УДК 530.19

К ТЕОРИИ СВЯЗАННЫХ КОЛЕБАНИЙ ЭЛЕКТРОННОЙ И ЯДЕРНОЙ СИСТЕМ

В. Л. Марченко, А. М. Савченко, Б. И. Садовников

(*кафедра квантовой статистики и теории поля*)

E-mail: savchenko@qs.phys.msu.su; sadovnikov@phys.msu.su

В работе рассматриваются связанные колебания электронной и ядерной систем в антиферромагнетике типа «легкая плоскость» в сильных магнитных полях. На основе «u-v»-преобразования Боголюбова найден спектр этих колебаний и найдена новая мода $\varepsilon_{2\mathbf{k}}$ коллективных колебаний в антиферромагнетике. Найден динамический сдвиг частоты ядерного магнитного резонанса, связанный с этой модой.

Известно, что с увеличением постоянного магнитного поля происходит постепенное схлопывание спинов магнитных подрешеток антиферромагнетика. При достаточно сильных магнитных полях происходит фазовый переход второго рода: магнитные моменты выстраиваются вдоль поля (парамагнитная фаза). Более того, в окрестности критического значения поля схлопывания H_c в системе ядерных спинов существуют длинноволновые коллективные колебания — ядерные спиновые волны, инициированные электронными спиновыми волнами квазиантиферромагнитной ветви. Поэтому в дальнейшем будем исследовать связь колебаний ядерных спинов с электронными спиновыми волнами.

Рассмотрим гамильтониан [1, 2]

$$H = \sum_{f,g}\left[J\left(\mathbf{r}_{fg}\right)\mathbf{S}_f\mathbf{S}_g + K_2\left(\mathbf{S}_f\mathbf{n}\right)\left(\mathbf{S}_g\mathbf{n}\right)\right] + K_1\left[\sum_f\left(\mathbf{S}_f\mathbf{n}\right)^2\sum_g\left(\mathbf{S}_g\mathbf{n}\right)^2\right] + \mu\mathbf{H}\left(\sum_f\mathbf{S}_f+\sum_g\mathbf{S}_g\right) - \mu_n\mathbf{H}\left(\sum_f\mathbf{I}_f+\sum_g\mathbf{I}_g\right) - A_0\left(\sum_f\mathbf{I}_f\mathbf{S}_f + \sum_g\mathbf{I}_g\mathbf{S}_g\right), \qquad (1)$$

где электронные спины $\mathbf{S}_f, \mathbf{S}_g$ принадлежат различным подрешеткам; $\mathbf{I}_f, \mathbf{I}_g$ — ядерные спины; $J\left(\mathbf{r}_{fg}\right)$ — обменный интеграл; $\mathbf{r}_{fg} = \mathbf{r}_f - \mathbf{r}_g$; K_1, K_2 — константы анизотропии; $\mathbf{n}$ — нормаль к плоскости легкого намагничивания; A_0 — константа электрон-ядерного взаимодействия; μ, μ_n — электронный и ядерный магнетоны Бора.

Выполним теперь над гамильтонианом H стандартную последовательность операций, т. е. представим его в форме операторов вторичного квантования. С помощью преобразования Гольштейна–Примакова выразим операторы [3] $\mathbf{S}_j$ через операторы спиновых отклонений $\mathbf{a}_j^+, \mathbf{a}_j$. Далее выполним Фурье-преобразование, введя операторы

$$\mathbf{a}_{\nu\mathbf{k}} = N^{-1/2}\sum \mathbf{a}_j e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_j}, \quad \nu = \begin{cases} 1, & j = f \\ 2, & j = g. \end{cases}$$

Введем операторы $\tilde{\mathbf{a}}_{\nu\mathbf{k}} = 2^{-1/2}[\mathbf{a}_{1\mathbf{k}} + (-1)^{\nu-1}a_{2\mathbf{k}}]$. В результате гамильтониан приобретет следующий вид:

$$H = \sum_{\mathbf{k},\nu}\Big\{A_{\nu\mathbf{k}}\tilde{\mathbf{a}}^+_{\nu\mathbf{k}}\tilde{\mathbf{a}}_{\nu\mathbf{k}} + \frac{1}{2}B_{\nu\mathbf{k}}\left(\tilde{\mathbf{a}}_{\nu\mathbf{k}}\tilde{\mathbf{a}}_{\nu-\mathbf{k}} + \tilde{\mathbf{a}}^+_{\nu\mathbf{k}}\tilde{\mathbf{a}}^+_{\nu-\mathbf{k}}\right)\Big\} - \omega_n\Bigg(\sum_f I_f^{z'} + \sum_g I_g^{z''} + \frac{1}{2}A_0 S^{1/2} \times \sum_{\mathbf{k},\nu}\left\{\tilde{\mathbf{a}}_{\nu\mathbf{k}}\left[X_1 + (-1)^{\nu-1}X_2\right] + \text{э. с.}\right\}\Bigg),$$

где

$$A_{1\mathbf{k}} + A_{2\mathbf{k}} = 2J(0)S\cos 2\theta + 2K_1 S + 2A_0\langle I\rangle\cos(\theta-\theta_n) + 2\mu H\sin\theta,$$

$$A_{1\mathbf{k}} - A_{2\mathbf{k}} = 2J(\mathbf{k})S\sin^2\theta - K_2 S,$$

$$B_{1\mathbf{k}} + B_{2\mathbf{k}} = -2K_1 S,$$

$$B_{1\mathbf{k}} - B_{2\mathbf{k}} = -2J(\mathbf{k})S\cos^2\theta + K_2 S,$$

$$J(\mathbf{k}) = \sum_f J(\mathbf{r}_{fg})e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_{fg}},$$

$$X_1 = N^{-1/2}\sum_f e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_f} \times \left[\left(I_f^{z'n} - \langle I\rangle\right)\sin(\theta-\theta_n) - I_f^{x'n}\cos(\theta-\theta_n) + iI_f^{y'n}\right],$$

$$X_2 = N^{-1/2}\sum_g e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_g} \times \left[-\left(I_g^{z''n} - \langle I\rangle\right)\sin(\theta-\theta_n) - I_g^{x''n}\cos(\theta-\theta_n) + iI_g^{y''n}\right].$$

Электронная и ядерная спиновые системы двухподрешеточного антиферромагнетика обладают четырьмя резонансными частотами, соответствующими однородным типам прецессии спинов. Если пренебречь динамической связью между этими системами, то ядерные резонансные частоты оказываются вырожденными и равными ω_n [1]. Учет динамической связи приводит к сдвигу резонансных частот, который для ядерной частоты обратно пропорционален квадрату соответствующей электронной резонансной частоты.

В антиферромагнетиках типа «легкая плоскость» [4] (в магнитных полях $H \ll H_E$) [1] энергия активации спиновых волн квазиантиферромагнитной ветви спектра обусловлена магнитной анизотропией и обменным полем кристалла, $\varepsilon_{20} \cong \mu(2H_A H_E)^{1/2}$. Энергия активации спиновых волн квазиферромагнитной ветви в таких магнитных полях обусловлена спонтанной магнитострикцией, обменной энергией и сверхтонким взаимодействием, $\varepsilon_{10} \cong \mu[2H_E(H_{\text{ms}} + H_{N0})]^{1/2}$, где H_A — поле анизотропии, H_{ms} — поле магнитострикции, H_{N0} — поле сверхтонкого взаимодействия. Отсюда следует, что сдвиг ядерной резонансной частоты, связанной с квазиантиферромагнитной модой антиферромагнитного резонанса в полях $H \ll H_E$, достаточно велик (порядка 10%).

В магнитных полях H порядка H_c $\varepsilon_{20} \ll \varepsilon_{10}$, поэтому в этом случае возможен динамический сдвиг частоты ядерного магнитного резонанса, связанной с квазиантиферромагнитной модой.

При этом в системе ядерных спинов возможны (как и в случае $H \ll H_E$) длинноволновые коллективные колебания — ядерные спиновые волны, связанные с электронными спиновыми волнами квазиантиферромагнитной ветви. Данные ядерные спиновые волны в дальнейшем и будут рассматриваться.

Определим спектр связанных колебаний электронных и ядерных спинов. Для этого применим преобразование Гольштейна–Примакова к ядерным спиновым операторам $\mathbf{I}_j$, $j = f, g$, выразив их через бозе-операторы α_j^+, α_j. Оставляя в гамильтониане только слагаемые, квадратичные по операторам ядерных спиновых отклонений, получим

$$H = \sum_{\mathbf{k}} \Big\{ A_{2\mathbf{k}} \tilde{\mathbf{a}}_{1\mathbf{k}}^+ \mathbf{a}_{1\mathbf{k}} + \frac{1}{2} B_{2\mathbf{k}} \left(\tilde{\mathbf{a}}_{2\mathbf{k}} \tilde{\mathbf{a}}_{2-\mathbf{k}} + \tilde{\mathbf{a}}_{2\mathbf{k}}^+ \tilde{\mathbf{a}}_{2-\mathbf{k}}^+ \right) + \\ + \omega_n \, \alpha_{2\mathbf{k}}^+ \alpha_{2\mathbf{k}} \Big\} + \sum_{\mathbf{k}} \Big\{ C_{2\mathbf{k}} \tilde{\mathbf{a}}_{1\mathbf{k}}^+ \alpha_{2\mathbf{k}}^+ + \\ + D_{2\mathbf{k}} \tilde{\mathbf{a}}_{2\mathbf{k}} \alpha_{2-\mathbf{k}} + \omega_n \alpha_{2\mathbf{k}} + \text{э. с.} \Big\}, \qquad (2)$$

где

$$\alpha_{2\mathbf{k}} = 2^{-1/2} (\tilde{\alpha}_{1\mathbf{k}} - \tilde{\alpha}_{2\mathbf{k}}),$$

$$D_{2\mathbf{k}} = -\frac{1}{2} [1 + \cos(\theta - \theta_n)] (\omega_{n0} \omega_N)^{1/2},$$

$$C_{2\mathbf{k}} = \frac{1}{2} \left[1 - \cos(\theta - \theta_n) \right] (\omega_{n0} \omega_N)^{1/2}.$$

Квадратичная форма (2) с помощью «u-v» канонического преобразования Боголюбова [5]

$$\tilde{\mathbf{a}}_{2\mathbf{k}} = u_{ee\mathbf{k}} C_{2e\mathbf{k}} + v_{ee\mathbf{k}} C_{2e-\mathbf{k}}^+ + u_{en\mathbf{k}} C_{2n\mathbf{k}} + v_{en\mathbf{k}} C_{2n-\mathbf{k}}^+,$$

$$\alpha_{2\mathbf{k}} = u_{ne\mathbf{k}} C_{2e\mathbf{k}} + v_{ne\mathbf{k}} C_{2e-\mathbf{k}}^+ + u_{nn\mathbf{k}} C_{2n\mathbf{k}} + v_{nn\mathbf{k}} C_{2n-\mathbf{k}}^+,$$

где функции u и v легко находятся и имеют вид

$$u_{ne\mathbf{k}} = \left(\frac{\omega_{N0}}{\Omega_{2n\mathbf{k}}} \right)^{1/2} \frac{\omega_n A_{2\mathbf{k}}}{\varepsilon_{2\mathbf{k}}^2}, \quad v_{en\mathbf{k}} = \left(\frac{\omega_{N0}}{\Omega_{2n\mathbf{k}}} \right)^{1/2} \frac{\omega_n B_{2\mathbf{k}}}{\varepsilon_{2\mathbf{k}}^2},$$

$$u_{nn\mathbf{k}} = \frac{(\omega_n \omega_{N0})^{1/2}}{\omega_n - \Omega_{2nk}} u_{ne\mathbf{k}}, \qquad v_{nn\mathbf{k}} = \frac{(\omega_n \omega_{N0})^{1/2}}{\omega_n + \Omega_{2nk}} v_{en\mathbf{k}},$$

$$u_{ee\mathbf{k}} = \left(\frac{A_{2\mathbf{k}} + \varepsilon_{2\mathbf{k}}}{2\varepsilon_{2\mathbf{k}}} \right)^{1/2}, \quad v_{ee\mathbf{k}} = -\left(\frac{A_{2\mathbf{k}} - \varepsilon_{2\mathbf{k}}}{2\varepsilon_{2\mathbf{k}}} \right)^{1/2},$$

$$u_{ne\mathbf{k}} = \frac{(\omega_n \omega_{N0})^{1/2}}{\omega_n - \Omega_{2e\mathbf{k}}} u_{ee\mathbf{k}}, \qquad v_{ne\mathbf{k}} = \frac{(\omega_n \omega_{N0})^{1/2}}{\omega_n + \Omega_{2e\mathbf{k}}} v_{ee\mathbf{k}},$$

ω_{N0} — частота сверхтонкого взаимодействия, приводится к диагональному виду

$$\tilde{H} = \sum_{\mathbf{k}} \left(\Omega_{2e\mathbf{k}} C_{2e\mathbf{k}}^+ C_{2e\mathbf{k}} + \Omega_{2n\mathbf{k}} C_{2n\mathbf{k}}^+ C_{2n\mathbf{k}} \right),$$

где $C_{2e\mathbf{k}}^+, C_{2e\mathbf{k}}, C_{2n\mathbf{k}}^+, C_{2n\mathbf{k}}$ — операторы рождения и уничтожения нормальных мод (квазиэлектронных и квазиядерных спиновых волн) с частотами $\Omega_{2e\mathbf{k}}$ и $\Omega_{2n\mathbf{k}}$, определяемыми из дисперсионного уравнения

$$\left(\Omega^2 - \varepsilon_{2\mathbf{k}}^2 \right) \left(\Omega^2 - \omega_n^2 \right) + 2\Omega^2 \left(C_{2\mathbf{k}}^2 - D_{2\mathbf{k}}^2 \right) - \\ -2A_{2\mathbf{k}} \omega_n (C_{2\mathbf{k}}^2 + D_{2\mathbf{k}}^2) + 4B_{2\mathbf{k}} C_{2\mathbf{k}} D_{2\mathbf{k}} \omega_n + \\ + \left(C_{2\mathbf{k}}^2 - D_{2\mathbf{k}}^2 \right)^2 = 0.$$

В электронном спектре $\varepsilon_{2\mathbf{k}}$ при учете статического влияния ядерной подсистемы появляется щель (при $k = 0$):

$$\varepsilon_{2\mathbf{k}} = \left(A_{2\mathbf{k}}^2 - B_{2\mathbf{k}}^2 \right)^{1/2} = \mu \Big\{ H \sin\theta + H_N \cos(\theta - \theta_n) + \\ + 2J(0) S \mu^{-1} \cos 2\theta - \mu^{-1} [J(k) - J(0)S] \Big\}^{1/2} \times \\ \times \Big\{ H \sin\theta + H_A + H_N \cos(\theta - \theta_n) + 2\mu^{-1} J(0) S - \\ - \mu^{-1} [J(k) - J(0)] S \Big\}^{1/2}.$$

В длинноволновом пределе в магнитных полях $H \sim H_c$ для антиферромагнетика типа «легкая плоскость» можно получить следующие значения для величины $\Omega_{2\mathbf{k}}$:

$$\Omega_{2\mathbf{k}}^2 = \frac{1}{2} \Big\{ \omega_n^2 + \varepsilon_{2\mathbf{k}}^2 + (-1)^j 2\omega_N \omega_{n0} \pm \Big[(\omega_n^2 + \varepsilon_{2\mathbf{k}}^2)^2 + \\ + 4(-1)^j \omega_N \omega_{no} (\omega_n^2 + \varepsilon_{2\mathbf{k}}^2) + 8\omega_n \omega_{n0} \omega_N A_{2\mathbf{k}} \Big]^{1/2} \Big\},$$

где $j = 1, 2$.

Из последней формулы следует, что динамическая связь между электронными и ядерными системами приводит к обращению в нуль одной из двух частот полученных нормальных колебаний в точке перехода антиферромагнетика типа «легкая плоскость» в парамагнитное состояние. В этой фазе одна из спин-волновых ветвей является высокоактивационной, а другая ветвь является низкоактивационной в окрестности перехода антиферромагнетика в парамагнитное состояние.

В случае когда $\varepsilon_{20}^2 \gg 4\max\left\{\omega_n^2, \omega_n\omega_{N0}\right\}$, спектр квазиэлектронных (квазиядерных) колебаний антиферромагнетика типа «легкая плоскость» принимает вид

$$\Omega_{2\mathbf{k}} \cong \left\{ \begin{array}{c} \varepsilon_{2\mathbf{k}} \\ \omega_n \left(1 - \dfrac{2A_{2\mathbf{k}}\omega_{N0}}{\varepsilon_{2\mathbf{k}}^2}\right)^{1/2} \end{array} \right\}.$$

В этом случае имеем две ветви колебаний: одну электронную и одну квазиядерную.

Литература

1. *Марченко В.Л., Савченко А.М., Садовников Б.И.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2003. №6. С. 68. (Moscow University Phys. Bull. 2003. N 6. P. 79).
2. *Пикалев Э.М., Савченко М.А., Шойом Й.* // ЖЭТФ. 1968. **51**. С. 111.
3. *Holstein T., Primakoff H.* // Phys. Rev. 1940. **58**. P. 1098.
4. *Алабердин Е.Р., Савченко А.М., Садовникова М.Б.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1999. №6. С. 32. (Moscow University Phys. Bull. 1999. N 6. P. 41).
5. *Боголюбов Н.Н.* Избранные труды. 1971. Т. 3. С. 11.

Поступила в редакцию
25.02.04