.2024 № 3333-р «Об утверждении комплексного плана мероприятий по повышению качества математического и естественно-научного образования на период до 2030 года» URL: <http://static.government.ru/media/files/4qQXIVejzhGf8H086uqQADJ0PQcQkTgH.pdf> (дата обращения 23.03.2025).
4. Файн М. Б. Индивидуальная образовательная траектория педагога как средство достижения его профессионального развития // *Проблемы современного педагогического образования*. – 2019. № 63–1. С. 348–351.
5. Якута А. А., Якута Е. В. Опыт проведения муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников по физике на базе комплекта заданий с автоматизированной проверкой // *Столетовские чтения: тезисы и материалы докладов XII Всерос. науч.-практ. конф.* – Владимир, ООО «Аркаим», 2019. С. 72–75.

**Подсекция:**  
**СИНХРОТРОННЫЕ И НЕЙТРОННЫЕ**  
**ИССЛЕДОВАНИЯ**

Сопредседатели  
профессор А.П. Орешко,  
доцент И.А. Каменских

## МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕНТГЕНОВСКИХ ДИФРАКЦИОННЫХ РЕЗОНАНСНЫХ СПЕКТРОВ С УЧЕТОМ ЭФФЕКТОВ ДВУЛУЧЕПРЕЛОМЛЕНИЯ И ДИХРОИЗМА

Лаб. *М.В. Горбунова*, зав. каф. *А.П. Орешко*, проф. *Е.Н. Овчинникова*

Новейшие технологии требуют исследования различных свойств функциональных материалов на атомном уровне. Существует большое количество разных методов, которые реализуются на специализированных станциях синхротронного излучения и позволяют извлекать информацию о магнитной, электронной структурах, элементарных возбуждениях и др. Методы в геометрии дифракции особенно чувствительны к деталям атомной структуры, поскольку содержат информацию о фазе и поляризации рассеянных волн, а также о влиянии внешних воздействий на состояние рассеивателей.

Широкое применение методов, основанных на резонансной дифракции синхротронного излучения, ограничивается не только техническими возможностями станций, но и уровнем развития теории и методов математического моделирования дифракционных резонансных спектров. Одной из проблем является необходимость учёта эффектов анизотропии поглощения и преломления в области рентгеновских частот. Ранее эти эффекты считались пренебрежимо малыми, но в последнее время благодаря развитию техники поляризационных измерений появляются свидетельства того, что это может быть не совсем корректным [1].

В рамках данной работы с помощью формализма, развитого в работе [2], проведена оценка эффектов дихроизма и двулучепреломления на примере обработки спектров запрещённых отражений в кристалле ортобората железа (измерения проводились на станции XMAS синхротрона ESRF (Гренобль, Франция) [3]). Продемонстрировано хорошее согласие результатов численного моделирования и результатов эксперимента.

Подобранные параметры использованы для моделирования слабых каналов рассеяния с изменением поляризации в разрешённых отражениях, которые отсутствуют при энергиях излучения, далеких от краев поглощения, и «соседствующих» с обычными сильными каналами [4]. Изучение таких отражений может стать альтернативой запрещённым отражениям, набор которых ограничивается несимморфными пространственными группами, не характерными для многих функциональных материалов. В работе показано, что учет анизотропии поглощения и преломления рентгеновского излучения для обработки слабых каналов в разрешенных отражениях необходим, так как стандартные методы моделирования могут привести к существенно неправильным результатам.

### Литература

1. Collins S. P. et al. X-ray birefringence in highly anisotropic materials // *Journal of Physics: Conference Series*. 2013. Т. 425. №. 13. С. 132015.
2. Lovesey, S. W., Collins, S. P. X-ray birefringence and dichroism obtained from magnetic materials // *J. Synchrotron Radiat.*, 2001, vol. 8, p. 1065
3. Beutier G. et al. Interplay of inequivalent atomic positions in resonant x-ray diffraction of Fe<sub>3</sub>VO<sub>6</sub> // *Journal of Physics: Condensed Matter*. 2009. Т. 21. №. 26. С. 265402.
4. Ovchinnikova E. N. et al. Polarization analysis to separate the resonance contribution to the allowed X-ray reflections // *JETP Letters*. 2019. Т. 110. №. 8. С. 568–573.

### СИНХРОТРОННАЯ СТАНЦИЯ "БИОМУР" ДЛЯ БЫСТРОГО НЕРАЗРУШАЮЩЕГО ИССЛЕДОВАНИЯ СЛАБОУПОРЯДОЧЕННЫХ СТРУКТУР БИООРГАНИЧЕСКОГО ПРОИСХОЖДЕНИЯ МЕТОДОМ МАЛОУГЛОВОГО РЕНТГЕНОВСКОГО РАССЕЯНИЯ: ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ И ПРИМЕРЫ РАБОТ

Науч.сотр. *Петерс Г.С.*, вед.науч.сотр. *Конарев П.В.* (НИЦ «Курчатовский институт»), вед.науч.сотр. *Марченкова М.А.* (НИЦ «Курчатовский институт»), науч. сотр. *Шуленина А.В.*, ст.науч.сотр. *Молотовский Р.Ю.* (НИИ системной биологии и медицины)

Станция «БиоМУР» предназначена для исследований вещества преимущественно биоорганического происхождения в неупорядоченном либо слабоупорядоченном состоянии методом малоуглового рентгеновского рассеяния (МУРР). Станция установлена на Курчатовском источнике синхротронного излучения на поворотном магните и работает с 2017 года [1]. Метод МУРР в классическом его виде требует работы при постоянной длине волны – для этого в качестве монохроматора служит треугольный монокристалл кремния Si (111) с апертурой 10x4 мм, а фильтром высших гармоник является рентгеновское зеркало полного внешнего отражения длиной 1000 мм. Длина волны на станции равна 0.144 нм, минимальный размер сфокусированного на детекторе пучка 480x260 мкм по ширине на половине высоты (определен экспериментально), поток фотонов на образце  $1.86 \times 10^{10}$  фот/с. В ходе эксплуатации оптическая схема станции была оптимизирована с целью расширения ее функционала и повышения качества проведения экспериментов [2]. Для уменьшения фонового рассеяния были установлены щели с кромками из монокристаллов «анти-Брэгг» (кристаллы кремния Si(110), ориентированные под углом 20° к плоскости створки), а вакуумные окна были заменены с майлара толщиной 15 мкм на слюду толщиной 40 мкм, в результате соотношение сигнал/шум улучшилось в 3.5 раза. Для проведения экспериментов используются держатели

образцов, позволяющие одновременно размещать до 5 жидких образцов с возможностью термостатирования в диапазоне от -30 до +90 градусов и до 20 образцов произвольной формы с возможностью точного позиционирования на пучке. Помимо стандартных капилляров, доступно проведение экспериментов в ячейках с плоскопараллельными окнами из слюды и в микрофлюидных ячейках, что позволяет исключить влияние кривизны стенок капилляра, а также делает возможным исследование динамики процессов в жидкостях.

В качестве примеров работ, проводившихся с использованием станции, приведены результаты исследования порошков, пленок и аэрогелей на основе хитозана с наночастицами серебра и золота [3], изучения динамики процесса олигомеризации лизоцима в микрофлюидной ячейке [4], механизмов деформации пленок полилактида, используемых в качестве биоразлагаемых материалов для нужд хирургии, а также исследования слияния липидных капель с переменным липидным составом [5].

Станция «БиоМУР» является частью уникальной научной установки «Курчатовский источник синхротронного излучения «КИСИ-Курчатов» НИЦ «Курчатовский институт». Работа проведена в рамках выполнения государственного задания НИЦ «Курчатовский институт».

### Литература

1. Peters, G. S., Zakharchenko, O. A., Konarev, P. V. et al. The small-angle X-ray scattering beamline BioMUR at the Kurchatov synchrotron radiation source. //Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. 2019. Т. 945. С. 162616.
2. Peters G. S., Gaponov Yu. A., Konarev P. V. et al. Upgrade of the BioMUR beamline at the Kurchatov synchrotron radiation source for serial small-angle X-ray scattering experiments in solutions //Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. 2022. Т. 1025. С. 166170.
3. Rubina M. S., Elmanovich I., Shulenina A. V., et al. Chitosan aerogel containing silver nanoparticles: From metal-chitosan powder to porous material //Polymer Testing. 2020. Т. 86. С. 106481.
4. Marchenkova M. A., Chapek S.V., Konarev P. V. et al. 3D Printed Microfluidic Cell for SAXS Time-Resolved Measurements of the Structure of Protein Crystallization Solutions //Crystals. 2023. Т. 13. №. 6. С. 938.
5. Molotkovsky R. J., Denieva Z.G., Senchikhin I.N. et al. Quantifying the Activation Barrier for Phospholipid Monolayer Fusion Governing Lipid Droplet Coalescence //International J.l of Molecular Sciences. 2025. Т. 26. №. 23. С. 11664.

**СОДЕРЖАНИЕ****Оптика и лазерная физика**

УПРАВЛЕНИЕ ПРОФИЛЕМ ТЕРАГЕРЦОВЫХ ИМПУЛЬСОВ ЗА СЧЁТ  
ЛАЗЕРНО-ИНДУЦИРОВАННОЙ ГЕНЕРАЦИИ СВОБОДНЫХ НОСИТЕЛЕЙ В GaAs  
ПЛАСТИНКАХ .....4

*Новиков И.А., Кирьянов М.А., Стадничук В.И., Долгова Т.В., Федянин А.А.*

О СВЯЗИ МЕЖДУ РАЗЛИЧНЫМИ ПОДХОДАМИ К ОПИСАНИЮ  
ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО СОСТОЯНИЯ ОПТИЧЕСКИХ ВИХРЕВЫХ ПОЛЕЙ.....7

*Андреев А.В., Шутова О.А.*

ФОРМИРОВАНИЕ ТЕРАГЕРЦОВЫХ ИМПУЛЬСОВ С ПОМОЩЬЮ  
ФОТОИНДУЦИРОВАННОЙ МЕТАЛЛИЗАЦИИ GaAs .....10

*Т.В. Долгова, М.А. Кирьянов, И.А. Новиков, В.И. Стадничук, проф. А.А. Федянин*

УПРАВЛЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫМИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ ВОЛНАМИ В  
ОДНОМЕРНЫХ ФОТОННЫХ КРИСТАЛЛАХ .....11

*Бессонов В. О.; Федянин А. А.*

ГЕНЕРАЦИЯ ТРЕТЬЕЙ ГАРМОНИКИ ЭЛЛИПТИЧЕСКИ ПОЛЯРИЗОВАННОГО  
ИЗЛУЧЕНИЯ В ИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ В ПРИБЛИЖЕНИИ ВЗАИМНОГО  
ВИЛЯНИЯ РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ ВОЛН .....14

*Аглаев А.А., Макаров В.А.*

**Фотонные и квантовые технологии. Цифровая медицина**

ФОКУСИРОВАННЫЙ УЛЬТРАЗВУК В ТЕРАПИИ ЗАБОЛЕВАНИЙ ГОЛОВНОГО  
МОЗГА .....18

*Крохмаль А.А., Цысарь С.А., Чупова Д.Д., Хохлова В.А., Сапожников О.А.*

ТАРГЕТНЫЕ НАНОСИСТЕМЫ ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ И ЛЕЧЕНИЯ ЗЛОКАЧЕСТВЕННЫХ  
НОВООБРАЗОВАНИЙ.....21

*Осминкина Л.А.*

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ И ИССЛЕДОВАНИЕ  
ОДНОЭЛЕКТРОННЫХ РЕЗЕРВУАРНЫХ СЕТЕЙ.....23

*Андреева А.С., Шорохов В.В., Трифонов А.С., Преснов Д.Е., Снигирев О.В.,  
Крупенин В.А.*

**Радиофизика, электроника и акустика**

СТАТЬИ В АКУСТИЧЕСКОМ ЖУРНАЛЕ: НАУКОМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ.....28  
*Шамаев В.Г., Гориков А.Б., асп. Шамаев Н.В.*

ВЛИЯНИЕ ПЛАЗМЫ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ  
 ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА С ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ ВОЛНАМИ  
 КОАКСИАЛЬНОГО ВОЛНОВОДА С ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ЗАПОЛНЕНИЕМ.....30  
*Ершов А.В., Кузелев М.В.*

САМОВОЗБУЖДЕНИЕ ПЛАЗМЕННОГО СВЧ-УСИЛИТЕЛЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ  
 РАСПРЕДЕЛЕННОГО ПОГЛОТИТЕЛЯ .....33  
*Карташов И.Н., Кузелев М.В., Туманов А.В.*

ОБОБЩЕННОЕ УРАВНЕНИЕ БЮРГЕРСА: ПРИМЕНЕНИЕ ТОЧНЫХ И  
 АСИМПТОТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ К ЗАДАЧАМ НЕЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ.....35  
*Гусев В.А.*

**Физика конденсированного состояния**

ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ СИММЕТРИЙНО ОБУСЛОВЛЕННЫХ  
 ИЗОМОРФНЫХ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ В СЕГНЕТОЭЛАСТИКАХ МЕТОДАМИ  
 ТЕОРИИ ОСОБЕННОСТЕЙ .....40  
*Павлов С.В.*

ФОРМИРОВАНИЕ САМОАККОМОДАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСОВ МАРТЕНСИТА  
 ДИСТОРСИОННОГО ТИПА В СПЛАВАХ НА ОСНОВЕ  $\gamma$ -Mn .....43  
*Хунджуга А.Г., Бровкина Е.А., Фаттахов А.Ф.*

ТОНКИЕ ПЛЕНКИ FESETE НА АМОРФНЫХ ПОДЛОЖКАХ ПРИ НИЗКИХ  
 ТЕМПЕРАТУРАХ .....45  
*Петров А.В.*

**Теоретическая физика**

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТЕРМОДИНАМИКА ПЛОТНЫХ СИСТЕМ ПО МЕТОДУ  
 БОГОЛЮБОВА .....50  
*Николаев П.Н.*

СТРУКТУРА КОНСТАНТ ПЕРЕНОРМИРОВКИ В MS-ПОДОБНЫХ СХЕМАХ.....51  
*Шаталова В. В.*

САМОДУАЛЬНЫЕ СОЛИТОНЫ В ДИЛАТОН-АКСИОННЫХ МОДЕЛЯХ С  
 ПОТЕНЦИАЛОМ .....55  
*Кечкин О.В.*

**Математическая физика**

ДВИЖЕНИЕ РЕЗКОГО ФРОНТА В ЗАДАЧЕ РЕАКЦИЯ-ДИФФУЗИЯ-АДВЕКЦИЯ.62  
*Орлов А. О., студ. Махмудов А. Р.*

СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОЕ ИНТЕГРОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ РЕАКЦИИ-ДИФфуЗИИ С БАЛАНСОМ НЕЛИНЕЙНОСТИ .....	63
<i>Никитин А.Г., ст.науч.сотр. Никулин Е.И.</i>	
МЕТОД ШТРАФНЫХ ФУНКЦИЙ В ДИСКРЕТНЫХ ТЕРМИНАЛЬНЫХ СЛАБО-НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ .....	64
<i>Даник Ю.Э., Дмитриев М.Г.</i>	
СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫЕ МОДЕЛИ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ОБРАТНЫХ ЗАДАЧАХ ИДЕНТИФИКАЦИИ КОЭФФИЦИЕНТОВ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ И ТЕПЛООБМЕНА.....	66
<i>М.А. Давыдова</i>	
СУЩЕСТВОВАНИЕ И УСТОЙЧИВОСТЬ ДВУМЕРНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ РЕШЕНИЙ С ПОГРАНИЧНЫМИ СЛОЯМИ В СИСТЕМЕ ТИХОНОВСКОГО ТИПА, ВОЗНИКАЮЩЕЙ В ДРЕЙФО-ДИФфуЗИОННОЙ МОДЕЛИ ПОЛУПРОВОДНИКОВ СУБДЕБАЕВСКОЙ ДЛИНЫ.....	71
<i>Никулин Е.И., Карамышев А.В.</i>	
ОБ ОСОБЕННОСТЯХ РЕШЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТНЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ТИПА РЕАКЦИЯ-ДИФфуЗИЯ-АДВЕКЦИЯ С ДАННЫМИ РАЗЛИЧНОГО ТИПА .....	72
<i>Лукьяненко Д.В.</i>	
ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ И ДИНАМИКИ РЕШЁТКИ ФЕРМИ—ПАСТА—УЛАМА И ВЫНУЖДЕННОГО ЗАТУХАЮЩЕГО ОСЦИЛЛЯТОРА С ПОМОЩЬЮ НЕЙРОННЫХ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ .....	73
<i>Наумов А. С., Попов В. Ю.</i>	
АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ РЕШЕНИЯ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЁННОГО ОДУ 1-ГО ПОРЯДКА В СЛУЧАЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ КОРНЕЙ ВЫРОЖДЕННОГО УРАВНЕНИЯ.....	74
<i>Герентьев М.А.</i>	
ПЕРЕМЕЖАЕМОСТЬ МАГНИТНОЙ СПИРАЛЬНОСТИ В ПРОВОДЯЩЕМ ПОТОКЕ.....	77
<i>Юшков Е.В., Дуканов И.А., Соколов Д.Д.</i>	
ЗАДАЧА О ДВИЖЕНИИ ФРОНТА В СРЕДЕ С ВНЕШНИМ ЛИНЕЙНЫМ ИСТОЧНИКОМ .....	79
<i>Левашова Н.Т.</i>	
О КЛАССИЧЕСКОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОГО УРАВНЕНИЯ ПСЕВДОПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА .....	80
<i>Каташева И.К.</i>	
ГАМИЛЬТОНОВ ФОРМАЛИЗМ В ТЕОРИИ ТРЕХМЕРНЫХ КОНТРАСТНЫХ СТРУКТУР.....	81
<i>Быков А.А., Гань Цинчжао</i>	

АНАЛИТИКО-ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ПО  
ОПРЕДЕЛЕНИЮ ДОЛИ СГОРЕВШЕЙ БИОМАССЫ В ЛАНДШАФТНЫХ ЛЕСНЫХ  
ПОЖАРАХ С ДАННЫМИ О ПОЛОЖЕНИИ ФРОНТА ГОРЕНИЯ .. 83

*Андреев Р. П.*

### Прикладная математика и математическое моделирование

СПОСОБЫ ОПТИМИЗАЦИИ ЗЕРКАЛА КОЛЛИМАТОРА СО СКРУГЛЁННЫМИ  
КРАЯМИ ПРИ ПОМОЩИ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ.....86

*Хлебников Ф.Б., Боголюбов А.Н., Шапкина Н.Е., Коняев Д.А.*

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ПРОСТРАНСТВА ДЛЯ АНАЛИЗА ПОТОКОВ БОЛЬШИХ  
ДАННЫХ С ПРОПУСКАМИ В РЕАЛЬНОМ ВРЕМЕНИ .....89

*Голубцов П.В.*

ТРУДНОСТИ ДЕТЕКТИРОВАНИЯ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН В КВАЗАРАХ И  
НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗДАХ .....94

*Терентьев Е.Н., Шугаев Ф.В., Shilin-Terentyev N.E.*

ПРОБЛЕМЫ КОМПЛЕКСОВ ТЕЛЕСКОП ГОРИЗОНТА СОБЫТИЙ +  
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МИКРОСКОП В СВЕРХРАЗРЕШЕНИИ ЧЕРНЫХ ДЫР.....97

*Терентьев Е.Н., Шугаев Ф.В., Shilin-Terentyev N.E.*

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МИКРОСКОП В ИССЛЕДОВАНИИ ЦИВИЛИЗАЦИЙ  
ВТОРОГО И ТРЕТЬЕГО ТИПОВ ПО КАРДАШЕВУ Н.С.....100

*Терентьев Е.Н., Шугаев Ф.В., Shilin-Terentyev N.E.*

ВЫСОКОТОЧНОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В УСЛОВИЯХ  
КОНЕЧНО-МЕРНОЙ ТЕОРЕМЫ ОТСЧЕТОВ .....104

*Терентьев Е.Н., Бакулина Е.А., Мустафин Д.А.*

### Медицинская физика

ОЦЕНКА РАДИАЦИОННОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ОРГАНИЗМ ЧЕЛОВЕКА В  
УСЛОВИЯХ ПРОЖИВАНИЯ В ГОРОДЕ ЯКУТСКЕ.....110

*Петрова К. А., Кононов В.Н., Мамаева С.Н., Фронтасьева М.В.*

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАДИАЦИОННО-ИНДУЦИРОВАННЫХ ЭФФЕКТОВ В  
КОСТНОЙ ТКАНИ В УСЛОВИЯХ КИСЛОРОДНОГО УСИЛЕНИЯ .....113

*Хуцистова А. О., Розанов В.В., Матвейчук И.В., Черняев А.П., Николаева Н.А.*

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОТОН-ИНДУЦИРОВАННЫХ РЕАКЦИЙ НА ВИСМУТЕ ПРИ  
ЭНЕРГИИ ПРОТОНОВ 50 и 100 МэВ .....115

*Желтоножская М.В., Смакотин А.А., Черняев А.П.*

ЯВЛЕНИЕ РАДИАЦИОННОГО ГОРМЕЗИСА ПРИ ПРЕДПОСЕВНОЙ ОБРАБОТКЕ ПШЕНИЦЫ НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИМ ИОНИЗИРУЮЩИМ ИЗЛУЧЕНИЕМ.....	118
<i>Зубрицкая Я.В., Близнюк У.А., Борщеговская П.Ю., Черняев А.П., Чибисова М.С., Никитченко А.Д., Юров Д.С., Родин И.А., Малюга А.А., Чуликова Н.С.</i>	
ДВУХЭТАПНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ РАДИАЦИОННОЙ ОБРАБОТКИ БИОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ .....	119
<i>Близнюк У.А., Борщеговская П.Ю., Болотник Т.А., Браун А.В., Беклемишев М.К., Черняев А.П., Ипатова В.С., Никитченко А.Д., Опруненко А.Ю., Золотов С.А., Зубрицкая Я.В., Козлова Е.К., Родин И.А.</i>	
КИНЕТИКА РАДИАЦИОННО-ИНДУЦИРОВАННЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ МОЛЕКУЛЯРНЫХ СОЕДИНЕНИЙ В БИОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТАХ ПРИ РАДИАЦИОННОЙ ОБРАБОТКЕ .....	121
<i>Ипатова В.С., Близнюк У.А., Борщеговская П.Ю., Козлова Е.К., Черняев А.П., Никитченко А.Д., Болотник Т.А., Браун А.В., Родин И.А., Опруненко А.Ю., Торопыгина М.И.</i>	
ВЛИЯНИЕ КОМБИНИРОВАННОЙ ОЗОНО-РАДИАЦИОННОЙ СТЕРИЛИЗАЦИИ НА КОЛЛАГЕНОВУЮ СТРУКТУРУ КОСТНЫХ БИОМАТЕРИАЛОВ .....	122
<i>Николаева Н.А., Розанов В.В., Мамаева С.Н.</i>	
ВЛИЯНИЕ ИОНИЗИРУЮЩЕГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА СТРУКТУРУ И ФУНКЦИИ БЕЛКОВЫХ МОЛЕКУЛ В МОДЕЛЬНЫХ РАСТВОРАХ.....	125
<i>Борщеговская П.Ю., Близнюк У.А., Козлова Е.К., Черняев А.П., Ипатова В.С., Торопыгина М.И., Никитченко А.Д., Ким В.С., Зубрицкая Я.В., Золотов С.А., Браун А.В., Родин И.А.</i>	
АКТИВАЦИЯ ЛЕГКИХ ЯДЕР, ВХОДЯЩИХ В СОСТАВ БИОЛОГИЧЕСКИХ ТКАНЕЙ, ПРИ ПРОТОННОЙ ТЕРАПИИ .....	127
<i>Юсупов М.Н., Желтоножская М.В., Смакотин А.А., Линь Ч., Блох М., Черняев А.П., Умаров З.Б.</i>	
ВЛИЯНИЕ ОБЛУЧЕНИЯ УСКОРЕННЫМИ ЭЛЕКТРОНАМИ НА СПЕКТР ПОГЛОШЕНИЯ БЫЧЬЕГО СЫВОРОТОЧНОГО АЛЬБУМИНА .....	129
<i>Торопыгина М.И., Козлова Е.К., Ипатова В.С., Близнюк У.А., Борщеговская П.Ю., Ким В.С., Никитченко А.Д., Браун А.В., Черняев А.П.</i>	
ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ХОЛОДА НА КРОВЬ МАРАФОНЦЕВ МЕТОДАМИ ЭЛЕКТРОННОЙ МИКРОСКОПИИ И СПЕКТРОСКОПИИ КОМБИНАЦИОННОГО РАССЕЯНИЯ.....	131
<i>Платонова В.А., Мамаева С.Н., Алексеев Р.З., Павлов А.Н., Винокуров П.В., Максимов Г.В., Лукин В.В.</i>	
ВЛИЯНИЕ ФИКСИРУЮЩИХ МАСОК НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДОЗЫ В ЛУЧЕВОЙ ТЕРАПИИ .....	133
<i>Лыкова Е.Н., Пятаев Д.Н., Назаренко А.В., Черняев А.П.</i>	
ПОЗИТРОННО-ЭМИССИОННАЯ ТОМОГРАФИЯ: ИСТОРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РАЗВИТИЯ ТЕХНОЛОГИИ .....	135
<i>Николаев Н. И., Черняев А. П.</i>	

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛЁГКИХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДЕФОРМИРУЕМОЙ РЕГИСТРАЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ КОМПЬЮТЕРНОЙ ТОМОГРАФИИ.....	136
<i>Копылова Е.А., Черняев А.П., Горлачёв Г.Е., Лыкова Е.Н.</i>	
РАСЧЕТ ДОЗОВЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ 50 КВ МИНИАТЮРНОГО ИСТОЧНИКА РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ДЛЯ ЭЛЕКТРОННОЙ БРАХИТЕРАПИИ МЕТОДОМ МОНТЕ – КАРЛО.....	137
<i>Новикова Е. А., Черняев А. П., Горлачёв Г.Е., Лыкова Е.Н., Копылова Е.А.</i>	
ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ ПУЧКА ЛИНЕЙНОГО УСКОРИТЕЛЯ ЕЛЕКТА SYNERGY ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПЛАНОВ РОТАЦИОННОЙ ЛУЧЕВОЙ ТЕРАПИИ С МОДУЛЯЦИЕЙ ФЛЮЕНСА .....	140
<i>Жаркова А.П., Нечеснюк А.В., Черняев А.П., Логинова А.А.</i>	
РАЗРАБОТКА ЭФФЕКТИВНОГО ФОТОНЕЙТРОННОГО ИСТОЧНИКА ДЛЯ БОР-НЕЙТРОНОЗАХВАТНОЙ ТЕРАПИИ .....	143
<i>Онищук Е.А., Кураченко Ю.А., Черняев А.П., Розанов В.В., Ким А.А.</i>	
<b>Науки о Земле</b>	
ВЛИЯНИЕ ПЕРЕРЫВОВ ОСАДКОАКОПЛЕНИЯ НА СОХРАННОСТЬ ПАЛЕОМАГНИТНОЙ ЗАПИСИ .....	146
<i>Ушаков Д.А.</i>	
ОСОБЕННОСТИ ВУЛКАНИЧЕСКИХ РОЕВ В ПЕРИОДЫ ИНТРУЗИЙ.....	147
<i>Греков Е.М.</i>	
КЛАССИФИКАЦИЯ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ КЛЮЧЕВСКОЙ ГРУППЫ ВУЛКАНОВ ПО СООТНОШЕНИЯМ МАГНИТУД .....	149
<i>Молокова А. П., Скоркина А. А., Смирнов В. Б.....</i>	
ОСОБЕННОСТИ ФЛЮИДНОЙ ИНИЦИАЦИИ СЕЙСМИЧЕСКИХ РОЕВ (ПО НАТУРНЫМ И ЛАБОРАТОРНЫМ ДАННЫМ) .....	152
<i>Потанина М.Г.</i>	
МОДЕЛИРОВАНИЕ КАМЧАТСКОГО ЦУНАМИ 29 ИЮЛЯ 2025 ГОДА С УЧЁТОМ КИНЕМАТИКИ ИСТОЧНИКА .....	158
<i>Колесов С.В., Носов М.А.</i>	
ПРИМЕНЕНИЕ ЧИСЛЕННО-АСИМПТОТИЧЕСКОГО МЕТОДА В ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ПАРАМЕТРИЗАЦИИ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ ДИФфуЗИИ И ОЦЕНКИ ЭМИССИЙ ЗАГРЯЗНЯЮЩИХ ПРИМЕСЕЙ В АТМОСФЕРУ.....	159
<i>М.А. Давыдова, Н.Ф. Еланский, С.А. Захарова</i>	
УГЛОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДОМИНИРУЮЩИХ ПЕРИОДОВ КАМЧАТСКОГО ЦУНАМИ 29 (30) ИЮЛЯ 2025 Г. ....	166
<i>Зарубина А.И., Носов М.А., Колесов С.В.</i>	
АНАЛИЗ ЧАСТОТЫ МОЛНИЙ В ЧЕТЫРЕХ МОДЕЛЯХ СМІР6.....	167
<i>Михайлов Р. П., Елисеев А.В.</i>	

КОЛЕБАНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ В ПРИДОННОЙ ОБЛАСТИ ЧЕРНОЙ ГУБЫ И ПРОЛИВА ВЕЛИКАЯ САЛМА (КАНДАЛАКШСКИЙ ЗАЛИВ БЕЛОГО МОРЯ).....170

*И. Н. Иванова, А. И. Васин, А. А. Будников* .....

О ВЛИЯНИИ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ФОРМЫ ВОЛНОПРОДУКТОРА НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕЧЕНИЯ С ВОЛНОВЫМ АТТРАКТОРОМ.....174

*Елистратов С. А. Бут И. И. Михайлов Е. А.*

### **Газодинамика, термодинамика и ударные волны**

НОВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ПО ДИНАМИКЕ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ РАЗРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЙ, ПОЛУЧЕННЫЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОМПЬЮТЕРНОГО ЗРЕНИЯ И МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ..... 176

*Дорощенко И.А., Знаменская И.А.* .

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ СВЕРХЗВУКОВЫХ ТЕЧЕНИЙ ВОЗДУХА В КАНАЛЕ С РАСШИРЕНИЕМ.....180

*Корнев К.Н., Логунов А.А., Знаменская И.А., Двинин С.А.*

НЕРАВНОВЕСНОСТЬ НА МЕЖФАЗНОЙ ГРАНИЦЕ ПРИ ИСПАРЕНИИ ВОДЫ ПРИ ПОНИЖЕННОМ ДАВЛЕНИИ ..... 181

*Гатапова Е.Я.*

### **Методика преподавания**

АНАЛОГИЯ МЕЖДУ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ И МАГНИТНЫМИ ЯВЛЕНИЯМИ: ЕЁ РОЛЬ И МЕСТО В КУРСЕ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ.....184

*Бушина Т.А., Селиверстов А.В.*

ОБУЧЕНИЕ СТУДЕНТОВ I КУРСА ИНТЕГРИРОВАНИЮ НА ПРИМЕРЕ ЭКСПЕРИМЕНТА ГАЛИЛЕЯ.....187

*Рыжиков С.Б., Рыжикова Ю.В.*

КВАНТОВЫЕ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИИ В ИХ РАЗВИТИИ .....190

*Николаев П.Н.*

КОМПЬЮТЕРНОЕ ОБУЧЕНИЕ ФИЗИКЕ: СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ.....193

*В.Ю. Иванов, И.Б. Иванова, М.А. Терентьев*

ЗАБЫТАЯ СТРАНИЦА БИОГРАФИИ ПРОФЕССОРА В. И. ИВЕРОНОВОЙ (СТУДЕНЧЕСКИЕ ГОДЫ В МОСКОВСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ) .....195

*Якута Е. В., Якута А. А.*

О ПОГРЕШНОСТЯХ ИЗМЕРЕНИЙ ДЛЯ ПЕРВОКУРСНИКОВ .....199  
*Ананьева Н. Г.*

ФОРМИРОВАНИЕ СОДЕРЖАНИЯ ВУЗОВСКОГО КУРСА МЕТОДИКИ  
ПРЕПОДАВАНИЯ ОЛИМПИАДНОЙ ФИЗИКИ С УЧЕТОМ ОПЫТА  
ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ТРЕНЕРСКОГО ШТАБА СБОРНОЙ МОСКВЫ .....202  
*Черникова В. В.*

### **Синхротронные и нейтронные исследования**

МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕНТГЕНОВСКИХ ДИФРАКЦИОННЫХ РЕЗОНАНСНЫХ  
СПЕКТРОВ С УЧЕТОМ ЭФФЕКТОВ ДВУЛУЧЕПРЕЛОМЛЕНИЯ И ДИХРОИЗМА.206  
*М.В. Горбунова, А.П. Орешко, Е.Н. Овчинникова.*

СИНХРОТРОННАЯ СТАНЦИЯ "БИОМУР" ДЛЯ БЫСТРОГО НЕРАЗРУШАЮЩЕГО  
ИССЛЕДОВАНИЯ СЛАБОУПОРЯДОЧЕННЫХ СТРУКТУР БИООРГАНИЧЕСКОГО  
ПРОИСХОЖДЕНИЯ МЕТОДОМ МАЛОУГЛОВОГО РЕНТГЕНОВСКОГО  
РАССЕЯНИЯ: ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ И ПРИМЕРЫ РАБОТ.....207  
*Петерс Г.С., Конарев П.В., Марченкова М.А., Шуленина А.В., Молотковский Р.Ю.*