

10. Григорьев В.И., Григорьева Е.В. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1995. № 1. С. 61 (Moscow University Phys. Bull. 1995. No. 1. P. 56).

11. Луна / Под ред. Г.А. Манова. М.: ГИФМЛ, 1960.

Поступила в редакцию 06.12.99

АСТРОНОМИЯ

УДК 521.135

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ В НЕЛИНЕЙНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ КОЛЛИНЕАРНЫХ ТОЧЕК ЛИБРАЦИИ В ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОГРАНИЧЕННОЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ФОТОГРАВИТАЦИОННОЙ ЗАДАЧЕ ТРЕХ ТЕЛ

А. Ю. Кочеткова

(ГАИШ)

Впервые в нелинейном приближении исследованы области устойчивости коллинеарных точек либрации в ограниченной обобщенной фотогравитационной эллиптической задаче трех тел.

Области устойчивости коллинеарных точек либрации были определены только в случае круговой фотогравитационной задачи в линейном приближении. В работе [1] было впервые установлено, что при определенных значениях параметров существуют области линейной устойчивости коллинеарных точек. Л. Г. Лукьянов в работе [2] установил области устойчивости этих точек для большинства начальных условий.

Постановка задачи, основные уравнения движения и метод нормализации гамильтониана, по коэффициентам которого можно сделать заключение об устойчивости коллинеарных точек либрации, подробно изложены в работе [3]. Перечислим только основные параметры задачи: эксцентриситет орбиты основных тел M_1, M_2 — $e \in [0, 1]$; массовый параметр $\mu = m_2/(m_1 + m_2)$, где m_1 и m_2 — массы этих тел) и фотогравитационные параметры Q_1 и Q_2 , которые, вообще говоря, могут принимать значения в диапазоне $(-\infty, 1]$. Роль независимой переменной выполняет истинная аномалия ν .

Координаты коллинеарных точек либрации $L_i(\alpha_i, 0, 0)$ ($i = 1, 2, 3$) в системе координат Нехвила [4] находятся из формулы [5]: $\alpha_i = \sigma_i - \mu$, где σ_i — корни уравнения

$$\sigma_i - \mu \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} Q_1(1 - \mu)/\sigma_i^2 \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} Q_2\mu/\sigma_i^2 = 0. \quad (1)$$

Верхний знак в (1) соответствует точке либрации L_1 , средний — L_2 и нижний — L_3 .

Нормальная форма функции Гамильтона в полярных координатах ρ_j, θ_j ($j = 1, 2, 3$) с учетом членов до четвертого порядка включительно по $\rho_j^{1/2}$ будет иметь вид [6]

$$H = \lambda_1\rho_1 + \lambda_2\rho_2 + \rho_3 + A\rho_1^2 + B\rho_1\rho_2 + C\rho_2^2 + \rho_3(F_1\rho_1 + F_2\rho_2 + F_3\rho_3), \quad (2)$$

$$F_j = D_j + E_j \sin(2\psi) + G_j \cos(2\psi) + K_j \sin(4\psi) + L_j \cos(4\psi),$$

где $\pm i\lambda_j$ — характеристические показатели линейной системы, причем $\lambda_3 \equiv 1$; $\psi = \theta_3 - \nu$; $A, B, C, D_j, E_j, G_j, K_j, L_j$ являются константами при фиксированных параметрах задачи.

После этого проверяются условия устойчивости исследуемой точки либрации, полученные А. П. Маркеевым [6]:

1) условие достаточной устойчивости для большинства начальных условий: дискриминант

$$D = B^2 - 4AC \neq 0;$$

2) положение равновесия устойчиво при учете в нормальной форме (2) членов до четвертого порядка включительно, если $F_3(\psi) \neq 0$ при любых значениях ψ .

Положение равновесия неустойчиво по Ляпунову, если существуют значения ψ , при которых $F_3(\psi) = 0$, но при этих значениях $dF_3/d\psi \neq 0$.

Вычисления и результаты

Вычисления проводились с использованием численных и аналитических средств программирования языка MATLAB. Качественная зависимость области линейной устойчивости точки L_2 от фотогравитационных параметров на плоскости e, μ показана на рис. 1. Линия 1 соответствует значениям фотогравитационных параметров $Q_1 = Q_2 = 0,100$, линия 2 — значениям $Q_1 = Q_2 = 0,114$, линия 3 — $Q_1 = Q_2 = 0,122$, линия 4 — $Q_1 = Q_2 = 0,124$.

В силу того что анализ нелинейной устойчивости требовал много машинного времени (расчет для одной точки занимал 10–20 мин в зависимости от значений параметров e и μ), исследование проводилось лишь для двух случаев: $Q_1 = Q_2 = 0,100$ и параметров, соответствующих полуконтактной двойной звезде PY Per. Результат вычислений для $Q_1 = Q_2 = 0,100$ показан на рис. 2 в плоскости e, μ .

На рис. 2 (так же, как и на рис. 3–5) жирной линией обозначена граница области линейной устойчивости, тонкими сплошными линиями — резонансные

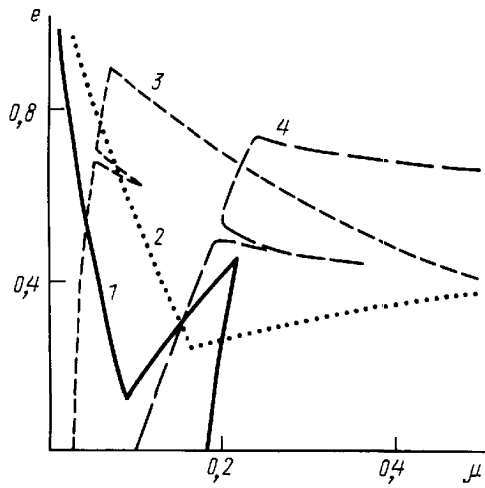


Рис. 1

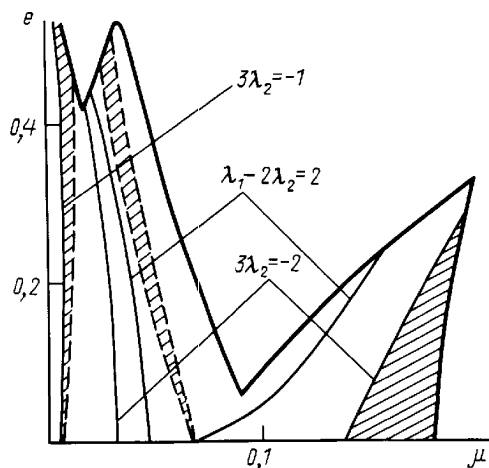


Рис. 2

кривые, заштрихованы области, в которых дискриминант $D = B^2 - 4AC$ принимает отрицательные значения, штриховые линии соответствуют случаю $D = 0$, когда критерий устойчивости для большинства начальных условий не выполняется. Из рис. 2 видно, что вдоль резонансных кривых $3\lambda_2 = -1$ и $3\lambda_2 = -2$ также проходят линии $D = 0$ и, следовательно, не выполняется условие устойчивости для большинства начальных условий. Параметры орбиты $P_1 P_2$ взяты из каталога [7]: $e = 0,48$, $\mu = 0,17$.

Фотогравитационные параметры Q_1 и Q_2 изменяются в интервале $[0, 1]$. На рис. 3 изображена область устойчивости точки L_2 в плоскости Q_1, Q_2 . Часть этого графика представлена в увеличенном масштабе, откуда видно, что вблизи границ линейной устойчивости проходят линии нелинейной неустойчивости. Заштрихованы области, в которых $D < 0$, в незаштрихованных частях дискриминант положительный. На границе этих областей $D = 0$ и критерий устойчивости для большинства начальных условий не выполняется. В областях $D < 0$ выбраны две точки, P_1 и P_2 , и в плоскости e, μ построены графики нелинейной устойчивости для соответствующих этим точкам фотогравитационных параметров (рис. 4, 5).

На рис. 4 ($Q_1 = 0,020$, $Q_2 = 0,374$) показано местоположение точки P_1 (см. первую область $D < 0$ на рис. 3). На рис. 5 ($Q_1 = 0,020$, $Q_2 = 0,385$)

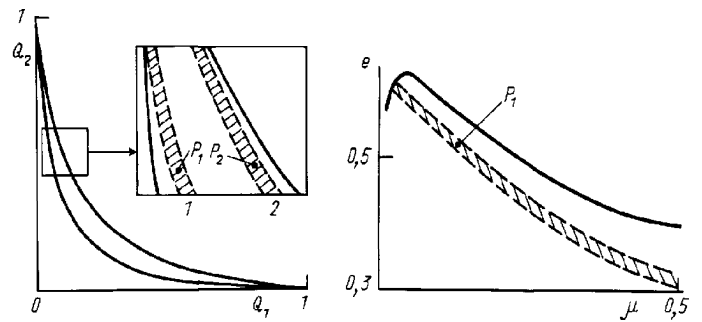


Рис. 3

Рис. 4

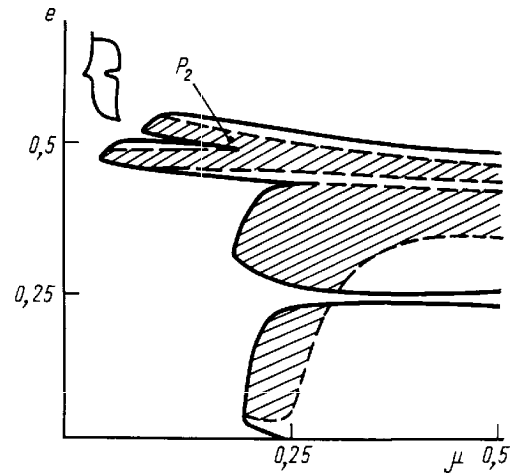


Рис. 5

спроецирована точка P_2 из второй области $D < 0$ рис. 3. Всюду для точки L_2 функция F_3 принимала положительные значения. Области устойчивости точек либрации L_1 и L_3 обнаружены не были.

Заключение

Для данной задачи показана возможность устойчивости точки L_2 . Проведен нелинейный анализ устойчивости этой точки для $P_1 P_2$ в плоскости Q_1, Q_2 . Исследованы области устойчивости для большинства начальных условий коллинеарных точек либрации данной задачи в нелинейном приближении в плоскости e, μ .

Литература

1. Куницын А.Л., Туреибаев А.Т. // *Celest. Mech.* 1985. **35**, № 2. Р. 105.
2. Лукьянов Л.Г. // *Астрон. журн.* 1986. **63**, № 6. С. 1222.
3. Кочеткова А.Ю. // *Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон.* 1999. № 5. С. 69 (*Moscow University Phys. Bull.* 1999. No. 5. P. 90).
4. Дубошин Г.Н. *Небесная механика. Аналитические и качественные методы.* М., 1978.
5. Маркеев А.П. *Точки либрации в небесной механике и космодинамике.* М., 1978.
6. Маркеев А.П. *Препринт Ин-та прикл. математики.* 1973. № 49.
7. Свечников М.А. *Каталог орбитальных элементов, масс и светимостей тесных двойных звезд.* Иркутск: Изд-во Иркутск. ун-та, 1986.

Поступила в редакцию
25.10.99