

исследовалась. Однако для  $\text{HoVO}_4$ , на наш взгляд, она должна приводить к наблюдаемым аномалиям на зависимости  $C^\epsilon = 2c_{44}$  при низких температурах [8] (вставка на рис. 2). Видно, что ниже 40 К зависимость  $C^\epsilon(T)$  не выходит на плато, как следовало бы ожидать для чисто фононного вклада, а имеет некоторый дополнительный вклад, обуславливающий увеличение жесткости решетки при понижении температуры. Следует отметить, что при такой слабой аномалии уже существен правильный учет фононного вклада при низких температурах (пунктир), который становится соизмеримым с магнитоупругим. В предположении линейного фононного вклада  $(dC^\epsilon/dT)/C^\epsilon \approx 5 \cdot 10^{-5}$  1/К получено значение магнитоупругого коэффициента  $B^\epsilon = 6,4 \cdot 10^3$  К, сравнимое по величине с определенным при исследовании парастрикции в  $\text{TbPO}_4$  [2]. В отличие от ванадатов Tb и Dy в этом случае ошибки, связанные с неопределенностью фононного вклада, весьма существенны и значение параметра  $B^\epsilon$  для  $\text{HoVO}_4$  следует рассматривать как оценочное.

5. Расчеты деформационных восприимчивостей ванадатов Tb, Dy, Ho, проведенные на основе реального спектра и волновых функций РЗ-иона, позволили проанализировать фазовые переходы, сопровождающиеся упорядочением квадрупольных моментов. С помощью рассчитанных зависимостей  $\chi_\mu(T)$  получено хорошее описание экспериментальных упругих констант  $C^\delta(T)$  и  $C^\gamma(T)$  для ванадатов Tb и Dy соответственно в тетрагональной и ромбической фазах и определены магнитоупругие  $B^\delta$ ,  $B^\gamma$  и парные квадрупольные  $K^\delta$ ,  $K^\gamma$  коэффициенты, которые оказались очень близкими к найденным при исследовании теплового расширения в ромбической фазе. Впервые из акустических измерений получены оценки магнитоупругого коэффициента  $B^\epsilon$  в РЗ-цирконатах. В заключение отметим, что исследование вопро-

са о квадрупольном упорядочении в РЗ-соединениях и его модификации при разбавлении или под влиянием внешнего поля с помощью деформационных восприимчивостей проще и нагляднее, чем с помощью параметра порядка фазового перехода. Последнее требует численного расчета самосогласованным образом теплового среднего  $\langle O_2^2 \rangle$  или  $\langle P_{xy} \rangle$  для полного гамильтониана  $H$  в орторомбической фазе с учетом квадрупольного гамильтониана  $H_{QT}$ , тогда как деформационная восприимчивость  $\chi_\mu(T)$  рассчитывается для электронной конфигурации РЗ-иона в тетрагональной фазе, а квадрупольные взаимодействия  $G^\mu$  определяют величину критической температуры из условия  $1/\chi_\mu = G^\mu$ .

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант 00-02-17756) и Министерства образования РФ (грант 97-0-7.3-115).

#### Литература

1. Gehring G.A., Gehring K.A. // Rep. Progr. Phys. 1975. **38**, No. 1. P. 1.
2. Morin P., Kazei Z. // J. Phys.: Condens. Matter. 1999. **11**, No. 4. P. 1289.
3. Bleaney B., Gregg J.F., Hansen P. et al. // Proc. Roy. Soc. Lond. 1988. **A416**, No. 1850. P. 63.
4. Соколов В.И., Казей З.А., Колмакова Н.П., Соловьёва Т.В. // ЖЭТФ. 1991. **99**, № 3. С. 945.
5. Morin P., Rouchy J., Kazei Z. // Phys. Rev. 1995. **B51**, No. 21. P. 15103.
6. Melcher R.L. // Physical Acoustics. Vol. XII / Ed. W.P. Mason, R.N. Thurston. N. Y.: Academic Press, 1976.
7. Казей З.А., Колмакова Н.П., Сидоренко А.А., Такунов Л.В. // ФТТ. 1998. **40**, № 9. С. 1663.
8. Goto T., Tamaki A., Fujimura T., Unoki H. // J. Phys. Soc. Japan. 1986. **55**, No. 5. P. 1613.

Поступила в редакцию  
21.07.99

УДК 537.635

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИМПУЛЬСНОГО ПЕРЕНОСА НАМАГНИЧЕННОСТИ В МАГНИТОРЕЗОНАНСНОЙ ТОМОГРАФИИ

В. Л. Ярных, Д. А. Куприянов

(Центр магнитной томографии и спектроскопии МГУ)

Разработана численная модель эксперимента по внерезонансному импульсному переносу намагниченности в магниторезонансной томографии на основе решения уравнений Блоха–Мак-Коннела для двух кросс-релаксационно связанных спинов. Предложена упрощенная аналитическая модель динамики продольной намагниченности с использованием стационарного приближения для поперечных компонент и установлена область ее применимости. На основании численного моделирования даны рекомендации по оптимизации параметров импульсной последовательности градиентного эха с переносом намагниченности.

#### Введение

Методы магниторезонансной томографии (МРТ) с применением переноса намагниченности [1–3] в последние годы привлекают значительный интерес,

так как представляют собой перспективный подход для оценки состояния и молекулярной динамики воды в биологических тканях. Эффект переноса намагниченности в биологических системах обусловлен кросс-релаксацией между фракциями протонов

с различными временами корреляции ( $\tau_c$ ), в качестве которых обычно рассматривают протоны биополимеров и связанной воды ( $\tau_c \approx 10^{-8}$  с, далее — связанные протоны) и протоны свободной воды ( $\tau_c \approx 10^{-11}$  с, далее — свободные протоны) [4]. Теоретическое описание динамики намагниченности кросс-релаксационно связанных спинов основано на уравнениях Блоха–Мак-Коннела [5], которые для двух фракций свободных ( $F$ ) и связанных ( $B$ ) протонов имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{dM_X^{F,B}}{dt} &= -R_2^{F,B} M_X^{F,B} + 2\pi\Delta M_Y^{F,B}, \\ \frac{dM_Y^{F,B}}{dt} &= -2\pi\Delta M_X^{F,B} - R_2^{F,B} M_Y^{F,B} + \omega_1 M_Z^{F,B}, \\ \frac{dM_Z^F}{dt} &= -\omega_1 M_Y^F - (R_1^F + K) M_Z^F + \frac{K}{f M_Z^B} + R_1^F M_0, \\ \frac{dM_Z^B}{dt} &= -\omega_1 M_Y^B - \left(R_1^B + \frac{K}{f}\right) M_Z^B + K M_Z^F + R_1^B f M_0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $M_{X,Y,Z}^{F,B}$  —  $X$ -,  $Y$ - и  $Z$ -компоненты намагниченности,  $R_{1,2}^{F,B} = 1/T_{1,2}^{F,B}$  — скорости продольной и поперечной релаксации,  $\Delta$  — отстройка радиочастотного (РЧ) поля от резонанса,  $\omega_1 = \gamma B_1$  — амплитуда РЧ-поля ( $\gamma$  — гиромагнитное отношение),  $f$  — молярное отношение свободных и связанных протонов,  $K$  — эффективная константа скорости кросс-релаксации,  $M_0$  — равновесная намагниченность свободных протонов. Система (1) не имеет аналитических решений, за исключением стационарного случая, что послужило основанием для разработки методик изучения переноса намагниченности в условиях стационарного насыщения в спектроскопии ЯМР ( $Z$ -спектроскопия [6, 7]), позволяющих определять релаксационные параметры уравнений (1) в рамках достаточно простых математических моделей. В отличие от спектроскопических исследований, проводимых *in vitro*, в МРТ человека применение стационарного насыщения оказывается технически невозможным из-за ограничений по поглощенной мощности РЧ-поля и длительности эксперимента. В настоящее время в МРТ используется внерезонансный импульсный метод переноса намагниченности, заключающийся в применении длинных (10 ÷ 50 мс) РЧ-импульсов (РЧИ) с достаточно большой отстройкой от резонанса (1 ÷ 10 кГц) при коротких по сравнению с  $T_1$  временах повторения импульсной последовательности ( $TR$ ) [2, 3]. Данная техника позволяет получить частичное насыщение намагниченности связанных протонов, сигнал от которых непосредственно не регистрируется из-за малого относительного содержания и большой ширины спектральной линии (порядка нескольких десятков кГц). Перенос насыщения от связанных протонов приводит к снижению интенсивности сигнала свободных протонов. Эффективность переноса намагниченности в импульсных условиях не только подвер-

жена значительному влиянию параметров насыщающего РЧИ (отстройка, амплитуда и форма огибающей), но также зависит от типа (спиновое или градиентное эхо) и характеристик импульсной последовательности ( $TR$ , угол поворота считывающего импульса для градиентного эха), применяемой для получения изображения [8]. Анализ экспериментальных результатов в данной области требует разработки адекватных математических моделей, учитывающих влияние всех параметров импульсных последовательностей. До последнего времени математическое моделирование импульсного переноса намагниченности проводилось без учета визуализирующих импульсов [9, 10]. Одной из задач настоящей работы является математическое моделирование воздействия обычно применяемой в МРТ импульсной последовательности градиентного эха с переносом намагниченности (рис. 1) на систему двух кросс-релаксационно связанных спинов с типичными для биологических систем параметрами ( $R_1^F = R_2^F = 1,4 \text{ с}^{-1}$ ,  $R_1^B = 2,5 \text{ с}^{-1}$ ,  $R_2^B = 67\,000 \text{ с}^{-1}$ ,  $K = 10 \text{ с}^{-1}$ ,  $f = 0,14$  [10]) на основе решения уравнений (1). Также рассмотрена упрощенная математическая модель, основанная на приближенном аналитическом описании динамики продольных компонент намагниченности.

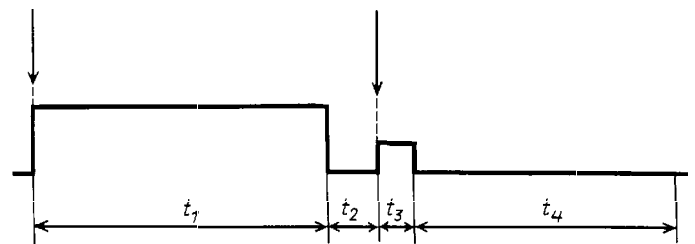


Рис. 1. Диаграмма импульсной последовательности градиентного эха с переносом намагниченности:  $t_1$  — насыщающий РЧИ;  $t_2$  — задержка для включения очищающего градиента магнитного поля;  $t_3$  — считывающий РЧИ;  $t_4$  — релаксационная задержка; стрелки указывают точки обнуления поперечных компонент, соответствующие окончанию действия очищающих градиентов

### Методика расчетов

Алгоритм расчетов включал численное решение уравнений (1) методом Рунге–Кутты 4–5-го порядка (программа MATLAB) для каждого из участков импульсной последовательности (см. рис. 1) с подстановкой в качестве начальных условий конечных значений компонент намагниченности, полученных на предыдущем интервале. Длительности интервалов импульсной последовательности составляли:  $t_1 = 30$  мс,  $t_2 = 5$  мс,  $t_3 = 3,5$  мс,  $t_4 = 26,5$  мс, что соответствовало  $TR = 65$  мс. Форма РЧИ была задана прямоугольной. Для устранения поперечной интерференции поперечные компоненты намагниченности приравнивали нулю по окончании интервалов  $t_2$  и  $t_4$ , что соответствует обычно применяемым экспериментальным методикам, в которых разрушение поперечных компонент осуществляется с помощью градиентов магнитного поля [11]. Величины  $\omega_1$  для считывающего РЧИ задавались в соответствии с требуемым углом поворота намагниченности:  $\alpha = \omega_1 t_3$ .

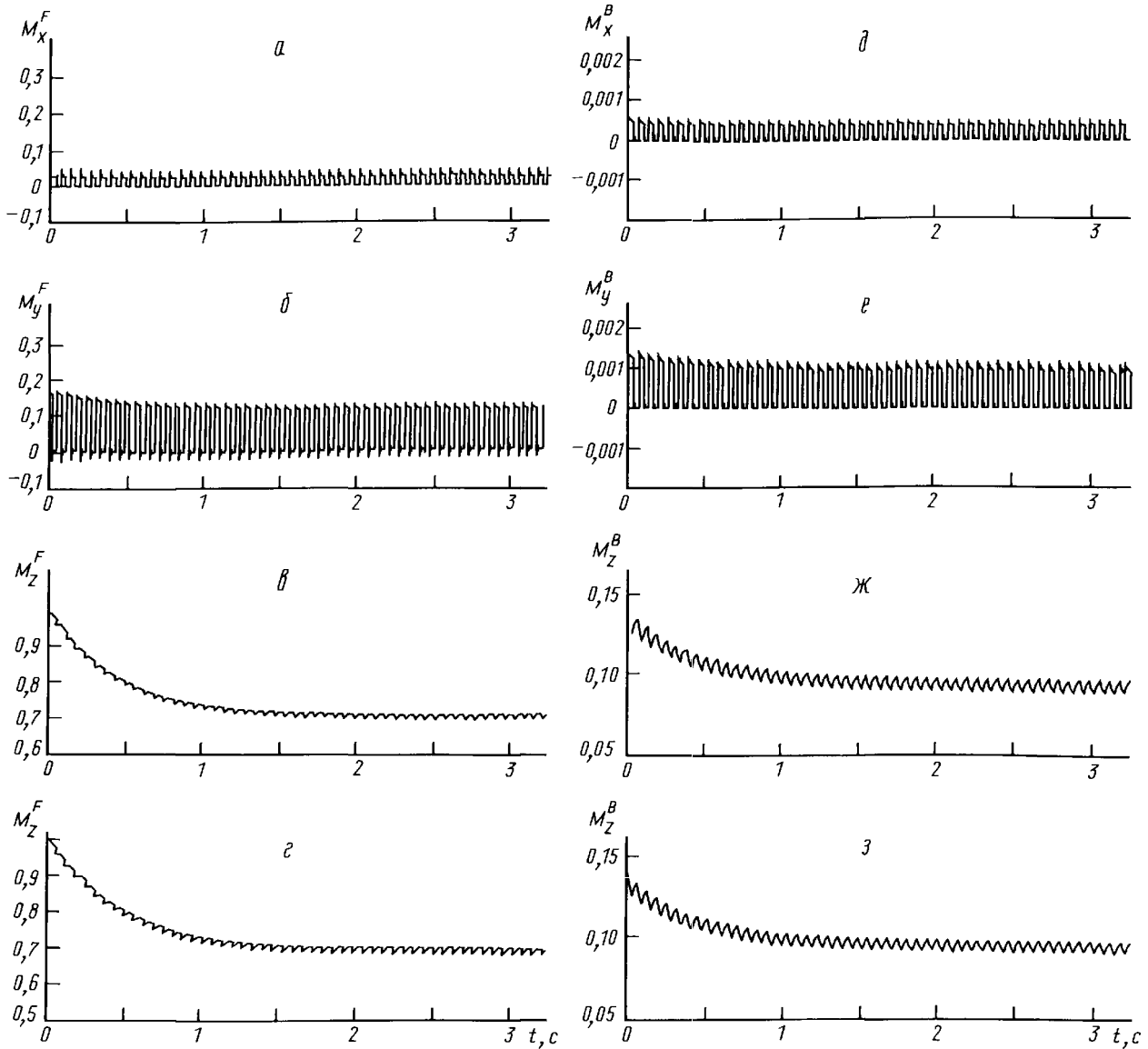


Рис. 2. Динамика компонент намагниченности, рассчитанная в рамках полной (1) (а-в, д-ж) и упрощенной (4) (з, э) моделей при  $\Delta = 4$  кГц,  $B_1 = 3$  мкТл,  $\alpha = 10^\circ$

Расчет повторялся до достижения импульсного стационарного состояния (рис. 2), характеризующегося нулевым суммарным приращением вектора намагниченности в течение цикла импульсной последовательности. Критерием импульсного стационарного состояния была малая величина относительного изменения  $M_Z^F$  в одинаковых временных точках для двух последовательных циклов импульсной последовательности (менее 0,02%). Для построения параметрических зависимостей использовалось значение  $M_Z^F$  перед считывающим РЧИ в условиях импульсного стационарного состояния, далее обозначаемое  $M_Z^{F\{S\}}$ .

### Результаты и обсуждение

На частотных зависимостях  $M_Z^{F\{S\}}$  ( $Z$ -спектрах), рассчитанных с помощью уравнений (1) (рис. 3, 4), можно выделить две области, характеризующиеся различным типом поведения намагниченности. При больших отстройках ( $\Delta > 2-4$  кГц)  $Z$ -спектры

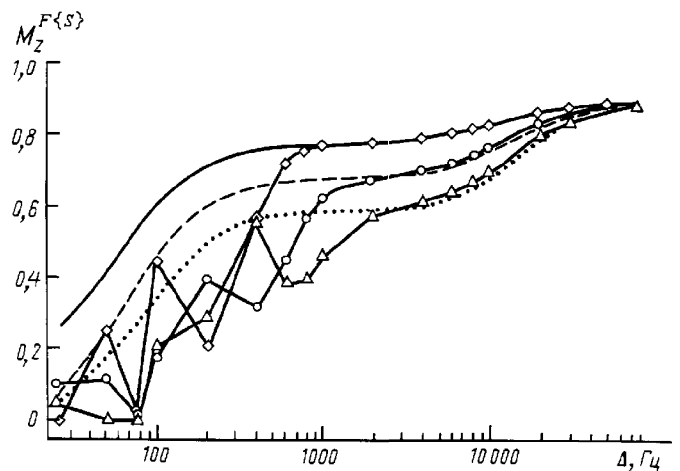


Рис. 3.  $Z$ -спектры при различных амплитудах насыщающего РЧИ, рассчитанные в рамках полной модели (1):  $B_1 = 2$  ( $\diamond$ ),  $3$  ( $\circ$ ) и  $4$  мкТл ( $\triangle$ ) и упрощенной модели (4):  $B_1 = 2$  (сплошная линия),  $3$  (штриховая) и  $4$  мкТл (точечная) для  $\alpha = 10^\circ$

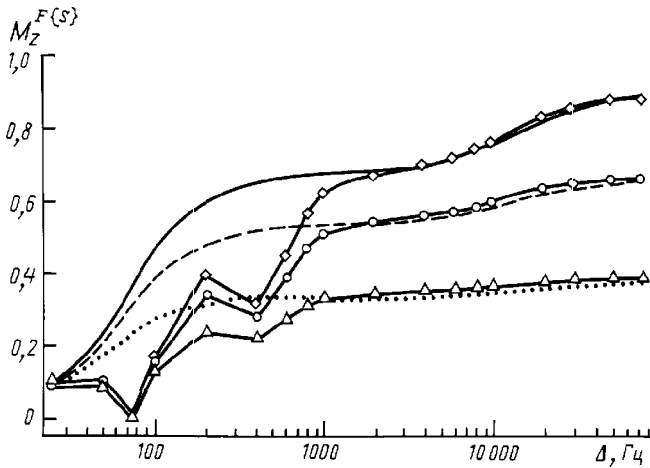


Рис. 4. Z-спектры при различных углах поворота считывающего РЧИ, рассчитанные в рамках полной модели (1):  $\alpha = 10^\circ$  ( $\diamond$ ),  $20^\circ$  ( $\circ$ ) и  $35^\circ$  ( $\triangle$ ) и упрощенной модели (4):  $\alpha = 10^\circ$  (сплошная линия),  $20^\circ$  (штриховая) и  $35^\circ$  (точечная) для  $B_1 = 3$  мкТл

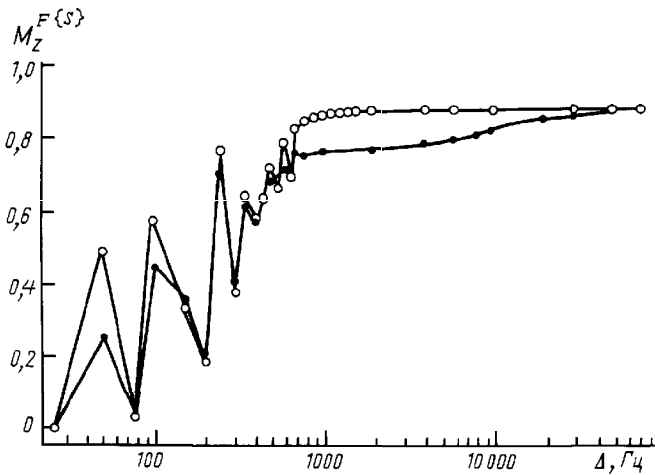


Рис. 5. Z-спектры одного спина ( $\circ$ ) и двух кросс-релаксационно связанных спинов ( $\bullet$ ) при  $B_1 = 2$  мкТл,  $\alpha = 10^\circ$

представлены гладкими кривыми с формой линии, качественно близкой к форме линии стационарных Z-спектров. При малых отстройках графики имеют осциллирующий характер, причем период осцилляций зависит от мощности насыщающего импульса (рис. 3), но не зависит от импульса считывания (рис. 4). Осцилляции намагниченности отражают эффект нестационарного спин-локинга при воздействии насыщающего импульса на сигнал свободных протонов, что подтверждается совпадением периода осцилляций в низкочастотной области для рассчитанных при одинаковых условиях Z-спектров системы двух кросс-релаксационно связанных спинов и одного спина (рис. 5) с релаксационными параметрами  $R_1^F$  и  $R_2^F$ .

Сложность модели (1) и невозможность получения аналитических решений в ее рамках определяет актуальность разработки упрощенных моделей импульсного переноса намагниченности. Нами предложена упрощенная модель динамики Z-компонент намагниченности (далее Z-модель), позволяющая понизить размерность системы уравнений (1)

до двух и основанная на следующих допущениях.

1. Действие считывающего РЧИ с длительностью  $t_3 \ll T_1^{F,B}$  и  $\Delta = 0$  на намагниченность свободных протонов описывается углом поворота  $\alpha$ , а для связанных протонов оно пренебрежимо мало из-за большой ширины спектральной линии. При отсутствии поперечной интерференции [11] Z-компоненты до и после считывающего импульса связаны соотношениями  $M_Z^{F\{3\}} = M_Z^{F\{2\}} \cos \alpha$ ,  $M_Z^{B\{3\}} = M_Z^{B\{2\}}$ .

2. В течение насыщающего РЧИ для поперечных компонент справедливо стационарное приближение ( $dM_{X,Y}^{F,B}/dt = 0$ ), что позволяет описать динамику продольных компонент уравнениями

$$\frac{dM_Z^{F\{1\}}}{dt} = -(R_1^F + K + L^F)M_Z^{F\{1\}} + \frac{K}{f}M_Z^{B\{1\}} + R_1^F M_0, \quad (2)$$

$$\frac{dM_Z^{B\{1\}}}{dt} = -(R_1^B + \frac{K}{f} + L^B)M_Z^{B\{1\}} + KM_Z^{F\{1\}} + R_1^B f M_0,$$

где  $L^F$  и  $L^B$  — функции насыщения:

$$L^{F,B} = \frac{\omega_1^2 R_2^{F,B}}{(2\pi\Delta)^2 + R_2^{F,B^2}} = \frac{\omega_1^2 T_2^{F,B}}{(2\pi\Delta T_2^{F,B})^2 + 1}. \quad (3)$$

Решения (2) при начальных условиях  $M_Z^{F,B\{1\}}(0) = M_Z^{F,B\{4\}}$  имеют вид

$$M_Z^{F\{1\}} = \frac{1}{2D} \left\{ \left[ (D + \delta)(M_Z^{F\{4\}} - M_S^F) + \frac{K}{f}(M_Z^{B\{4\}} - M_S^B) \right] \exp(\lambda_+ t_1) + \left[ (D - \delta)(M_Z^{F\{4\}} - M_S^F) - \frac{K}{f}(M_Z^{B\{4\}} - M_S^B) \right] \times \exp(\lambda_- t_1) \right\} + M_S^F,$$

$$M_Z^{B\{1\}} = \frac{1}{2D} \left\{ \left[ (D - \delta)(M_Z^{B\{4\}} - M_S^B) + K(M_Z^{F\{4\}} - M_S^F) \right] \exp(\lambda_+ t_1) + \left[ (D + \delta)(M_Z^{B\{4\}} - M_S^B) - K(M_Z^{F\{4\}} - M_S^F) \right] \times \exp(\lambda_- t_1) \right\} + M_S^B, \quad (4)$$

где

$$\lambda_{\pm} = -\frac{1}{2} \left( R_1^B + R_1^F + \frac{K}{f} + K + L^B + L^F \right) \pm D,$$

$$\delta = \frac{1}{2} \left( R_1^B - R_1^F + \frac{K}{f} - K + L^B - L^F \right),$$

$$D = \left( \delta^2 + \frac{K^2}{f} \right)^{1/2}, \quad (5)$$

$$M_S^B = f M_0 \frac{R_1^B R_1^F + R_1^B K + R_1^B L^F + R_1^F K / f}{(R_1^F + K + L^F)(R_1^B + K/f + L^B) - K^2/f},$$

$$M_S^F = M_0 \frac{R_1^F R_1^B + R_1^F K / f + R_1^F L^B + R_1^B K}{(R_1^F + K + L^F)(R_1^B + K/f + L^B) - K^2/f}.$$

Величины  $M_S^F$  и  $M_S^B$  описывают значения продольных компонент при стационарном насыщении и являются стационарными решениями системы (1), причем уравнение (5) применяется в качестве теоретической модели формы линии в  $Z$ -спектроскопии [7]. В отсутствие РЧ-полей ( $L^F = L^B = 0$ ,  $M_S^F = M_0$ ,  $M_S^B = f M_0$ ) уравнения (3) и их решения (4) дают точное описание динамики  $Z$ -компонент, что позволяет использовать (4) при соответствующих начальных условиях для расчетов в рамках  $Z$ -модели на интервалах  $t_2$  и  $t_4$ .

Адекватность  $Z$ -модели была оценена на основании сравнения с результатами численного моделирования в рамках полной модели (1). Для  $Z$ -спектров, рассчитанных с использованием двух моделей, наблюдается хорошее соответствие при достаточно больших отстройках (рис. 3, 4). Анализ динамических кривых намагниченности при параметрах, соответствующих области совпадения  $Z$ -спектров (рис. 2), показывает, что обе модели дают идентичное описание эволюции продольных компонент. При этом, согласно расчетам в рамках полной модели, поперечные компоненты связанных протонов чрезвычайно малы и практически постоянны в течение насыщающего РЧИ, что подтверждает стационарное приближение для  $M_{X,Y}^B$ , принятое при выводе  $Z$ -модели. Важно отметить, что насыщающий РЧИ при указанных условиях не вызывает появления поперечных компонент свободных протонов, т. е. не воздействует на резонансный сигнал в спектре. Наши результаты согласуются с литературными данными [10], согласно которым стационарное приближение для поперечных компонент связанных протонов обеспечивает высокую точность расчета продольных компонент при отсутствии резонансных эффектов ( $L^F = 0$ ). В то же время осцилляции  $Z$ -спектров при малых отстройках не описываются  $Z$ -моделью, что является очевидным следствием решений (4), не содержащих периодических функций. Анализ расхождений между  $Z$ -моделью и полной моделью показал, что лучшим критерием согласования моделей является величина  $L^F$ . Абсолютная величина разности  $M_Z^{F\{S\}}$ , рассчитанных по двум моделям, не превышает  $0,002 M_0$  для значений  $L^F < 0,01$  Гц. Поскольку величина  $L^F$  отражает степень насыщения свободных протонов, требование малых  $L^F$  дает удобную количественную оценку для выбора экспериментальных параметров, обеспечивающих селективное насыщение связанных протонов. Учитывая, что  $R_2^F \ll \Delta$ , из (3) при  $L^F < 0,01$  Гц получаем простое соотношение

$$\frac{\Delta}{\omega_1} > \frac{10}{2\pi} \sqrt{R_2^F}, \quad (6)$$

которое можно рассматривать как критерий применимости  $Z$ -модели, а также как условие наблюдения «чистого» эффекта переноса намагниченности в эксперименте. Полученные результаты позволяют сделать вывод об адекватности  $Z$ -модели только при условии пренебрежимо малого насыщения свободных протонов. При этом можно упростить математическую формулировку  $Z$ -модели, пренебрегая фактором  $L^F$  в уравнениях (2) и (4).

Анализ зависимостей  $Z$ -спектров от угла поворота считывающего импульса  $\alpha$  (рис. 4) свидетельствует о значительном влиянии считывающего РЧИ на эффективность переноса намагниченности. Как видно из рис. 4, с ростом  $\alpha$  наблюдается сглаживающее характерной формы линии  $Z$ -спектров, причем эффект более выражен в области больших отстроек от резонанса, содержащей основную информацию о намагниченности связанных протонов. Идентичность описания данного эффекта полной и  $Z$ -моделью с учетом допущения 1, принятого при выводе  $Z$ -модели, дает основание заключить, что насыщение связанных протонов считывающим РЧИ не является механизмом влияния  $\alpha$  на намагниченность. При этом  $Z$ -модель позволяет интерпретировать найденную закономерность в рамках зависимости уравнений (4) от начальных условий, согласно которым направление переноса насыщения в основном определяется соотношением  $M_S^F$  и  $M_Z^{F\{4\}}$ . Последняя величина зависит от  $\alpha$ . В частности, при больших  $\alpha$  ( $M_Z^{F\{4\}} < M_S^F$ ) кросс-релаксация обеспечивает перенос насыщения от свободных протонов к связанным, не приводя к снижению интенсивности сигнала.

В заключение рассмотрим перспективы применения результатов настоящей работы в экспериментальных исследованиях. Основным требованием к экспериментальным методикам МРТ с переносом намагниченности является максимальная визуализация этого эффекта при минимизации вкладов других источников контраста. В данном аспекте зависимость  $Z$ -спектров от угла  $\alpha$  (рис. 4) позволяет рекомендовать применение минимальных (с учетом приемлемого соотношения сигнал/шум)  $\alpha$  в экспериментах по МРТ градиентного эха с переносом намагниченности, что соответствует требованию минимизации  $T_1$ -контраста изображения. Представляется неоправданным комбинирование переноса намагниченности с сильно  $T_1$ -взвешивающими импульсными последовательностями, в частности типа спинового эха, иногда имеющее место в литературе [12]. Критерий (6) позволяет оценить условия внерезонансного насыщения, при которых гарантировано отсутствие нежелательного резонансного воздействия на сигнал свободных протонов. Ранее такие оценки проводились эмпирически. Теоретическое обоснование  $Z$ -модели открывает возможности разработки новых методических подходов в клинической МРТ [13] с целью определения характеристических параметров

переноса намагниченности при помощи импульсных методик.

Авторы признательны проф. Ю. А. Пирогову и Н. В. Анисимову за полезные обсуждения.

#### Литература

1. Wolf S.D., Balaban R.S. // Magn. Reson. Med. 1989. **10**. P. 135.
2. Dousset V., Grossman R.I., Ramer K.N. et al. // Radiology. 1991. **182**. P. 483.
3. Flamig D.P., Pierce W.B., Harms S.E., Griffey R.H. // Magn. Reson. Med. 1992. **26**. P. 122.
4. Edzes H.T., Samulski E.T. // J. Magn. Reson. 1978. **31**. P. 207.
5. McConnel H.J. // J. Chem. Phys. 1958. **28**. P. 430.
6. Grad J., Bryant R.J. // J. Magn. Reson. 1990. **90**. P. 1.

7. Wu X. // J. Magn. Reson. 1991. **94**. P. 186.
8. Pike G.B. // Magn. Reson. Med. 1996. **36**. P. 95.
9. Hua J., Hurst G.C. // J. Magn. Reson. Imaging. 1995. **5**. P. 113.
10. Listerud J. // Magn. Reson. Med. 1997. **37**. P. 693.
11. Эрст Р., Боденхаузен Дж., Вокаун А. ЯМР в одном и двух измерениях. М.: Мир, 1990. С. 160, 167.
12. Ulmer J.L., Mathews V.P., Hamilton C.A. et al. // Am. J. Neuroradiol. 1995. **17**. P. 805.
13. Ярных В.Л., Куприянов Д.А. // Тез. X Междунар. конф. «Магнитный резонанс в химии и биологии». Суздаль, 1998. С. 192.

Поступила в редакцию  
11.08.99

## ГЕОФИЗИКА

УДК 523.746

### О ВЛИЯНИИ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ НА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ПОТОКИ В ПЛАНЕТАХ И ЗВЕЗДАХ

В. И. Григорьев, В. С. Ростовский

(кафедра квантовой теории и физики высоких энергий)

Обсуждается влияние бароэлектрических полей в недрах планет и звезд на дифференциальные потоки в них. Предлагаются оценки для магнитных полей у поверхности пятен на Солнце.

#### Объемный бароэлектрический заряд

После появления работы Дж. Лармора [1], выдвинувшего идею о магнитогиродинамическом механизме генерации (точнее, усиления) магнитных полей в небесных телах («механизм динамо»), появилось весьма много публикаций на эту тему и утвердилось мнение, что «главные проблемы земного, солнечного и галактического магнетизма могут быть решены только с помощью теории динамо». Это слова из обзора, написанного одним из наших выдающихся теоретиков, Я. Б. Зельдовичем в соавторстве с А. А. Рузмайкинским [2]; они красноречиво и в достаточно категоричной форме отражают господствовавшую точку зрения.

Учет бароэлектрического эффекта вносит в картину формирования магнитного (а также и электрического) поля планет и звезд принципиально новые черты. Действительно, перераспределение зарядов, вызываемое перепадами давлений в небесных телах (в чем и состоит суть бароэлектрического эффекта), приводит к тому, что их недра оказываются заряженными положительно, а поверхность — отрицательно. Детальное обсуждение этого эффекта проводилось в ряде ранее опубликованных работ, в частности в монографии [3].

До появления предложенной теории бароэлектрического эффекта обычно при рассмотрении электромагнитных полей планет и звезд принималось, что в их недрах плотность зарядов (а значит, и напряженность электрических полей) равна нулю. Это мнение, отраженное в подавляющем большинстве статей и книг (см., напр., [4–10]), аргументировалось ссылкой

на общеизвестный факт эквипотенциальности проводников. Однако при этом упускалось из виду, что электрический потенциал постоянен лишь внутри однородных (и физически и химически) проводников. Если же параметры проводника меняются от точки к точке, положение радикально изменяется. В качестве примера в первую очередь можно привести возникновение контактной разности потенциалов в химически неоднородных проводниках, являющееся следствием зависимости работы выхода электронов от их химического состава. Близким аналогом этого может быть и порождение бароэлектрических полей в неоднородно напряженных проводниках, поскольку работа выхода электронов зависит и от давления, что подтверждено прямыми экспериментами [11].

Отметим, что для поддержания статических бароэлектрических полей при стационарных распределениях давления не требуется затрат энергии, так как такие («безваттные») поля не порождают токов.

Для нахождения напряженности бароэлектрического поля, порождаемого стационарными распределениями давлений, можно опираться на наиболее общее термодинамическое условие равновесия — условие постоянства электрохимического потенциала, которое, как показано, например, в [3], удобно представить в виде

$$\text{grad} \left( W(p) + \frac{\mathbf{E}^2}{8\pi} \right) = 0,$$

где  $W(p)$  — разность между энергией, приходящейся на единицу объема среды при давлении  $p$ , и энергией при нулевом давлении. Для нахождения этой «плотности избыточной энергии» следует, строго говоря,