ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 530.12:550.831

ОБ ЭВОЛЮЦИИ ВСЕЛЕННОЙ

Ю. М. Лоскутов

(*кафедра квантовой теории и физики высоких энергий*)

E-mail: loskutov@moldyn.phys.msu.ru

Предложен сценарий эволюции Вселенной, базирующийся на понятиях плотностей энергии вещества и гравитационного поля в пространстве Минковского. Показано, что Вселенная эволюционирует (по собственному времени) циклически между состояниями с максимальной и минимальной плотностями вещества; полная плотность энергии оказывается при этом всегда равной нулю. Полный период эволюционного цикла определяется минимальной плотностью вещества во Вселенной. Показано также, что при переходе к риманову пространству (и совмещенному с ним наблюдателю) эволюционный процесс воспринимается как последовательность сменяющих друг друга циклов расширения и сжатия. На завершающем этапе расширения, охватывающем несколько миллиардов лет, параметр замедления получается отрицательным, что согласуется с последними данными астрономических наблюдений. Расстояние до горизонта определяется текущей плотностью вещества. В рамках предложенной концепции дается объяснение космологическому красному смещению; исследуется температурный режим Вселенной. Приводится теоретическое объяснение наблюдаемого нефарадеевского вращения плоскостей поляризации электромагнитного излучения удаленных радиогалактик.

Введение

Согласно последним данным [1, 2] астрономических наблюдений, параметр замедления расширяющейся Вселенной оказался (вопреки сложившимся ранее представлениям) на современном этапе и в предыдущие несколько миллиардов лет отрицательным. Сразу же были предприняты попытки объяснить новый феномен. Одни базировались при этом на введении в рассмотрение гипотезы о ненулевой плотности энергии вакуума [3] с отрицательным давлением [4], другие — на введении гипотетической квинтэссенции [5] со своим уравнением состояния. И в том и в другом случае удалось получить соответствие с наблюдениями. Оказалось, что от начала расширения (сопоставляемого нулевому значению собственного времени τ) до настоящего момента прошло некоторое конечное время. В последующем Вселенная должна выходить на определенный стационарный режим с неограниченной длительностью. Последнее означает, что повторный выход Вселенной на состояние, бывшее при $\tau = 0$, становится невозможным.

Оба подхода игнорируют вопрос о том, что же происходило со Вселенной до начала ее расширения (в ее неограниченно долгом прошлом), и как взятое «начальное» состояние возникло. Вместе с тем этот вопрос не праздный. Поскольку уравнения гравитации обратимы во времени, то предшествующая история Вселенной (при $-\infty \leqslant \tau \leqslant 0$) должна бы выглядеть зеркально отраженной относительно истории при $0 \leqslant \tau \leqslant \infty$. Такая картина эволюции на интервале $-\infty \leqslant \tau \leqslant +\infty$ выглядит малоубедительной, поскольку время достижения «начального» состояния оказывается неограниченным.

Вопросов не возникло бы, если бы в получаемом сценарии Вселенная эволюционировала циклически от одного состояния к другому за конечное время, а сами циклы повторялись бы неограниченно. При феноменологическом классическом описании однородной изотропной Вселенной (в модели Фридмана) эти состояния естественно характеризовать достигаемыми в них значениями плотности ρ вещества (точнее того тензорного скаляра ρ, который входит в плотность тензора $T^{\varepsilon\lambda}$ энергии–импульса вещества). Такая картина получается в предлагаемом ниже подходе, основанном на понятиях плотностей энергии вещества и составляющей тензорного гравитационного поля второго ранга, сопоставляемой состоянию с нулевым спином.

1. Основные уравнения

Положим в основу классического феноменологического описания однородной изотропной Вселенной уравнения Гильберта–Эйнштейна*)

$$\tilde{R}^{\varepsilon\lambda} - \frac{1}{2} g^{\varepsilon\lambda} \tilde{R} = 8\pi T^{\varepsilon\lambda} \tag{1}$$

и условие гармоничности

$$\partial_\varepsilon \tilde{g}^{\varepsilon\lambda} = 0, \tag{2}$$

записав их в галилеевых координатах: $x^0 = t$, $(x^1)^2 + (x^2)^2 + (x^3)^2 = r^2$. Здесь $\tilde{R}^{\varepsilon\lambda} \equiv \sqrt{-g} R^{\varepsilon\lambda}$ — плотность тензора Риччи, $\tilde{R} \equiv \sqrt{-g} R$, $\tilde{g}^{\varepsilon\lambda} \equiv \sqrt{-g} g^{\varepsilon\lambda}$,

*) Выбрана система единиц, в которой $c = \hbar = G = 1$.

g — детерминант метрического тензора $g_{\varepsilon\lambda}$ риманова пространства, а $T^{\varepsilon\lambda}$ — плотность тензора энергии-импульса вещества, подчиняющаяся уравнению

$$\nabla_\varepsilon T^{\varepsilon\lambda} = 0, \tag{3}$$

в котором ∇_ε — ковариантная производная в метрике $g_{\varepsilon\lambda}$. Для дальнейшего тождественными преобразованиями приведем (1) с учетом (2) к виду [6]:

$$\tilde{g}^{\alpha\beta}\partial_\alpha\partial_\beta\tilde{g}^{\varepsilon\lambda} = 16\pi\sqrt{-g}\left(T^{\varepsilon\lambda} + \tau^{\varepsilon\lambda}\right), \tag{4}$$

где

$$\begin{aligned} 16\pi\sqrt{-g}\tau^{\varepsilon\lambda} \equiv \frac{1}{2}\left(\tilde{g}^{\varepsilon\alpha}\tilde{g}^{\lambda\beta} - \frac{1}{2}\tilde{g}^{\varepsilon\lambda}\tilde{g}^{\alpha\beta}\right) \times \\ \times \left(\tilde{g}_{\nu\sigma}\tilde{g}_{\tau\mu} - \tfrac{1}{2}\tilde{g}_{\tau\sigma}\tilde{g}_{\nu\mu}\right)\partial_\alpha\tilde{g}^{\tau\sigma}\partial_\beta\tilde{g}^{\nu\mu} + \\ + \tilde{g}^{\alpha\beta}\tilde{g}_{\tau\sigma}\partial_\alpha\tilde{g}^{\varepsilon\tau}\partial_\beta\tilde{g}^{\lambda\sigma} - \tilde{g}^{\varepsilon\beta}\tilde{g}_{\tau\sigma}\partial_\alpha\tilde{g}^{\lambda\sigma}\partial_\beta\tilde{g}^{\alpha\tau} - \\ - \tilde{g}^{\lambda\alpha}\tilde{g}_{\tau\sigma}\partial_\alpha\tilde{g}^{\beta\sigma}\partial_\beta\tilde{g}^{\varepsilon\tau} + \\ + \frac{1}{2}\tilde{g}^{\varepsilon\lambda}\tilde{g}_{\tau\sigma}\partial_\alpha\tilde{g}^{\sigma\beta}\partial_\beta\tilde{g}^{\alpha\tau} + \partial_\alpha\tilde{g}^{\varepsilon\beta}\partial_\beta\tilde{g}^{\lambda\alpha}, \end{aligned} \tag{5}$$

а $\tilde{g}_{\varepsilon\lambda} \equiv g_{\varepsilon\lambda}\Big/\sqrt{-g}$.

На особый смысл галилеевых координат впервые, по-видимому, обратил внимание В.А. Фок [7], интерпретируя их как инерциальную систему координат. Фактически это было близко к признанию фундаментальности пространства Минковского. Но тогда возникновение тензоров $g_{\varepsilon\lambda}$ следовало бы объяснять наличием в пространстве Минковского с метрикой $\gamma_{\varepsilon\lambda}$ тензорного гравитационного поля второго ранга. Если в (4) плотность тензора $\tilde{g}^{\varepsilon\lambda}$ связать с плотностью тензора гравитационного поля $\tilde{\Phi}^{\varepsilon\lambda} \equiv \sqrt{-\gamma}\Phi^{\varepsilon\lambda}$ и плотностью тензора $\tilde{\gamma}^{\varepsilon\lambda} \equiv \sqrt{-\gamma}\gamma^{\varepsilon\lambda}$, в которую должна трансформироваться плотность $\tilde{g}^{\varepsilon\lambda}$ при выключении поля, соотношением

$$\tilde{g}^{\varepsilon\lambda} \equiv \tilde{\Phi}^{\varepsilon\lambda} + \tilde{\gamma}^{\varepsilon\lambda}, \tag{6}$$

то тогда уравнения (4) предстанут как уравнения для гравитационного поля в пространстве Минковского с материальным источником $T^{\varepsilon\lambda}$. Такой интерпретации мы и будем следовать далее.

От частного выбора галилеевых координат в (4), (5) можно перейти к произвольным координатам x^α пространства Минковского, если производные ∂_α в (4), (5) заменить ковариантными производными D_α в метрике $\gamma_{\alpha\beta}(x)$:

$$\tilde{g}^{\alpha\beta}D_\alpha D_\beta\tilde{\Phi}^{\varepsilon\lambda} = 16\pi\sqrt{-g}\left(T^{\varepsilon\lambda} + \tau^{\varepsilon\lambda}\right), \tag{7}$$

$$D_\varepsilon\tilde{\Phi}^{\varepsilon\lambda} = 0, \tag{8}$$

где учтено, что $D_\alpha\tilde{g}^{\varepsilon\lambda} = D_\alpha\tilde{\Phi}^{\varepsilon\lambda}$, так как $D_\alpha\tilde{\gamma}^{\varepsilon\lambda} = 0$. Разложив в соответствии с [8, 9] тензор $\Phi^{\varepsilon\lambda}$ по неприводимым представлениям со спинами $S = 2, 1, 0, 0'$, можно убедиться, что условие (8) исключает из рассмотрения состояния поля с $S = 1, 0'$. Следовательно, в принятой интерпретации гравитационное поле будет представлять собой единое тензорное поле второго ранга*) со спиновыми состояниями $S = 2, 0$. Состояние с $S = 2$ сопоставляется полю гравитонов (с положительной плотностью энергии), а неотъемлемое от него состояние с $S = 0$ — связанному полю (с отрицательной плотностью энергии). В случае задач островного типа последнее обеспечивает гравитационное взаимодействие вещества [11], а в случае однородной изотропной Вселенной оно обеспечит, как будет видно из дальнейшего, баланс плотности энергии в процессе эволюции.

При феноменологическом классическом описании однородной изотропной Вселенной плотность тензора энергии–импульса вещества можно аппроксимировать выражением

$$T^{\varepsilon\lambda} = \sqrt{-g}\left[(\rho + p)u^\varepsilon u^\lambda - pg^{\varepsilon\lambda}\right], \tag{9}$$

в котором $u^\varepsilon \equiv dx^\varepsilon/ds$, $u^k = 0$, $u^0u^0 = g^{00}$, $p(t)$ — давление, а $\rho(t)$ формируется за счет всех видов энергии материи, включая энергии нейтрино, фотонов и гравитонов. Тогда (7), (8) будут представлять собой систему уравнений для компонент гравитационного поля в состоянии с нулевым спином (т. е. для связанного поля).

В силу однородности и изотропности потенциалы $\Phi^{\varepsilon\lambda}$ могут зависеть лишь от времени t; а компоненты $\Phi^{\varepsilon 0}$ вследствие (8) вообще должны быть постоянными. Все это дает право считать $\Phi^{\varepsilon 0} = 0$, а $\tilde{\Phi}^{kn} = \Phi\tilde{\gamma}^{kn}$, т. е., согласно (6),

$$\tilde{g}^{kn} = (1 + \Phi)\tilde{\gamma}^{kn} \equiv F\tilde{\gamma}^{kn}. \tag{10}$$

Соответственно из уравнения (7) для $\tilde{\Phi}^{00}$ будет следовать, что суммарная плотность энергии вещества (T^{00}) и гравитационного поля в состоянии с нулевым спином (τ^{00}) должна оставаться в процессе эволюции Вселенной равной нулю:

$$0 = -\frac{3}{8\pi}\frac{\dot{F}^2}{16F^{7/2}} + \rho \equiv \rho_0 + \rho, \tag{11}$$

где $\dot{F} \equiv \partial F/\partial t$. Второе независимое уравнение можно получить из (7) его сверткой с $\tilde{g}_{\varepsilon\lambda}$:

$$\frac{\ddot{F}}{F} = \frac{16\pi}{3}F^{3/2}(\rho - 3p) + \frac{5}{4}\frac{\dot{F}^2}{F^2}. \tag{12}$$

С учетом (11) оно приводится к виду

$$\dot{\rho} = -\frac{3}{4}(\rho + p)\frac{\dot{F}}{F}, \tag{13}$$

*) Кстати, если бы в [10] при анализе теорий гравитации с нулевой и ненулевой массой покоя гравитона были учтены оба спиновых состояния единого тензорного поля, а не только $S = 2$, то противоречий в выводах этих теорий, касающихся отклонения лучей и смещения перигелия, не возникло бы. В этом легко убедиться, заменив проекционный оператор с $S = 2$ на сумму проекционных операторов с $S = 2$ и $S = 0$.

что следует также из уравнения (3). Подставив в (13) из (11) значение $\dot{F}/F$, получим

$$\frac{d\rho}{F^{3/4}dt} \equiv \frac{d\rho}{d\tau} = \mp 2\sqrt{6\pi G\rho}(\rho+p), \tag{14}$$

где τ будет иметь смысл собственного времени в римановом пространстве, в котором находится наблюдатель. С его позиций величина $F^{1/4} \equiv R$ будет играть роль безразмерного масштабного фактора, так как при этом получится

$$ds^2 = d\tau^2 - R^2\left[dr^2 + r^2 d\vartheta^2 + r^2\sin^2\vartheta d\varphi^2\right]. \tag{15}$$

Уравнения же (11) и (13) примут известный вид:

$$\frac{\dot{R}^2}{R^2} = \frac{8\pi}{3}\rho, \quad \dot{\rho} = -3(\rho+p)\frac{\dot{R}}{R}, \tag{16}$$

где точки над R и ρ означают производные по τ.

2. Эволюция Вселенной

Из (14) или (16) следует*), что при $\rho = \mathrm{const} \neq 0$ давление p должно быть равным $-\rho$. Это значит, что если в процессе эволюции Вселенной ρ выходит на $\rho_{\max}$ или $\rho_{\min}$, то одновременно p должно выходить на $-\rho_{\max}$ или $-\rho_{\min}$ соответственно. Таким состояниям может отвечать однородно распределенное массивное (покоящееся) вещество. Между ними находится состояние, в котором излучение превалирует над массивным веществом. Ему должно отвечать p, близкое к $\rho/3$. Согласующееся с этими условиями уравнение состояния $p = p(\rho)$ можно постулировать в виде

$$p = \nu\rho, \quad \nu = \frac{4}{3}\left(1 - \frac{\rho}{\rho_{\max}}\right)^{1/2}\left(1 - \frac{\rho_{\min}}{\rho}\right)^{1/2} - 1. \tag{17}$$

Из последнего имеем

$$-1 \leqslant \nu \leqslant \frac{1}{3}\left(1 - 4\sqrt{\delta}\right), \tag{18}$$

где $\delta \equiv \rho_{\min}/\rho_{\max}$; значению $\nu_{\max}$ соответствует критическая плотность $\rho_c = (\rho_{\min}\rho_{\max})^{1/2}$.

Обычно (см., например, [3]) связь p с ρ задают разрывной функцией: на радиационно–доминирующей стадии эволюции Вселенной считают $\nu = 1/3$, на первой части нерелятивистской стадии полагают $\nu = 0$, а с некоторого момента с целью получить согласие с наблюдениями в [3] взято $\nu = -1$. В реальности одна стадия эволюции гладко переходит в другую. Поэтому зависимость $p(\rho)$ должна быть гладкой функцией. Это и отражено в постулируемой феноменологической связи (17), содержащей все три стадии эволюции.

*) Полезно заметить, что в случае уединенного однородного статического сферически–симметричного тела с большой плотностью вещества или с большим радиусом (см. [11]) внутреннее давление p при достаточном удалении от центра тоже получается стремящимся к $-\rho$. При очень больших радиусах практически во всей внутренней области будет выполняться условие $p = -\rho$.

Учитывая (17) в (14), получим

$$\rho = \frac{2\rho_{\min}}{1+\delta-(1-\delta)\cos\omega_0\tau}, \quad \omega_0 \equiv 8\left(\frac{2\pi}{3}G\rho_{\min}\right)^{1/2}, \tag{19}$$

где отсчет τ введен от состояния $\rho = \rho_{\max}$. Таким образом, процесс эволюции Вселенной на интервале $-\infty \leqslant \tau \leqslant \infty$ оказывается бесконечным повторением ее пульсаций между состояниями с $\rho_{\max}$ и $\rho_{\min}$ с полупериодом $\tau_0/2 = \pi/\omega_0$. При этом с уменьшением (ростом) ρ плотность ρ_0 энергии гравитационного поля в состоянии с $S = 0$ будет расти (падать) так, что сумма $\rho + \rho_0$ всегда будет оставаться, согласно (11), равной нулю. Таковой получается физическая природа эволюции, основанная на понятиях плотностей энергии материи однородной изотропной Вселенной. С позиций наблюдателя, совмещенного с римановым пространством, этап $\dot{\rho} < 0$ будет восприниматься как этап расширения (см. (16)), характеризуемый функцией Хаббла

$$H = \frac{\dot{R}}{R} = \left(\frac{8\pi}{3}\rho\right)^{1/2}, \tag{20}$$

и параметром замедления

$$\begin{aligned} q = -\frac{R\ddot{R}}{\dot{R}^2} &= \frac{1}{2}(1+3\nu) = \\ &= -1 + 2\left(1 - \frac{\rho}{\rho_{\max}}\right)^{1/2}\left(1 - \frac{\rho_{\min}}{\rho}\right)^{1/2}. \end{aligned} \tag{21}$$

В предложенном подходе, основанном на понятиях плотностей энергии, масштабный фактор R является понятием вторичным, надстроечным, и поэтому его поведение диктуется поведением плотности ρ. Изменение ρ со временем (т. е. $\dot{\rho}$) и скорость этого изменения (т. е. $\ddot{\rho}$) должны быть в выбранной модели гладкими функциями времени, так как нет никаких физических причин для их скачков. При $\tau \to \tau_0/2$ значение $\dot{\rho}$ будет стремиться к нулю, а $\ddot{\rho}$ — к положительному значению, т. е. при $\tau > \tau_0/2$ плотность ρ будет расти. Если этап $\dot{\rho} > 0$ отождествлять в соответствии со вторым из уравнений (16) с этапом «сжатия», сопоставляя ему $\dot{R}/R = -\left[(8\pi/3)\,\rho\right]^{1/2}$, то в точке $\tau = \tau_0/2$ (как и в точке $\tau = 0$) $\dot{R}$ будет неопределенной. Так как R в отличие от ρ сам по себе не несет прямой физической нагрузки, а от метрических коэффициентов $g_{\varepsilon\lambda}$ не требуется непрерывности их первых производных всюду, то указанную неопределенность $\dot{R}$ в точках $\omega_0\tau_n = n\pi$ можно считать допустимой (тем более, что в окрестности этих точек определяющими будут квантовые процессы и квантовые флуктуации). При сопоставлениях этапам $\dot{\rho} \leqslant 0$ и $\dot{\rho} \geqslant 0$ положительных и отрицательных значений $\dot{R}/R$ процесс эволюции будет восприниматься наблюдателем в римановом пространстве как неограниченная последовательность этапов «расширения» и «сжатия».

Если всюду брать лишь положительное значение (20), то R и его производные по τ останутся непрерывными. В этом варианте Вселенная становится неограниченно «расширяющейся» (в [3] неограниченное «расширение» Вселенной идет на фоне постоянной плотности ρ). Неограниченный рост масштабного фактора несовместим с принципом причинности и поэтому второй сценарий (как и сценарий [3]) не может быть принят.

Связь (17) отвечает феноменологическому учету квантовых процессов рождения, уничтожения и взаимопревращения частиц (g, γ, $\nu\bar{\nu}$, e^+e^-, p^+p^- и т. д.) при соответствующем изменении плотности ρ_0 гравитационного поля в состоянии с нулевым спином. С физической точки зрения естественно предположить, что значение $\nu_{\max}$ достигается в момент τ_c интенсивной трансформации вещества в излучение (на этапе $\dot{\rho} < 0$) и обратно (при $\dot{\rho} > 0$). Это будет соответствовать моменту открытия канала аннигиляции нуклон-антинуклонных пар (при $\dot{\rho} < 0$) или канала их рождения (при $\dot{\rho} > 0$), т. е. моменту достижения критической плотности $\rho \equiv \rho_c \sim 2 \times \times 10^{18}$ г/см^3. Согласно наблюдениям (и выводам, вытекающим из данных по динамике Галактик и их скоплений), сегодняшнее значение плотности вещества принято считать близким к плотности $\rho \equiv \rho_p \sim 5 \cdot 10^{-30}$ г/см^3. При этом плотность ρ_γ излучений оценивается величиной на четыре порядка меньшей ρ_p (т. е. $\rho_\gamma/\rho_p \sim 10^{-4}$). С точки зрения принятой в работе концепции последнее означает, что в настоящий момент Вселенная находится очень близко к точке перехода от состояния расширения (если ρ_γ со временем продолжает падать) к состоянию сжатия. Если измерения дали бы $\dot{\rho}_\gamma > 0$, то это означало бы, что Вселенная уже перешла в режим сжатия. Так или иначе, но малость отношения ρ_γ/ρ_p указывает на то, что $\rho_{\min}$ можно считать очень близким к ρ_p (точнее $\rho_{\min} \simeq \rho_p - \rho_\gamma$), так как в современной Вселенной число нуклонов на единичный объем в пространстве Минковского (в котором и определены ρ_0 и ρ) остается неизменным, а плотность их кинетической энергии должна быть (в силу квазиравновесности излучения и массивного вещества) сравнима с ρ_γ. Отсюда следует, что $\rho_{\max} \sim 10^{66}$ г/см^3, т. е. $\delta \sim 5 \cdot 10^{-96}$. Приведенные значения $\rho_{\min}$ и $\rho_{\max}$ дают следующие оценки для современных величин функции Хаббла H_p и параметра замедления q_p, а также для периода τ_0 полного эволюционного цикла, времени τ_c, когда ν сравнивается с $\nu_{\max}$, и времени $\Delta\tau$, оставшегося (при $\dot{\rho}_\gamma < 0$) до завершения цикла расширения:

$$\begin{gathered} H_p \simeq 50 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпс}^{-1}, \quad q_p \simeq -1, \\ \tau_0 \simeq 3 \cdot 10^{10} \text{ лет}, \quad \tau_c \simeq 4.7 \cdot 10^{-7} \text{ с}, \\ \Delta\tau \simeq 10^8 \text{ лет}. \end{gathered} \tag{22}$$

Эти оценки могут заметно измениться, если окажется, что часть темной массы Вселенной связана с какой–либо формой излучения, так как $\rho_{\min}$ станет в таком случае иным. Например, если всего 1% темной массы будет обязан излучениям, то оставшееся время $\Delta\tau$ расширения составит уже 10^9 лет. На начальном этапе плотность ρ падает чрезвычайно быстро: ρ достигает значения $\rho_{\max}/10$ за время $\tau' \simeq 3\tau_0\sqrt{\delta}/\pi \simeq 2 \cdot 10^{-30}$ с. С этого момента излучение уже превалирует над массивным веществом, так как ν достигает значения $\nu' \simeq 0.265$. Если состоянию $\rho = \rho_{\max}$ соответствует квантовая смесь в основном покоящихся частиц (когда $p = -\rho$), т. е. смесь с $T \sim 0$, то через 10^{-30} с она «разогреется» до $T \sim 10^{25}$ К. При $\tau > \tau'$ наступает релятивистская стадия, переходящая впоследствии снова в нерелятивистскую. При $\tau > \tau'$ с хорошей точностью (тем большей, чем больше τ) плотность ρ можно описать выражением

$$\rho \simeq \rho_{\min} \Big/ \sin^2 \frac{\omega_0\tau}{2}, \quad \tau > \tau'. \tag{23}$$

Тогда получим (при $\dot{\rho} < 0$, $\tau > \tau'$)

$$H(\tau) \simeq \frac{H_{\min}}{\sin \frac{\omega_0\tau}{2}}, \quad q(\tau) \simeq -\left(1 - 2\cos\frac{\omega_0\tau}{2}\right). \tag{24}$$

Как видно, на интервале $\dfrac{\tau_0}{3} < \tau \leqslant \dfrac{\tau_0}{2}$ параметр замедления q оказывается отрицательным, что согласуется с данными [1, 2] последних наблюдений. На релятивистской стадии, когда $\omega_0\tau$ мало, $H(\tau) \simeq 1/2\tau$, т. е. $R \sim \sqrt{\tau}$.

Если наблюдения позволяют с достаточной точностью определить расстояния до двух сверхновых и значения их функций Хаббла, то период τ_0 (т. е. и $\rho_{\min}$ — см. (19)) и текущее время τ_p можно получить, основываясь только на этих данных. Действительно, пусть расстояния от наблюдателя до одной и другой сверхновой соответствуют временам $\Delta\tau_1$ и $\Delta\tau_2$, а их функции Хаббла равны $H_1 \equiv H(\tau_1)$ и $H_2 \equiv H(\tau_2)$, где $\tau_1 = \tau_p - \Delta\tau_1$ и $\tau_2 = \tau_p - \Delta\tau_2$. Тогда, пользуясь (24), получим систему

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{\tau_0}(\tau_p - \Delta\tau_1) &= \arcsin\frac{\pi}{2\tau_0 H_1}, \\ \frac{\pi}{\tau_0}(\tau_p - \Delta\tau_2) &= \arcsin\frac{\pi}{2\tau_0 H_2}, \end{aligned} \tag{25}$$

где, согласно (19), (20), учтено, что $H_{\min} = \pi/2\tau_0$. Исключив в (25) время τ_p, придем к уравнению, дающему τ_0, а зная τ_0, найдем и τ_p. Эти результаты, обладающие определенной надежностью, интересно было бы сравнить с теми оценками, которые приводились выше.

Решения системы (25) позволяют теперь по измеренному расстоянию до любой другой сверхновой предсказывать значение ее функций Хаббла, а сравнив его с наблюдаемым, судить о справедливости самой теории, основанной на предложенной изначально концепции.

Если в (15) перейти к элементу длины $dl \equiv d(Rr)$, то ds^2 преобразуется к виду

$$ds^2 = d\tilde{\tau}^2 - \frac{dl^2}{1 - k^2 l^2} - l^2 d\Omega^2, \qquad (26)$$

где

$$d\tilde{\tau} \equiv \sqrt{1 - k^2 l^2}\, d\tau + \frac{kl}{\sqrt{1 - k^2 l^2}} dl,$$

$$k^2 \equiv \frac{8\pi}{3}\rho, \quad d\Omega^2 \equiv d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta d\varphi^2.$$

Отсюда получаем, что расстояние L_h до горизонта от наблюдателя, зафиксировавшего время τ в обозримой части Вселенной, будет равным

$$L_h = \int\limits_0^{1/k} \frac{dl}{\sqrt{1 - k^2 l^2}} = \frac{\pi}{2k}. \qquad (27)$$

В случае $\rho_p \simeq 5 \cdot 10^{-30}$ г/см^3 это дает $L_h \simeq 2.8 \times \times 10^{28}$ см; при $\rho = \rho_{\max}$ имеем $L_h \simeq 6.2 \cdot 10^{-20}$ см.

3. Космологическое красное смещение

В выбранной модели Вселенной ее вещество считается (в гидродинамическом смысле) покоящимся — это зафиксировано в $T^{\epsilon\lambda}$ условием $u^k \equiv dx^k/ds = 0$. Расширение Вселенной не означает, стало быть, физического разбегания вещества. Оно лишь отражает физическую роль гравитационного поля (с $S = 0$), модифицирующего физические процессы, протекающие в пространстве Минковского, и, в частности, изменяющего масштабы времени и длины. Это проявляется через масштабный фактор R, связанный с потенциалом $\Phi < 0$ поля соотношением $R = (1 + \Phi)^{1/4}$. Так как Φ нестатично, то и длины не будут статичными: с ростом Φ будет расти и R, что можно трактовать, пользуясь (15), как расширение Вселенной. Следовательно, космологическое красное смещение объясняется не тем, что галактики в буквальном смысле разбегаются, а ролью гравитационного поля. Покажем это.

Пусть источником излучения фотонов, принимаемых наблюдателем, является атом водорода. Сопоставляемое ему уравнение Шрёдингера, записанное в приближении неподвижного ядра, примет (см. [12]) в присутствии поля Φ (его удобнее учитывать через фактор R) вид:

$$i\partial_0\psi = \left(-\frac{1}{2m}\sqrt{g_{00}}\, g^{kn}\hat{p}_k\hat{p}_n + eA_0\right)\psi, \qquad (28)$$

где e и m — заряд и масса покоя электрона, $\sqrt{g_{00}} = R^3$, $g^{kn} = \left(1\big/R^2\right)\gamma^{kn}$, $A_0 = g_{00}A^0$, а A^0 определяется уравнением

$$\tilde{g}^{\alpha\beta}\partial_\alpha\partial_\beta A^0 = 4\pi j^0, \qquad (29)$$

в котором j^0 является плотностью заряда ядра; координаты x^α в (28), (29) — галилеевы.

Нас будут интересовать промежуток Δt испускания фотона и дальнейшее его распространение к наблюдателю. В присутствии поля время жизни Δt атома в возбужденном состоянии соответствует промежутку $\Delta\tau \sim R^3\Delta t$. За этот промежуток относительное изменение R составит величину $\dfrac{\Delta R}{R} \sim \dfrac{\dot{R}}{R}\Delta\tau \sim \dfrac{\dot{R}}{R}R^3\Delta t$, пренебрежимо малую на любом этапе эволюции Вселенной. Поэтому на промежутке испускания фотона значение R можно считать с высокой степенью точности постоянным. Это позволяет воспользоваться в (28) равенством $i\partial_0\psi = E\psi$, а в (29) пренебречь вкладом производных от A^0 по времени t. В итоге получим

$$A_0 = -R^2\frac{e}{r}, \quad \left(-\frac{R}{2m}\nabla^2 - R^2\frac{e^2}{r}\right)\psi = E\psi. \qquad (30)$$

Сравнивая последнее уравнение с уравнением Шрёдингера для атома водорода в отсутствие поля Φ, когда $R = 1$, находим энергетический спектр атома в присутствии поля:

$$E_n = -R^3\frac{me^4}{2n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \ldots\ . \qquad (31)$$

Частоты излучения атома определятся, следовательно, выражением*)

$$\omega_{n'n} = R^3\omega^0_{n'n}. \qquad (32)$$

Можно сделать общее утверждение: если в отсутствие поля Φ источник испускает в момент времени τ_1 фотон частоты ω_0, то в присутствии поля тот же источник при том же квантовом переходе испустит фотон с энергией

$$E_\gamma(\tau_1) = \omega_0 R^3(\tau_1). \qquad (33)$$

Его движение к наблюдателю подчинено уравнению

$$g^{00}E_\gamma^2 + g^{kn}p_k p_n = 0. \qquad (34)$$

В силу однородности и изотропности пространства канонический ковариантный импульс p_k фотона будет сохраняющейся величиной. Действительно, согласно (34), функция Гамильтона для фотона оказывается равной

$$H = R^2 p. \qquad (35)$$

*) Если бы атом находился над поверхностью статического сферически-симметричного тела массы M, то в случае слабого гравитационного поля в (31), (32) вместо R^3 вошел бы (см. [12]) множитель $\left(1 - \dfrac{M}{r}\right)$, где r — расстояние атома от центра тела. Энергии E_i фотонов, испущенных атомами, расположенными на разных расстояниях r_i от центра тела, окажутся, следовательно, разными. А так как распространение фотонов подчиняется уравнению $E_i = \left(1 - \dfrac{2M}{r}\right)p(r)$, в котором $E_i = \omega_{n'n}(r_i) = \mathrm{const}$, то атом, расположенный в точке r_1 не сможет поглотить фотон, испущенный атомом, расположенным в точке $r_2 \neq r_1$, и наоборот; например, при $r_2 < r_1$ энергия $\omega_{n'n}(r_2)$ окажется недостаточной для возбуждения верхнего атома, так как $\omega_{n'n}(r_2) < \omega_{n'n}(r_1)$. В этом и состоит эффект гравитационного красного смещения, а не в том, что с удалением фотона от центра тела его частота (энергия) падает: если последнее допустить, то отклонение лучей телом и гравитационная задержка сигнала получились бы противоречащими наблюдениям.

Отсюда имеем

$$\frac{dp_k}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x^k} = 0, \qquad (36)$$

т. е. $p_k = \mathrm{const}$. Таким образом, при распространении фотона в силу (34)–(36) возникает связь

$$\frac{E_\gamma(\tau)}{R^2(\tau)} = p = \omega_0 R(\tau_1). \qquad (37)$$

По прибытии фотона к наблюдателю в момент τ_p он будет обладать, согласно (37), (33), энергией

$$E_\gamma(\tau_p) = E_\gamma(\tau_1)\frac{R^2(\tau_p)}{R^2(\tau_1)} = \omega_0 R(\tau_1) R^2(\tau_p). \qquad (38)$$

В точке наблюдения при том же квантовом переходе такой же источник испустит (см. (33)) фотон частоты

$$\omega(\tau_p) = \omega_0 R^3(\tau_p). \qquad (39)$$

Из сравнения (38) и (39) видно, что частота $E_\gamma(\tau_p)$ пришедшего фотона меньше частоты $\omega(\tau_p)$ испущенного в точке наблюдения фотона. Это и есть космологическое красное смещение

$$z = \frac{\omega(\tau_p) - E_\gamma(\tau_p)}{E_\gamma(\tau_p)} = \frac{R(\tau_p)}{R(\tau_1)} - 1. \qquad (40)$$

Физическая природа его заключается, следовательно, во влиянии гравитационного поля на процессы рождения и распространения фотонов, а не в разбегании вещества. Термины «расширение Вселенной» и «разбегание вещества» употребимы лишь в смысле учета изменения масштабов длин, первопричиной которого является нестатическое гравитационное поле в состоянии с нулевым спином.

На этапе расширения при $\tau > \tau'$ масштабный фактор R, согласно (24), будет определяться с хорошей точностью значением

$$R(\tau) = R_0 \mathrm{tg}^{1/2}\frac{\omega_0\tau}{4}. \qquad (41)$$

Учитывая его в (40), найдем

$$z = \mathrm{ctg}^{1/2}\frac{\omega_0\tau_1}{4}\mathrm{tg}^{1/2}\frac{\omega_0\tau_p}{4} - 1. \qquad (42)$$

Если фиксируемое наблюдателем излучение было испущено источником в момент $\tau_1 = \tau_0/3$, отвечающий нулевому значению параметра замедления, то этому источнику будет соответствовать $z \simeq 0.32$. На смещение (42) должно накладываться еще гравитационное красное смещение, обусловленное гравитационным полем тела, с поверхности которого излучение уходит к наблюдателю.

4. Температурный режим Вселенной

Согласно принятой в работе концепции после завершения процессов аннигиляции частиц и античастиц количество оставшихся массивных частиц, приходящихся на единицу объема в пространстве Минковского, сохранится неизменным до конца расширения. Это означает, что плотность их масс покоя должна быть приравненной $\rho_{\min}$. Следовательно, плотность всех форм тепловой энергии составит на этом этапе величину

$$\rho_\gamma = \rho - \rho_{\min} \simeq \rho_{\min}\mathrm{ctg}^2\frac{\omega_0\tau}{2}. \qquad (43)$$

Предполагая режим дальнейшего расширения квазиравновесным, из (43) получим

$$aT^4(\tau) = \rho_{\min}\mathrm{ctg}^2\frac{\omega_0\tau}{2}, \qquad (44)$$

где $a = 7.56 \cdot 10^{-15}$ эрг $\cdot$ см$^{-3}$ $\cdot$ град$^{-4}$. Моменту завершения аннигиляционных процессов лептонов соответствует температура $T_l \sim 10^{10}$ К. Стало быть, описываемый выражением (44) температурный режим Вселенной возникнет примерно через три секунды после начала ее расширения и продолжится до конца расширения. Рекомбинация водорода, возникающая при $T \sim 2 \cdot 10^4$ К, начнется в момент $\tau_H \sim 10^4$ лет, что согласуется с ранее существовавшими оценками. Последнее становится очевидным, если учесть, что при $\tau \ll \tau_0/2$, согласно (41), (44), возникают известные ранее связи: $R \sim \tau^{1/2}$, $T \sim R^{-1} \sim \tau^{-1/2}$.

5. Гравитационное вращение плоскости поляризации электромагнитного излучения

Остановимся еще на одном доступном наблюдениям эффекте — эффекте космологического гравитационного вращения плоскости электромагнитного излучения, приходящего к наблюдателю от удаленных источников. Теоретически он был получен в [12, 13], где на основе идеи об универсальности в природе закона нарушения зарядовой (C) и пространственной (P) четностей ($CP = \mathrm{const}$) теория гравитации была переформулирована так, чтобы она удовлетворяла этому закону. По существу эта переформулировка свелась к однозначно определенному включению в плотность лагранжиана спинорных и векторных частиц дополнительного, гравислабого, взаимодействия, нарушающего C- и P-четность, но сохраняющего CP-четность.

Обширный экспериментальный материал [14–18] по вращению плоскостей поляризации электромагнитного излучения, испускаемого далекими радиогалактиками (получены данные по 160 галактикам), достоверно свидетельствует, что плоскость поляризации подвержена не только фарадеевскому, но и некоему дополнительному вращению. В отличие от фарадеевского это вращение не зависит от частоты излучения. Приемлемого теоретического объяснения обнаруженному явлению не нашлось. В [19, 20] после обработки данных по 71 галактике с $z > 0.3$ были предприняты попытки найти интерполяционную формулу, связывающую углы дополнительного вращения плоскости поляризации с расстояниями до галактик и другими возможными величинами. Однако выводы их существенно разошлись.

Если не привлекать к объяснению обнаруженного эффекта экзотических полей и экзотических внутренних характеристик фотонов, то наиболее естественной представляется гипотеза о различии во взаимодействиях с гравитационным полем левых и правых фотонов. Именно это различие и возникало в переформулированной теории гравитации с включенным гравислабым взаимодействием.

Согласно этой теории уравнение распространения фотонов в однородной изотропной Вселенной приобретает вид

$$E_\gamma^2 - R^4 p^2 + 2\zeta C E_\gamma R^2 \dot{R} = 0, \qquad (45)$$

где C — безразмерная константа гравислабых взаимодействий, а $\zeta = \pm 1$ соответствует правым ($\zeta = 1$) и левым ($\zeta = -1$) фотонам. В первом порядке по $\hbar$, отвечающем классическому учету сдвига фаз лево- и правополяризованных электромагнитных волн, т. е. классическому определению углов поворота плоскости поляризации, из (45) следует связь:

$$E_\gamma = pR^2 - \zeta C R^2 \dot{R}. \qquad (46)$$

Если излучение испущено источником в момент τ и принято наблюдателем в момент τ_p, то угол χ космологического поворота плоскости поляризации составит, согласно (46), величину

$$\chi(\tau) = C \ln \frac{R(\tau_p)}{R(\tau)} = C \ln(1+z). \qquad (47)$$

Выбрав некоторую радиогалактику за условный стандарт с $\tau \equiv \tau_s$ и $\chi \equiv \chi_s$ (из этого определяется C), углы поворотов $\chi_i \equiv \chi(\tau_i)$ плоскостей поляризации излучений других галактик можно выразить через χ_s:

$$\chi_i = \chi_s \frac{\ln(1+z_i)}{\ln(1+z_s)}, \qquad (48)$$

что поддается уже прямой экспериментальной проверке. Правда, надо учесть, что на эти углы поворотов будут накладываться еще повороты, возникающие вследствие гравислабых взаимодействий фотонов с пространственно неоднородными гравитационными полями, порождаемыми крупномасштабными неоднородностями вещества (т. е. самими галактиками). Согласно [13], эти углы поворотов ($\Delta\chi_i$) определяются величиной

$$\Delta\chi_i = C\left(\Phi_i - \Phi_0\right), \qquad (49)$$

где Φ_i — гравитационный потенциал в окрестности формирования излучения, а Φ_0 — гравитационный потенциал в окрестности точки приема (т. е. потенциал нашей Галактики в точке наблюдения); при получении (49) предполагалось, что потенциалы Φ_i и Φ_0 удовлетворяют условиям $\Phi_i \ll 1$, $\Phi_0 \ll 1$. Углы (49) тоже можно нормировать на выбранную «стандартную» галактику:

$$\Delta\chi_i = \Delta\chi_s \frac{\Phi_i - \Phi_0}{\Phi_s - \Phi_0}. \qquad (50)$$

Если поляризованная часть излучения формируется в области с потенциалами $\Phi_i < 0.1$, то углы гравитационных поворотов плоскостей поляризации излучения галактик с $z > 0.3$ приближенно можно определять выражениями (47), (48), так как (49), (50) дадут заметно меньший вклад.

Допуская, что наша Метагалактика образовалась вследствие большой флуктуации на начальном этапе расширения Вселенной (и, значит, в настоящее время Вселенная представляет собой бесконечный набор случайно разбросанных по пространству подобий нашей Метагалактики, но, возможно, в разных стадиях эволюциии с разными размерами), мы неизбежно придем к выводу о наличии в ней слабых асимметрий не только реликтового излучения и гравитационных красных смещений, но и в углах поворотов излучений галактик. Это можно видеть из (49), (50), если в них под Φ_i и Φ_0 понимать потенциалы Метагалактики как целого в точках излучения и приема. Сопоставление данных по всем асимметриям дополнит сведения о структуре Метагалактики и Вселенной.

Заключение

Переход с помощью тождественных преобразований от общепринятой формы записи уравнений Гильберта–Эйнштейна (1), (2) к форме (7), (8) позволил провести анализ эволюции Вселенной (в модели Фридмана) на основе понятий плотности $\rho > 0$ энергии ее вещества (отнеся к нему g, γ, ν, $\bar{\nu}$ и т. д.) и плотности $\rho_0 < 0$ той части единого тензорного (2-го ранга) гравитационного поля, которая обязана состоянию с нулевым спином. При таком подходе требование однородности и изотропности Вселенной влечет за собой сохранение в процессе ее эволюции суммарной плотности $\rho + \rho_0$, оказывающейся к тому же равной нулю (см. (11)). Система основных уравнений (11), (14) для плотностей ρ, ρ_0 и давления p позволяет заключить, что при выходе ρ на $\mathrm{const} \neq 0$ давление должно выходить на значение $p = -\rho$. Учитывая, что в процессе эволюции должна наблюдаться также стадия превалирования излучения над массивным веществом (которой должна быть свойственна связь $p \simeq \rho/3$), постулируется удовлетворяющее этим требованиям уравнение состояния (17). Все это в итоге приводит к картине динамических пульсаций Вселенной (на интервале $-\infty \leqslant \tau \leqslant \infty$) с периодом τ_0, определяемым минимальной плотностью ее вещества, между состояниями с $\rho_{\min}$ и $\rho_{\max}$ (см. (19)). Наблюдатель, для которого пространство оказывается римановым, см. (15), будет воспринимать этот процесс как процесс следующих друг за другом расширений и сжатий Вселенной, характеризуемых функцией Хаббла H и параметром замедления q (см. (20), (21)). Полученные значения $H(\tau)$ и $q(\tau)$ показывают, что последние несколько миллиардов лет Вселенная расширялась с положительным ускорением ($q < 0$) — см. (24). Это полностью согласуется с недавно опубликованными данными [1, 2].

В рамках предложенной концепции дано объяснение космологическому красному смещению (см. (40), (42)).

Температурный режим Вселенной, устанавливающийся примерно через три секунды после начала ее расширения, оказывается сходным с тем, который получался в ранних теориях: температура T остается обратно пропорциональной масштабному фактору R (см. (44), (41)); однако зависимость T и R от времени τ становится иной.

Дано теоретическое объяснение наблюдаемому эффекту нефарадеевского вращения плоскостей поляризации электромагнитного излучения далеких радиогалактик (см. (47)–(50)). Физической причиной его оказывается различие во взаимодействиях с гравитационным полем (в состоянии с нулевым спином) левых и правых фотонов (см. (45), (46)), которое возникает в теории гравитации с включенным гравислабым взаимодействием (см. [12, 13]).

Предложенная концепция кажется заслуживающей внимания, поскольку на ее основе удается объяснить процесс эволюции Вселенной на всем интервале времени $-\infty \leqslant \tau \leqslant \infty$ и ее результаты доступны экспериментальной проверке; с имеющимися на сегодняшний день данными расхождений не обнаружено (см. также «Дополнение»).

Дополнение

Если допустить, что гравитационное поле имеет ненулевую массу покоя, то можно представить иной (по сравнению с рассмотренным выше) сценарий эволюции Вселенной. Основные уравнения принимают (см., например, [21, 22]) в этом случае вид:

$$\left(\frac{\dot R}{R}\right)^2 = \frac{8\pi}{3}\rho - \frac{\mu^2}{6}\left(1 - \frac{3}{2a^4R^2} + \frac{1}{2R^6}\right), \qquad (D1)$$

$$\frac{\ddot R}{R} = -\frac{4\pi}{3}\rho - 4\pi p - \frac{\mu^2}{6}\left(1 - \frac{1}{R^6}\right). \qquad (D2)$$

Здесь $a \equiv R_{\max}$, а μ — масса покоя гравитона. Вместо (D2) можно использовать правое из уравнений (16), сохраняющее свою силу и при $\mu \neq 0$.

Предложенное ниже рассмотрение базируется на предположении, что величина a, связанная с потенциалом Φ^{00} соотношением $\Phi^{00} = a^6 - 1$, превышает единицу ($a > 1$). В рассмотренном ранее сценарии (при $\mu = 0$) это не имело значения, поэтому там положено $a = 1$. Здесь же такое предположение ($a > 1$) ведет к ненулевому значению последнего, пропорционального μ^2, члена уравнения (D1) и позволяет определить $\rho_{\min}$ при $R \to a$ и $\dot R = 0$. Обосновать строго неравенство Φ^{00} нулю пока не удалось. Если обоснованным окажется равенство Φ^{00} нулю, то все последующее потребует коренного пересмотра.

Уравнения (D1), (D2) не поддаются точному решению. Поэтому ограничимся оценкой решений на той части нерелятивистской стадии, когда давление становится отрицательным:

$$p \simeq -(1-\gamma)\rho, \quad \gamma = \text{const}, \qquad (D3)$$

где γ учитывает факт отличия от нуля массы μ.

Пользуясь (16) и (D3), найдем

$$\rho \simeq \rho_{\min}\left(\frac{a}{R}\right)^{3\gamma}, \qquad (D4)$$

где, согласно (D1),

$$\rho_{\min} = \frac{\mu^2}{16\pi}\left(1 - \frac{1}{a^6}\right). \qquad (D5)$$

Учитывая (D3)–(D5) в (D1), (D2), получим:

$$\left(\frac{\dot R}{R}\right)^2 = \frac{\mu^2}{6}\left\{\left(1-\frac{1}{a^6}\right)\left(\frac{a}{R}\right)^{3\gamma} - \right. \\ \left. - \left[1 - \frac{3}{2a^6}\left(\frac{a}{R}\right)^2 + \frac{1}{2a^6}\left(\frac{a}{R}\right)^6\right]\right\} \qquad (D6)$$

$$\frac{\ddot R}{R} = \frac{\mu^2}{6}\left[\left(1-\frac{1}{a^6}\right)\left(1-\frac{3}{2}\gamma\right)\left(\frac{a}{R}\right)^{3\gamma} - \left(1 - \frac{1}{R^6}\right)\right]. \qquad (D7)$$

Из (D7) видно, что при $0 < \gamma < 2/3$ будет существовать некоторая область значений R, в которой $\ddot R$ окажется положительным. При $R \to a$ значение $\ddot R$ становится отрицательным. Это гарантирует появление процесса «сжатия» вслед за процессом «расширения». В свою очередь «сжатие» сменится в силу (D1) (см. также [21, 22]) «расширением». Следовательно, Вселенная будет эволюционировать циклически между состояниями с $\rho_{\max}$ и $\rho_{\min}$.

Если сделать еще одно допущение, а именно считать $R_{\max} = a$ достаточно большим ($a \gg 1$) и ограничиться рассмотрением той области $1 \ll R \leqslant a$, в которой членами R^{-6} и ниже по сравнению с единицей можно пренебречь, то из (D6) получим

$$R \simeq a \sin^{\frac{2}{3\gamma}} \alpha, \quad \alpha \equiv \frac{\mu\gamma\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\tau. \qquad (D8)$$

Это дает

$$\frac{\dot R}{R} \simeq \frac{\mu}{\sqrt{6}}\mathrm{ctg}\alpha, \frac{\ddot R}{R} \simeq \frac{\mu^2}{6\sin^2\alpha}\left(\cos^2\alpha - \frac{3}{2}\gamma\right). \qquad (D9)$$

Для времен τ, удовлетворяющих условию $\cos^2\alpha > (3/2)\gamma$, «расширение» Вселенной будет происходить с положительным ускорением. Длительность циклов «расширения» и «сжатия» будет тем большей, чем меньшим будет значение γ.

В рассмотренном здесь сценарии суммарная плотность энергии вещества и гравитационного поля, отнесенная к пространству Минковского, тоже будет величиной сохраняющейся, но не равной нулю: $\varepsilon = \mu^2\left(a^6 - 1\right)\Big/16\pi$.

Наличие в данном случае двух параметров (μ и γ вместо $\rho_{\min}$ в ранее рассмотренном варианте), с одной стороны, расширяет возможности теории, но именно из-за этого делает ее менее привлекательной. Надо надеяться, что дальнейшее уточнение данных, получаемых из наблюдений за очень удаленными и не слишком удаленными (это тоже очень важно) объектами, внесет бóльшую ясность в адекватность той или иной теории.

Литература

1. *Riess A.G.* et al. // Astron. J. 1998. **116**. P. 1009.
2. *Perlmutter S.* et al. // Astrophys. J. 1999. **517**. P. 565.
3. *Чернин А.Д.* // УФН. 2001. **171**, №11. С. 1153.
4. *Глинер Э.Б.* // ДАН СССР. 1970. **192**, №4. С. 771.
5. *Caldwell R.R., Steinhardt P.J.* // Phys. Rev. 1998. **D57**. P. 6057.
6. *Лоскутов Ю.М.* // Вестн. Моск. ун–та. Физ. Астрон. 1991. №4. С. 49 (Moscow University Phys. Bull. 1991. No. 4. P. 46).
7. *Фок В.А.* // ЖЭТФ. 1939. **9**. С. 375.
8. *Fronsdal C.* // Suppl. Nuovo Cim. 1958. **9**. P. 16.
9. *Barnes K.J.*, // J. Math. Phys. 1965. **6**. P. 788.
10. *Van Dam H., Veltman M.* // Nucl. Phys. 1970. **B22**. P. 397.
11. *Лоскутов Ю.М.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2001. №4. С. 29 (Moscow University Phys. Bull. 2001. No. 4. P. 33).
12. *Лоскутов Ю.М.* // ЖЭТФ. 1995. **107**. С. 283; ТМФ. 1995. **105**. С. 324.
13. *Лоскутов Ю.М.* // ЖЭТФ. 1998. **113**. С. 1921.
14. *Alven H., Herlofson K.* // Phys. Rev. 1950. **78**. P. 616.
15. *Gardner F.F., Whiteoak J.B.* // Nature. 1963. **197**, P. 1162; Ann. Rev. Astr. Astrophys. 1966. **4**. P. 245.
16. *Burbidge G., Growne A.H.* // Astrophys. J. Suppl. 1979. **40**. P. 583.
17. *Clarke J.N., Kronberg P.P., Simard-Normandin M.* // Mon. Not. R. Astron. Soc. 1980. **190**. P. 205.
18. *Spinrad H.* et al. // Pub. Astron. Soc. Pacific. 1985. **97**. P. 932.
19. *Nodland B., Ralston J.P.* // Phys. Rev. Lett. 1997. **78**. P. 3043.
20. *Carrol S.M., Field J.B.* // Phys. Rev. Lett. 1997. **79**. P. 2394.
21. *Логунов А.А.* Теория гравитационного поля. М., 2000.
22. *Лоскутов Ю.М.* // ТМФ. 1993. **94**. P. 515.

Поступила в редакцию
21.05.03

УДК 530.145; 530.12:531.51

ПРОСТРАНСТВО СОСТОЯНИЙ КВАНТОВАННОГО ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ

О. Д. Тимофеевская, О. А. Хрусталев, М. В. Чичикина

(*кафедра квантовой теории и физики высоких энергий*)

E-mail: chich@goa.bog.msu.ru

Построено пространство состояний системы и получен явный вид оператора поля.

1. Построение пространства состояний системы

Данная работа является продолжением статей [1–2], в которых рассматривалось квантование гравитационного поля с помощью преобразования Боголюбова в окрестности нетривиальной классической компоненты. Были получены уравнения Эйнштейна как необходимое условие применимости теории возмущений.

Найдем выражение для действия во втором порядке по теории возмущений по обратным степеням константы связи. Для этого нужно построить пространство состояний системы, в котором можно сделать редукцию числа состояний и получить выражение для гамильтониана как производной по генераторам группы симметрий.

Используя полученные в статье [2] уравнения (4) для классической компоненты поля, получим выражение для гамильтониана:

$$H_2 = -in^l A_l^p(a)\frac{\partial}{\partial a^p} + \int\limits_\Sigma aH_2(\hat P,\hat Q) + i\int\limits_\Sigma u_{stn}\frac{\delta}{\delta u_{st}} + u^{st}_{nn}\frac{\delta}{\delta u^{st}_n} + r_k\int\limits_\Sigma N^{stk}_{nn}u_{st} - N^k_{stn}u^{st}_n.$$

Поскольку функции $f_{st}(x)$ и $f^{st}_n(x)$ рассматривались как независимые, число возможных состояний поля оказалось удвоенным [2]. Из-за введения в работе [1] дополнительного условия (3), связывающего $u_{st}(x')$ и $u^{st}_n(x')$, число независимых переменных (минус групповые переменные) стало $(2\times\infty - r)$. Для того чтобы получить $(\infty - r)$, нужно еще r условий. Напомним, что r — число параметров группы.

Для этого представим $u_{st}(x')$ в виде:

$$\begin{aligned} u_{st}(x') &= w_{st}(x') + N^a_{st}(x')r_a,\\ u^{st}_n(x') &= w^{st}_n(x') + N^{st^a}_n(x')r_a. \end{aligned} \tag{1}$$

Выражения представляют функции $u_{st}(x')$, $u^{st}_n(x')$ в терминах независимых переменных r_a и новых функций $w_{st}(x')$, $w^{st}_n(x')$. Это возможно, когда $(w_{st}(x'), w^{st}_n(x'))$ связаны r линейными уравнениями. Если $N^a(x')$ будут выбраны так, чтобы