

при интенсивности  $10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup> молекула с вероятностью 85% оказывается динамически выстроенной вдоль и поперек лазерного поля при характерном угле, приблизительно равном  $25^\circ$ . При этом вероятность диссоциации оказывается пренебрежимо малой.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 00-02-16046, 02-02-06249), а также ИНТАС (грант 99-1495).

#### Литература

1. *Corkum P.B., Ellert C., Mehendale M.* // Faraday Discuss. 1999. **113**. P. 47.
2. *Tsubouchi M., Whitaker B.J., Wang L.* // Phys. Rev. Lett. 2001. **86**. P. 4500.

3. *Fransink L.J., Codling K., Hatherly P.A.* // Phys. Rev. Lett. 1987. **58**. P. 2424.
4. *Codling K., Frasiniski L.J., Hatherly P.A.* // J. Phys. B. 1989. **22**. L321.
5. *Normand D., Lompre L.A., Cornaggia C.* // J. Phys. B. 1992. **25**. P. L497.
6. *Ellert Ch., Corkum P.B.* // Phys. Rev. 1999. **A59**. P. R3170.
7. *Волкова Е.А., Попов А.М., Рахимов А.Т.*, Квантовая механика на персональном компьютере. М.: URSS, 1995.
8. *Frasinski L.J., Plumridge J., Posthumus J.H.* // Phys. Rev. Lett. 2001. **86**. P. 2541.

Поступила в редакцию  
03.04.02

## РАДИОФИЗИКА

УДК 519.246; 524

### О ВОЗМОЖНОСТИ ДОДЕТЕКТОРНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ СЛАБЫХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ИМПУЛЬСОВ ПРИ НОРМАЛИЗУЮЩЕЙ ХАРАКТЕРИСТИКЕ НЕЛИНЕЙНОГО ЭЛЕМЕНТА

А. В. Гусев

(ГАИШ)

E-mail: avg@sai.msu.ru

Обсуждается возможность нормализации шума резонансной гравитационной антенны с трансформатором смещения при «быстрой» обработке выходного сигнала по схеме: «безынерционный нелинейный преобразователь — согласованный фильтр». Аддитивная помеха при наличии хаотических импульсных шумов рассматривается как аномально-засоренный случайный процесс с бигауссовой плотностью вероятности.

1. Теория криогенных резонансных гравитационных антенн типа «Exploger» [1] разрабатывалась для гауссовых шумов в системе и полезного сигнала в виде отдельных  $\delta$ -импульсов. Шумы на выходе линейного тракта реальных (действующих) гравитационных антенн оказываются заметно негауссовыми. Наличие таких шумов проявляется в аномальном поведении крыльев выборочной плотности вероятности выходного сигнала по отношению к ожидаемой гауссовой кривой при додетекторном обнаружении (или экспоненциальной кривой при амплитудной обработке информации). Для защиты антенны от негауссовых воздействий (преимущественно от хаотических импульсных помех) предлагается: 1) применение схемы совпадений (например, «Exploger-Nautilus») для выделения гравитационных импульсов, 2) применение режима «минимальной моды» [1] при одноканальном приеме. Однако эти методы подавления негауссовых помех оказываются неэффективными при обнаружении слабых гравитационных импульсов. Поэтому представляет интерес поиск новых алгоритмов обработки выходного сигнала резонансных гравитационных антенн с учетом

особенностей формирования «банка данных».

Узкополосный процесс  $x(t)$  на выходе резонансных гравитационных антенн, в состав которых входит механический трансформатор смещения, можно представить в виде линейной суперпозиции двух квазигармонических колебаний  $x_1(t)$  и  $x_2(t)$ :

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t), \quad 0 \leq t \leq T,$$

$$x_1(t) = R_1(t) \cos \Psi_1(t), \quad x_2(t) = R_2(t) \cos \Psi_2(t),$$

где  $R_1(t)$  и  $R_2(t)$  — огибающие,  $\Psi_1(t) = \omega_1 t + \psi_1(t)$  и  $\Psi_2(t) = \omega_2 t + \psi_2(t)$  — случайные фазы,  $\omega_1 = 2\pi\nu_1$  и  $\omega_2 = 2\pi\nu_2$  — собственные частоты механической системы,  $(\nu_2 - \nu_1) = 2\nu_B \gg \delta\nu_{1,2}$ ,  $\nu_B$  — частота биений,  $\delta\nu_1$  и  $\delta\nu_2$  — ширина спектра квазигармонических колебаний  $x_1(t)$  и  $x_2(t)$ . Например, для резонансной гравитационной антенны «Exploger» (Швейцария, ЦЕРН) [1]  $\nu_1 \approx 907.07$  Гц,  $\nu_2 \approx 923.26$  Гц при  $\delta\nu_1 \approx 0.14$  Гц и  $\delta\nu_2 \approx 0.13$  Гц.

Используя комплексную форму записи квазигармонических колебаний, при  $\nu_1 \approx \nu_2$  получим

$$x(t) = \text{Re} [\tilde{x}(t) \exp \{j\omega_0 t\}], \quad (1)$$

где  $\tilde{x}(t)$  — комплексная огибающая случайного процесса  $x(t)$  на выходе линейного тракта резонансной гравитационной антенны с трансформатором смещения,  $\omega_0 = 2\pi\nu_0 = (\omega_1 + \omega_2)/2 \approx \omega_{1,2}$ . Спектр комплексной огибающей  $\tilde{x}(t)$  ограничен полосой частот  $(\nu_{\min}, \nu_{\max})$ , где  $\nu_{\min} = -[\nu_B + (\delta\nu_1/2)]$ ,  $\nu_{\max} = [\nu_B + (\delta\nu_1/2)]$ .

Обработку выходного сигнала гравитационной антенны в двухмодовом режиме можно осуществлять как в режиме «медленной фильтрации», так и в режиме «быстрой фильтрации». В режиме «медленной фильтрации» («slow filtration» [1]) выходной сигнал представляет собой векторный случайный процесс  $\mathbf{E}(t) = [E_1(t) E_2(t)]^T$ , где  $E_1(t) = R_1^2(t)$ ,  $E_2(t) = R_2^2(t)$ . Для защиты антенны от негауссовых шумов при «медленной фильтрации» используется режим минимальной моды:

$$\mathbf{E} \rightarrow E_{\min}(t) = \min_t[E_1(t), E_2(t)], \quad 0 < T < T.$$

В режиме «быстрой фильтрации» («fast filtration») обработке подвергается реализация скалярного случайного процесса

$$x_{\Delta}(t) = \operatorname{Re}[\tilde{x}(t) \exp\{j\omega_{\Delta}t\}] = \lambda s_{\Delta}(t) + n_{\Delta}(t),$$

где  $\omega_{\Delta} = 2\pi\nu_{\Delta}$  — промежуточная частота,  $\nu_{\min} < \nu_{\Delta} \ll \nu_0$ ,  $\lambda = (0, 1)$  — параметр обнаружения,  $s_{\Delta}(t)$  и  $n_{\Delta}(t)$  — полезный сигнал и аддитивная негауссова помеха на выходе преобразователя частоты. Полезный сигнал  $s_{\Delta}(t) = \sum_k s_k(t)$  представляет

собой некогерентную последовательность слабых и редких гравитационных импульсов

$$s_k(t) = a_k \operatorname{Re}[\tilde{g}(t - \tau_k) \exp\{j(\omega_{\Delta}t + \varphi_k)\}],$$

где  $a_k$ ,  $\tau_k$  и  $\varphi_k$  — амплитуда, момент прихода и начальная фаза,  $\tilde{g}(t)$  — комплексная огибающая импульсной характеристики линейного тракта гравитационной антенны в двухмодовом режиме. В условиях априорной неопределенности предполагается известной только одномерная плотность вероятности  $W_{1\Delta}(n)$  ( $-\infty < n < \infty$ ) аддитивной помехи  $n_{\Delta}(t)$ .

При гауссовых шумах случайный процесс  $x_{\Delta}(t)$  поступает на вход гауссового приемника — оптимального (по Вудворту) устройства для обнаружения слабого полезного сигнала  $s_{\Delta}(t)$  на фоне аддитивной гауссовой помехи. В состав такого приемника входят [2, 3]: 1) обесляющий и согласованный линейные фильтры, 2) квадратичный детектор огибающей, 3) нелинейно-безынерционный преобразователь с экспоненциальной характеристикой, 4) интегратор, 5) сумматор. Для защиты гауссового приемника от реальных негауссовых помех в условиях априорной неопределенности воспользуемся амплитудно-частотным алгоритмом подавления коррелированных негауссовых шумов при обнаружении слабого полезного сигнала [3] и поместим на входе обесляющего фильтра дополнительный нелинейный безынерционный преобразователь. В настоящей работе

рассматривается характеристика такого преобразователя при наличии хаотических импульсных помех в режиме «быстрой фильтрации».

2. В качестве преобразователя частоты на современных гравитационных антеннах используется аналого-цифровой преобразователь. Пусть  $\nu_d \ll \nu_0$  — частота дискретизации (для гравитационной антенны «Exploger» ( $\nu_d = 220$  Гц),  $U_0$  и  $\tau_0$  — параметры тактовых импульсов. Тогда дискретизированный процесс  $x_d(t)$  можно представить в виде [4]

$$x_d(t) = 2U_0 \frac{\tau_0}{T_d} x(t) \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m d_m \cos m\omega_d t, \quad (2)$$

где  $d_m = \operatorname{sinc}(m\pi\tau_0/T_d)$ ,  $T_d = \nu_d^{-1}$ ,  $\epsilon_m$  — символ Неймана:  $\epsilon_0 = 1/2$  и  $\epsilon_m = 1$  при  $m = 1, 2, \dots$

Принимая во внимание выражения (1) и (2), получим

$$x_d(t) = 2U_0 \frac{\tau_0}{T_d} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \epsilon_m d_m \operatorname{Re}[\tilde{x}(t) (\exp\{j(\omega_0 + m\omega_d)t\})].$$

Дискретизированный процесс  $x_d(t)$  поступает на вход цифрового фильтра низких частот с П-образной характеристикой. Резонансная частота фильтра равна:  $\nu_{\Delta} = \nu_0 - m^*\nu_d$ , где  $m^* = \lceil \nu_0/\nu_d \rceil$ ,  $\lceil \cdot \rceil$  — целая часть действительного числа (для гравитационной антенны «Exploger»  $m^* = 4$ ), а полоса пропускания превышает наивысшую частоту  $\nu_{\max}$  в спектре комплексной огибающей  $\tilde{x}(t)$ . Тогда  $x_f(t) \sim x_{\Delta}(t)$ , где  $x_f(t)$  — случайный процесс на выходе такого фильтра.

3. Основным источником негауссовых шумов на выходе линейного тракта криогенных резонансных гравитационных антенн является хаотическая импульсная помеха (наличие такой помехи проявляется в аномальном поведении крыльев выборочных плотностей вероятности случайных процессов  $E_1(t)$  и  $E_2(t)$ ). Это позволяет рассматривать аддитивную помеху  $n_{\Delta}(t)$  [5] на выходе преобразователя частоты как аномально-засоренный случайный процесс [6] с бигауссовой плотностью вероятности:

$$W_{1\Delta}(n) = (1 - p)W_1(n, \sigma_1^2) + pW_1(n, \sigma_2^2), \quad (3)$$

$$-\infty < n < \infty,$$

где  $p$  — вероятность появления аномалии в произвольный момент времени,  $W_1(n, \sigma^2)$  — плотность вероятности гауссовой случайной величины с нулевым средним значением и дисперсией,  $\sigma^2$ ,  $\sigma_0^2$  и  $\sigma_1^2$  — характерные параметры. При  $p \neq 0$  и  $\sigma_0 \neq \sigma_1$  плотность вероятности (3) существенно отличается от гауссовой.

Параметры  $\sigma_0^2$ ,  $\sigma_1^2$  и  $p$  априори неизвестны. В условиях априорной неопределенности эти параметры можно определить [6] по выборочным абсолютным моментам  $m_k^* = (1/T_0) \int_0^T x_{\Delta}^k(t) dt$ ,  $k = 1, 2, 3$ ,

где  $T_0$  — период стационарности шумов на выходе линейного тракта гравитационной антенны.

При амплитудно-частотном подавлении коррелированной негауссовой помехи случайный процесс  $x_\Delta(t)$  поступает на вход нелинейного безынерционного преобразователя с характеристикой  $f[\cdot]$ . Пусть  $y(t) = f[x_\Delta(t)]$  — случайный процесс на выходе такого преобразователя. Тогда при обнаружении слабых гравитационных импульсов получим

$$y(t) \approx \lambda s_y(t) + n_y(t), \quad 0 \leq t \leq T,$$

где  $s_y(t)$  и  $n_y(t) = f[n_\Delta(t)]$  — полезный сигнал и аддитивная помеха. Как и в [3], при дальнейшем анализе считаем, что среднее значение случайного процесса  $n_y(t)$  равно нулю:

$$\langle n_y(t) \rangle = \langle F[x_\Delta(t)|\lambda = 0] \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f[n] W_\Delta(n) dn = 0,$$

где скобками  $\langle \cdot \rangle$  обозначена символическая форма записи оператора статистического усреднения.

Пусть  $\mathbf{l}$  — случайный векторный параметр полезного сигнала  $s_\Delta(t) = s_\Delta(t, \mathbf{l})$ ,  $W_{\text{pr}}(\mathbf{l})$  — его априорная плотность вероятности. Тогда усреднение случайного процесса  $y(t)$  при  $\lambda = 1$  можно провести следующим образом. Сначала вычисляется условное среднее значение

$$\begin{aligned} \langle y(t)|\lambda = 1, \mathbf{l} \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} f[z] W_{1\Delta}[z - s_\Delta(t, \mathbf{l})] dz = \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} c_m s_\Delta^i(t, \mathbf{l}), \end{aligned} \quad (4)$$

затем путем интегрирования по случайным параметрам  $\mathbf{l}$  находим безусловное среднее значение

$$\begin{aligned} \langle y(t)|\lambda = 1 \rangle &= \int \langle y(t)|\lambda = 1, \mathbf{l} \rangle W_{\text{pr}}(\mathbf{l}) d\mathbf{l} = \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} c_m \langle s_\Delta^i(t, \mathbf{l}) \rangle. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь

$$\begin{aligned} c_m &= \frac{(-1)^m}{m!} \int_{-\infty}^{\infty} f[z] W_{1\Delta}^{(m)}(z) dz, \\ \langle s_\Delta^m(t, \mathbf{l}) \rangle &= \int s_\Delta^m(t, \mathbf{l}) W_{\text{pr}}(\mathbf{l}) d\mathbf{l}. \end{aligned} \quad (6)$$

Из выражений (4), (5) и (6) для слабых гравитационных импульсов со случайными начальными фазами  $\varphi_k$  (см. выше) получим

$$\langle y(t)|\lambda = 1 \rangle \approx c_2 \langle s_\Delta^2(t, \mathbf{l}) \rangle, \quad \langle y(t)|\lambda = 1, \mathbf{l} \rangle \approx c_1 s_\Delta(t, \mathbf{l}).$$

При амплитудном подавлении аддитивной негауссовой коррелированной помехи [3] для расчета оптимальной характеристики нелинейного безынерционного преобразователя используется энергетический критерий максимума отношения сиг-

нал-шум. При таком подходе полезный сигнал  $s_y(t) = \langle y(t)|\lambda = 1 \rangle$ . Размещение нелинейно-безынерционного преобразователя на входе гауссового приемника позволяет использовать вероятностный критерий и рассматривать полезный сигнал  $s_y(t)$  на выходе преобразователя как условное среднее значение:  $s_y(t) = \langle y(t)|\lambda = 1, \mathbf{l} \rangle$ . Форма полезного гравитационного сигнала при этом полностью сохраняется  $s_y(t, \mathbf{l}) \sim s_\Delta(t, \mathbf{l})$ .

При наличии хаотических импульсных шумов нелинейный безынерционный преобразователь должен [3] обеспечивать «нормализацию» аддитивной помехи  $n_y(t)$ . При дальнейшем анализе характеристика такого преобразователя будет рассматриваться как нормализующая. Одномерная плотность вероятности аддитивной помехи на выходе нелинейного безынерционного преобразователя с нормализующей характеристикой определяется следующей формулой:

$$W_{1y}(y) = W_1(y, \sigma_y^2),$$

где

$$\sigma_y^2 = \int_{-\infty}^{\infty} f^2[n] W_{1n}(n) dn$$

— дисперсия этого случайного процесса.

При расчете нормализующей характеристики нелинейного безынерционного преобразователя будем предполагать, что обратное преобразование  $n_\Delta(t) = f^{-1}[n_y(t)]$  оказывается однозначным. Тогда можно показать [7], что

$$W_{1y}[f(n)] = W_1(f[n], \sigma_y^2) = W_{1\Delta}(n) \left( \frac{df[n]}{dn} \right)^{-1}.$$

Следовательно, нормализующая характеристика такого преобразователя определяется следующим нелинейным дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными:

$$W_1(f[n], \sigma_y^2) df[n] = W_{1\Delta}(n) dn.$$

Пусть

$$F_{1\Delta}(n) = \int_{-\infty}^n W_{1\Delta}(n) dn = (1-p)\Phi(n/\sigma) + p\Phi(n/\sigma_2) \quad (7)$$

— интегральная функция распределения аномально-засоренной помехи на выходе преобразователя частоты,  $F_1(\cdot)$  — интеграл вероятности. Тогда, предполагая, что  $F(-\infty) = -\infty$ , имеем  $F_1(f[\times]/\sigma_f) = F_{1\Delta}(\cdot)$ . Окончательно нормализующая характеристика нелинейного безынерционного преобразователя при аномально-засоренной аддитивной помехе на выходе линейного тракта гравитационной антенны определяется следующим выражением:

$$f[\cdot] = \sigma_y u_{\gamma(\cdot)}, \quad \gamma(\cdot) = F_{1\Delta}(\cdot), \quad (8)$$

где  $u_p$  — квантиль гауссового распределения:  $F_1(u_p) = p$ .

Формулу (8) можно также получить, используя [7] следующую схему обработки:

$$x_{\Delta}(t) \rightarrow \eta(t) = F_{1\Delta}[x_{\Delta}(t)] \rightarrow n_y(t) = \sigma f u_{\eta(t)}.$$

На первом этапе формируется стационарный случайный процесс  $\eta(t) = F_{1\Delta}[x_{\Delta}(t)]$  с равномерной на интервале  $(0, 1)$  плотностью вероятности. На втором этапе используется стандартная методика формирования случайных величин с заданной плотностью вероятности по дискретной последовательности независимых случайных величин, равномерно распределенных на интервале  $(a, b)$ . Формулы (3), (7) и (8) полностью определяют нормализующую характеристику нелинейного безынерционного преобразователя при додетекторном обнаружении слабых и редких гравитационных импульсов  $s_k(t)$  на фоне аномально-засоренных шумов с бигауссовым распределением (масштабный коэффициент  $\sigma_y^2$  при обработке реальных данных можно положить равным 1).

Случайный процесс  $y(t)$ , представляющий собой смесь полезного сигнала  $s_y(t)$  и аддитивной помехи  $n_y(t)$  с гауссовой плотностью вероятности, поступает на вход гауссова приемника. Структура такого устройства подробно обсуждается в литературе (напр., [2, 3]) и в рамках настоящей статьи не рассматривается.

В заключение отметим следующее.

I. При обработке информации, полученной с помощью резонансных гравитационных антенн, необходимо учитывать, что полезный сигнал необходимо рассматривать как некогерентную последовательность слабых и редких гравитационных импульсов. Стандартные алгоритмы (схема совпадений, режим минимальной моды) обработки выходного сигнала таких антенн при обнаружении слабых гравитационных импульсов не эффективны (резко возрастает вероятность пропуска такого сигнала).

Характеристика нелинейно-безынерционного преобразователя при амплитудном и амплитудно-частотном алгоритмах [3] подавления негауссовых шумов определяется критерием максимума отношения сигнал-шум. При наличии импульсных шумов для выбора характеристики такого устройства целесообразно использовать критерий нормализации. В статье рассчитана «нормализующая» характеристика нелинейного безынерционного преобразователя в режиме «быстрой фильтрации» при аномально-засоренной аддитивной помехе,

представляющей смесь гауссовых и хаотических импульсных шумов.

II. Случайный процесс  $n_y(t)$  на выходе безынерционного нелинейного преобразователя с нормализующей характеристикой остается негауссовым — многомерная плотность вероятности этих шумов оказывается существенно негауссовой.

III. В состав гауссового приемника входит оптимальный фильтр, максимизирующий отношение сигнал-шум при обнаружении отдельного гравитационного импульса. Оптимальный фильтр можно рассматривать как последовательное соединение обеляющего и согласованного фильтров. Передаточная функция обеляющего фильтра определится спектральной плотностью  $N_y(\omega)$  аддитивной помехи  $n_y(t)$ . При синтезе гауссового приемника в условиях априорной неопределенности спектральная плотность  $N_y(\omega)$  неизвестна и должна быть заменена соответствующей оценкой  $\hat{N}_y(\omega)$  [8].

Компьютерное моделирование показало высокую эффективность применения нелинейно-безынерционного преобразователя с нормализующей характеристикой для защиты гауссового приемника от импульсных шумов. Оно оказывается особенно эффективным при малой вероятности ложной тревоги.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 00-02-17884).

#### Литература

1. *Astone P., Buttiglione S., Frasca S., Pallottino G.V., Pizzella G.* // Il Nuovo Cimento. 1996. **20C**, № 1. P. 9.
2. *Сосулин Ю.Г.* Теоретические основы радиолокации и радионавигации. М.: Радио и связь, 1992.
3. *Акимов П.С., Бакут П.А., Богданович В.А. и др.* Теория обнаружения сигналов. М.: Радио и связь, 1984.
4. *Гоноровский И.С.* Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Радио и связь, 1986.
5. *Гусев А.В.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2001. № 6. С. 48 (Moscow University Phys. Bull. 2001. No. 6. P. 51).
6. *Шелухин О.И.* Негауссовские процессы в радиотехнике. М.: Радио и связь, 1999.
7. *Тихонов В.И.* Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982.
8. *Бендат Дж., Пирсол А.* Прикладной анализ случайных данных. М.: Мир, 1989.

Поступила в редакцию  
05.06.02