УДК 531.26

ВИХРЕПОДОБНЫЕ И ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ В n-МЕРИИ

А.Д. Попова

(*ГАИШ*)

E-mail: popova@sai.msu.ru

Представлены решения некоторых эллиптических уравнений типа вихревых колец и потенциалов точечных источников в n-мерном пространстве, обладающие необычными асимптотиками: 3-мерной или 2-мерной для произвольного числа нечетных или четных измерений соответственно.

В конце XIX в. существовала вихревая теория строения вещества У. Томсона (Кельвина) [1], в начале XX в. была популярной теория строения квантов света как замкнутых силовых фарадеевых трубок (в прежней трактовке, в отличие от современной, силовые линии и трубки считались реально существующими объектами), связанная с именами Дж.Дж. Томсона [1, 2] и Н.П. Кастерина [2, 3]. Целью этих теорий было объяснение непосредственного строения и взаимодействия материи, но впоследствии они были оставлены, по-видимому, по двум причинам. Во-первых, вследствие создания и успехов квантовой механики — самодостаточной теории, которая в них не нуждалась, во-вторых, из-за утраты понятия эфира (в связи с созданием теории относительности) — необходимого звена обеих теорий. Опыт развития теоретической физики в прошедшем XX веке позволяет глубже понять и оценить как квантовую теорию и теорию относительности, так и многочисленные дочерние теории, их возможности и границы применимости. XX век привнес много новаторских идей, среди которых — идеи многомерия и компактификации размерностей, идеи струн и суперструн [4], однако удовлетворительной теории строения материи не существует. На роль такой теории не годится квантовая теория: волновая функция не описывает структуру элементарных частиц — в математическом описании они предполагаются материальными точками. Претензии на эту роль теории суперструн еще достаточно спорны. Предлагаемое вниманию математическое исследование еще очень далеко от физической теории и тем более от подобных претензий, но, возможно, оно будет интересным для теоретической физики и найдет свои приложения.

Обобщение понятия вихревых колец на n-мерное пространство ($n > 2$) привело к ряду интересных результатов и выводов. Во-первых, были получены решения для функций тока, которые названы вихреподобными, поскольку не соотнесены пока с вращением с помощью каких-либо физически значимых коэффициентов. (Они могут быть интерпретированы и как решения для магнитного потенциала кольца с током.) Решения состоят из конечного ряда членов, лидирующими из которых на больших расстояниях от кольцевого источника являются члены, пропорциональные $1/R$ в случае нечетных $n \geqslant 3$ и пропорциональные $\ln 1/R$ в случае четных $n \geqslant 2$. Иными словами, нечетномерные решения имеют 3-мерную асимптотику, а четномерные решения — 2-мерную, хотя для полей скоростей, определяемых из функций тока, это не так.

Во-вторых, естественным образом возникло понятие класса операторов второго порядка эллиптического типа, отличных от оператора Лапласа, которые названы антилапласианами. Один из представителей этого класса позволяет получить решения с точечным источником, которые обладают аналогичными свойствами и асимптотиками; такие решения названы решениями типа потенциала.

В-третьих, было найдено общее преобразование, переводящее решение в $(n-2)$-мерном пространстве в решение в n-мерном, одинаковое для нечетных и четных n, причем оно точно так же действует на левые части уравнений. Это преобразование явилось неоценимым подспорьем в задаче выделения точечных источников по известным решениям однородных уравнений. Сама по себе такая задача нетривиальна из-за неприменимости стандартной процедуры, которая работает в случае уравнения Лапласа (см., напр., [5]). Конечно, антилапласианы связаны с лапласианами, ниже эта связь показана явно. Оказалось, что для лапласианов и соответствующих решений тоже существует (другое) преобразование с теми же самыми свойствами.

Ниже последовательно излагаются намеченные проблемы, начиная с некоторых свойств лапласианов, уравнений Пуассона и их решений, на которые не обращалось внимание раньше. Более подробные выкладки можно найти в работе [6]. Некоторые важные вопросы, а именно геометрическая и физическая интерпретация полученных результатов, будут рассмотрены в следующих публикациях.

1. Лапласова совокупность: уравнения, решения, преобразования

Как известно, уравнение Пуассона (с лапласианом в левой части и точечным источником в правой части)

$$\Delta^{(n)}\Phi_n = -\sigma_n\delta(\mathbf{R}) \equiv s(\mathbf{R}) \tag{1}$$

имеет решения $\Phi_n = (n-2)^{-1}|\mathbf{R}|^{-n+2}$ для $n>2$ и $\Phi_2 = -\ln|\mathbf{R}|$ для $n=2$, где $\mathbf{R}$ — радиус-вектор с началом в точечном источнике,

$$\sigma_n = \frac{2\pi^{n/2}}{\Gamma(n/2)} \tag{2}$$

— площадь поверхности единичной $(n-1)$-сферы, Γ — гамма-функция.

Построим специальную систему координат. Возьмем $[2+(n-2)]$-разбиение пространства R^n: $R^n = R^2 \times R^{n-2}$. В каждом подпространстве, R^2 и R^{n-2}, выберем сферическую систему координат с радиальными координатами r и z соответственно. Зависимость всех величин только от r и z будем называть двойной сферической симметрией.

В указанной симметрии точечный источник в (1) имеет вид $(n>2)$

$$s^{(n)}(\mathbf{R}) = -\sigma_n\delta(\mathbf{r})\delta(\mathbf{z}) = \\ = -\frac{1}{n-2}\frac{\delta_+(r)}{r}\frac{\delta_+(z)}{z^{n-3}} \equiv \frac{1}{n-2}s^{(n)}_{r,z}, \tag{3}$$

где использованы формальное соотношение $\delta(\mathbf{x}) = \delta_+(x)/\sigma_k x^{k-1}$ в k-мерии и легко проверяемое с помощью (2) равенство

$$\sigma_n = \frac{\sigma_2\sigma_{n-2}}{n-2}, \tag{4}$$

$n \neq 2$. Заметим, что $\sigma_2 = 2\pi$ и $\sigma_1 = 2$.

С учетом (4) множитель $(n-2)$ можно исключить и из источника (3), и из соответствующего решения, так что уравнение (1) с источником $s^{(n)}_{r,z}$:

$$\Delta^{(n)}_{r,z}\Xi_n(r,z) \equiv \left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{z^{n-3}}\frac{\partial}{\partial z}z^{n-3}\frac{\partial}{\partial z}\right)\Xi_n(r,z) = \\ = -\frac{\delta_+(r)}{r}\frac{\delta_+(z)}{z^{n-3}}$$

при $n>2$ имеет решение

$$\Xi_n(r,z) = \frac{1}{R^{n-2}}, \tag{5}$$

где $R(r,z) = \sqrt{r^2+z^2}$ — модуль радиус-вектора.

Случай $n=2$ является вырожденным из-за отсутствия координаты z, и уравнение Пуассона

$$\Delta^{(n)}_{r,z}\Xi_2(r) = \Delta^{(2)}\Xi_2(r) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\frac{\partial}{\partial r}\Xi_2 = -\frac{\delta_+(r)}{r} \tag{6}$$

имеет тривиальное решение

$$\Xi_2(r) = \ln\frac{1}{r}. \tag{7}$$

Введем понятие лапласовой совокупности трех перечисленных ниже величин, L_n:

$$L_n = \{\Xi_n, \Delta^{(n)}_{r,z}\Xi_n, s^{(n)}_{r,z}\}.$$

Рассмотрим дифференциальный оператор

$$f_L^{(n,n-2)} = -\frac{1}{n-4}\,\frac{1}{z}\,\frac{\partial}{\partial z}. \tag{8}$$

Любая из величин L_n в пространстве $R^n = R^2 \times R^{n-2}$ может быть получена из подобной величины в пространстве с размерностью на две единицы меньше, $R^{n-2} = R^2 \times R^{n-4}$ $(n>4)$, преобразованием

$$L_n = f_L^{(n,n-2)}L_{n-2}. \tag{9}$$

Очевидно, что нечетномерные величины получаются из нечетномерных, начиная с $n \geqslant 5$, а четномерные — из четномерных, начиная с $n \geqslant 6$ (в силу вырожденности величины L_2 из нее не может быть получена величина L_4). Заметим, что для вторых величин в L_n, а именно $\Delta^{(n)}_{r,z}\Xi_n$, равенство (9) имеет место в силу дифференциальной перестановки

$$\frac{1}{z}\frac{\partial}{\partial z}\Delta^{(n-2)}_{r,z} = \Delta^{(n)}_{r,z}\frac{1}{z}\frac{\partial}{\partial z}.$$

Третьи величины в L_n, $s^{(n)}_{r,z}$, известны, и для них (9) проверяется непосредственно с использованием равенства $z\delta'_+(z) = -\delta_+(z)$ *).

2. Получение антилапласиана из лапласиана

Оставляя в стороне рассмотренный выше случай разбиения пространства, проанализируем более общий случай. Пусть при разбиении $R^n = R^k \times R^{n-k}$ задана сферическая система координат в пространстве R^k с радиальной координатой x и угловыми переменными θ_j, $j = 1,\ldots,k-1$, что задает метрику

$$dl^2 = dx^2 + x^2(d\theta_1^2 + \sin^2\theta_1(d\theta_2^2 + \sin^2\theta_2(\ldots(d\theta_{k-2}^2 + \\ + \sin^2\theta_{k-2}d\theta_{k-1}^2)\ldots))).$$

Тогда оператор Лапласа $\Delta^{(n)}$ можно представить в виде

$$\Delta^{(n)} = \Delta_x^{(k)} + \frac{1}{x^2}\Lambda^{(k)} + \Delta^{(n-k)},$$

где $\Delta_x^{(k)} = \frac{1}{x^{k-1}}\frac{\partial}{\partial x}x^{k-1}\frac{\partial}{\partial x}$ — радиальная часть лапласиана $\Delta^{(k)}$, $\Lambda^{(k)}$ — оператор, зависящий только от угловых переменных:

$$\Lambda^{(k)} = \sum_{j=1}^{k-1}\frac{1}{\sin^2\theta_1\sin^2\theta_2\ldots\sin^2\theta_{j-1}\sin^{k-j-1}\theta_j} \times \\ \times \frac{\partial}{\partial\theta_j}\sin^{k-j-1}\theta_j\frac{\partial}{\partial\theta_j}$$

(см. также выражение для него в [6]), $\Delta^{(n-k)}$ — не зависящая от x и θ_j часть, т. е. лапласиан, относящийся к пространству R^{n-k}.

Для произвольной функции, зависящей только от x и переменных пространства R^{n-k}, $F(x,\ldots)$, имеет место перестановочное соотношение

$$\Delta^{(n)}\frac{e_i}{x^{k-1}}F(x,\ldots) = \frac{e_i}{x^{k-1}}\overline{\Delta}_x^{(n)}F(x,\ldots), \tag{10}$$

*) Отметим также, что оператор преобразования типа (8) существует и в других разбиениях R^n.

где $e_i = x_i/x$, x_i — любая из декартовых координат в R^k, выражаемая через x и θ_j $(i=1,\ldots,k,\ e^i e_i = 1)$. Оператор в правой части (10),

$$\overline{\Delta}_x^{(n)} \equiv x^{k-1}\frac{\partial}{\partial x}\frac{1}{x^{k-1}}\frac{\partial}{\partial x} + \Delta^{(n-k)} = \\ = \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{k-1}{x}\frac{\partial}{\partial x} + \Delta^{(n-k)},$$

назовем анти-x-лапласианом.

Существуют также дифференциальные соотношения, связывающие лапласианы с антилапласианами:

$$\begin{aligned} x^{n-1}\frac{\partial}{\partial x}\Delta_x^{(n)}F(x,\ldots) &= \overline{\Delta}_x^{(n)}x^{n-1}\frac{\partial}{\partial x}F(x,\ldots), \\ \frac{1}{x^{n-1}}\frac{\partial}{\partial x}\overline{\Delta}_x^{(n)}F(x,\ldots) &= \Delta_x^{(n)}\frac{1}{x^{n-1}}\frac{\partial}{\partial x}F(x,\ldots). \end{aligned} \tag{11}$$

Очевидно, что соотношения (11) являются тождествами после подстановки явного вида операторов.

3. Решения типа потенциалов точечных источников

В двойной сферической симметрии решения однородного уравнения с анти-z-лапласианом

$$\overline{\Delta}_z^{(n)}\Psi_n \equiv \left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\frac{\partial}{\partial r} + z^{n-3}\frac{\partial}{\partial z}\frac{1}{z^{n-3}}\frac{\partial}{\partial z}\right)\Psi_n = 0, \tag{12}$$

сингулярные только в одной точке $r=0,\ z=0$, имеют различный вид для нечетных и четных n.

В нечетномерном случае решение (12) есть

$$\Psi_n(r,z) = \sum_{k=3}^{n}{}' a_{k,n}\frac{z^{k-3}}{R^{k-2}}, \tag{13}$$

где штрих у знака суммы означает суммирование только по нечетным k, а коэффициенты $a_{k,n}$ связаны рекуррентным соотношением $a_{k+2,n} = a_{k,n}(k-2)\times \times(n-k)[(k-1)(n-k-1)]^{-1}$. Для каждого n коэффициент $a_{3,n}$ может быть выбран произвольно. Сделаем специальный выбор $a_{3,n} = (n-3)!!/(n-4)!!$, тогда

$$a_{k,n} = \frac{(k-4)!!(n-k-1)!!}{(k-3)!!(n-k)!!}.$$

В четномерном случае решениями (12) являются функции

$$\Psi_4(r,z) = \ln\frac{1}{R} \tag{14}$$

и при $n \geqslant 6$ (два штриха означают суммирование только по четным k)

$$\Psi_n(r,z) = \ln\frac{1}{R} + \sum_{k=6}^{n}{}'' \frac{1}{k-4}\frac{z^{k-4}}{R^{k-4}}. \tag{15}$$

Решения (14) и (15) обладают полезным свойством

$$\frac{\partial}{\partial z}\Psi_n = -\frac{z^{n-3}}{R^{n-2}}. \tag{16}$$

4. Вихреподобные решения

При рассмотрении движения несжимаемой жидкости в двойной сферической симметрии следует положить $v_r = -(rz^{n-3})^{-1}\partial\psi_n/\partial z$, $v_z = = (rz^{n-3})^{-1}\partial\psi_n/\partial r$ для радиальных компонент скорости $\mathbf{v}$ в R^2 и R^{n-2} соответственно, где ψ_n — функция тока (ср. с [7]). Условие обращения в нуль ротора*) $\mathbf{v}$ почти везде (за исключением некоторых сингулярных точек решения) приводит к уравнению с оператором, названным анти-дубль-лапласианом:

$$\overline{\overline{\Delta}}^{(n)}\psi_n \equiv \left(r\frac{\partial}{\partial r}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + z^{n-3}\frac{\partial}{\partial z}\frac{1}{z^{n-3}}\frac{\partial}{\partial z}\right)\psi_n = 0.$$

В предположении, что решение является сингулярным в множестве точек $r=a,\ z=0$, получим

$$\psi_n(r,z) = \frac{r}{\pi}\int_0^{\pi} d\alpha\cos\alpha\Psi_n(\rho,z), \tag{17}$$

где в подынтегральное выражение входит функция (13), (14) или (15) с заменой $R(r,z)$ на $R(\rho,z)$, $\rho^2 = r^2 + a^2 - 2ar\cos\alpha$. Выражение (17) записано единообразно для всех n и выбран некоторый общий коэффициент, однако это решение также имеет принципиально различный характер в нечетно- и четномерных случаях.

5. Преобразования в случае антилапласианов

Подобно предыдущему введем две совокупности, из трех величин каждая, анти-z-лапласову и анти-дубль-лапласову:

$$Z_n = \{\Psi_n, \overline{\Delta}_z^{(n)}\Psi_n, \bar{s}_z^{(n)}\},$$
$$D_n = \{\psi_n, \overline{\overline{\Delta}}^{(n)}\psi_n, \bar{\bar{s}}^{(n)}\},$$

где $\bar{s}_z^{(n)}$ и $\bar{\bar{s}}^{(n)}$ — искомые точечные источники в уравнениях $\overline{\Delta}_z^{(n)}\Psi_n = \bar{s}_z^{(n)}$ и $\overline{\overline{\Delta}}^{(n)}\psi_n = \bar{\bar{s}}^{(n)}$ соответственно. Рассмотрим оператор $(n \geqslant 5)$

$$f_A^{(n,n-2)} = -\frac{z^{n-3}}{n-4}\frac{\partial}{\partial z}\frac{1}{z^{n-4}}. \tag{18}$$

Применение оператора (18) к любой из величин $A_{n-2} = \{Z_{n-2}, D_{n-2}\}$ дает преобразование с «повышающим эффектом», подобное (9):

$$A_n = f_A^{(n,n-2)}A_{n-2}; \tag{19}$$

для вторых величин из Z_n и D_n использованы дифференциальные перестановки

$$z^{n-3}\frac{\partial}{\partial z}\frac{1}{z^{n-4}}\overline{\Delta}_z^{(n-2)} = \overline{\Delta}_z^{(n)}z^{n-3}\frac{\partial}{\partial z}\frac{1}{z^{n-4}},$$
$$z^{n-3}\frac{\partial}{\partial z}\frac{1}{z^{n-4}}\overline{\overline{\Delta}}^{(n-2)} = \overline{\overline{\Delta}}^{(n)}z^{n-3}\frac{\partial}{\partial z}\frac{1}{z^{n-4}}.$$

*) См. обсуждение понятия ротора в R^n в работе [6].

6. Выделение точечных источников

Трансформационные свойства $\overline{\Delta}_z^{(n)}\Psi_n$ (см. (19)) были получены без учета результата подстановки Ψ_n в данный оператор. Фактически результатом этой подстановки и является точечный источник, так что n-мерный источник должен быть связан с $(n-2)$-мерным тем же соотношением (19).

Для нечетных n имеет место факт совпадения L_3 с Z_3, поэтому наиболее формально искомый источник можно получить посредством применения нужного числа преобразований $f_A^{(n,n-2)}$ к известному источнику $s_{r,z}^{(3)}$ (см. (3) при $n=3$). Результат такого применения,

$$\bar{s}_z^{(n)} = -\frac{\delta_+(r)}{r}\delta_+(z),$$

не зависит явно от n благодаря специальному выбору коэффициента $a_{3,n}$. Можно пойти и менее формальным путем. В силу того что операторы (10) и (18) имеют одинаковый (первый) дифференциальный порядок, после несложных выкладок Z_n выражается алгебраически через $L_3, L_5, \dots L_{n-2}, L_n$ и степени z:

$$Z_n = {\sum_{k=3}^{n}}' a_{k,n} z^{k-3} L_k \tag{20}$$

(в этой связи ср. (13) с (5)). Выбирая вторые величины из обеих совокупностей, Z_n и L_k, с помощью (20) можно выразить поверхностные члены, появляющиеся как результат сверток $\overline{\Delta}_z^{(n)}\Psi_n$ с гладкими основными функциями, через поверхностные члены, возникающие при аналогичном свертывании $\Delta_{r,z}^{(k)}\Xi_k$, и применить стандартную предельную процедуру, что опять ведет к тому же источнику $\bar{s}_z^{(n)}$.

Аналогичный подход для кольцевых источников дает

$$\overline{\overline{s}}^{(n)} = -\delta(r-a)\delta_+(z).$$

Для четных n ситуация сложнее. Источник $\bar{s}_z^{(n)}$ мог бы быть получен с помощью преобразования (19) из известного $\bar{s}_z^{(4)}$. Чтобы построить $\bar{s}_z^{(4)}$, решим явно следующее уравнение для функции $\tilde{\Psi}_4(r,z)$:

$$\overline{\Delta}_z^{(4)}\tilde{\Psi}_4(r,z) = \frac{\delta_+(r)}{r}\Theta_+(z), \tag{21}$$

где $\Theta_+(z)$ есть ступенчатая функция Хевисайда:

$$\Theta_+(z) = \begin{cases} 0, & z \leqslant 0; \\ 1, & z > 0. \end{cases}$$

Свяжем $\tilde{\Psi}_4$ с решением общего уравнения Пуассона при $n=4$ через соотношение (10):

$$\Delta^{(4)}\left(\frac{e_i'}{z}\tilde{\Psi}_4(r,z)\right) = \frac{e_i'}{z}\overline{\Delta}_z^{(4)}\tilde{\Psi}_4(r,z) = e_i'\frac{\delta_+(r)}{r}\frac{\Theta_+(z)}{z}, \tag{22}$$

где $e_i' = z_i/z$, z_i — декартова координата в R^{n-2}. Несмотря на некомпактность источника в (22), его свертка с фундаментальным решением уравнения Пуассона существует, и интегрирование по R^4 приводит к искомому решению:

$$\tilde{\Psi}_4(r,z) = \ln\frac{1}{R} - \ln\frac{1}{r}. \tag{23}$$

Второй член в правой части (23) есть решение (7) уравнения (6), а значит, и z-независимое решение (12) при $n=4$, поэтому комбинация $\tilde{\Psi}_4 + \Xi_2$ совпадает с функцией (14), $\Psi_4 = \tilde{\Psi}_4 + \Xi_2$, и удовлетворяет уравнению

$$\overline{\Delta}_z^{(4)}\Psi_4 = -\frac{\delta_+(r)}{r}[1-\Theta_+(z)] \equiv \bar{s}_z^{(4)}.$$

Применение оператора (18) к $\bar{s}_z^{(4)}$ с учетом $z\delta_+(z) = 0$ окончательно дает

$$\bar{s}_z^{(n)} = \bar{s}_z^{(4)} = -\frac{\delta_+(r)}{r}[1-\Theta_+(z)].$$

Очевидно, что источник $\bar{s}_z^{(n)}$ конечен в сингулярной точке решения и его нельзя было бы получить с помощью основных функций. Интересно, что производная по z от $\bar{s}_z^{(n)}$ пропорциональна $\delta_+(z)$, это можно проверить независимо, комбинируя второе равенство (11), (16) и уравнение (5):

$$\frac{1}{z^{n-3}}\frac{\partial}{\partial z}\overline{\Delta}_z^{(n)}\Psi_n = -\Delta_{r,z}^{(n)}\left(\frac{1}{\bar{R}^{n-2}}\right) = \frac{\delta_+(r)}{r}\frac{\delta_+(z)}{z^{n-3}}.$$

Для вихреподобных решений аналогично вычисляется $\overline{\overline{s}}^{(4)}$ и затем, в соответствии с преобразованием (19), $\overline{\overline{s}}^{(n)}$:

$$\overline{\overline{s}}^{(n)} = -\delta(r-a)[1-\Theta_+(z)].$$

Итак, основные результаты исследования изложены: определены операторы и преобразования, получены решения и выделены точечные источники. В следующих работах будет показано, что антилапласианы имеют непосредственную связь с оператором ∇^2, примененным к векторам и поливекторам в n-мерии. Что касается физической значимости полученных результатов, то они открывают простор далеко идущим спекуляциям. Заметим, что вся макро- и микрофизическая картина мира основана на законе обратных квадратов спадания электромагнитных и гравитационных сил, а также освещенностей и пр. (В n-мерии при $n>2$ стандартный закон имел бы вид $1/|\mathbf{R}|^{n-1}$ — как производная от скалярного потенциала Φ_n в п. 1.) Теперь, если представить, например, что полученные решения типа потенциала описывают микрообъекты (на уровне элементарных частиц), то возникает вопрос: что такое реальная физическая размерность, не является ли она динамической по сути? Не живем ли мы в каком-то большом нечетномерии, которое динамически проявляется как 3-мерие? — Такая концепция могла бы служить своеобразной альтернативой упомянутой выше компактификации размерностей.

Литература

1. *Томсон Дж.Дж.* Электричество и материя. (Прилож.: *Томсон В.* О вихревых атомах). М.; Л.: Госиздат, 1928.
2. *Тимирязев А.К.* Введение в теоретическую физику. М.; Л.: ГТТИ, 1933.
3. *Кастерин Н.П.* // Phil. Mag. 1926. Vol. 2. P. 1208.
4. *Грин М., Шварц Дж., Виттен Э.* Теория суперструн: В 2 т. М.: Мир, 1990.
5. *Гельфанд И.М., Шилов Г.Е.* Обобщенные функции и действия над ними. М.: Гос. изд. физ.-мат. лит., 1958.
6. *Popova A.D.* Impossible solutions? E-print Archive: *math-ph*/0010022.
7. *Ламб Г.* Гидродинамика. М.: ГТТИ, 1947.

Поступила в редакцию
20.08.01

УДК 539.19+539.2

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОЛИАТОМНЫХ МОЛЕКУЛ ПРИ МАЛЫХ ЭНЕРГИЯХ

В.В. Комаров, А.М. Попова, И.О. Стурейко, Х. Юнгклас$^{*)}$

(*НИИЯФ*)

E-mail: stureiko@mail.ru

Обсуждается теоретическая модель коллективных колебательных состояний — эксимолей, которые возникают в полиатомных молекулах, взаимодействующих при низких энергиях. Предполагается, что молекулы содержат подструктуры, состоящие из периодически упорядоченных одинаковых двухатомных диполей. В подструктурах происходит накопление эксимолей при скольжении молекул со скоростями ниже скорости Бора вдоль поверхности, содержащей молекулы такого же вида. Приводится аналитическое выражение для вероятности диссоциации молекулы в рассматриваемом процессе. Обсуждается возможный спектр фрагментов диссоциации.

Введение

В последнее время было проведено значительное число экспериментальных исследований, посвященных взаимодействию полиатомных органических молекул, движущихся с относительными скоростями, меньшими скорости Бора ($v_B < 5\cdot 10^8$ см/с) [1–6].

Анализ результатов этих экспериментов показал, что, несмотря на малые энергии молекул, рассеивающихся на газовых или твердых мишенях, которые содержат органические полиатомные молекулы, происходит диссоциация участвующих в процессе молекул, а именно первичных молекул и молекул мишени. Было замечено, что в рассматриваемых процессах вероятность фрагментации существенно возрастает, если падающие и составляющие мишень полиатомные молекулы содержат подструктуры в виде цепей упорядоченных идентичных валентных связей — диполей. При этом фрагментами являются главным образом атомные группы, связанные со скелетными атомами цепи молекулы [5] и не принадлежащие цепным подструктурам.

В работах [1, 4] экспериментально показано, что вероятность диссоциации полиатомных молекул зависит от их относительной скорости, а также от угла падения на мишень. Было обнаружено, что вероятность фрагментации максимальна в случае малых углов падения первичных молекул на поверхность мишени. Для объяснения этих эффектов нами была предложена теоретическая модель процесса диссоциации скользящих молекул под воздействием кулоновского периодического поля, создаваемого упорядоченными экранированными зарядами атомов поверхности. В рамках этой модели получено аналитическое выражение для вероятности диссоциации скользящих по поверхности полиатомных молекул, которые содержат подструктуры в виде цепей упорядоченных одинаковых валентных связей, имеющих дипольный момент [1, 4, 6, 7]. Анализ функции вероятности фрагментации скользящих полиатомных молекул при их взаимодействии с поверхностью показал, что эта вероятность зависит от горизонтальной составляющей их скорости, от параметров упорядоченных диполей в подструктуре падающей молекулы, а также от структурных и кулоновских параметров молекул поверхности.

Проведенные нами в рамках предложенной модели расчеты вероятности диссоциации полиатомных молекул, содержащих указанные выше подструктуры, при падении или скольжении молекул вдоль различных поверхностей оказались в хорошем согласовании с экспериментальными данными. Тем самым была подтверждена справедливость предложенной

$^{*)}$ Philipps-Universität Marburg, Marburg/Lahn, Germany.